# 内 容 提 要

参照中华人民共和国国家标准和交通部 2003～2004 年颁布的交通行业标准，对公路桥涵钢筋混凝土结构、预应力混凝土结构和砌体结构的各种基本构件的受力特性、基于近似概率极限状态设计原理、设计计算方法和构造设计作了详尽的介绍，同时参照 1985 年的设计规范对桥涵钢结构及钢-混凝土结构的设计原理和方法也作了介绍。

本书既作为高等学校土木工程专业用教材，也可供公路和城市建设部门从事桥梁设计、研究、施工和管理的专业技术人员参考。

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第二版前言

教材《结构设计原理》（1996 年版）自出版发行以来，在全国高等院校相关专业的教学中得到广泛使用。近年来，我国公路桥梁建设技术及工程研究有了很大的发展，新的技术标准和部分设计规范已颁布。为了适应工程技术新的发展和专业教学要求，东南大学、长安大学和长沙理工大学组织教师进行了《结构设计原理》教材第二版的编写工作。

在国家标准《公路工程结构可靠度设计统一标准（GB/T50283—1999)》基础上，交通部颁布了交通行业标准《公路工程技术标准（JTG B01-2003)》、《公路桥涵设计通用规范（JTG D60-2004》和《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范（JTG D62-2004》。与 1985 年颁布的设计规范比较，无论是在内容上（设计原则、计算方法和构造要求）还是在形式上（术语、符号和计量单位等）都有很大的改变，特别是在公路钢筋混凝土和预应力混凝土桥梁的结构设计原则上，由半概率极限状态法改为近似概率极限状态法，因而，本书根据上述新颁布的设计规范对这部分教材内容做了相应修改。同时参照《公路桥涵圬工结构设计规范》（报批稿）对圬工结构部分进行了修改。由于公路钢桥涵设计规范尚在修改中，故本书对钢结构和钢—混凝土组合结构仍按原设计规范（1985）精神修改。

为了便于教学，对《结构设计原理》（1996 年版）的某些章节内容进行了简化调整。

全书由东南大学叶见曙主编，同济大学李国平教授主审。

参加修订版编写人员及分工为：总论、第 1、3、4、5、6、7、10 和 11 章由叶见曙（东南大学）编写；第 2 章由张建仁（长沙理工大学）编写；第 5、8、9 和 18 章由吴文清（东南大学）编写；第 12 和 13 章由安琳（东南大学）编写；第 14 章由田仲初（长沙理工大学）编写；第 16 和 17 章由张克波（长沙理工大学）编写；第 18、19、20、21、22、23 和 24 章由周绪红（长安大学）和狄谨（长安大学）编写。张娟秀（东南大学）对编写稿进行了校核。

在修订版的编写过程中，得到中交公路规划设计院鲍卫刚教授级高级工程师等热情指导，在此表示衷心感谢。

衷心感谢邵容光教授、赖国麟教授和毛瑞祥教授。

限于编者水平，本书难免有不妥或疏漏之处，请读者给予批评指正，有关意见可寄东南大学交通学院桥梁与隧道工程研究所（江苏省南京市四牌楼 2 号，邮编　210096）

**编者**

2004 年 12 月

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 第一版前言

本书根据 1994 年全国高等院校路、桥及交通专业教学指导委员会会议审定通过的《结构设计原理》教材编写大纲编写。

本书共分五篇。第一篇至第四篇分别介绍钢筋混凝土结构、预应力混凝土结构、砌体结构和钢结构的设计原理和计算方法。第五篇介绍的内容是钢-混凝土组合结构构件。

本书编写的主要依据为我国交通部部颁标准《公路桥涵设计通用规范》(JTJ021-89)、《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTJ023-85)、《公路砖、石及混凝土桥涵设计规范》(JTJ022-85)和《公路桥涵钢结构和木结构设计规范》(JTJ025-86)。

全书主要内容按照高等学校公路与城市道路专业、桥梁工程专业的结构设计原理课程教学大纲和教学基本要求编写。编写内容密切结合我国的工程实际和研究成果，力求文字简练、深入浅出以及理论联系实际。全书在讲清基本概念和基本原理的基础上，介绍了工程设计中实用的计算方法，并列举了较多的计算示例。

根据国内外结构工程的发展，本书还编写了钢-混凝土组合构件、双预应力混凝土梁、深梁等内容，以扩大学生的知识面。对于这些内容，可根据不同的教学要求和学时安排，作为选学和自学内容。

本书均采用国家法定计量单位。

全书由叶见曙主编，同济大学袁国干教授主审。

本书编写人员及分工为：总论、第一、三、四、六、七、十、十一、二十四章由叶见曙（东南大学）编写；第二章由张建仁（长沙交通学院）编写；第五、十五章由朱征平、叶见曙（东南大学）编写；第八、九章由刘其伟、叶见曙（东南大学）编写；第十二、十三章由赖国麟（东南大学）编写；第十四章由田仲初（长沙交通学院）编写；第十六、十七间由张克波（长沙交通学院）编写；第十八、十九、二十、二十一、二十二间由毛瑞祥（西安公路交通大学）编写；第二十三章由毛瑞祥、叶见曙编写。

在本书编写过程中，邵容光教授给予热情指导，在此表示衷心感谢。

限于编者的水平，本书一定存在不少缺点，请使用本书的学校和个人批评指正，有关意见可径寄东南大学交通学院桥梁工程教研室（邮编：210096）。

**编　者**

1996 年 4 月

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 目　录

总论

## 钢筋混凝土结构

**第 1 章　钢筋混凝土结构的基本概念及材料的物理力学性能**

1.1　钢筋混凝土结构的基本概念

1.2　混凝土

1.3　钢筋

1.4　钢筋与混凝土之间的粘结

**第 2 章　结构按极限状态法设计的原则**

2.1　极限状态法设计的基本概念

2.2　我国公路桥涵设计规范（JTG D62）结构设计计算原则

2.3　材料的设计强度与荷载效应组合

**第 3 章　受弯构件正截面承载能力计算**

3.1　受弯构件的截面形式与构造

3.2　受弯构件正截面受力全过程和破坏特征

3.3　受弯构件正截面承载能力计算的基本原则

3.4　单筋矩形截面受弯构件

3.5　双筋矩形截面受弯构件

3.6　T 形截面受弯构件

**第 4 章　受弯构件斜截面承载能力计算**

4.1　受弯构件斜截面的受力特点和破坏形态

4.2　影响受弯构件斜截面抗剪能力的主要因素

4.3　受弯构件的斜截面抗剪承载能力

4.4　受弯构件的斜截面抗弯承载能力

4.5　全梁承载能力校核与构造要求

4.6　钢筋混凝土连续梁的斜截面抗剪承载能力

**第 5 章　受扭构件承载能力计算**

5.1　纯扭构件的破坏特征和承载能力计算

5.2　在弯、剪、扭共同作用下矩形截面构件的承载能力计算

5.3　T 形截面受扭构件

5.4　箱形截面受扭构件

5.5　构造要求

**第 6 章　轴心受压构件的正截面承载能力计算**

6.1　配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件

6.2　配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压构件

**第 7 章　偏心受压构件的正截面承载能力计算**

7.1　偏心受压构件正截面受力特点和破坏形态

7.2　偏心受压构件的纵向弯曲

7.3　矩形截面偏心受压构件

7.4　工字形和 T 形截面偏心受压构件

7.5　圆形截面偏心受压构件

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

**第 8 章　受拉构件的正截面承载能力计算**
8.1　概述
8.2　轴心受拉构件的正截面承载能力计算
8.3　偏心受拉构件的正截面承载能力计算
**第 9 章　钢筋混凝土受弯构件的应力、裂缝和变形计算**
9.1　概述
9.2　换算截面
9.3　应力计算
9.4　受弯构件的裂缝及最大裂缝宽度验算
9.5　受弯构件的变形（挠度）验算
**第 10 章　局部承压**
10.1　局部承压的破坏形态和破坏机理
10.2　混凝土局部承压强度提高系数
10.3　局部承压区的计算
**第 11 章　深受弯构件**
11.1　深受弯构件的破坏形态
11.2　深受弯构件的计算

# 预应力混凝土结构

**第 12 章　预应力混凝土结构的基本概念及其材料**
12.1　概述
12.2　预加应力的方法和设备
12.3　预应力混凝土结构的材料
**第 13 章　预应力混凝土受弯构件的设计与计算**
13.1　概述
13.2　预加力的计算与预应力损失的估算
13.3　预应力混凝土受弯构件的应力计算
13.4　预应力混凝土受弯构件的承载能力计算
13.5　端部锚固区计算
13.6　变形计算
13.7　预应力混凝土简支梁设计
13.8　预应力混凝土简支梁计算示例
**第 14 章　部分预应力混凝土受弯构件**
14.1　部分预应力混凝土结构的受力特性
14.2　部分预应力混凝土结构的发展与特点
14.3　部分预应力混凝土受弯构件的计算
14.4　部分预应力混凝土受弯构件的设计
14.5　构造的要求
**第 15 章　无粘结预应力混凝土受弯构件**
15.1　无粘结预应力混凝土受弯构件的受力性能
15.2　无粘结预应力混凝土受弯构件的计算

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

15.3 无粘结预应力混凝土受弯构件的截面设计
15.2 有关的构造要求

## 砖、石及混凝土结构

**第 16 章 砖、石及混凝土结构的基本概念与材料**
16.1 概述
16.2 材料种类
16.3 砌体的强度与变形
**第 17 章 砖、石及混凝土构件的承载能力计算**
17.1 计算原则
17.2 轴心受压构件正截面承载能力计算
17.3 偏心受压构件正截面承载能力计算
17.4 受弯、直接受剪和局部承压计算

## 钢 结 构

**第 18 章 钢结构的基本概念**
18.1 钢结构特点及其在工程中的应用
18.2 钢结构计算基本原则
**第 19 章 钢结构的材料**
19.1 钢材的主要机械性能
19.2 影响钢材性能的主要因素
19.3 钢材种类及其选用
**第 20 章 钢结构的连接**
20.1 概述
20.2 焊缝连接
20.3 普通螺栓连接
20.4 高强螺栓连接
**第 21 章 钢桁架构件计算**
21.1 钢桁架构造及其联结系
21.2 钢桁架构件截面型式
21.3 实腹式轴心受拉构件
21.4 实腹式轴心受压构件
21.5 组合式受压构件
21.6 偏心受压构件
21.7 钢桁架节点设计
**第 22 章 钢板梁**
22.1 钢板梁构造
22.2 钢板梁截面设计
22.3 钢板梁截面沿跨长的变化
22.4 焊接钢板梁翼板和腹板的连接焊缝
22.5 钢板梁的局部稳定性和腹板加劲肋的布置
22.6 钢板梁的支承加劲肋

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 钢-混凝土组合构件

**第 23 章　钢-混凝土组合梁**

23.1　钢-混凝土组合梁的基本概念

23.2　计算原理及一般规定

23.3　组合梁的截面设计

23.4　抗剪连接件设计

23.5　设计计算示例

**第 24 章 钢管混凝土构件**

24.1　钢管混凝土的基本概念

24.2　钢管混凝土受压构件的工作性能

24.3　受压构件的计算

24.4　构造要求

**附表**

**主要参考文献**

# 总　论

《结构设计原理》主要讨论土木基础设施工程中各种工程结构的基本构件受力性能、计算方法和构造设计原理，它是学习和掌握桥梁工程和其它道路人工构造设计的基础。

桥、涵洞、隧道、挡土墙等都是土木基础设施工程中的构造物，作为单项工程实体，必须由它的承重骨架来承受各种外荷载的作用。一般把构造物的承重骨架组成部分统称为结构。例如，桥的桥跨、墩（台）及基础组成了桥的承重体系，它们就被称为结构。

构造物的结构都是由若干基本构件连接而成的。这些构件的形式虽然多种多样，但按其主要受力特点可分为受弯构件（梁和板）、受压构件、受拉构件和受扭构件等典型的基本构件。

在实际工程中，结构及基本构件都是由建筑材料制作成的。根据所使用的建筑材料种类，作为总称，常用的结构一般可分为：

1)混凝土结构　以混凝土为主制作的结构。它包括素混凝土结构、钢筋混凝土结构和预应力混凝土结构等。

2)钢结构　以钢材为主制作的结构。

3)圬工结构　以圬工砌体为主制作的结构。它是砖结构、石结构和混凝土砌体结构的总称。

4)木结构　以木材为主制作的结构。

本书将介绍钢筋混凝土结构、预应力混凝土结构、圬工结构和钢结构等的材料特点及基本构件受力性能、设计计算方法和构造。

## 0.1　各种工程结构的特点及使用范围

由于各种工程结构采用的建筑材料的性质不同，形成了不同的特点，从而决定了它们在实际工程中的使用范围。

1)钢筋混凝土结构

钢筋混凝土结构是由钢筋和混凝土两种材料组成的。钢筋是一种抗拉性能很好的材料；混凝土材料具有较高的抗压强度，而抗拉强度很低。根据构件的受力情况，合理地配置钢筋可形成承载能力较高、刚度较大的结构构件。

钢筋混凝土结构中所用的混凝土材料占比例较大的是砂、石材料，便于就地取材；混凝土可模性较好，结构造型灵活，可以根据需要浇筑成各种形状的构件；同时，钢筋混凝土合理地利用了钢筋和混凝土这两种材料的受力性能特点，形成的结构整体性、耐久性较好。因而，钢筋混凝土结构广泛用于房屋建筑、地下结构、桥、隧道、水利、港口等工程中。但是，钢筋混凝土结构也有自重较大、抗裂性较差、修补困难的缺点。

在公路与城市道路工程、桥梁工程中，钢筋混凝土结构主要用于中小跨径桥、涵洞、挡土墙以及形状复杂的中、小型构件等。

2)预应力混凝土结构

预应力混凝土结构是为解决钢筋混凝土结构在使用阶段容易开裂问题而发展起来的结构。它采用的是高强度钢筋和高强度混凝土材料，并采用相应张拉钢筋的施工工艺在结构构件中建立预加应力的结构。

预应力混凝土结构由于采用了高强度材料和预应力工艺，节省了材料，减小了构件截面尺寸，进而减轻了构件自重，因而预应力混凝土构件比钢筋混凝土构件轻巧，特别适合于建造由恒载控制设计的大跨径桥梁。

预应力混凝土结构由于构件控制截面在使用阶段不允许出现拉应力，在腐蚀性环境下



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

可保护钢筋免受侵蚀，因此可用于海洋工程结构和有防渗透要求的结构。

预应力技术可作为装配的一种可靠手段，能很好地将部件装配成整体结构，形成悬臂浇筑和悬臂拼装等不采用支架、不影响桥下通航的施工方法，在大跨径桥梁施工中获得广泛应用。

必须指出，尽管预应力混凝土结构有上述优点，但也不能在所有的情况下都用它。由于高强度材料的单价高，施工的工序多，要求有经验的、熟练的技术人员和技术工人施工，且要求较多的严格的现场技术监督和检查，因此，不是在任何场合都可以用预应力混凝土来代替普通钢筋混凝土的，而是两者各有合理应用的范围。

3）圬工结构

圬工结构是人类社会使用最早的结构。它是用胶结材料将砖、天然石料等块材按一定规则砌筑而成整体的结构，其特点是材料易于取材。当块材料采用天然石料时，则具有良好的耐久性。但是，圬工结构的自重一般较大，施工中机械化程度较低。

在公路与城市道路工程和桥梁工程中，圬工结构多用于中小跨径的拱桥、桥墩（台）、挡土墙、涵洞、道路护坡等工程中。

4）钢结构

钢结构一般是由钢厂轧制的型钢或钢板通过焊接或螺栓等连接组成的结构。钢结构由于钢材的强度很高，构件所需的截面积很小，故钢结构与其它结构相比，尽管其容重很大，却是自重较轻的结构。钢材的组织均匀，最接近于各向同性体，弹性模量高，是理想的弹塑性材料，故钢结构工作的可靠性高。钢结构的基本构件可以在工厂中加工制作，机械化程度高，同时已预制的构件可以在施工现场较快地装配连接，故施工效率较高。

钢结构的应用范围很广，例如，大跨径的钢桥、城市人行天桥、高层建筑、钢闸门、海洋钻井采油平台、钢屋架等。同时，钢结构还常用于钢支架、钢模板、钢围堰、钢挂篮等施工临时结构中。

此外，随着科学研究和生产的发展，在工程中还出现多种组合结构的构件，例如，预应力混凝土组合梁、钢-混凝土组合梁和钢管混凝土构件等。组合结构的构件是利用具有各自材料特点的部件，通过可靠的措施使之形成整体受力的构件，从而获得更好的工程效果。它日益得到广泛应用。一些工程结构技术的相互渗透，也产生了新的结构构件，例如，将预应力技术引入钢结构，产生了预应力钢结构，在大跨度钢屋架上获得成功应用。同时，有些工程结构也在不断深入发展，例如，预应力混凝土结构已由最初的全预应力混凝土，发展出现了部分预应力混凝土结构及无粘结预应力混凝土结构、体外预应力混凝土结构等等。

工程结构的科学研究及在工程中的发展已经形成了完整的一门学科——结构工程学科。它以现代力学、数学和材料科学为基础，包括了工程结构基本理论、工程结构设计与施工技术，以及工程结构维护修理等内容。结构工程学科是土木工程中最活跃的学科之一，同时，它在基本建设中占有重要的地位。因而要成为从事公路与城市道路工程和桥梁与隧道工程的专门技术人员，一定要学好结构设计原理的课程并在工程实践中应用和发展。

## 0.2　学习本课程应注意的问题

《结构设计原理》课程的任务，是按照土木工程专业公路与城市道路工程、桥梁工程的要求介绍钢筋混凝土结构、预应力混凝土结构、砌体结构和钢结构的基本构件设计计算原理、方法以及构造。通过本课程的学习，将具备工程结构的基本知识，掌握各种基本构件的受力性能及其强度、变形的规律，并能根据有关设计规范和资料进行构件的设计。

1)《结构设计原理》课程是一门重要的专业技术基础课，其主要先修课程有材料力学、结构力学和建筑材料，并为学习《桥梁工程》课程奠定基础。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

《结构设计原理》在性质上与材料力学有不少相似之处，但也有很多不同的地方。

材料力学主要研究单一、匀质、连续、弹性（或理想弹塑性）材料的构件，而《结构设计原理》研究的是工程结构的构件。工程结构的某些材料（如混凝土）不一定是匀质、弹性和连续的材料，因此，直接使用材料力学公式的情况并不多。但是，材料力学通过几何条件、物理条件和平衡关系建立基本方程的方法，对《结构设计原理》是普遍适用的，而在每一种关系的具体内容上则需考虑工程结构的材料性能特点。

2)由于各种工程结构的材料受力性能各异，例如混凝土材料、砌体材料等，本身的物理力学性能就复杂，加之还有其它很多影响因素，目前还没有建立起比较完整的强度理论，因此，关于一些材料的强度和变形规律，在很大程度上是基于大量的试验资料分析给出的经验关系。这样，在《结构设计原理》中，构件的某些计算公式是根据试验研究及理论分析得到的半经验半理论公式。在学习和运用这些公式时，要正确理解公式的本质，特别注意公式的使用条件及适用范围。

3)《结构设计原理》课程的重要内容是桥涵结构构件设计。桥涵结构设计应遵循技术先进、安全可靠、耐久适用和经济合理的原则。它涉及到方案比较、材料选择、构件选型及合理布置等多方面，是一个多因素的综合性问题。对于构件设计，不仅仅是构件强度和变形的计算，同一构件在给定的材料和同样的荷载作用下，即使截面型式相同，设计结果的截面尺寸和截面布置也不是唯一的。设计结果是否满足要求主要看是否符合设计规范要求，并且满足经济性和施工可行性等。

4)在学习本课程中要学会应用设计规范。设计规范是国家颁布的关于设计计算和构造要求的技术规定和标准，是具有一定约束性和法规性的文件。它是贯彻国家的技术经济政策，保证设计质量，达到设计方法上必要的统一和标准，也是校核工程结构设计的依据。

我国交通部颁布的公路桥涵设计规范有：《公路桥涵设计通用规范（JTG D60-2004)》、《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范（JTG D62-2004)》、《公路桥涵圬工结构设计规范》(报批稿）和《公路桥涵钢结构和木结构设计规范（JTJ025—86)》。本课程中关于基本构件的设计原则、计算公式、计算方法及构造要求均以上述设计规范为依据。为了表达方便，在本书中将上述设计规范统称为《公路桥规》，对 1985～1986 年颁布的设计规范以《公路桥规》(1985）表示，而对引用的其它设计规范、标准和规程等，将给以全称，以免混淆。

由于科学技术水平和工程实践经验是不断发展和积累的，设计规范也必然要不断进行修改和增订，才能适应指导设计工作的需要。因此，在学习本课程时，应掌握各种基本构件的受力性能、强度和变形的变化规律，从而能对目前设计规范的条文概念和实质有正确理解，对计算方法能正确应用，这样才能适应今后设计规范的发展，不断提高自身的设计水平。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 1 章　钢筋混凝土结构的基本概念及材料的物理力学性能

## 1.1　钢筋混凝土结构的基本概念

钢筋混凝土是由两种力学性能不同的材料——钢筋和混凝土结合成整体，共同发挥作用的一种建筑材料。

混凝土是一种人造石料，其抗压能力很高，而抗拉能力很弱。采用素混凝土制成的构件，例如素混凝土梁，当它承受竖向荷载作用时[图 1-1*a*）]，在梁的垂直截面（正截面）上受到弯矩作用，截面中和轴以上受压，以下受拉。当荷载达到某一数值$F_c$时，梁截面的受拉边缘混凝土的拉应变达到极限拉应变，即出现竖向弯曲裂缝，这时，裂缝处截面的受拉区混凝土退出工作，该截面处受压高度减小，即使荷载不增加，竖向弯曲裂缝也会急速向上发展，导致梁骤然断裂[图 1-1b）]。这种破坏是很突然的。也就是说，当荷载达到$F_c$的瞬间，梁立即发生破坏。$F_c$为素混凝土梁受拉区出现裂缝的荷载，一般称为素混凝土梁的抗裂荷载，也是素混凝土梁的破坏荷载。由此可见，素混凝土梁的承载能力是由混凝土的抗拉强度控制的，而受压混凝土的抗压强度远未被充分利用。在制造混凝土梁时，倘若在梁的受拉区配置适量的纵向钢筋，就构成钢筋混凝土梁。试验表明，和素混凝土梁有相同截面尺寸的钢筋混凝土梁承受竖向荷载作用时，荷载略大于$F_c$时的受拉区混凝土仍会出现裂缝。在出现裂缝的截面处，受拉区混凝土虽退出工作，但配置在受拉区的钢筋将可承担几乎全部的拉力。这时，钢筋混凝土梁不会像素混凝土梁那样立即裂断，而能继续承受荷载作用[图 1-1c）]，直至受拉钢筋的应力达到屈服强度，继而截面受压区的混凝土也被压碎，梁才破坏。因此，混凝土的抗压强度和钢筋的抗拉强度都能得到充分的利用，钢筋混凝土梁的承载能力可较素混凝土梁提高很多。

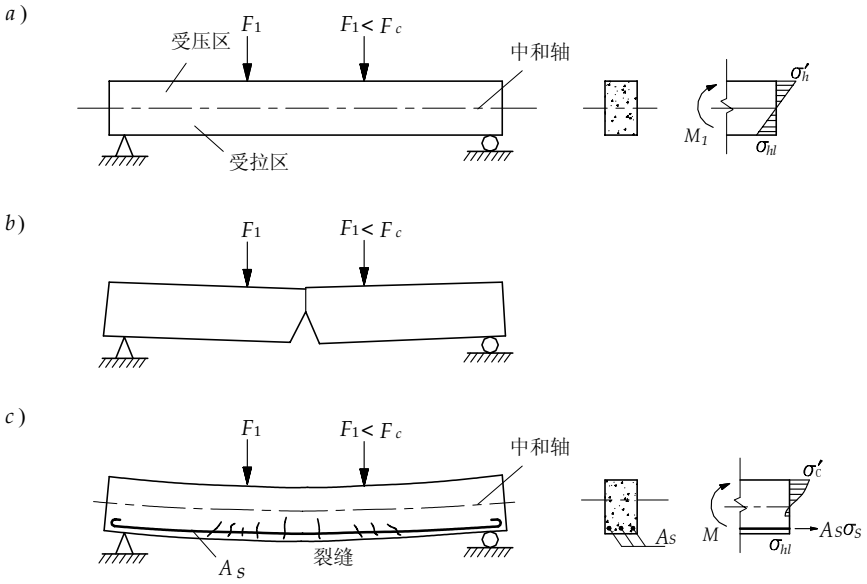



图 1－1 素混凝土梁和钢筋混凝土梁

a)受竖向力作用的混凝土梁　b)素混凝土梁的断裂　c)钢筋混凝土梁的开裂

混凝土的抗压强度高，常用于受压构件。若在构件中配置钢筋来构成钢筋混凝土受压构件，试验表明，和素混凝土受压构件截面尺寸及长细比相同的钢筋混凝土受压构件，不仅承载能力大为提高，而且受力性能得到改善（图 1-2）。在这种情况下，钢筋的作用主要是协



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

助混凝土共同承受压力。

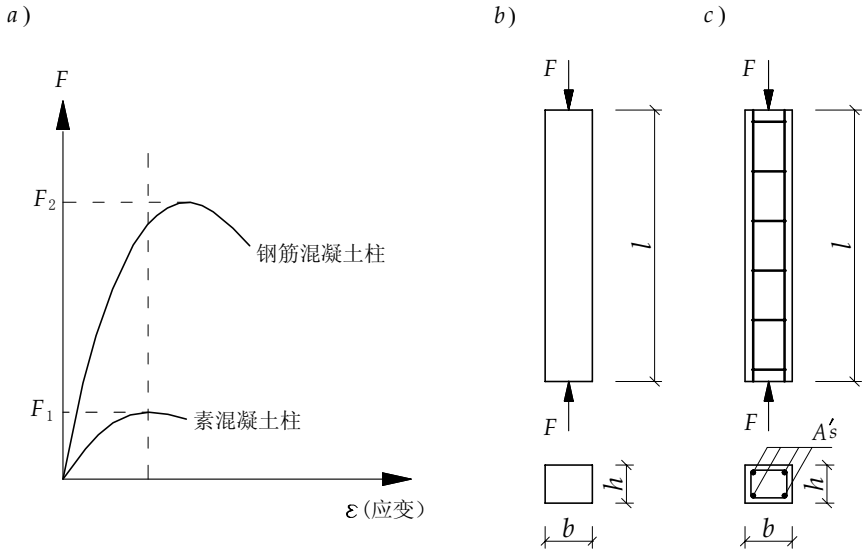



图 1-2 素混凝土和钢筋混凝土轴心受压构件的受力性能比较

a)柱的压力——混凝土应变曲线 b)素混凝土柱 c)钢筋混凝土柱

综上所述可见，根据构件受力状况配置钢筋构成钢筋混凝土构件，可以充分利用钢筋和混凝土各自的材料特点，把它们有机地结合在一起共同工作，从而提高构件的承载能力、改善构件的受力性能。钢筋的作用是代替混凝土受拉(拉区混凝土出现裂缝后)或协助混凝土受压。

钢筋和混凝土这两种受力力学性能不同的材料之所以能有效的结合在一起而共同工作，主要是由于：（1）混凝土和钢筋之间有着良好的粘结力，使两者能可靠地结合成一个整体，在荷载作用下能够很好地共同变形，完成其结构功能。（2）钢筋和混凝土的温度线膨胀系数也较为接近，钢筋为（$1.2\times10^{-5}$）/℃，混凝土为（$1.0\times10^{-5}$~$1.5\times10^{-5}$）/℃，因此，当温度变化时，不致产生较大的温度应力而破坏两者之间的粘结。（3）包围在钢筋外围的混凝土，起着保护钢筋免遭锈蚀的作用，保证了钢筋与混凝土的共同作用。

钢筋混凝土除了能合理地利用钢筋和混凝土两种材料的特性外，还有下述一些优点：

（1）在钢筋混凝土结构中，混凝土强度是随时间而不断增长的，同时，钢筋被混凝土所包裹而不致锈蚀，所以，钢筋混凝土结构的耐久性是较好的。钢筋混凝土结构的刚度较大，在使用荷载作用下的变形较小，故可有效地用于对变形有要求的建筑物中。

（2）钢筋混凝土结构既可以整体现浇也可以预制装配，并且可以根据需要浇制成各种构件形状和截面尺寸。

（3）钢筋混凝土结构所用的原材料中，砂、石所占的比重较大，而砂、石易于就地取材，故可以降低建筑成本。

但是钢筋混凝土结构也存在一些缺点：例如，钢筋混凝土构件的截面尺寸一般较相应的钢结构大，因而自重较大，这对于大跨度结构是不利的；抗裂性能较差，在正常使用时往往是带裂缝工作的；施工受气候条件影响较大；修补或拆除较困难等等。

钢筋混凝土结构虽有缺点，但毕竟有其独特的优点，所以，它的应用极为广泛，无论是桥梁工程、隧道工程、房屋建筑、铁路工程，还是水工结构工程、海洋结构工程等都已广泛采用。随着钢筋混凝土结构的不断发展，上述缺点已经或正在逐步加以改善。

## 1.2 混 凝 土

钢筋混凝土是由钢筋和混凝土这两种力学性能不同的材料所组成。为了正确合理地进行



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

钢筋混凝土结构设计，必须深入了解钢筋混凝土结构及其构件的受力性能和特点。而对于混凝土和钢筋材料的物理力学性能（强度和变形的变化规律）的了解，则是掌握钢筋混凝土结构的构件性能、分析和设计的基础。

### 1.2.1 混凝土的强度

#### 1）混凝土立方体抗压强度和强度等级

混凝土的立方体抗压强度是一种在规定的统一试验方法下衡量混凝土强度的基本指标。我国标准试件取用边长相等的混凝土立方体。这种试件的制作和试验均比较简便，而且离散性较小。

我国国家标准《普通混凝土力学性能试验方法》（GBJ81-85）规定以每边边长为 150mm 的立方体为标准试件，在（20±3）℃的温度和相对湿度在 90%以上的潮湿空气中养护 28 天，依照标准制作方法和试验方法测得的抗压强度值（以N/mm$^2$为单位）作为混凝土的立方体抗压强度，用符号$f_{cu}$表示。按这样的规定，就可以排除不同制作方法、养护环境等因素对混凝土立方体强度的影响。

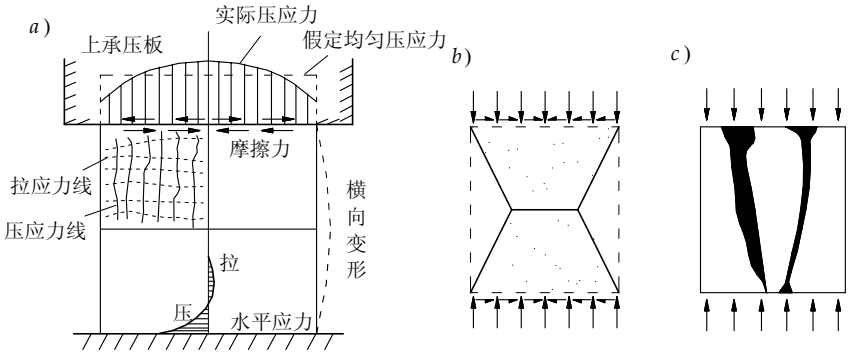



图 1－3 立方体抗压强度试件

a)立方体受压试件的受力

b)承压板与试件表面之间未涂润滑剂 c)承压板与试件表面之间涂润滑剂

混凝土立方体抗压强度与试验方法有着密切的关系。在通常情况下，试件的上下表面与试验机承压板之间将产生阻止试件向外自由变形的摩阻力，阻滞了裂缝的发展（图 1-3a），从而提高了试块的抗压强度。破坏时，远离承压板的试件中部混凝土所受的约束最少，混凝土也剥落得最多，形成两个对顶叠置的截头方锥体[图 1-3b）]。要是在承压板和试件上下表面之间涂以油脂润滑剂，则试验加压时摩阻力将大为减少，所测得的抗压强度较低，其破坏形态如[图 1-3c)]所示的开裂破坏。规定采用的方法是不加油脂润滑剂的试验方法。

混凝土的抗压强度还与试件尺寸有关。试验表明，立方体试件尺寸愈小，摩阻力的影响愈大，测得的强度也愈高。在实际工程中也有采用边长为 200mm 和边长为 100mm 的混凝土立方体试件，则所测得的立方体强度应分别乘以换算系数 1.05 和 0.95 来折算成边长为 150mm 的混凝土立方体抗压强度。

我国《公路桥规》规定混凝土强度等级按立方体抗压强度标准值确定，用$f_{cu,k}$表示，即用上述标准试验方法测得的具有 95%保证率的立方体抗压强度作为混凝土的强度等级并冠以符号C表示。《公路桥规》规定公路桥梁受力构件的混凝土强度等级有 13 级，即C20~C80，中间以 5*N/mm*$^2$进级。C50 以下为普通强度混凝土，C50 以上为高强混凝土，C50 表示立方体抗压强度标准值为 50 *N/mm*$^2$。对于公路桥梁，钢筋混凝土构件的混凝土强度等级不应低于C20，当采用HRB400、KL400 级钢筋配筋时，不应低于C25。同时，位于严寒区、海水区或使用除冰盐且受其影响的桥梁钢筋混凝土构件的混凝土强度等级应不低于C30；有气态、液态或固态侵蚀物质环境的桥梁钢筋混凝土构件的混凝土强度等级应不低于C35。

#### 2）混凝土轴心抗压强度（棱柱体强度）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

通常钢筋混凝土构件的长度比它的截面边长要大得多，因此棱柱体试件（高度大于截面边长的试件）的受力状态更接近于实际构件中混凝土的受力情况。按照与立方体试件相同条件下制作和试验方法得的棱柱体试件的极限抗压强度值，称为混凝土轴心抗压强度，用符号$f_c^{0*}$表示。

试验表明，棱柱体试件的抗压强度较立方体试块的抗压强度低。棱柱体试件高度 $h$ 与边长 $b$ 之比愈大，则强度愈低。当 $h/b$ 由 1 增至 2 时，混凝土强度降低很快。但是当 $h/b$ 由 2 增至 4 时，其抗压强度变化不大（图 1-4）。因为在此范围内，既可消除垫板与试件接触面间摩阻力对抗压强度的影响，又可以避免试件因纵向初弯曲而产生的附加偏心距对抗压强度的影响，故所测得的棱柱体抗压强度较稳定。因此，国家标准《普通混凝土力学性能试验方法》（GBJ81-85）规定，混凝土的轴心抗压强度试验以 150mm×150mm×450mm 的试件为标准试件。

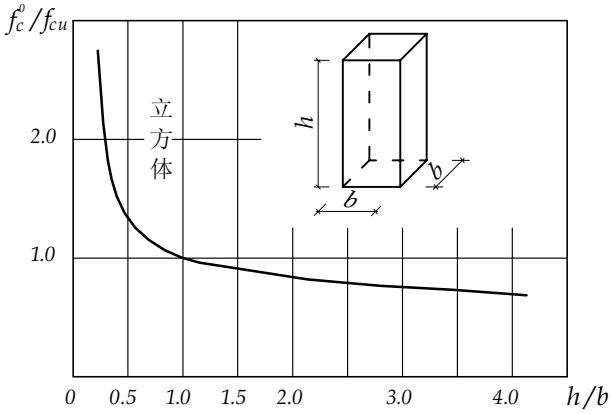



图 1－4 h/b 对抗压强度的影响

混凝土轴心抗压强度$f_c^0$与立方体抗压强度$f_{cu}^0$之间近似的关系为

$$f_c^0=0.88\ \alpha_1\alpha_2\ f_{cu}^0 \tag{1-1}$$

式中$\alpha_1$为混凝土轴心抗压强度与立方体抗压强度之比，对混凝土强度等级为 C50 以下的取$\alpha_1$=0.76；对 C80 的取$\alpha_1$=0.82，其间按直线规律变化取值。$\alpha_2$ 为混凝土的脆性折减系数，对于 C40，取$\alpha_2$ =1.0；对于 C80，取 $\alpha_2$ =0.87，其间按直线规律变化取值。式中的 0.88 为考虑实际构件与试件混凝土之间的差异而取用的折减系数。

### 3）混凝土抗拉强度

混凝土抗拉强度（用符号$f_t^0$表示）和抗压强度一样，都是混凝土的基本强度指标。但是混凝土的抗拉强度比抗压强度低得多，它与同龄期混凝土抗压强度的比值大约在 1/8~1/18。这项比值随混凝土的强度等级的增大而减少，即混凝土抗拉强度的增加慢于抗压强度 增加。

混凝土轴心受拉试验的试件可采用在两端预埋钢筋的混凝土棱柱体（图 1-5）。试验时用试验机的夹具夹紧试件两端外伸的钢筋施加拉力，破坏时试件在没有钢筋的中部截面被拉断，其平均拉应力即为混凝土的轴心抗拉强度。

在用上述方法测定混凝土的轴心抗拉强度时，保持试件轴心受拉是很重要的，也是不容易完全做到的。因为混凝土内部结构不均匀，钢筋的预埋和试件的安装都难以对中，而偏心

*上角码表示试件试验的实测值



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

又对混凝土抗拉强度测试有很大的干扰，因此，目前国内外常采用立方体或圆柱体的劈裂试验来测定混凝土的轴心抗拉强度。

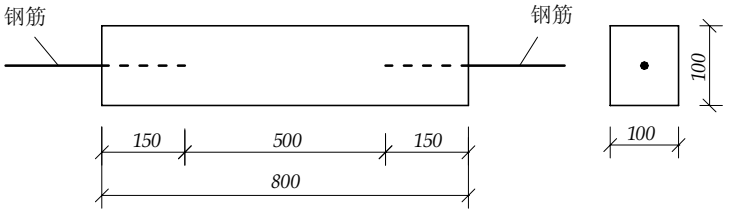



图 1－5 混凝土抗拉强度试验试件（尺寸单位：mm）

劈裂试验是在卧置的立方体(或圆柱体)试件与压力机压板之间放置钢垫条及三合板(或纤维板）垫层（图 1-6），压力机通过垫条对试件中心面施加均匀的条形分布荷载。这样，

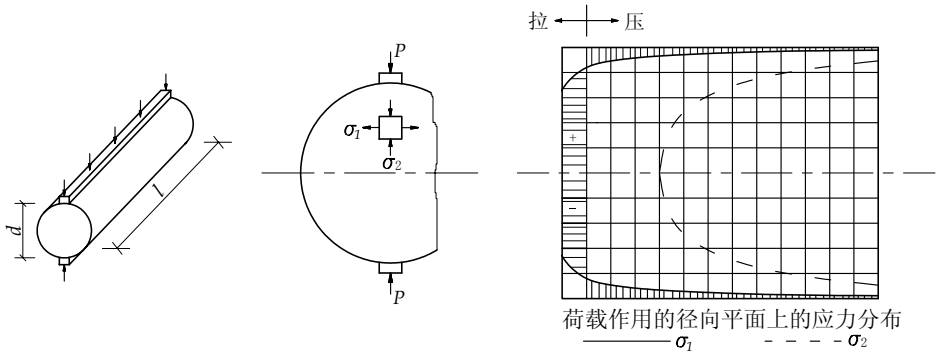



图 1-6　　劈裂试验

除垫条附近外，在试件中间垂直面上就产生了拉应力，它的方向与加载方向垂直，并且基本上是均匀的。当拉应力达到混凝土的抗拉强度时，试件即被劈裂成两半。我国交通部部颁标准《公路工程水泥混凝土试验规程》(JTJ053-94）规定，采用 150mm立方块作为标准试件进行混凝土劈裂抗拉强度测定，按照规定的试验方法操作，则混凝土劈裂抗拉强度$f_{t,s}^{0}$按下式计算

$$f_{t,s}^{0}=\frac{2F}{\pi dl} \qquad (1\text{-}2)$$

式中　$F$—劈裂破坏时的荷载值；

$d$—立方体试件边长或圆柱体试件直径；

$l$—立方体试件边长或圆柱体试件长度。

采用上述试验方法测得的混凝土劈裂抗拉强度值，换算成轴心抗拉强度时，应乘以换算系数 0.9，即$f_t^0$=0.9 $f_{t,s}^{0}$。

4）复合应力状态下的混凝土强度

在钢筋混凝土结构中，构件通常受到轴力、弯矩、剪力及扭矩等不同组合情况的作用，因此，混凝土更多的是处于双向或三向受力状态。在复合应力状态下，混凝土的强度有明显变化。

对于双向应力状态，例如，在两个互相垂直的平面上，作用着法向应力σ$_1$和σ$_2$，第三个平面上的法向应力为零。双向应力状态下混凝土强度的变化曲线如图 1-7 所示，其强度变化特点如下：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

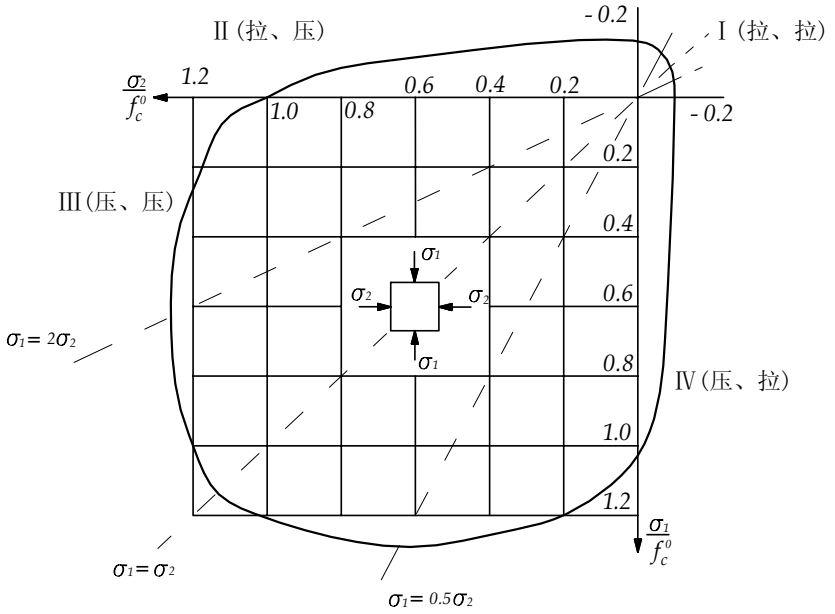



图 1-7　双向应力状态下混凝土强度变化曲线

（1）当双向受压时（图 1-7 中第三象限），一向的混凝土强度随着另一向压应力的增加而增加，$\sigma_1/\sigma_2$约等于 2 或 0.5 时，其强度比单向抗压强度增加约为 25%左右，而在 $\sigma_1/\sigma_2$=1 时，其强度增加仅为 16%左右。

（2）当双向受拉时（图 1-7 中第一象限），无论应力比值 $\sigma_1/\sigma_2$如何，实测破坏强度基本不变，双向受拉强度均接近于单向抗拉强度。

（3）当一向受拉、一向受压时（图 1-7 中第二、四象限），混凝土的强度均低于单向受力（压或拉）的强度。

（图 1-8）为法向应力（拉或压）和剪应力形成压剪或拉剪复合应力状态下混凝土强度曲线

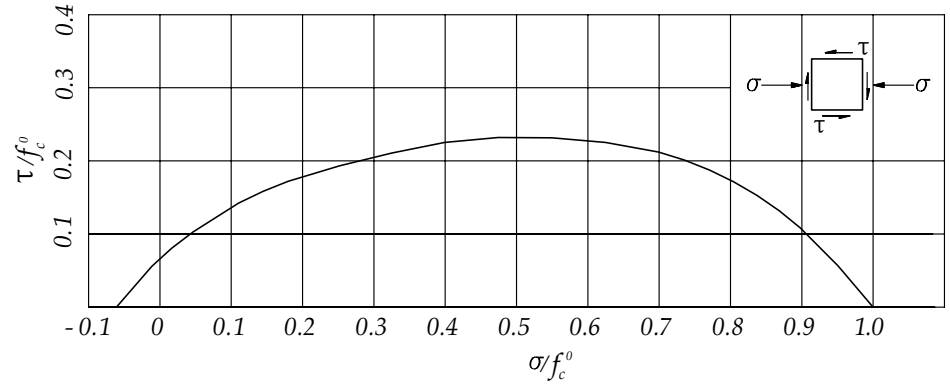



图 1-8　法向应力与剪应力组合时的强度曲线

图。（图 1-8）中的曲线表明，混凝土的抗压强度由于剪应力的存在而降低；当 $\sigma/f_c^0$＜0.5~0.7 时，抗剪强度随压应力的增大而增大；当 $\sigma/f_c^0$＞0.5~0.7 时，抗剪强度随压应力的增大而减小。

当混凝土圆柱体三向受压时，混凝土的轴心抗压强度随另外两向压应力增加而增加（图 1-9）。混凝土圆柱体三向受压的轴心抗压强度$f_{cc}^0$与侧压应力 $\sigma_2$之间的关系，可以用下列线性经验公式表达：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

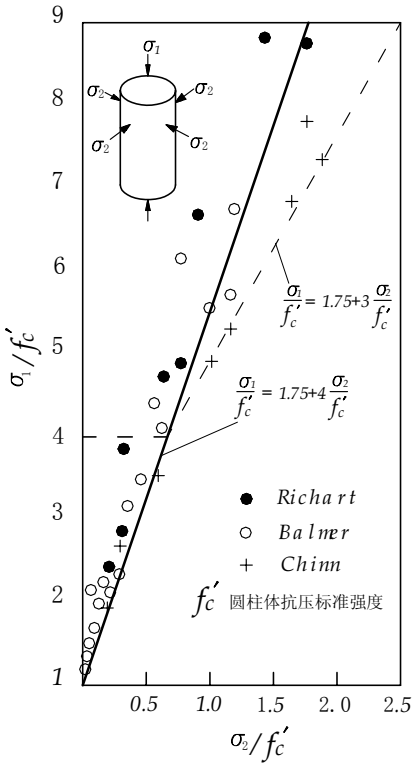



图 1-9 三向受压状态下混凝土强度

$$f_{cc}^{0}=f_{c}^{'}+k\,\sigma_{2} \qquad (1\text{-}3)$$

式中 $f_{cc}^{0}$ ——三向受压时圆柱体的混凝土轴心抗压强度；

$f_{c}^{'}$ ——混凝土圆柱体强度*，计算时可近似以混凝土轴心抗压强度$f_{c}^{0}$代之；

$\sigma_{2}$ ——侧压应力值。

式（1-3）中的 $k$ 为侧压效应系数，侧向压力较低时，其值较大。为简化起见，可取为常数。较早的试验资料给出 $k$=4.1，后来的试验资料给出 $k$=（4.5~7.0）。

### 1.2.2 混凝土的变形

混凝土的变形可分为两类。一类是在荷载作用下的受力变形，如单调短期加载的变形、荷载长期作用下的变形以及多次重复加载的变形。另一类与受力无关，称为体积变形，如混凝土收缩以及温度变化引起的变形。

#### 1）混凝土在单调、短期加载作用下的变形性能

（1）混凝土的应力应变曲线

混凝土的应力应变关系是混凝土力学性能的一个重要方面，它是研究钢筋混凝土构件的截面应力分布建立强度和变形计算理论所必不可少的依据。特别是近代采用计算机对钢筋混凝土结构进行非线性分析时，混凝土的应力应变关系已成了数学物理模型研究的重要依据。

一般取棱柱体试件来测试混凝土的应力应变曲线。在试验时，需使用刚度较大的试验

---

*采用直径$d$=150mm，高度$h$=305mm的圆柱体试件的抗压强度。在美国、日本和欧洲混凝土协会（CEB）采用圆柱体抗压试件。混凝土圆柱体抗压强度 $f_{c}^{'}$ 与我国 150mm×150mm×150mm立方体抗压强度 $f_{cu}^{o}$ 之间换算关系为 $f_{c}^{'}=0.79\,f_{cu}$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

机，或者在试验中用控制应变速度的特殊装置来等应变速度地加载，或者在普通压力机上用高强弹簧（或油压千斤顶）与试件共同受压，测得混凝土试件受压时典型的应力应变曲线形状如（图 1-10）。

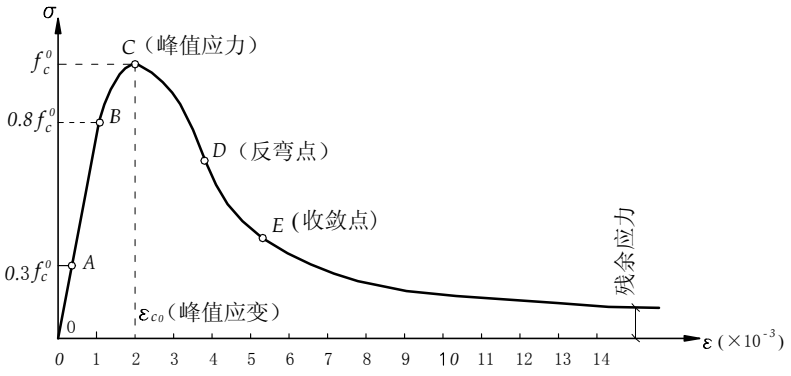



图 1-10 混凝土受压时应力应变曲线形状

完整的混凝土轴心受压应力应变曲线由上升段 OC、下降段 CD 和收敛段 DE 三个阶段组成。

在上升段：当压应力 $\sigma < 0.3f_c^0$时，应力应变关系接近直线变化（OA段），混凝土处于弹性阶段工作。在压应力 $\sigma \geqslant 0.3f_c^0$后，随着压应力的增大，应力应变关系愈来愈偏离直线，任一点的应变 $\varepsilon$ 可分为弹性应变 $\varepsilon_{ce}$和塑性应变 $\varepsilon_{cp}$两部分。原有的混凝土内部微裂缝发展，并在孔隙等薄弱处产生新的个别的微裂缝。当应力达到 0.8 $f_c^0$ (B点)后，混凝土塑性变形显著增大，内部裂缝不断延伸扩展，并有几条贯通，应力应变曲线斜率急剧减小，如果不继续加载，裂缝也会发展，即内部裂缝处于非稳定发展阶段。当应力达到最大应力 $\sigma = f_c^0$时（C点），应力应变曲线的斜率已接近于水平，试件表面出现不连续的可见裂缝。

在下降段：到达峰值应力点 C 后，混凝土的强度并不完全消失，随着应力 $\sigma$ 的减少（卸载），应变仍然增加，曲线下降坡度较陡，混凝土表面裂缝逐渐贯通。

在收敛段：在反弯点 D 之后，应力下降的速率减慢，趋于稳定的残余应力。表面纵向裂缝把混凝土棱柱体分成若干个小柱，荷载由裂缝处的摩擦咬合力及小柱体的残余强度所承受。

对于没有侧向约束的混凝土，收敛段没有实际意义，所以通常只注意混凝土轴心受压应力应变曲线的上升段OC和下降段CD，而最大应力值$f_c^0$及相应的应变值 $\varepsilon_{co}$以及D点的应变值（称极限压应变值 $\varepsilon_{cu}$）成为曲线的三个特征值。对于均匀受压的棱柱体试件，其压应力达到$f_c^0$时，混凝土就不能承受更大的压力，成为结构构件计算时混凝土强度的主要指标。与$f_c^0$相比对应的应变 $\varepsilon_{co}$随混凝土强度等级而异，约在（1.5~2.5）$\times 10^{-3}$间变动，通常取其平均值为 $\varepsilon_{co}=2.0\times 10^{-3}$。应力应变曲线中相应于D的极限压应变 $\varepsilon_{cu}$约为（3.0~5.0）$\times 10^{-3}$。

影响混凝土轴心受压应力应变曲线的主要因素是：

a.混凝土强度。试验表明，混凝土强度对其应力应变曲线有一定影响，如（图 1-11）所示。对于上升段，混凝土强度的影响较小，与应力峰值点相应的应变大致为 0.002。随着混凝土强度增大，则峰值点处的应变也稍大些。对于下降段，混凝土强度则有较大影响。混凝土强度愈高，应力应变曲线下降愈剧烈，延性就愈差（延性是材料承受变形的能力）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

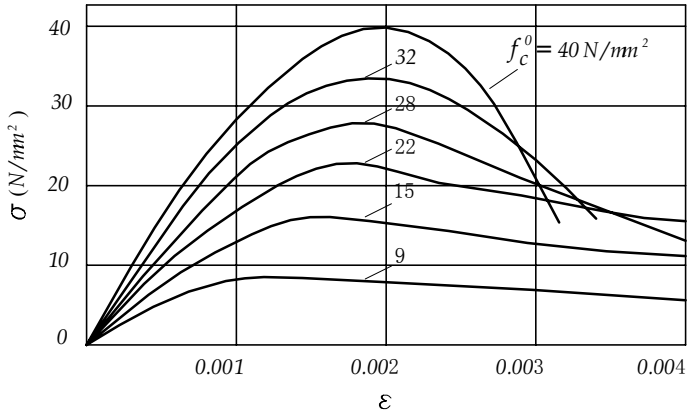



图 1-11 强度等级不同的混凝土的应力应变曲线

b.应变速率。应变速率小，峰值应力$f_c^0$降低， $\varepsilon_{co}$增大，下降段曲线坡度显著地减缓。

c.测试技术和试验条件。应该采用等应变加载。如果采用等应力加载，则很难测得下降段曲线。试验机的刚度对下降段的影响很大。如果试验机的刚度不足，在加载过程中积蓄在压力机内的应变能立即释放所产生的压缩量，当其大于试件可能产生的变形时，结果形成压力机的回弹对试件的冲击，使试件突然破坏，以至无法测出应力应变曲线的下降段。应变测量的标距也有影响，应变量测的标距愈大，曲线坡度陡；标距愈小，坡度愈缓。试件端部的约束条件对应力应变曲线下降段也有影响。例如在试件与支承垫板间垫以橡胶薄板并涂以油脂，则与正常条件情况相比，不仅强度降低，而且没有下降段。

（2）混凝土的弹性模量、变形模量

在实际工程中，为了计算结构的变形，必须要求一个材料常数——弹性模量。而混凝土的应力应变的比值并非一个常数，是随着混凝土的应力变化而变化，所以混凝土弹性模量的取值比钢材复杂得多。

混凝土的弹性模量有三种表示方法（图 1-12）

a.原点弹性模量

在混凝土受压应力应变曲线图的原点作切线，该切线的斜率即为原点弹性模量。即

$$E_c' = \frac{\sigma}{\varepsilon_{ce}} = \tan\alpha_0 \tag{1-4}$$

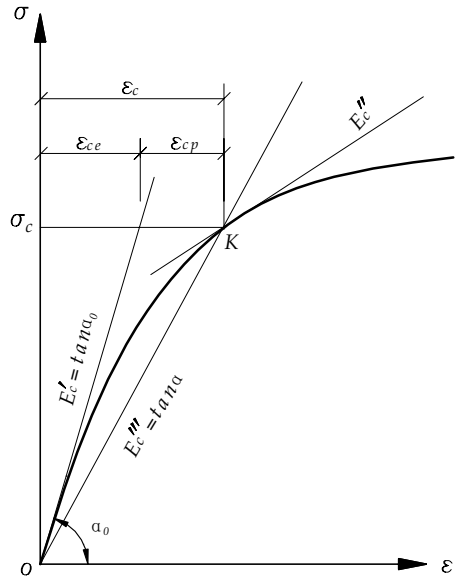



图 1-12 混凝土变形模量的表示方法



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

b.切线模量

在混凝土应力应变曲线上某一应力 $\sigma_c$ 处作一切线，该切线的斜率即为相应于应力 $\sigma_c$ 时的切线模量，即

$$E_c'' = d\sigma / d\varepsilon \tag{1-5}$$

c.变形模量

连接混凝土应力应变曲线的原点*O*及曲线上某一点*K*作割线，*K*点混凝土应力为 $\sigma_c$（=0.5 $f_c^0$），则该割线（*OK*）的斜率即为变形模量，也称割线模量或弹塑性模量，即

$$E_c''' = \tan\alpha_1 = \sigma_c / \varepsilon_c \tag{1-6}$$

在某一应力 $\sigma_c$ 下，混凝土应变 $\varepsilon_c$ 由弹性应变 $\varepsilon_{ce}$ 和塑性应变 $\varepsilon_{cp}$ 组成，于是混凝土的变形模量与原点弹性模量的关系为

$$E_c''' = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} = \frac{\varepsilon_{ce}}{\varepsilon_c}\cdot\frac{\sigma_c}{\varepsilon_{ce}} = \gamma E_c' \tag{1-7}$$

式中的 $\gamma$ 为弹性特征系数，即 $\gamma = \varepsilon_{ce} / \varepsilon_c$。弹性特征系数 $\gamma$ 与应力值有关，当 $\sigma_c$=0.5 $f_c^0$ 时，$\gamma$ =0.8~0.9；当 $\sigma_c$=0.9 $f_c^0$ 时，$\gamma$ =0.4~0.8。一般情况下，混凝土强度愈高，$\gamma$ 值愈大。

目前我国《公路桥规》中给出的弹性模量$E_c$值是用下述方法测定的：试验采用棱柱体试件，取应力上限为 $\sigma$=0.5 $f_c^0$，然后卸荷至零，再重复加载卸荷 5~10 次。由于混凝土的非弹性性质，每次卸荷至零时，变形不能完全恢复，存在残余变形。随着荷载重复次数的增加，残余变形逐渐减小，重复 5~10 次后，变形已基本趋于稳定，应力应变曲线接近于直线（图 1-13），该直线的斜率即作为混凝土弹性模量的取值。

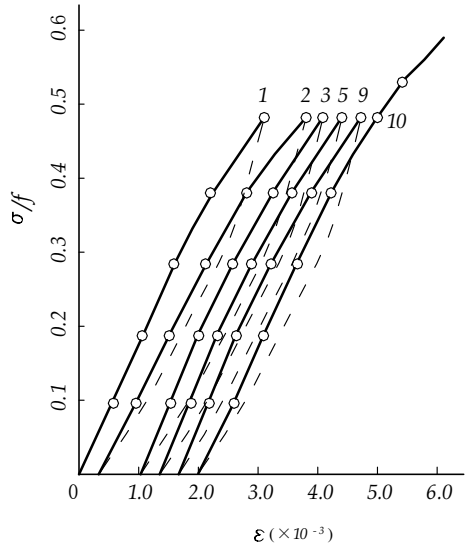



图 1-13 测定混凝土弹性模量的方法

根据不同等级混凝土弹性模量试验值的统计分析，给出$E_c$的经验公式为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$E_c = \frac{10^5}{2.2 + (34.74/f_{cu,k})} \quad (\text{N/mm}^2) \qquad (1\text{-}8)$$

式中 $f_{cu,k}$ 为混凝土立方体抗压强度标准值。

混凝土的受拉弹性模量，根据原水利水电科学研究院的试验资料，其与受压弹性模量之比约为 0.82~1.12，平均为 0.995，故可认为混凝土的受拉弹性模量与受压弹性模量相等。

混凝土的剪切弹性模量$G_c$，一般可根据抗压试验测得的混凝土弹性模量$E_c$和泊松比按式（1-9）确定

$$G_c = \frac{E_c}{2(1+\mu_c)} \qquad (1\text{-}9)$$

其中，$\mu_c$ 为混凝土的横向变形系数（泊松比）。取 $\mu_c = 0.2$ 时，代入式（1-9）得到$G_c$=0.4$E_c$。

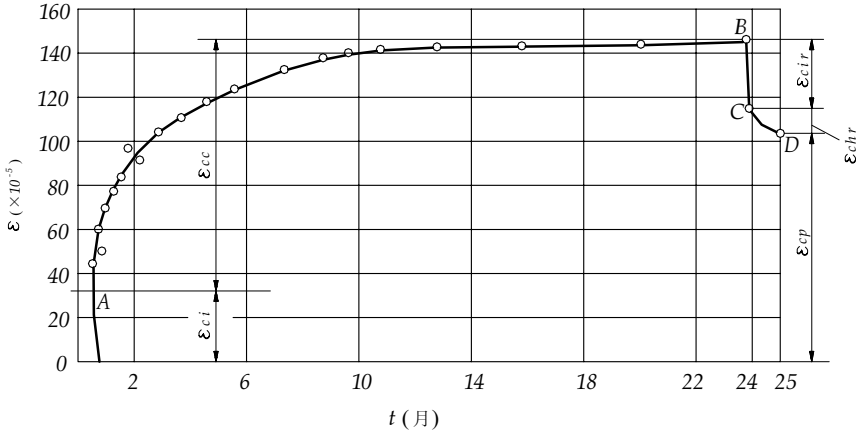
2）混凝土在长期荷载作用下的变形性能

在荷载的长期作用下，混凝土的变形将随时间而增加，亦即在应力不变的情况下，混凝土的应变随时间继续增长，这种现象被称为混凝土的徐变。

（图 1-14）为 100mm×100mm×400mm的棱柱体试件在相对湿度为 65%、温度为 20℃、承受 $\sigma$=0.5$f_c^0$压应力并保持不变的情况下变形与时间的关系曲线。

从（图 1-14）可见，24 个月的徐变变形 $\varepsilon_{cc}$约为加荷时立即产生的瞬时弹性变形 $\varepsilon_{ci}$的 2~4 倍，前期徐变变形增长很快，6 个月可达到最终徐变变形的 70%~80%，以后徐变变形增长逐渐缓慢。从（图 1-14）还可以看到，有B点卸荷后，应变会恢复一部分，其中立即恢复的一部分应变被称混凝土瞬时恢复弹性应变 $\varepsilon_{cir}$；再经过一段时间（约 20 天）后才逐渐恢复的那部分应变被称为弹性后效 $\varepsilon_{chr}$；最后剩下的不可恢复的应变称为残余应变 $\varepsilon_{cp}$。

混凝土徐变的主要原因是在荷载长期作用下，混凝土凝胶体中的水分逐渐压出，水泥石逐渐粘性流动，微细空隙逐渐闭合，结晶体内部逐渐滑动，微细裂缝逐渐发生等各种因素的综合结果。




$f_{cu}^0 = 40.3MPa$　　加荷时瞬时应变　　$\varepsilon_{ci} = 38\times10^{-5}$

$\frac{w}{c} = 0.45$　　徐变　　$\varepsilon_{cc} = 112\times10^{-5}$

$\sigma = f_c^0$　　卸荷时瞬时恢复应变　　$\varepsilon_{cir} = 35\times10^{-5}$

卸荷后弹性后效　　$\varepsilon_{chr} = 9\times10^{-5}$

残余应变　　$\varepsilon_{cp} = 106\times10^{-5}$

图 1-14 混凝土的徐变

在进行混凝土徐变试验时，需注意观测到的混凝土变形中还含有混凝土的收缩变形（见



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

下节），故需用同批浇筑同样尺寸的试件在同样环境下进行收缩试验，这样，从量测的徐变试验试件总变形中扣除对比的收缩试验试件的变形，便可得到混凝土徐变变形。

影响混凝土徐变的因素很多，其主要因素有：

（1）混凝土在长期荷载作用下产生的应力大小。（图 1-15）表明，当压应力 $\sigma \leqslant 0.5 f_c^0$ 时，徐变大致与应力成正比，各条徐变曲线的间距差不多是相等的，被称为线性徐变。线性徐变在加荷初期增长很快，一般在两年左右趋以稳定，三年左右徐变即告基本终止。

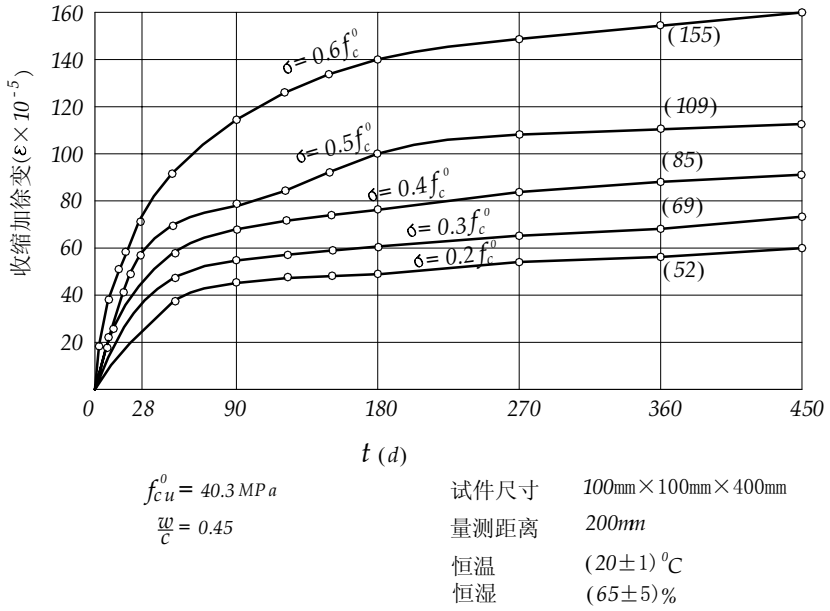



图 1-15 压应力与徐变的关系

当压应力 $\sigma$ 介于（0.5~0.8）$f_c^0$ 之间时，徐变的增长较应力的增长为快，这种情况称为非线性徐变。

当压应力 $\sigma > 0.8 f_c^0$ 时，混凝土的非线性徐变往往是不收敛的。

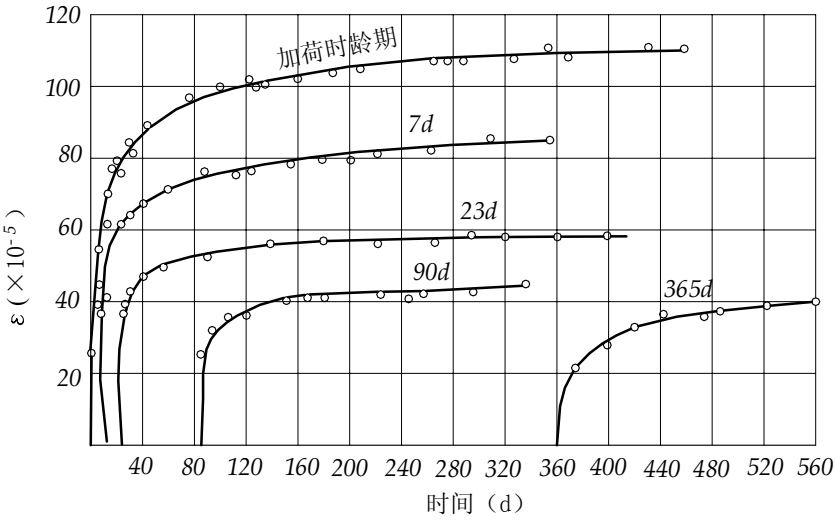



图 1-16 加荷时混凝土龄期对徐变大小的影响

（2）加荷时混凝土的龄期。加荷时混凝土龄期越短，则徐变越大（图 1-16）。

（3）混凝土的组成成分和配合比。混凝土中骨料本身没有徐变，它的存在约束了水泥胶体的流动，约束作用大小取决于骨料的刚度（弹性模量）和骨料所占的体积比。当骨料的弹性模量小于 $7\times10^4 N/mm^2$ 时，随骨料弹性模量的降低，徐变显著增大。骨料的体积比越大，徐变越小。近年的试验表明，当骨料含量由 60%增大为 75%时，徐变可减少 50%。混凝土



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

的水灰比越小，徐变也越小，在常用的水灰比（0.4~0.6）范围内，单位应力的徐变与水灰比呈近似直线关系。

（4）养护及使用条件下的温度与湿度。混凝土养护时温度越高，湿度越大，水泥水化作用就越充分，徐变就越小。混凝土的使用环境湿度越高，徐变越大；环境的相对湿度越低，徐变也越大，因此高温干燥环境将使徐变显著增大。

当环境介质的温度和湿度保持不变时，混凝土内水分的逸失取决于构件的尺寸和体表比（构件体积与表面积之比）。构件的尺寸越大，体表比越大，徐变就越小（图 1-17）。

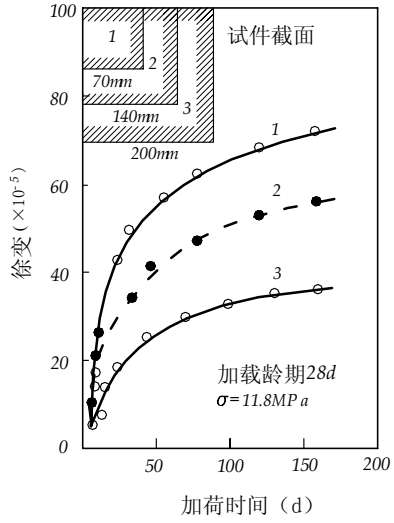



图 1-17 构件尺寸对徐变的影响

### 3）混凝土的收缩

混凝土在空气中结硬时体积减小的现象称为收缩。混凝土在不受力情况下的这种自由变形，在受到外部或内部（钢筋）约束时，将产生混凝土拉应力，甚至使混凝土开裂。

混凝土的收缩是一种随时间而增长的变形（图 1-18）。结硬初期收缩变形发展很快，两周可完成全部收缩的 25%，一个月约可完成 50%，三个月后增长缓慢，一般两年后趋于稳定，最终收缩值约为（2~6）$\times 10^{-4}$。

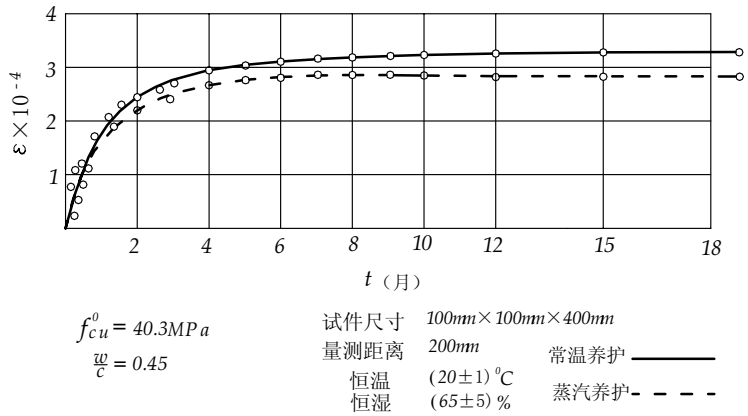



图 1-18 混凝土的收缩变形与时间关系

引起混凝土收缩的原因，主要是硬化初期水泥石在水化凝固结硬过程中产生的体积变化，后期主要是混凝土内自由水分蒸发而引起的干缩。

混凝土的组成和配比是影响混凝土收缩的重要因素。水泥的用量越多，水灰比较大，收缩就越大。骨料的级配好、密度大、弹性模量高、粒径大能减小混凝土的收缩。这是因为骨料对水泥石的收缩有制约作用，粗骨料所占体积比越大、强度越高，对收缩的制约作用就越



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

大。

由于干燥失水是引起收缩的重要原因，所以构件的养护条件、使用环境的温度与湿度、以及凡是影响混凝土中水分保持的因素，都对混凝土的收缩有影响。高温湿养（蒸汽养护）可加快水化作用，减少混凝土中的自由水分，因而可使收缩减少（图 1-18）。使用环境的温度越高，相对湿度较低，收缩就越大。

混凝土的最终收缩量还和构件的体表比有关，因为这个比值决定着混凝土中水分蒸发的速度。体表比较小的构件如工字形、箱形薄壁构件、收缩量较大，而且发展也较快。

## 1.3 钢　筋

钢筋混凝土结构使用的钢筋，不仅要强度高，而且要具有良好的塑性和可焊性，同时还要求与混凝土有较好的粘结性能。

### 1.3.1 钢筋的强度与变形

钢筋的力学性能有强度和变形（包括弹性变形和塑性变形）等。单向拉伸试验是确定钢筋力学性能的主要手段。通过试验可以看到，钢筋的拉伸应力-应变关系曲线可分为两大类，即有明显流幅（图 1-19）和没有明显流幅的（图 1-21）。

（图 1-19）为有明显流幅的钢筋应力应变曲线，在达到比例极限$a$点之前，材料处于弹性阶段，应力与应变的比值为常数，即为钢筋的弹性模量$E_s$。此后应变比应力增加快，到达$b$点进入屈服阶段，即应力不增加，应变却继续增加很多，应力应变曲线图形接近水平线，称为屈服台阶（或流幅）。对于有屈服台阶的钢筋来讲，有两个屈服点，即屈服上限（$b$点）和屈服下限（$c$点）。屈服上限受试验加载速度、表面光洁度等因素影响而波动；屈服下限则较稳定，故一般以屈服下限为依据，称为屈服强度。过了$f$点后，材料又恢复部分弹性进入强化阶段，应力应变关系表现为上升的曲线，到达曲线最高点$d$ ，$d$点的应力称为极限强度。过了$d$点后，试件的薄弱处发生局部“颈缩”现象，应力开始下降，应变仍继续增加，到$e$点后发生断裂，$e$点所对应的应变（用百分数表示）称为伸长率，用 $\delta_{10}$或 $\delta_5$表示（分别对应于量测标距为 10$d$或 5$d$，$d$为钢筋直径）。

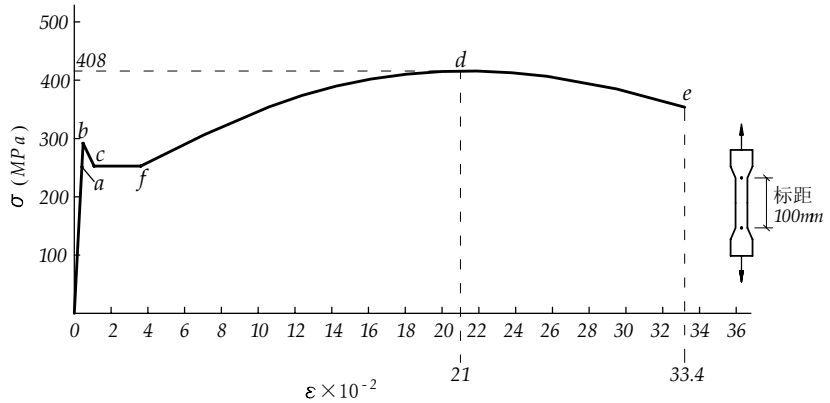



图 1-19 有明显流幅钢筋的应力应变曲线

有明显流幅的钢筋拉伸时的应力应变曲线显示了钢筋主要物理力学指标，即屈服强度、抗拉极限强度和伸长率。屈服强度是钢筋混凝土结构计算中钢筋强度取值的主要依据，把屈服强度与抗拉极限强度的比值称为屈强比，它可以代表材料的强度储备，一般屈强比要求不大于 0.8。伸长率是衡量钢筋拉伸时的塑性指标。

表 1-1 为我国国家标准对钢筋混凝土结构所用普通热轧钢筋（具有明显流幅）的机械性能作出的规定。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

普通热轧钢筋机械性能的规定　　表 1-1

| 品种 | | 强度等级代号 | 直　径(mm) | 屈服应力 $\sigma_s$ (MPa) | 抗拉强度 $\sigma_b$ (MPa) | 伸长率 $\delta_5$ (%) | 冷弯 $D$=弯心直径 $d$=钢筋直径 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 外形 | 强度级别 | | | 不小于 | | | |
| 光圆钢筋 | Ⅰ | R235 | 8~20 | 235 | 370 | 25 | 180° $D=d$ |
| 带肋钢筋 | Ⅱ | HRB335 | 6~25 | 335 | 490 | 16 | 180° $D=3d$ |
| | | | 28~50 | | | | 180° $D=4d$ |
| | Ⅲ | HRB400 | 6~25 | 400 | 570 | 14 | 180° $D=4d$ |
| | | | 28~50 | | | | 180° $D=5d$ |
| | | KL400 | 8~25 | 440 | 600 | 14 | 90° $D=3d$ |
| | | | 28~40 | | | | 90° $D=4d$ |

在表 1-1 中有一项冷弯性能指标。在钢筋混凝土结构中，工厂生产的钢筋在施工现场或预制构件工厂中进行冷加工，形成满足设计要求的各种形状的钢筋，基本型式是钢筋的弯钩和弯折（图 1-20）。为了使钢筋在加工、使用时不开裂、弯断或脆断，钢筋必须满足冷弯性能要求。一般采用冷弯试验进行检查，即取钢筋试件按表 1-1 规定条件，绕弯心直径为 $D$ 的辊轴冷弯后，钢筋外表面不产生裂纹、鳞落或断裂现象为合格。

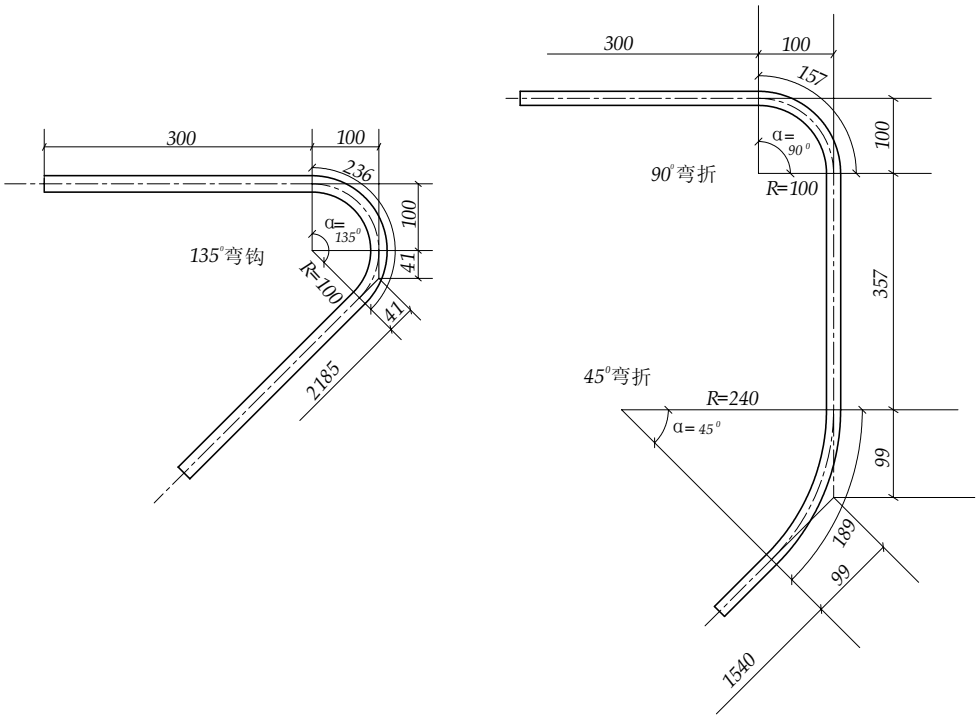



图 1-20　　钢筋的弯钩与弯折示意图 （尺寸单位：mm）

在拉伸试验中没有明显流幅的钢筋，其应力-应变曲线如（图 1-21）所示。这类钢筋的比例极限大约相当于其极限强度的 65%。一般取极限强度的 80%，即残余应变为 0.2%时的应力 $\sigma_{0.2}$作为协定的屈服点（又称条件流限，或条件屈服强度）。

当钢筋混凝土构件处于受侵蚀物质等影响的环境中时，有可能使普通钢筋加速腐蚀。当结构的耐久性确实受到严重威胁时，《公路桥规》建议可以采用环氧树脂涂层钢筋。环氧树脂涂层钢筋是在工厂生产条件下，用普通热轧钢筋采用环氧树脂粉来以静电喷涂方法生产的钢筋。在钢筋表面上形成的连续环氧树脂涂层薄膜，呈绝对惰性，可以完全阻隔钢筋受到大气、水中侵蚀物质的腐蚀。根据环氧树脂涂层钢筋的行业标准（JG3042-1997）规定，环氧



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

树脂涂层钢筋的名称代号为“GHT”。例如，用直径为 20mm、强度等级为 HRB335 热轧带肋钢筋制作的环氧树脂涂层钢筋，其产品型号为“GHT • HRB335-20”。

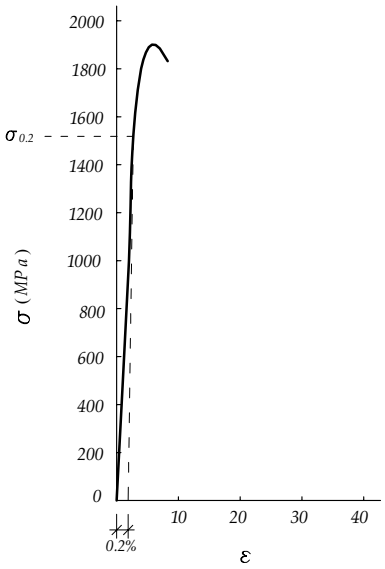



图 1-21　没有明显流幅钢筋的应力应变曲线

### 1.3.2 钢筋的成分、级别和品种

我国钢材按化学成分可分为碳素钢和普通低合金钢两大类。

碳素钢除含铁元素外，还有少量的碳、锰、硅、磷等元素。其中含碳量愈高，钢筋的强度愈高，但钢筋的塑性和可焊性愈差。一般把含碳量少于 0.22%的称为低碳钢；含碳量在 0.25%~0.6%的称为中碳钢；含碳量大于 0.6%的称为高碳钢。

在碳素钢的成份中加入少量合金元素就成为普通低合金钢，如 20MnSi、20MnSiV、20 MnTi 等，其中名称前面的数字代表平均含碳量（以万分之一计）。由于加入了合金元素，普通低合金钢虽含碳量高，强度高，但是其拉伸应力应变曲线仍具有明显的流幅。

我国《公路桥规》对钢筋混凝土结构使用的普通钢筋按照强度分为 3 个强度等级（表 1-1）。

普通钢筋按照外形特征可分为热轧光圆钢筋和热轧带肋钢筋（图 1-22）。热轧光圆钢筋是经热轧成型并自然冷却的表面平整、截面为圆形的钢筋。热轧带肋钢筋是经热轧成型并自然冷却而其圆周表面通常带有两条纵肋和沿长度方向有均匀分布横肋的钢筋，其中横肋斜向一个方向而成螺纹开的称为螺纹钢筋[图 1-22b）]；横肋斜向不同方向而“人”字形的，称为人字形钢筋[图 1-22c）]。纵肋与横肋不相交且横肋为月牙形状的，称为月牙纹钢筋[图 1-22d）]。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

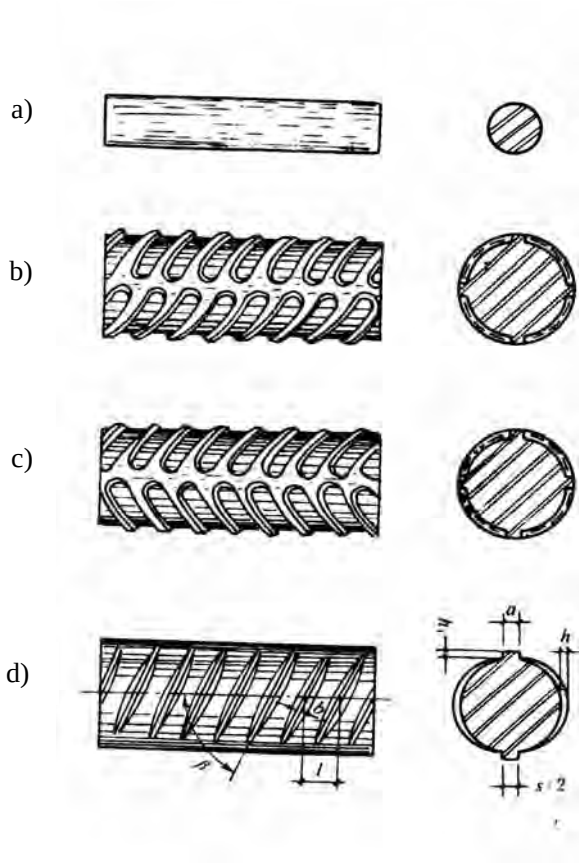



图 1-22　　热轧钢筋的外形

a)光圆钢筋 b)螺纹钢筋 c)人字形钢筋 d)月牙形钢筋

## 1.4 钢筋与混凝土之间的粘结

在钢筋混凝土结构中，钢筋和混凝土这两种材料之所以能共同工作的基本前提是具有足够的粘结强度，能承受由于变形差（相对滑移）沿钢筋与混凝土接触面上产生的剪应力，通常把这种剪应力称为粘结应力。

### 1.4.1 粘结的作用

通过对粘结力基准试验和模拟构件试验，可以测定出粘结应力的分布情况，了解钢筋和混凝土之间的粘结作用的特性。钢筋自混凝土试件中的拔出试验就是一种对粘结力的观测试验。

（图 1-23）为钢筋一端埋置在混凝土试件中，在钢筋伸出端施加拉拔力的拔出试验示意图。

试件端部以外，全部作用力$F$由钢筋（其面积设为$A_s$）负担，故钢筋的应力 $\sigma_s=F/A_s$，相应的应变为 $\varepsilon_s=\sigma_s/E_s$，$E_s$为钢筋的弹性模量。而试件端面混凝土的应力 $\sigma_c=0$，应变 $\varepsilon_c=0$。钢筋与混凝土之间有应变差，应变差导致两者之间产生粘结应力 $\tau$，通过 $\tau$通过将钢筋的拉力逐渐向混凝土传递。随着距试件端部截面距离的增大，钢筋应力 $\sigma_s$（相应的应变 $\varepsilon_s$）减小，混凝土的拉应力 $\sigma_c$（相应的应变 $\varepsilon_c$）增大，二者之间的应变差逐渐减小，直到距端部截面为$l$处钢筋和混凝土的应变相同，无相对滑移，$\tau=0$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

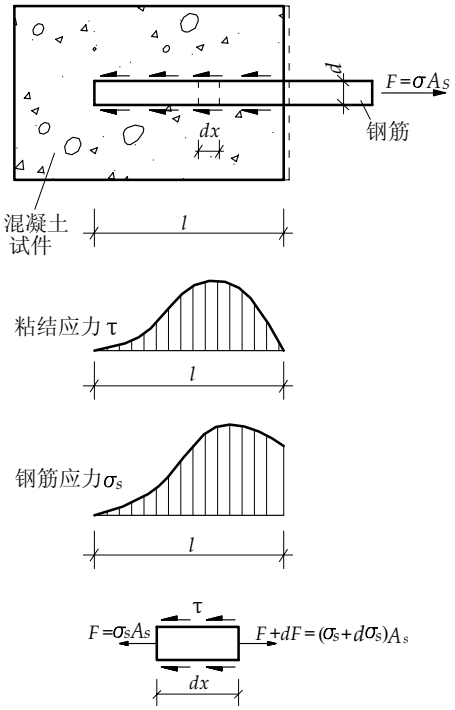



图 1-23　　光圆钢筋的拔出试验

a)试验示意图 b)粘结应力分布图 c)钢筋应力分布图 d)钢筋隔离体受力

当自试件端部$x<l$区段内取出长度为$dx$的微段，设钢筋直径为$d$，截面积$A_s=\pi d^2/4$，钢筋应力为$\sigma_s^x$，其应力增量为$d\sigma_s^x$，则由$dx$微段的平衡可得到

$$\frac{\pi d^2}{4}d\sigma_s^x=\pi d\tau dx$$
$$\text{或}\tau=\frac{d}{4}\frac{d\sigma_s^x}{dx} \tag{1-10}$$

式（1-10）表明，粘结应力使钢筋应力沿其长度上发生变化，或者说没有粘结应力 $\tau$ 就不会产生钢筋应力增量 $d\sigma_s^x$。

经拔出试验证明，粘结应力的分布呈曲线形，但是光圆钢筋和带肋钢筋的粘结应力分布图有明显不同。光圆钢筋的粘结应力分布图[图 1-24a）]表现出 $\tau$ 值自试件混凝土端面开始迅速增长，在靠近端面的一定距离内达到峰值，其后迅速衰减的现象。随着拉拔力 $F$ 的增加，光圆钢筋的峰值不断向埋入端内移，到破坏时渐呈三角形分布。带肋钢筋的粘结应力分布图中的衰减段略呈凹进，随着拉拔力 $F$ 的增加，应力分布的长度将略有增长；应力峰值也增大，但峰值位置内移甚少，只在接近破坏时才明显内移[图 1-24b）]。

在实际工程中，通常以拔出试验中粘结失效（钢筋被拔出，或者混凝土被劈裂）时的最大平均粘结应力，作为钢筋和混凝土的粘结强度。平均粘结应力 $\bar{\tau}$ 计算式为

$$\bar{\tau}=\frac{F}{\pi dl} \tag{1-11}$$

式中　$F$——拉拔力；

　　$d$——钢筋直径；

　　$l$——钢筋埋置长度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

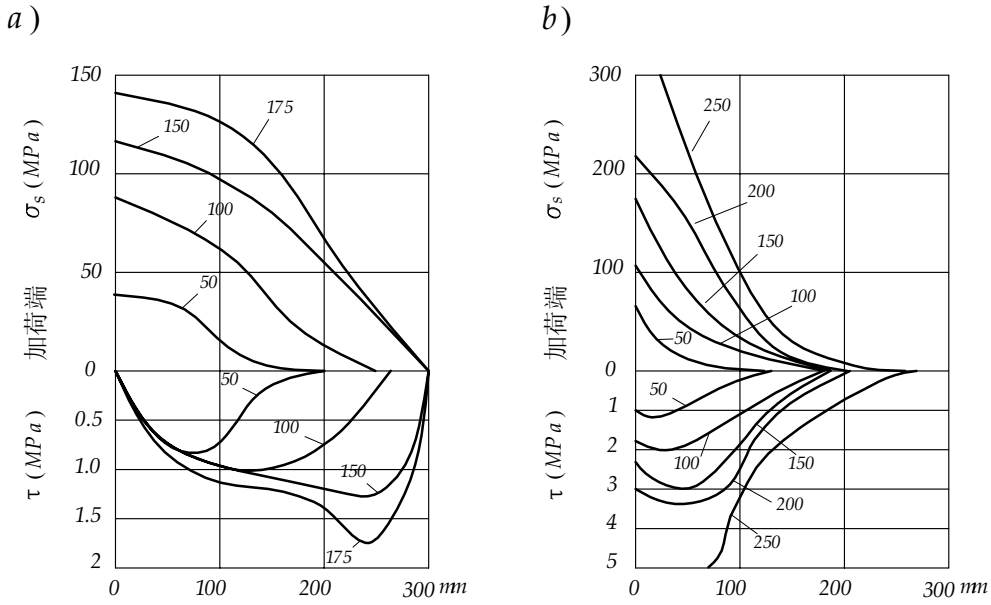



图 1-24　钢筋的粘结应力分布图

a)光圆钢筋情况　　b)带肋钢筋情况

当钢筋压入试验时，因钢筋受压缩短、直径增大，在实际工程中钢筋端头又有混凝土顶住，故得到的粘结强度比拔出试验要大。

## 1.4.2 粘结机理分析

光圆钢筋与带肋钢筋具有不同的粘结机理。

光圆钢筋与混凝土的粘结作用主要由三部分组成：（1）混凝土中水泥胶体与钢筋表面的化学胶着力；（2）钢筋与混凝土接触面上的摩擦力；（3）钢筋表面粗糙不平产生的机械咬合作用。其中胶着力所占比例很小，发生相对滑移后，粘结力主要由摩擦力和咬合力提供。光圆钢筋的粘结强度较低，约为（1.5~3.5）MPa。光圆钢筋拔出试验的破坏形态是钢筋自混凝土中被拔出的剪切破坏，其破坏面就是钢筋与混凝土的接触面。

带肋钢筋由于表面轧有肋纹，能与混凝土犬牙交错紧密结合，其胶着力和摩擦力仍然存在，但主要是钢筋表面凸起的肋纹与混凝土的机械咬合作用（图 1-25）。带肋钢筋的肋纹对混凝土的斜向挤压力形成滑移阻力，斜向挤压力沿钢筋轴向的分力使带肋钢筋表面肋纹之间混凝土犹如悬臂梁受弯、受剪；斜向挤压力的径向分力使外围混凝土犹如受内压的管壁，产生环向拉力。因此，变形钢筋的外围混凝土处于复杂的三向应力状态，剪应力及拉应力使横肋混凝土产生内部斜裂缝，而其外围混凝土中的环向拉应力则使钢筋附近的混凝土产生径向裂缝。

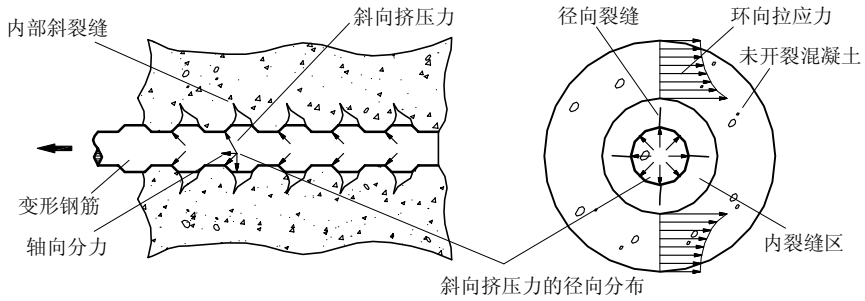



图 1-25 变形钢筋横肋处的挤压力和内部裂缝

试验证明，如果变形钢筋外围混凝土较薄（如保护层厚度不足或钢筋净间距过小），又未配置环向箍筋来约束混凝土变形，则径向裂缝很容易发展到试件表面形成沿纵向钢筋的裂



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

缝，使钢筋附近的混凝土保护层逐渐劈裂而破坏，这种破坏具有一定的延性特征，被称为劈裂型粘结破坏。

若变形钢筋外围混凝土较厚，或有环向箍筋约束混凝土变形，则纵向劈裂裂缝的发展受到抑制，破坏是剪切型粘结破坏，钢筋连同肋纹间的破碎混凝土逐渐由混凝土中被拔出，破坏面为带肋钢筋肋的外径形成的一个圆柱面（图 1-26）。

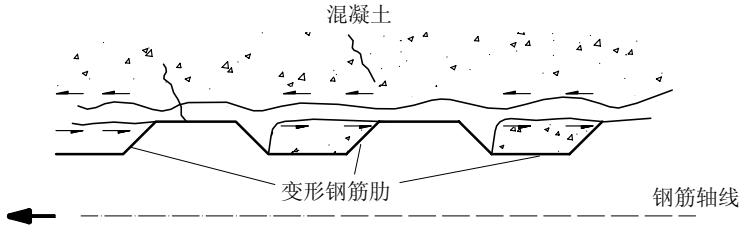



图 1-26 带肋钢筋的剪切型粘结破坏

试验表明，带肋钢筋与混凝土的粘结强度比光圆钢筋高得多。我国试验的螺纹钢筋的粘结强度约为（2.5~6.0）MPa，光圆钢筋则约为（1.5~3.5）MPa。

### 1.4.3 影响粘结强度的因素

影响钢筋与混凝土之间粘结强度的因素很多，其中主要为混凝土强度、浇筑位置、保护层厚度及钢筋净间距等。

（1）光圆钢筋及变形钢筋的粘结强度均随混凝土强度等级的提高而提高，但并不与立方体强度$f_{cu}^{0}$成正比。试验表明，当其它条件基本相同时，粘结强度与混凝土抗拉强度$f_{ct}^{0}$近乎成正比。

（2）粘结强度与浇筑混凝土时钢筋所处的位置有明显关系。混凝土浇筑后有下沉及泌水现象。处于水平位置的钢筋，直接位于其下面的混凝土，由于水分、气泡的逸出及混凝土的下沉，并不与钢筋紧密接触，形成了间隙层，削弱了钢筋与混凝土间的粘结作用，使水平位置钢筋比竖位钢筋的粘结强度显著降低。

（3）钢筋混凝土构件截面上有多根钢筋并列一排时，钢筋之间的净距对粘结强度有重要影响。净距不足，钢筋外围混凝土将会发生在钢筋位置水平面上贯穿整个梁宽的劈裂裂缝（图 1-27）。（图 1-28）为一组不同钢筋净距的梁进行粘结强度试验的结果。（图 1-28）表明，梁截面上一排钢筋的根数越多、净距越小，粘结强度降低就愈多。

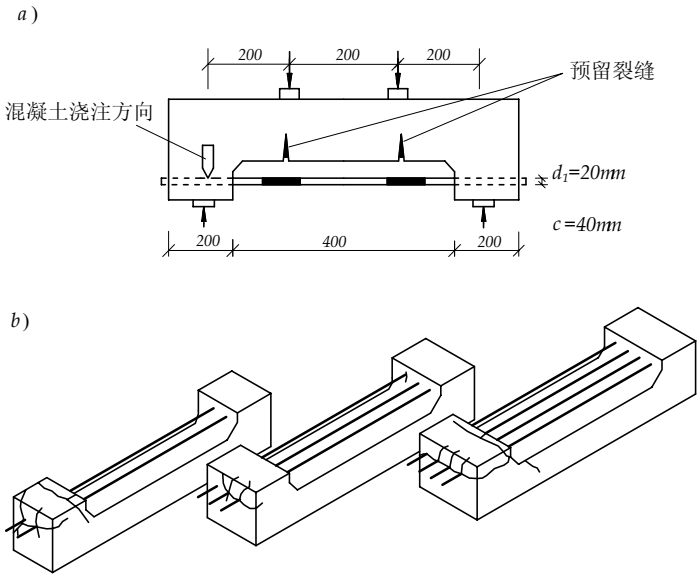



图 1-27 钢筋净距过小产生的粘结破坏（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

a）试验装置　　b）破坏图形

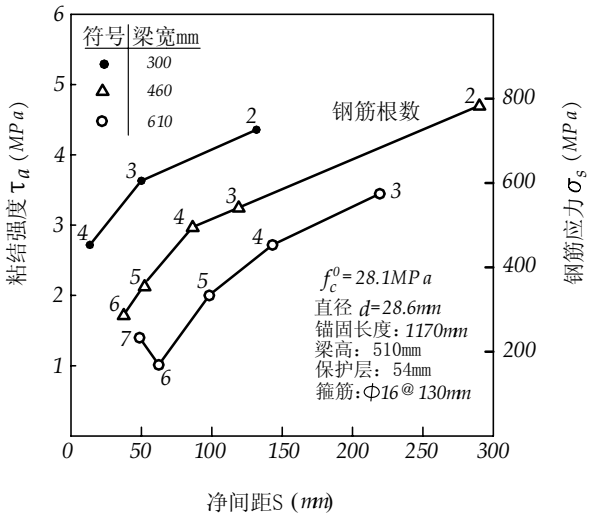



图 1-28 钢筋净距对粘结强度及钢筋应力的影响

（4）混凝土保护层厚度对粘结强度有着重要影响。特别是采用带肋钢筋时，若混凝土保护层太薄时，则容易发生沿纵向钢筋方向的劈裂裂缝，并使粘结强度显著降低。

（5）带肋钢筋与混凝土的粘结强度比用光圆钢筋时大。试验表明，带肋钢筋与混凝土之间的粘结力比用光圆钢筋时高出（2~3）倍。因而，带肋钢筋所需的锚固长度比光圆钢筋短。试验还表明，牙纹钢筋与混凝土之间的粘结强度比用螺纹钢筋时的粘结强度低（10~15）%。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 复习思考题与习题

1-1　配置在混凝土梁截面受拉区钢筋的作用是什么？

1-2　试解释以下名词：混凝土立方体抗压强度；混凝土轴心抗压强度；混凝土抗拉强度；混凝土劈裂抗拉强度。

1-3　混凝土轴心受压的应力—应变曲线有何特点？影响混凝土轴心受压应力应变曲线有哪几个因素？

1-4　什么叫做混凝土的徐变？影响混凝土徐变有哪些主要原因？

1-5　混凝土的徐变和收缩变形都是随时间而增长的变形，两者有何不同之处？

1-6　公路桥梁钢筋混凝土结构采用普通热轧钢筋。普通热轧钢筋的拉伸应力应变关系曲线有什么特点？《公路桥规》规定使用的普通热轧钢筋有哪些强度级别？强度等级代号分别是什么？

1-7　什么是钢筋和混凝土之间粘结应力和粘结强度？为保证钢筋和混凝土之间有足够的粘结力要采取哪些措施？



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 2 章　结构按极限状态法设计的原则

钢筋混凝土结构构件的“设计”是指在预定的作用及材料性能条件下，确定构件按功能要求所需要的截面尺寸、配筋和构造要求。

自从 19 世纪末钢筋混凝土结构在土木建筑工程中出现以来，随着生产实践的经验积累和科学研究的不断深入，钢筋混凝土结构的设计理论在不断地发展和完善。

最早的钢筋混凝土结构设计理论，是采用以弹性理论为基础的容许应力计算法。这种方法要求在规定的标准荷载作用下，按弹性理论计算得到的构件截面任一点的应力应不大于规定的容许应力，而容许应力是由材料强度除以安全系数求得的，安全系数则依据工程经验和主观判断来确定。然而，由于钢筋混凝土并不是一种弹性匀质材料，而是表现出明显的塑性性能，因此，这种以弹性理论为基础的计算方法是不可能如实地反映构件截面的应力状态和正确地计算出结构构件的承载能力的。

20 世纪 30 年代，前苏联首先提出了考虑钢筋混凝土塑性性能的破坏阶段计算方法。它以充分考虑材料塑性性能的结构构件承载能力为基础，使按材料标准极限强度计算的承载能力必须大于计算的最大荷载产生的内力。计算的最大荷载是由规定的标准荷载乘以单一的安全系数而得出的。安全系数仍是依据工程经验和主观判断来确定。

随着对荷载和材料强度的变异性的进一步研究，前苏联在 20 世纪 50 年代又率先提出了极限状态计算法。极限状态计算法是破坏阶段计算法的发展，它规定了结构的极限状态，并把单一安全系数改为三个分项系数，即荷载系数、材料系数和工作条件系数。从而把不同的外荷载、不同的材料以及不同构件的受力性质等，都用不同的安全系数区别开来，使不同的构件具有比较一致的安全度，而部分荷载系数和材料系数基本上是根据统计资料用概率方法确定的。因此，这种计算方法被称为半经验、半概率的“三系数”极限状态设计法。我国原《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》（JTJ 023-85）采用的就是这种设计方法。

20 世纪 70 年代以来，国际上以概率论和数理统计为基础的结构可靠度理论在土木工程领域逐步进入实用阶段。例如，加拿大分别于 1975 年和 1979 年率先颁发了基于可靠度的房屋建筑和公路桥梁结构设计规范；1977 年，原联邦德国编制了《确定建筑物安全度的基础》作为编制其他规范的基本依据；1978 年，北欧五国的建筑委员会提出了《结构荷载与安全度设计规程》；美国国家标准局于 1980 年提出了《基于概率的荷载准则》；英国于 1982 年在 BS5400 桥梁设计规范中引入了结构可靠度理论的内容。这充分表明土木工程结构的设计理论和设计方法进入了一个新的阶段。

我国虽然直到 20 世纪 70 年代中期才开始在建筑结构领域开展结构可靠度理论和应用研究工作，但很快取得成效。1984 年国家计委批准《建筑结构设计统一标准》（GBJ 68-84），该标准提出了以可靠性为基础的概率极限状态设计统一原则。经过努力，适于全国并更具综合性的《工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50153-92）于 1992 年正式发布。在编制全国统一标准的同时，1986 年国家计委又先后下达了其他土木工程结构可靠度设计统一标准的编制任务，其中《港口工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50158-92）、《铁路工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50216-94）、《公路工程结构可靠度设计统一标准》（GB/T 50283-1999）分别于 1992 年、1994 年和 1999 年正式发布。

《公路工程结构可靠度设计统一标准》（GB/T 50283-1999）全面引入了结构可靠性理论，把影响结构可靠性的各种因素均视为随机变量，以大量现场实测资料和试验数据为基础，运



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

用统计数学的方法，寻求各随机性变量的统计规律，确定结构的失效概率（或可靠度）来度量结构的可靠性。这种方法国际上通常称为“可靠度设计法”，而将其应用于结构的极限状态设计则称为“概率极限状态设计法”。该标准明确提出以结构可靠性理论为基础的概率极限状态设计法作为公路工程结构设计的总原则。

概率极限状态设计法通常被简称为“概率设计法”。当前，国际上将结构概率设计法按精确程度不同分为三个水准，即水准 I、水准 II 和水准 III。

1）水准 I——半概率设计法

这一水准设计方法的特点是，虽然在荷载和材料强度上分别考虑了概率原则，然而，它把荷载和抗力分开考虑，而不从结构构件的整体性出发考虑结构的可靠度，因而无法触及结构可靠度的核心——结构的失效概率，并且各分项安全系数主要依据工程经验确定，所以称其为半概率设计法。

2）水准 II——近似概率设计方法

这是目前在国际上已经进入实用阶段的概率设计法。它运用概率论和数理统计，对工程结构、构件或截面设计的“可靠概率”，做出较为近似的相对估计。我国《工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50153-92）、《铁道工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50216-94）以及《公路工程结构设计统一标准》（GB/T 50283-1999）等采用的以概率理论为基础的一次二阶矩极限状态设计方法就属于这一水准的设计方法。虽然这已经是一种概率方法，但是，由于在分析中忽略了或简化了基本变量随时间变化的关系；确定基本变量的分布时受现有信息量限制而具有相当的近似性；并且，为了简化设计计算，将一些复杂的非线性极限状态方程线性化，所以，它仍然只是一种近似的概率法。不过，在现阶段，它确实是一种处理结构可靠度的比较合理且可行的方法。

3）水准 III——全概率设计法

全概率设计法是一种完全基于概率理论的较理想的方法。它不仅把影响结构可靠度的各种因素用随机变量概率模型去描述，更进一步考虑随时间变化的特性并用随机过程概率模型去描述，而且，是在对整个结构体系进行精确概率分析的基础上，以结构的失效概率作为结构可靠度的直接度量。这当然是一种完全的、真正的概率方法。目前，这还只是值得开拓的研究方向，真正达到实用还需经历较长的时间。在以上的后两种水准中，水准方法 II 是水准方法 III 的近似。在水准方法 III 的基础上再进一步发展就是运用优化理论的最优全概率法。

## 2.1 概率极限状态设计法的基本概念

### 2.1.1 结构可靠性与可靠度

结构设计的目的，就是要使所设计的结构，在规定的时间内能够在具有足够可靠性的前提下，完成全部预定功能的要求。结构的功能是由其使用要求决定的，具体有如下四个方面：

（1）结构应能承受在正常施工和正常使用期间可能出现的各种荷载、外加变形、约束变形等的作用。

（2）结构在正常使用条件下具有良好的工作性能，例如，不发生影响正常使用的过大变形或局部损坏。

（3）结构在正常使用和正常维护的条件下，在规定的时间内，具有足够的耐久性，例如，不发生由于保护层碳化或裂缝宽度开展过大，导致钢筋的锈蚀。

（4）在偶然荷载（如地震、强风）作用下或偶然事件（如爆炸）发生时和发生后，结构仍能保持整体稳定性，不发生倒塌。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

上述要求中，第（1）、（4）两项通常是指结构的强度、稳定，关系到人身安全，称为结构的安全性；第（2）项指结构的适用性；第（3）项指结构的耐久性。结构的安全性、适用性和耐久性这三者总称为结构的可靠性。可靠性的数量描述一般用可靠度，安全性的数量描述则用安全度。由此可见，结构可靠度是结构可完成“预定功能”的概率度量，它是建立在统计数学的基础上经计算分析确定，从而给结构的可靠性一个定量的描述。因此，可靠度比安全度的含义更广泛，更能反映结构的可靠程度。

根据当前国际上的一致看法，结构可靠度定义是指：结构在规定的时间内，在规定的条件下，完成预定功能的概率。这里所说的“规定时间”是指对结构进行可靠度分析时，结合结构使用期，考虑各种基本变量与时间的关系所取用的基准时间参数；“规定的条件”是指结构正常设计、正常施工和正常使用的条件，即不考虑人为过失的影响；“预定功能”是指上面提到的四项基本功能。

可靠度概念中的“规定时间”即设计基准期，是在进行结构可靠性分析时，考虑持久设计状况下各项基本变量与时间关系所采用的基准时间参数。可参考结构使用寿命的要求适当选定，但不能将设计基准期简单地理解为结构的使用寿命，两者是有联系的，然而又不完全等同。当结构的使用年限超过设计基准期时，表明它的失效概率可能会增大，不能保证其目标可靠指标，但不等于结构丧失所要求的功能甚至报废。例如，桥梁结构的设计基准期定义为 T=100 年，但到了 100 年时不一定该桥梁就不能使用了。一般来说，使用寿命长，设计基准期也可以长一些，使用寿命短，设计基准期应短一些，通常设计基准期应该小于寿命期，而不应该大于寿命期。影响结构可靠度的设计基本变量如车辆荷载、人群荷载、风荷载、温度作用等，都是随时间变化的，设计变量取值大小与时间长短有关，从而直接影响结构可靠度。因此，必须参照结构的预期寿命、维护能力和措施等规定结构的设计基准期。目前，国际上对设计基准期的取值尚不统一，但多取 80～120 年。根据我国公路桥梁的使用现状和以往的设计经验，我国公路桥梁结构的设计基准期统一取为 100 年，属于适中时域。

### 2.1.2 结构可靠度与极限状态

结构在使用期间的工作情况，称为结构的工作状态。

结构能够满足各项功能要求而良好地工作，称为结构“可靠”。反之则称结构“失效”。结构工作状态是处于可靠还是失效的标志用“极限状态”来衡量。

当整个结构或结构的一部分超过某一特定状态而不能满足设计规定的某一功能要求时，则此特定状态称为该功能的极限状态。对于结构的各种极限状态，均应规定明确的标志和限值。

国际上一般将结构的极限状态分为如下三类：

1）承载能力极限状态。这种极限状态对应于结构或结构构件达到最大承载能力或不适于继续承载的变形或变位的状态。当结构或构件出现下列状态之一时，即认为超过了承载能力极限状态：

（1）整个结构或结构的一部分作为刚体失去平衡（如滑动、倾覆等）；

（2）结构构件或连接处因超过材料强度而破坏（包括疲劳破坏），或因过度的塑性变形而不能继续承载；

（3）结构转变成机动体系；

（4）结构或结构构件丧失稳定（如柱的压屈失稳等）；

2）正常使用极限状态。这种极限状态对应于结构或结构构件达到正常使用或耐久性能的某项限值的状态。当结构或结构构件出现下列状态之一时，即认为超过了正常使用极限状态：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

（1）影响正常使用或外观的变形；

（2）影响正常使用或耐久性能的局部损坏；

（3）影响正常使用的振动；

（4）影响正常使用的其它特定状态。

3）“破坏—安全”极限状态

这种极限状态又称为条件极限状态。超过这种极限状态而导致的破坏，是指允许结构物发生局部损坏，而对已发生局部破坏结构的其余部分，应该具有适当的可靠度，能继续承受降低了的设计荷载。其指导思想是，当偶然事件发生后，要求结构仍保持完整无损是不现实的，也是没有必要和不经济的，故只能要求结构不致因此而造成更严重的损失。所以这种设计理论可应用于桥梁抗震和连拱推力墩的计算等方面。

欧洲混凝土委员会、国际预应力混凝土协会、国际标准化组织等国际组织，一般将极限状态分为两类：承载能力极限状态和正常使用极限状态。加拿大曾提出三种极限状态，即破坏极限状态、损伤极限状态和使用极限状态。其中损伤极限状态是由混凝土的裂缝或碎裂而引起的损坏，因其对人身安全危险性较小，可允许比破坏极限状态具有较大一些的失效概率。我国的《工程结构可靠度设计统一标准》（GB 50153-1992）将极限状态划分为承载能力极限状态和正常使用极限状态两类。同时提出，随着技术进步和科学发展，在工程结构上还应考虑“连续倒塌极限状态”，即万一个别构件局部破坏，整个结构仍能在一定时间内保持必需的整体稳定性，防止发生连续倒塌。广义地说，这是为了避免出现与破坏原因不相称的结构破坏。这种状态主要是针对偶然事件，如撞击、爆炸等而言的。《公路工程结构可靠度设计统一标准》（GB/T 50283-1999）暂未考虑连续倒塌极限状态。

目前，结构可靠度设计一般是将赋予概率意义的极限状态方程转化为极限状态设计表达式，此类设计均可称为概率极限状态设计。工程结构设计中应用概率意义上的可靠度、可靠概率或可靠指标来衡量结构的安全程度，表明工程结构设计思想和设计方法产生了质的飞跃。实际上，结构的设计不可能是绝对可靠的，至多是说它的不可靠概率或失效概率相当小，关键是结构设计的失效概率小到何种程度人们才能比较放心地接受。以往采用的容许应力和定值极限状态等传统设计方法实际上也具有一定的设计风险，只是其失效概率未像现在这样被人们明确地揭示出来。

工程结构的可靠度通常受各种作用效应、材料性能、结构几何参数、计算模式准确程度等诸多因素的影响。在进行结构可靠度分析和设计时，应针对所要求的结构各种功能，把这些有关因素作为基本变量$X_1$，$X_2$，……，$X_n$来考虑，由基本变量组成的描述结构功能的函数$Z=g（X_1，X_2，……，X_n）$称为结构功能函数，结构功能函数是用来描述结构完成功能状况的，以基本变量为自变量的函数。实用上，也可以将若干基本变量组合成综合变量，例如将作用效应方面的基本变量组合成综合作用效应$S$，抗力方面的基本变量组合成综合抗力$R$，从而结构的功能函数为 $Z=R-S$ 。

如果对功能函数 $Z=R-S$ 作一次观测，可能出现如下三种情况（图 2-1）：

$Z=R-S>0$　　结构处于可靠状态；

$Z=R-S<0$　　结构已失效或破坏；

$Z=R-S=0$　　结构处于极限状态。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

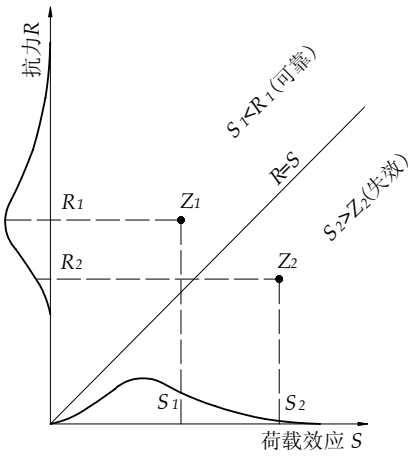



图**2-1**　　结构所处状态

（图 2-1）中，45°直线表示结构处于极限状态，此时作用效应$S$恰好等于结构抗力$R$，即$S=R$。图中位于直线上方的区域表示结构可靠，即$S_1 < R_1$；位于直线下方的区域表示结构失效，即$S_2 > R_2$。

结构可靠度设计的目的，就是要使结构处于可靠状态，至少也应处于极限状态。用功能函数表示时应符合以下要求：

$$Z = g(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n) \geq 0 \qquad (2\text{-}1)$$

或　　$Z= g（R，S）= R - S \geq 0$　　（2-2）

### 2.1.3 结构的失效概率与可靠指标

所有结构或结构构件中都存在着对立的两个方面：作用效应 $S$ 和结构抗力 $R$。

作用是指使结构产生内力、变形、应力和应变的所有原因，它分为直接作用和间接作用两种。直接作用是指施加在结构上的集中力或分布力如汽车、人群、结构自重等，间接作用是指引起结构外加变形和约束变形的原因，如地震、基础不均匀沉降、混凝土收缩、温度变化等。作用效应 $S$ 是指结构对所受作用的反应，例如由于作用产生的结构或构件内力（如轴力、弯矩、剪力、扭矩等）和变形（挠度、转角等）。结构抗力 $R$ 是指结构构件承受内力和变形的能力，如构件的承载能力和刚度等，它是结构材料性能和几何参数等的函数。

作用效应$S$和结构抗力$R$都是随机变量，因此，结构不满足或满足其功能要求的事件也是随机的。一般把出现前一事件的概率称为结构的失效概率，记为$P_f$，把出现后一事件的概率称为可靠概率，记为$P_r$。由概率论可知，这二者是互补的，即 $P_f + P_r = 1.0$。

如前所述，当只有作用效应 $S$ 和结构抗力 $R$ 两个基本变量时，则功能函数为

$$Z = g(R,S) = R - S \qquad (2\text{-}3)$$

相应的极限状态方程可写作

$$Z = g(R,S) = R - S = 0 \qquad (2\text{-}4)$$

式（2-4）为结构或构件处于极限状态时，各有关基本变量的关系式，它是判别结构是否失效和进行可靠度分析的重要依据。

为说明问题的方便起见，设$R$和$S$都服从正态分布，且其平均值和标准差分别为$m_R$、$m_S$和 $\sigma_R$、 $\sigma_S$ ，则两者的差值$Z$也是正态随机变量，并具有平均值 $m_Z = m_R - m_S$ ，标准差



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$\sigma_Z=\sqrt{\sigma_R^2+\sigma_S^2}$ 。Z的概率密度函数为：

$$f_z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-m_z}{\sigma_z}\right)^2\right] \qquad -\infty<z<\infty \tag{2-5}$$

其分布如（图 2-2）所示。

结构的失效概率$P_f$就是[图 2-2a）]中阴影面积 $P(Z<0)$，用公式表示为：

$$P_f=P(Z<0)=\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{z-m_z}{\sigma_z}\right)^2\right]dz \tag{2-6}$$

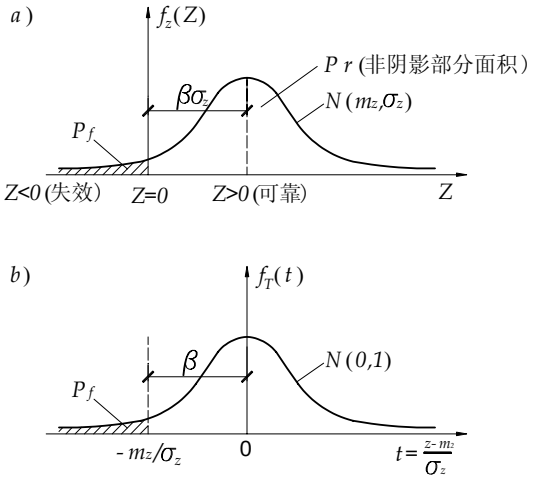



图2-2 正态分布和标准正态分布坐标系

a)正态分布坐标系 b）标准正态分布坐标系

现将Z的正态分布$N（m_Z，\sigma_Z）$转换为标准正态分布N（0，1），引入标准化变量$t（m_t$=0，$\sigma_t$ =1），如[图 2-2b)]所示，现取

$$t=\frac{z-m_Z}{\sigma_Z},dz=\sigma_Z dt$$

当$z\to-\infty$时，$t\to-\infty$；当$z=0$时，$t=-m_Z/\sigma_Z$

将以上结果代入式（2-6）后得：

$$P_f=\int_{-\infty}^{-\frac{m_Z}{\sigma_Z}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt=1-\Phi\left(\frac{m_Z}{\sigma_Z}\right)=\Phi\left(-\frac{m_Z}{\sigma_Z}\right) \tag{2-7}$$

式中的$\Phi(\bullet)$为标准化正态分布函数。

现引入符号$\beta$，并令

$$\beta=\frac{m_Z}{\sigma_Z} \tag{2-8}$$

由式（2-7）可得



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$P_f = \Phi(-\beta) \tag{2-9}$$

式中的$\beta$为无量纲系数，称为结构可靠指标。

式（2-9）反映了失效概率与可靠指标之间的关系。由$P_r + P_f = 1$还可导出可靠指标$\beta$同可靠概率$P_r$的一一对应关系为

$$P_r = 1 - P_f = 1 - \Phi(-\beta) = \Phi(\beta) \tag{2-10}$$

式中结构可靠指标$\beta$的表达式为：

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \tag{2-11}$$

将$\beta$称作结构的可靠指标的原因是：

（1）$\beta$是失效概率和可靠概率的质量，$\beta$与$P_f$或$P_r$具有一一对应的数量关系，这可从表 2-1 和式（2-9）、（2-10）看出来，$\beta$越大，则失效概率$P_f$越小（即阴影面积越小），可靠概率$P_r$越大。

可靠指标$\boldsymbol{\beta}$及相应的失效概率$\boldsymbol{P_f}$的关系　　表 2-1

| $\beta$ | 1.0 | 1.64 | 2.00 | 3.00 | 3.71 | 4.00 | 4.50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_f$ | $15.87\times10^{-2}$ | $5.05\times10^{-2}$ | $2.27\times10^{-2}$ | $1.35\times10^{-3}$ | $1.04\times10^{-4}$ | $3.17\times10^{-5}$ | $3.40\times10^{-6}$ |

（2）如（图 2-2）所示，功能函数的概率密度函数为$f_Z(z)$、平均值为$m_Z$、标准差为$\sigma_Z$。在横坐标轴z上，从坐标原点（z =0，失效点）到密度函数曲线的平均值$m_Z$处的距离为$\beta\sigma_z$，若$\beta\sigma_z$大，则阴影部分的面积小，失效概率$P_f$小，结构可靠度大；反之，$\beta\sigma_Z$小，阴影部分面积大，失效概率$P_f$大，结构可靠度小。

（3）功能函数为某一概率密度函数$f_Z(z)$时，由$\beta = m_Z / \sigma_Z$可知，当标准差$\sigma_Z$=常量时，$\beta$只随平均值$m_Z$而变。而当$\beta$增加时，会使概率密度曲线由于$m_Z$的增加而向右移动（图 2-3 的虚线所示），即Pf将变小，变为Pf’，结构可靠概率增大。

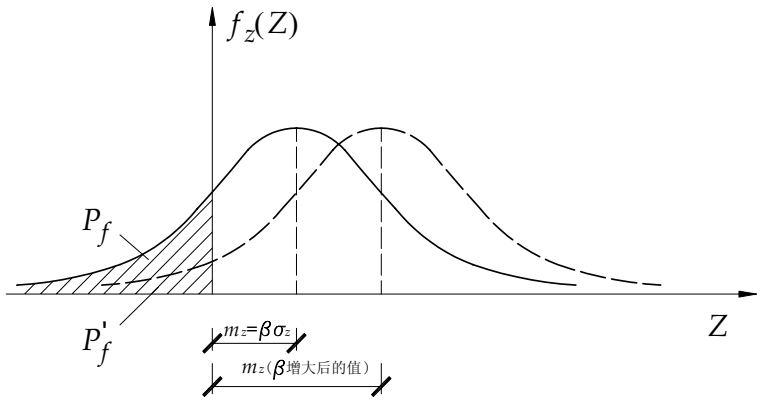



图 2-3　可靠指标β与平均值$m_Z$ 关系图

以上分析表明，结构可靠度既可用失效概率$P_f$来描述和度量，也可用$\beta$来描述和度量，工程上目前常用$\beta$表示结构的可靠程度，并称之为结构的可靠指标。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

可靠指标 $\beta$ 的计算式（2-11）是在*R*和*S*都服从正态分布的情况下得到的。如果*R*和*S*都不服从正态分布，但能求出*Z*的平均值$m_Z$和标准差 $\sigma_Z$，则由式（2-11）算出的 $\beta$ 是近似的或称名义的，不过在工程中仍然具有一定的参考价值。

### 2.1.4 可靠指标β的两个常用公式

1）两个正态变量 *R* 和 *S* 具有极限状态方程

$$Z = R - S = 0 \qquad (2\text{-}12)$$

由于*R*和*S*都服从正态分布，且平均值和标准差分别为$m_R$、$m_S$和$\sigma_R$、$\sigma_S$，则功能函数 $Z = R - S$ 也服从正态分布，其平均值和标准差分别为 $m_Z = m_R - m_S$ 及 $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ 。由前面的讨论可得：

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \qquad (2\text{-}13)$$

这个公式是美国的 Cornell 于 1967 年最先提出来的，它是结构可靠分析中一个最基本的公式。

**例** 2-1　设某构件中某点的抗力为*R* ，荷载效应应力为*S*，已知*R*和*S*的平均值、标准差分别为：（$m_R$ ，$\sigma_R$）=（68540，6431）N/cm$^2$，（$m_S$ ， $\sigma_S$）=（37289，4130）N/cm$^2$，试求其可靠度。

**解**：根据式（2-13），得：

$$\beta = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} = \frac{68540 - 37289}{\sqrt{6431^2 + 4130^2}} = 4.09$$

由式（2-10）可求出相对应的可靠度

$$P_r = \Phi(\beta) = \Phi(4.09) = 99.99\%$$

2）两个对数正态分布变量 *R* 和 *S* 具有极限状态方程

$$Z = \ln R - \ln S = 0$$

因为抗力和荷载效应大多趋向于偏态分布，按正态分布计算将产生较大的误差，因此，Rosenblueth和Estera等学者建议采用*R*和*S*的对数正态分布模型。将ln*R*和ln*S*的平均值与标准差分别计为$m_{\ln R}$、$m_{\ln S}$、$\sigma_{\ln R}$、$\sigma_{\ln S}$，由于 ln*R*和ln*S*都是正态分布，因此*Z*也是正态分布，其平均值和标准差为 $m_Z = m_{\ln R} - m_{\ln S}$ 和 $\sigma_Z = (\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln S}^2)^{1/2}$。

为了直接利用*R*、*S*的一阶和二阶矩，通过变换可以用$m_R$、$m_S$和$\sigma_R$、$\sigma_S$来表示$m_Z$、$\sigma_Z$。根据对数正态分布的性质，ln*R*和ln*S*的方差分别为

$$\sigma_{\ln R}^2 = \ln(1 + V_R^2)$$

和

$$\sigma_{\ln S}^2 = \ln(1 + V_S^2)$$

其中

$$V_R = \frac{\sigma_R}{m_R}, \qquad V_S = \frac{\sigma_S}{m_S}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

故

$$\sigma_Z = [\ln(1+V_R^2) + \ln(1+V_S^2)]^{1/2}$$

$$= \left\{\ln[(1+V_R^2)(1+V_S^2)]\right\}^{1/2} \qquad (2\text{-}14)$$

ln$R$ 和 ln$S$ 的平均值分别为

$$m_{\ln R} = \ln m_R - \frac{1}{2}\sigma_{\ln R}^2$$

和

$$m_{\ln S} = \ln m_S - \frac{1}{2}\sigma_{\ln S}^2$$

故

$$m_Z = \ln m_R - \ln m_S - \frac{1}{2}(\sigma_{\ln R}^2 - \sigma_{\ln S}^2)$$

$$= \ln(\frac{m_R}{m_S}) - \frac{1}{2}\ln(\frac{1+V_R^2}{1+V_S^2})$$

$$= \ln\left[\frac{m_R}{m_S}\sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}}\right] \qquad (2\text{-}15)$$

最后由式（2-8）得

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} = \frac{\ln\left(\frac{m_R}{m_S}\sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}}\right)}{\sqrt{\ln[(1+V_R^2)(1+V_S^2)]}} \qquad (2\text{-}16)$$

当$V_R$和$V_S$ 都小于 0.3 时，式（2-16）可进一步得到简化，这里考虑

$$\ln(1+V_R^2) \approx V_R^2, \quad \ln(1+V_S^2) \approx V_S^2$$

其误差已小于 2%。当$V_R$和$V_S$很小或基本上相等时，有

$$\sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}} \approx 1$$

将以上各式代入式（2-16），得简化后的对数正态分布可靠指标 $\beta$的计算公式为

$$\beta = \frac{\ln(m_R/m_S)}{\sqrt{V_R^2+V_S^2}} \qquad (2\text{-}17)$$

加拿大基于可靠度理论的房屋和公路桥梁结构设计规范，以及美国基于可靠度理论的钢结构设计规范，就是采用这个公式作为构件设计的基本公式。

**例** 2-2　某构件的强度 $R$ 和荷载效应 $S$ 分别服从

$R$：（$m_R$，$\sigma_R$）=（13506，1289.5）N/cm$^2$，对数正态分布

$S$：（$m_S$，$\sigma_S$）=（5894，1796.4）N/cm$^2$，对数正态分布

试求其可靠度。

**解**：$m_R$ =13506 N/cm$^2$，$m_S$ =5894 N/cm$^2$，　$V_R = \sigma_R/m_R$ =0.0955, $V_s = \sigma_S/m_S$ =0.3048。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

利用式（2-16）得

$$\beta=\frac{\ln\left(\frac{m_R}{m_S}\sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}}\right)}{\sqrt{\ln[(1+V_R^2)(1+V_S^2)]}}$$

$$=\frac{\ln\left(\frac{13506}{5894}\sqrt{\frac{1+0.3048^2}{1+0.0955^2}}\right)}{\sqrt{\ln[(1+0.0955^2)(1+0.3048^2)]}}$$

$$=2.777$$

相对应的可靠度为

$$P_r=\Phi(\beta)=\Phi(2.777)=99.72\%$$

如果利用近似式（2-17），则有

$$\beta=\frac{\ln(m_R/m_S)}{\sqrt{V_R^2+V_S^2}}=\frac{\ln(13506/5894)}{\sqrt{0.0955^2+0.3048^2}}=2.596$$

相对应的可靠度为

$$P_r=\Phi(2.59)=99.52\%$$

一般说来，当$V_R$和$V_S$小于0.3时，近似式（2-17）的误差小于2%。而工程结构中随机变量的变异系数值都小于0.3，所以式（2-17）还是用得较多的。

在近似概率极限状态设计法中，通常就是以可靠指标$\beta$为依据来确定设计表达式中各分项系数的取值的。

### 2.1.5 目标可靠指标

用作公路桥梁结构设计依据的可靠指标，称为目标可靠指标。它主要是采用“校准法”并结合工程经验和经济优化原则加以确定的。所谓“校准法”就是根据各基本变量的统计参数和概率分布类型，运用可靠度的计算方法，揭示以往规范隐含的可靠度，以此作为确定目标可靠指标的依据。这种方法在总体上承认了以往规范的设计经验和可靠度水平，同时也考虑了渊源于客观实际的调查统计分析资料，无疑是比较现实和稳妥的。

根据《公路工程结构可靠度设计统一标准》（GB/T50283-1999）的规定，按持久状况进行承载能力极限状态设计时，公路桥梁结构的目标可靠指标应符合表2-2的规定。

公路桥梁结构构件的目标可靠指标　　表2-2

| 结构安全等级 / 构件破坏类型 | 一级 | 二级 | 三级 |
|---|---|---|---|
| 延性破坏 | 4.7 | 4.2 | 3.7 |
| 脆性破坏 | 5.2 | 4.7 | 4.2 |

注：（1）表中延性破坏系指结构构件有明显变形或其它预兆的破坏；脆性破坏系指结构构件无明显变形或其它预兆的破坏；

(2)当有充分依据时，各种材料桥梁结构设计规范采用的目标可靠指标值，可对本表的规定值作幅度不超过±0.25的调整。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

按偶然状况进行承载能力极限状态设计时，公路桥梁结构的目标可靠指标应符合有关规范的规定。

进行正常使用极限状态设计时，公路桥梁结构的目标可靠指标可根据不同类型结构的特点和工程经验确定。

## 2.2 我国公路桥涵设计规范(JTG D62-2004)的计算原则

我国《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》（JTG D62-2004）采用的是近似概率极限状态设计法，具体设计计算应满足承载能力和正常使用两类极限状态的各项要求。下面介绍这两类极限状态的计算原则。

### 2.2.1 三种设计状况

设计状况是结构从施工到使用的全过程中，代表一定时段的一组物理条件，设计时必须做到使结构在该时段内不超越有关极限状态。按照《公路工程结构可靠度设计统一标准》（GB/T 50283-1999）的要求，并与国际标准衔接，《公路桥规》根据桥梁在施工和使用过程中面临的不同情况，规定了结构设计的三种状况：持久状况、短暂状况和偶然状况。这三种设计状况的结构体系、结构所处环境条件、经历的时间长短都是不同的，所以设计时采用的计算模式、作用（或荷载）、材料性能的取值及结构可靠度水平也是有差异的。

**1)持久状况** 桥涵建成后承受自重、车辆荷载等作用持续时间很长的状况。该状况是指桥梁的使用阶段。这个阶段持续的时间很长，结构可能承受的作用（或荷载）在设计时均需考虑，需接受结构是否能完成其预定功能的考验，因而必须进行承载能力极限状态和正常使用极限状态的设计。

**2）短暂状况** 指桥涵施工过程中承受临时性作用（或荷载）的状况。短暂状况所对应的是桥梁的施工阶段。这个阶段的持续时间相对于使用阶段是短暂的，结构体系、结构所承受的荷载与使用阶段也不同，设计时要根据具体情况而定。因为这个阶段是短暂的，一般只进行承载能力极限状态计算（规范中以计算构件截面应力表达），必要时才作正常使用极限状态计算。

**3）偶然状况** 在桥涵使用过程中偶然出现的状况。偶然状况是指桥梁可能遇到的地震等作用的状况。 这种状况出现的概率极小，且持续的时间极短。结构在极短时间内承受的作用以及结构可靠度水平等在设计中都需特殊考虑。偶然状况的设计原则是主要承重结构不致因非主要承重结构发生破坏而导致丧失承载能力；或允许主要承重结构发生局部破坏而剩余部分在一段时间内不发生连续倒塌。显然，偶然状况只需进行承载能力极限状态计算，不必考虑正常使用极限状态。

### 2.2.2 承载能力极限状态设计表达式

公路桥涵承载能力极限状态是对应于桥涵及其构件达到最大承载能力或出现不适于继续承载的变形或变位的状态。

按照《公路工程结构可靠度设计统一标准》（GB/T50283-1999）的规定，公路桥涵进行持久状况承载能力极限状态设计时为使桥涵具有合理的安全性，应根据桥涵结构破坏所产生后果的严重程度，按表 2-3 划分的三个安全等级进行设计，以体现不同情况的桥涵的可靠度差异。在计算上，不同安全等级是用结构重要性系数（对不同安全等级的结构，为使其具有规定的可靠度而采用的作用效应附加的分项系数） $\gamma_0$来体现的， $\gamma_0$的取值如表 2-3 所示。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

公路桥涵结构的安全等级　　表 2-3

| 安全等级 | 桥涵类型 | 结构重要性系数 $\gamma_0$ |
|---|---|---|
| 一级 | 特大桥、重要大桥 | 1.1 |
| 二级 | 大桥、中桥、重要小桥 | 1.0 |
| 三级 | 小桥、涵洞 | 0.9 |

注：表中所列特大、大、中桥等系按《公路桥涵设计通用规范》（JTG D60-2004）的单孔跨径确定，对多跨不等跨桥梁，以其中最大跨径为准；表中冠以“重要”的大桥和小桥，系指高速公路上、国防公路上及城市附近交通繁忙的城郊公路上的桥梁。

在一般情况下，同一座桥梁只宜取一个设计安全等级，但对个别构件，也允许在必要时作安全等级的调整，但调整后的级差不应超过一个等级。

公路桥涵的持久状态设计按承载能力极限状态的要求，对构件进行承载力及稳定计算，必要时还应对结构的倾覆和滑移进行验算。在进行承载能力极限状态计算时，作用（或荷载）的效应（其中汽车荷载应计入冲击系数）应采用其组合设计值；结构材料性能采用其强度设计值。

《公路桥规》规定桥梁构件的承载能力极限状态的计算以塑性理论为基础，设计的原则是作用效应最不利组合（基本组合）的设计值，必须小于或等于结构抗力的设计值，其基本表达式为：

$$\gamma_0 S \leqslant R \qquad (2\text{-}18)$$

$$R=R(f_d, a_d) \qquad (2\text{-}19)$$

式中　$\gamma_0$—— 桥梁结构的重要性系数；按表 2-3 取用；

$S$ —— 作用（或荷载）效应（其中汽车荷载应计入冲击系数）的组合设计值；

$R$ —— 构件承载力设计值；

$R(\cdot)$ —— 构件承载力函数；

$f_d$—— 材料强度设计值；

$a_d$ —— 几何参数设计值，当无可靠数据时，可采用几何参数标准值$a_k$，即设计文件规定值。

### 2.2.3 持久状况正常使用极限状态设计表达式

公路桥涵正常使用极限状态是指对应于桥涵及其构件达到正常使用或耐久性的某项限值的状态。正常使用极限状态计算在构件持久状况设计中占有重要地位，尽管不像承载能力极限状态计算那样直接涉及结构的安全可靠问题，但如果设计不好，也有可能间接引发出结构的安全问题。

公路桥涵的持久状态设计按正常使用状态的要求进行计算，采用作用（或荷载）的短期效应组合、长期效应组合或短期效应组合并考虑长期效应组合的影响，对构件的抗裂、裂缝宽度和挠度进行验算，并使各项计算值不超过《公路桥规》规定的各相应限值。同时，《公路桥规》还规定桥梁构件按短暂状态设计时，应计算其在制作、运输及安装等施工阶段，由自重、施工荷载产生的应力，并不应超过规定的限值；按持久状况设计预应力混凝土受弯构件，应计算其使用阶段的应力，并不得超过限值。

公路桥涵结构按正常使用极限状态设计计算，是以结构弹性理论或弹塑性理论为基础，根据不同结构不同的设计要求，选用以下一种或两种效应组合验算，

1） 作用短期效应组合下，其设计表达式为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$S_{sd} \leqslant R_{sd} \qquad (2\text{-}20)$$

式中 $S_{sd}$——作用短期效应组合设计值；

$R_{sd}$——正常使用极限状态设计时短期荷载效应组合下的结构抗力设计值，如应力、变形，裂缝宽度等限值。

2）作用长期效应组合下，其设计表达式为

$$S_{ld} \leqslant R_{ld} \qquad (2\text{-}21)$$

式中 $S_{ld}$——作用长期效应组合设计值；

$R_{ld}$——正常使用极限状态设计时作用长期效应组合下的结构抗力设计值，如应力、变形、裂缝宽度等限值。

本节中涉及的作用、作用效应组合等概念详见本章第 2.4 节。

## 2.3 材料强度的取值

钢筋混凝土结构和预应力混凝土结构的主要材料是普通钢筋、预应力筋和混凝土。按照承载能力极限状态和正常使用极限状态进行设计计算时，结构构件的抗力计算中必须用到这两种材料的强度值。

在实际工程中，按同一标准生产的钢筋或混凝土各批之间的强度是有差异的，不可能完全相同，即使是同一炉钢轧成的钢筋或同一次配合比搅拌而得的混凝土试件，按照同一方法在同一台试验机上进行试验，所测得的强度值也不完全相同，这就是材料强度的变异性。为了在设计中合理取用材料强度值，《公路桥规》对材料强度的取值采用了标准值和设计值。

### 2.3.1 材料强度的标准值

材料强度标准值是材料强度的一种特征值，也是设计结构或构件时采用的材料强度的基本代表值，可根据符合规定标准的材料按强度概率分布的 0.05 分位值确定，即其取值原则是在符合规定质量的材料强度实测值的总体中，材料的标准强度应具有不小于 95％的保证率。所以，材料的标准强度确定基本式为

$$f_k = \mu_f (1 - 1.645\delta_f) \qquad (2\text{-}22)$$

式中 $\mu_f$——材料强度的平均值；

$\delta_f$——材料强度的变异系数。

《公路桥规》对混凝土和普通钢筋的强度标准值见附表 1-1 和附表 1-3。

### 2.3.2 材料强度的设计值

材料强度的设计值是材料强度的标准值除以材料强度分项系数后的值，基本表达式为

$$f = f_k / \gamma_m \qquad (2\text{-}23)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中的$\gamma_m$称为材料强度分项系数，须根据不同材料，进行构件分析的可靠指标达到规定的目标可靠指标来确定。对于公路桥涵结构，混凝土轴心抗压强度分项系数取$\gamma_{fc}=1.45$，接近于按二级安全等级结构分析的脆性破坏构件目标可靠指标的要求；普通钢筋抗拉强度分项系数取$\gamma_{fs}=1.2$，以此确定的强度设计值，按轴心受拉构件分析的可靠指标超过了安全等级二级结构规定的延性破坏的目标可靠指标。

《公路桥规》对混凝土和普通钢筋的强度设计值见附表 1-1 和附表 1-3。

## 2.4 作用、作用的代表值和作用效应组合

### 2.4.1 公路桥涵结构上的作用分类

结构上的作用按其随时间的变异性和出现的可能性可分为 3 类。

（1）永久作用（恒载） 在结构使用期间，其量值不随时间变化，或其变化值于平均值比较可忽略不计的作用。

（2）可变作用 在结构使用期间，其量值随时间变化，且其变化值与平均值相比较不可忽略的作用。按其对桥涵结构影响程度，又分为基本可变作用（活载）和其它可变作用。

（3）偶然作用 在结构使用期间出现的概率很小，一旦出现，其值很大且持续时间很短的作用。

公路桥涵结构上的作用类型见表 2-4。

### 2.4.2 作用的代表值

结构或结构构件设计时，针对不同设计目的所采用的各种作用代表值，它包括作用标准值、准永久值和频遇值等。

#### 1） 作用的标准值

作用的标准值是结构或结构构件设计时，采用各种作用的基本代表值。其值可根据作用在设计基准期内最大概率分布的某一分值确定；若无充分资料时，可根据工程经验，经分析后确定。

永久作用应采用标准值作为代表值。永久作用的标准值，对结构自重，可按结构构件的设计尺寸与材料单位体积的自重（重力密度）计算确定。

承载能力极限状态设计采用标准值作为可变作用的代表值，可变作用的标准值可按《公路桥涵设计通用规范》（JTG D60-2004）规定采用。

#### 2） 可变作用准永久值

指的是对可变作用，在设计基准期间，其超越的总时间约为设计基准期一半的作用值。结构在正常使用极限状态按长期效应（准永久）组合设计时采用准永久值作为可变作用的代表值，实际上是考虑可变作用的长期作用效应而对标准值的一种折减，可计为$\psi_q Q_k$，其中折减系数$\psi_q$称为准永久值系数。《公路桥规》将准永久值系数用$\psi_2$表示，规定汽车荷载（不计冲击力）的准永久值系数$\psi_2=0.4$，人群荷载的准永久值系数$\psi_2=0.4$，其它可变作用效应的准永久值系数详见《公路桥规》。

#### 3） 可变作用频遇值



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

作用分类　　表 2-4

| 编号 | 作用分类 | 作用名称 |
|---|---|---|
| 1 | 永久作用（恒载） | 结构重力（包括结构附加重力） |
| 2 | | 预加力 |
| 3 | | 土的重力 |
| 4 | | 土侧压力 |
| 5 | | 混凝土收缩及徐变作用 |
| 6 | | 水的浮力 |
| 7 | | 基础变位作用 |
| 8 | 可变作用 | 汽车荷载 |
| 9 | | 汽车冲击力 |
| 10 | | 汽车离心力 |
| 11 | | 汽车引起的土侧压力 |
| 12 | | 人群荷载 |
| 13 | | 汽车制动力 |
| 14 | | 风力 |
| 15 | | 流水压力 |
| 16 | | 冰压力 |
| 17 | | 温度（均匀温度和梯度温度）作用 |
| 18 | | 支座摩阻力 |
| 19 | 偶然作用 | 地震作用 |
| 20 | | 汽车、船舶或漂流物的撞击作用 |
| 21 | | 汽车撞击作用 |

指的是对可变作用，在设计基准期间，其超越的总时间为规定的较小比率或超越次数为规定次数的作用值。

正常使用极限状态按短期效应（频遇）组合设计时，采用频遇值为可变作用的代表值。可变作用频遇值为可变作用标准值乘以频遇值系数，《公路桥规》将频遇值系数用$\psi_1$表示，规定汽车荷载（不计冲击力）的频遇值系数$\psi_1$＝0.7，人群荷载的频遇值系数$\psi_1$＝1.0，其它可变作用频遇值系数详见《公路桥规》。

### 2.4.3　作用效应组合

公路桥涵结构设计上应当考虑到结构上可能出现的多种作用，例如桥涵结构构件上除构件永久作用（如自重等）外，可能同时出现汽车荷载、人群荷载等可变作用。《公路桥规》要求这时应按承载能力极限状态和正常使用极限状态，结合相应的设计状况，进行作用效应组合，并取其最不利组合进行设计。

作用效应组合是结构上几种作用分别产生的效应的随机叠加，而作用效应最不利组合是指所有可能的作用效应组合中对结构或结构构件产生总效应最不利的一组作用效应组合。

#### 1)　承载能力极限状态设计时作用效应组合

《公路桥规》规定按承载能力极限状态设计时，应根据各自的情况选用基本组合和偶然组合中的一种或两种作用效应组合。下面组合主要结合介绍作用效应组合基本表达式。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

基本组合是在承载能力极限状态设计时，永久作用标准值效应与可变作用标准值效应相结合，基本表达式为

$$\gamma_o(\sum_{i=1}^{m}\gamma_{Gi}S_{Gik}+\gamma_{Q1}S_{Q1k}+\psi_c\sum_{j=2}^{n}\gamma_{Qj}S_{Qjk}) \qquad (2\text{-}24)$$

式中 $\gamma_o$——桥梁结构的重要性系数，按结构设计安全等级采用。对于公路桥梁，安全等级一级、二级和三级，分别为 1.1、1.0 和 0.9；

$\gamma_{Gi}$——第 $i$ 个永久作用效应的分项系数。当永久作用效应（结构重力和预应力作用）对结构承载力不利时，$\gamma_G$＝1.2；对结构的承载能力有利时，其分项系数$\gamma_G$的取值为 1.0；

$S_{Gik}$——第 $i$ 个永久作用效应的标准值；

$\gamma_{Q1}$——汽车荷载效应（含汽车冲击力、离心力）的分项系数，$\gamma_{Q1}$＝1.4。当某个可变作用在效应组合中超过汽车荷载效应时，则该作用取代汽车荷载，其分项系数应采用汽车荷载的分项系数；对于专为承受某作用而设置的结构或装置，设计时该作用的分项系数取与汽车荷载同值；

$S_{Q1k}$——汽车荷载效应（含汽车冲击力、离心力）的标准值；

$\gamma_{Qj}$——在作用效应组合中除汽车荷载效应（含汽车冲击力、离心力），风荷载外的其他第 j 个可变作用效应的分项系数，取$\gamma_{Qj}$＝1.4，但风荷载的分项系数取$\gamma_{Qi}$＝1.1；

$S_{Qjk}$——在作用效应组合中除汽车荷载效应（含汽车冲击力、离心力）外的其他第 j 个可变作用效应的标准值；

$\psi_c$——在作用效应组合中除汽车荷载效应（含汽车冲击力、离心力）外的其他可变作用效应的组合系数。当永久作用与汽车荷载和人群荷载（或其他一种可变作用）组合时，人群荷载（或其他一种可变作用）的组合系数$\psi_c$＝0.80；当其除汽车荷载（含汽车冲击力，离心力）外尚有两种可变作用参与组合时，其组合系数取$\psi_c$＝0.70；尚有三种其他可变作用参与组合时，$\psi_c$＝0.60；尚有四种及多于四种的可变作用参与组合时，$\psi_c$＝0.50。

2） 正常使用极限状态设计时作用效应组合

《公路桥规》规定按正常使用极限状态设计时，应根据不同结构不同的设计要求，选用



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

以下一种或两种效应组合：

（1）作用短期效应组合是永久作用标准值效应与可变作用频遇值效应的组合，其基本表达式为

$$S_{sd}=\sum_{i=1}^{m}S_{Gik}+\sum_{j=1}^{n}\psi_{1j}S_{Qjk} \qquad (2\text{-}25)$$

式中 $S_{sd}$——作用短期效应组合设计值；

$\psi_{1j}$——第 j 个可变作用效应的频遇值系数。汽车荷载（不计冲击力）$\psi_1=0.7$，人群荷载$\psi_1=1.0$，风荷载$\psi_1=0.75$，温度梯度作用$\psi_1=0.8$，其他作用$\psi_1=1.0$；

$\psi_{1j}S_{Qjk}$——第 j 个可变作用效应的频遇值。

其它符号意义同前。构件在吊装时，构件重力应乘以动力系数 1.2 或 0.85，并可视构件具体情况作适当增减。

（2）作用长期效应组合是永久作用标准值效应与可变作用准永久值效应相组合，其基本表达式为

$$S_{ld}=\sum_{i=1}^{m}S_{Gik}+\sum_{j=1}^{n}\psi_{2j}S_{Qjk} \qquad (2\text{-}26)$$

式中 $S_{ld}$——作用长期效应组合设计值；

$\psi_{2j}$——第 j 个可变作用效应的准永久值系数。汽车荷载（不计冲击力）$\psi_2=0.4$，人群荷载$\psi_2=0.4$，风荷载$\psi_2=0.75$，温度梯度作用$\psi_2=0.8$，其他作用$\psi_2=1.0$；

$\psi_{2j}S_{Qjk}$——第 j 个可变作用效应的准永久值。

其它符号意义同前。

**例** 2-3 钢筋混凝土简支梁桥主梁在结构重力、汽车荷载和人群荷载作用下，分别得到在主梁的$\frac{1}{4}$跨径处截面的弯矩标准值为：结构重力产生的弯矩$M_{Gk}=552\text{kN}\cdot\text{m}$；汽车荷载弯矩$M_{Q1k}=459.7\text{kN}\cdot\text{m}$（已计入冲击系数）；人群荷载弯矩$M_{Q2k}=40.6\text{kN}\cdot\text{m}$。进行设计时的作用效应组合计算。

**解：1）承载能力极限状态设计时作用效应的基本组合**

钢筋混凝土简支梁桥主梁现按结构的安全等级为二级，取结构重要性系数为$\gamma_0=1.0$，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

永久作用效应的分项系数，因恒载作用效应对结构承载能力不利，故取$\gamma_{G1}=1.2$。汽车荷载效应的分项系数为$\gamma_{Q1}=1.4$。对于人群荷载其他可变作用效应的分项系数$\gamma_{Qj}=1.4$，本组合为永久作用与汽车荷载和人群荷载组合，故取人群荷载的组合系数为$\psi_c=0.80$。

按承载能力极限状态设计时作用效应值基本组合的设计值为

$$\begin{aligned}\gamma_o \mathrm{M}_d &= \gamma_o\left(\sum_{i=1}^{m}\gamma_{Gi}S_{GiK}+\gamma_{Q1}S_{Q1K}+\psi_c\sum_{j=2}^{n}\gamma_{Qj}S_{QjK}\right)\\ &=1.0\times\left(1.2\times552+1.4\times459.7+0.80\times1.4\times40.6\right)\\ &=1345.77kN\cdot m\end{aligned}$$

2）正常使用极限状态设计时作用效应组合

（1）作用短期效应组合

根据《公路桥规》规定，汽车荷载作用效应应不计入冲击系数，计算得到不计冲击系数的汽车荷载弯矩标准值为$M_{Q1k}=385.98kN\cdot m$。汽车荷载作用效应的频遇值系数$\psi_{11}=0.7$,人群荷载作用效应的频遇值系数$\psi_{12}$为1.0。由式（2-25）可得到作用短期效应组合设计值为

$$\begin{aligned}M_{sd} &= M_{Gk}+\psi_{11}M_{Q1k}+\psi_{12}M_{Q2k}\\ &=552+0.7\times385.98+1.0\times40.6\\ &=862.79KN\cdot m\end{aligned}$$

（2）作用长期效应组合

不计冲击系数的汽车荷载弯矩标准值$M_{Q1k}=385.98\mathrm{kN}\cdot\mathrm{m}$，汽车荷载作用效应的准永久值系数$\psi_{21}=0.4$，人群荷载作用效应的准永久值系数$\psi_{22}=0.4$。由式（2-26）可得到作用长期效应组合设计值为

$$\begin{aligned}M_{ld} &= \sum_{i=1}^{m}S_{gik}+\sum_{j=1}^{n}\psi_{2j}S_{Qjk}\\ &=552+0.4\times385,98+0.4\times40.6\\ &=722.62\,kN\cdot m\end{aligned}$$

## 复习思考题与习题

2-1 桥梁结构的功能包括哪几方面的内容？何谓结构的可靠性？

2-2 结构的设计基准期和使用寿命有何区别？

2-3 什么叫极限状态？我国《公路桥规》规定了哪两类结构的极限状态？



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

2-4 试解释以下名词：作用、直接作用、间接作用，抗力

2-5 我国《公路桥规》规定了结构设计哪三种状况？

2-6 结构承载能力极限状态和正常使用极限状态设计计算的原则是什么？

2-7 什么叫材料强度的标准值和设计值？

2-8 作用分为几类？什么叫作用的标准值，可变作用的准永久值，可变作用的频域值？

2-9 钢筋混凝土梁的支点截面处，结构重力产生的剪力标准值$V_{Gk}=187.01kN$；汽车荷载产生的剪力标准值$V_{Q1k}=261.76kN$，冲击系数$(1+\mu)=1.19$；人群荷载产生的剪力标准值$V_{Q2k}=57.2kN$；温度梯度作用产生的剪力标准值$V_{Q3k}=41.5kN$。参照例题 2-3，试进行设计时的作用效应组合计算。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 3 章　受弯构件正截面承载能力计算

钢筋混凝土梁和板是典型的受弯构件，在桥梁工程中应用很广泛，例如中小跨径梁或板式桥上部结构中承重的梁和板、人行道板、行车道板等均为受弯构件。

在荷载作用下，受弯构件的截面将承受弯矩 $M$ 和剪力 $V$ 的作用。因此，设计受弯构件时，一般应满足下列两方面要求：

（1）由于弯矩 $M$ 的作用，构件可能沿某个正截面（与梁的纵轴线或板的中面正交的面）发生破坏，故需要进行正截面承载力计算。

（2）由于弯矩 $M$ 和剪力 $V$ 的共同作用，构件可能沿剪压区段内的某个斜截面发生破坏，故还需进行斜截面承载力计算。

本章主要讨论钢筋混凝土梁和板的正截面承载力计算，目的是根据弯矩组合设计值 $M_d$ 来确定钢筋混凝土梁和板截面上纵向受力钢筋的所需面积并进行钢筋的布置。

## 3.1 受弯构件的截面形式与构造

### 3.1.1 截面形式和尺寸

钢筋混凝土受弯构件常用的截面形式有矩形、T 形和箱形等（图 3-1）。

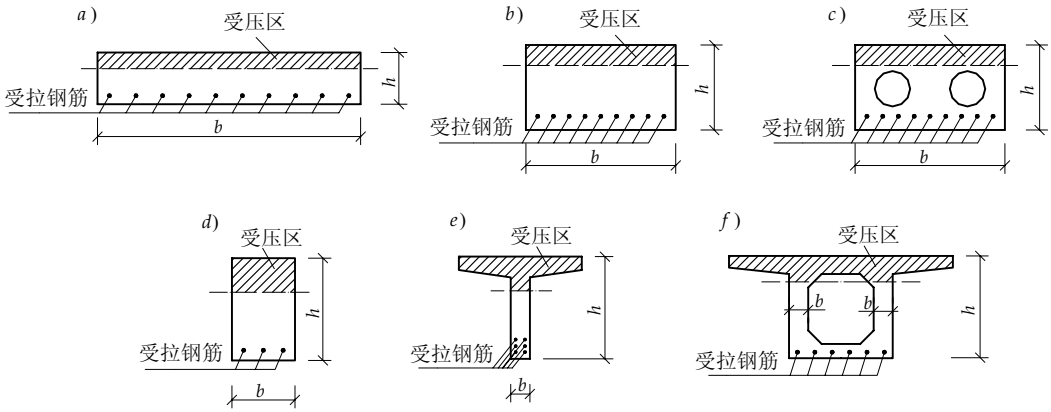



图 3-1 受弯构件的截面形式

a)整体式板 b)装配式实心板 c) 装配式空心板 d)矩形梁 e)T 形梁 f)箱形梁

钢筋混凝土板可分为整体现浇板和预制板。在工地现场搭支架、立模板、配置钢筋，然后就地浇筑混凝土的板称为整体现浇板。其截面宽度较大[图 3-1a)]，但可取单位宽度（例如以 1m 为计算单位）的矩形截面进行计算。预制板是在预制现场或工地预先制作好的板。预制时板宽度一般控制在 $b$=（1~1.5）m。由于施工条件好，不仅能采用矩形实心板[图 3-1b)]，还能采用截面形状较复杂的矩形空心板[图 3-1c）]，以减轻自重。

板的厚度 $h$ 由其控制截面上最大的弯矩和板的刚度要求决定，但是为了保证施工质量及耐久性要求，《公路桥规》规定了各种板的最小厚度：行车道板厚度不宜小于 100mm；人行道板不宜小于 80mm（现浇整体）和 60mm（预制）。空心板的顶板和底板厚度，均不宜小于 80mm。

钢筋混凝土梁根据使用要求和施工条件可以采用现浇或预制方式制造。为了使梁截面尺寸有统一的标准，便于施工，对常见的矩形截面[图 3-1d）] 和 T 形截面[图 3-1e）] 梁截面尺寸可按下述建议选用：

1）现浇矩形截面梁的宽度 $b$ 常取 120、150、180、200、220 和 250mm，其后按 50mm



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

一级增加（当梁高 $h$≤800mm 时）或 100mm 一级增加（当梁高 $h$＞800mm 时）。

矩形截面梁的高宽比 $h/b$ 一般可取 2.0~2.5。

2）预制的 T 形截面梁，其跨径 $l$ 与截面高度 h 之比（称跨高比）一般为 $l/h$ =11~16，跨径较大时取用偏小比值。梁肋宽度 $b$ 常取为 150mm~180mm，根据梁内主筋布置及抗剪要求而定。

T 形截面梁翼缘悬臂端厚度不应小于 100mm，梁肋处翼缘厚度不宜小于梁高 $h$ 的 1/10。

### 3.1.2 受弯构件的钢筋构造

钢筋混凝土梁（板）正截面承受弯矩作用时，中和轴以上受压，中和轴以下受拉（图 3-1），故在梁（板）的受拉区配置纵向受拉钢筋，此种构件称为单筋受弯构件；如果同时在截面受压区也配置受力钢筋，则此种构件称为双筋受弯构件。

截面上配置钢筋的多少，通常用配筋率来衡量，所谓配筋率是指所配置的钢筋截面面积与规定的混凝土截面面积的比值。对于矩形截面和 T 形截面，其受拉钢筋的配筋率 $\rho$ 表示为

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} \tag{3-1}$$

式中 $A_s$——截面纵向受拉钢筋全部截面积；

$b$——矩形截面宽度或 T 形截面梁肋宽度；

$h_0$——截面的有效高度（图 3-2），$h_0 = h - a_s$，这里 $h$ 为截面高度，$a_s$ 为纵向受拉钢筋全部截面的重心至受拉边缘的距离。

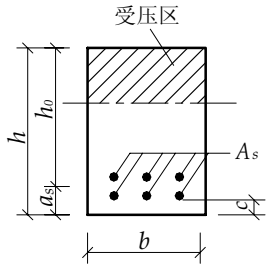



图 3-2　　配筋率 $\rho$ 的计算图

（图 3-2）中的 $c$ 被称为混凝土保护层厚度。混凝土保护层是具有足够厚度的混凝土层，厚度取钢筋边缘至构件截面表面之间的最短距离。设置保护层是为了保护钢筋不直接受到大气的侵蚀和其它环境因素作用，也是为了保证钢筋和混凝土有良好的粘结。混凝土保护层的有关规定（附表 1-8）将结合钢筋布置的间距等内容在后面介绍。

#### 1）板的钢筋



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

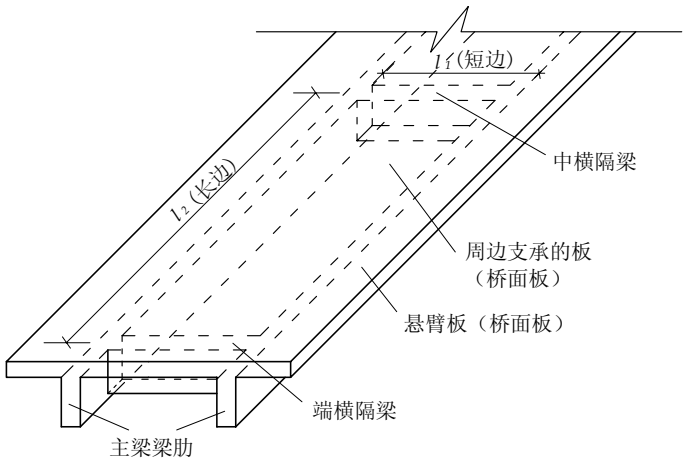



图 3-3　　周边支承桥面板与悬臂桥面板示意图

这里所介绍的板是指现浇整体式桥面板、现浇或预制的人行道板和肋板式桥的桥面板。肋板式桥的桥面板可分为周边支承板和悬臂板（图 3-3）。对于周边支承的桥面板，其长边 $l_2$ 与短边 $l_1$ 的比值大于或等于 2 时受力以短边方向为主，称之为单向板，反之称为双向板。

单向板内主钢筋沿板的跨度方向（短边方向）布置在板的受拉区，钢筋数量由计算决定。受力主钢筋的直径不宜小于 10mm（行车道板）或 8mm（人行道板）。近梁肋处的板内主钢筋，可在沿板高中心纵轴线的（$\frac{1}{4}$~ $\frac{1}{6}$）计算跨径处按（30°～45°）弯起，但通过支承而不弯起的主钢筋，每米宽内不应少于 3 根，并不少于主钢筋截面积的 $\frac{1}{4}$。

在简支板的跨中和连续板的支点处，板内主钢筋间距不大于 200mm。

行车道板受力钢筋的混凝土保护层厚度 $c$，当板处于 I 类环境条件时，应不小于 30mm（图 3-4）；处于 II、III 和 IV 类环境条件的最小混凝土保护层厚度的规定详见附表 1-8。人行道板受力钢筋的最小混凝土保护层厚度规定也详见附表 1-8。

在板内应设置垂直于板受力钢筋的分布钢筋（图 3-4）。分布钢筋是在主筋上按一定间距设置的连接用横向钢筋，属于构造配置钢筋，即其数量不通过计算，而是按照设计规范规定选择的。分布钢筋的作用是使受力钢筋受力更均匀，同时也起着固定受力钢筋位置、分担混凝土收缩和温度应力的作用。分布钢筋应放置在受力钢筋的上侧（图 3-4）。《公路桥规》规定，行车道板内分布钢筋直径不小于 8mm，其间距应不大于 200mm，截面面积不宜小于板截面面积的 0.1%。在所有主钢筋的弯折处，均应设置分布钢筋。人行道板内分布钢筋直径不应小于 6mm，其间距不应大于 200mm。

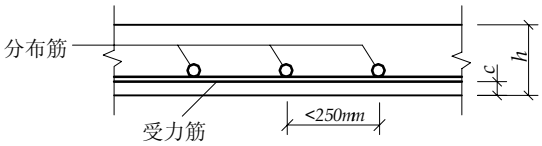



图 3-4　　单向板内的钢筋

值得指出的是，对于周边支承的双向板，板的两个方向（沿板长边方向和沿板短边方向）同时承受弯矩，所以两个方向均应设置受力钢筋。

预制板广泛用于装配式板桥中。板桥的行车道板是由数块预制板利用各板间企口缝填入混凝土拼连而成的。从结构受力性能上分析，在荷载作用下，它并不是双向受力的整体宽板，而是一系列单向受力的窄板式的梁，板与板之间企口缝内的混凝土（称为混凝土铰）借铰缝传递剪力而共同受力，也称预制板为梁式板（或板梁）。因此预制板的钢筋布置要求



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

与矩形截面梁相似。

2）梁的钢筋

梁内的钢筋有纵向受拉钢筋（主钢筋）、弯起钢筋或斜钢筋、箍筋、架立钢筋和水平纵向钢筋等。

梁内的钢筋常常采用骨架形式，一般分为绑扎钢筋骨架和焊接钢筋骨架两种形式。

绑扎骨架是将纵向钢筋与横向钢筋通过绑扎而成的空间钢筋骨架（图 3-5）。焊接骨架是先将纵向受拉钢筋（主钢筋），弯起钢筋或斜筋和架立钢筋焊接成平面骨架，然后用箍筋将数片焊接的平面骨架组成空间骨架。（图 3-6）为一片焊接平面骨架的示意图。

梁内纵向受拉钢筋的数量由计算决定。可选择的钢筋直径一般为 12mm~32mm，通常不得超过 40mm。在同一根梁内主钢筋宜用相同直径的钢筋，当采用两种以上直径的钢筋时，为了便于施工识别，直径间应相差 2mm 以上。

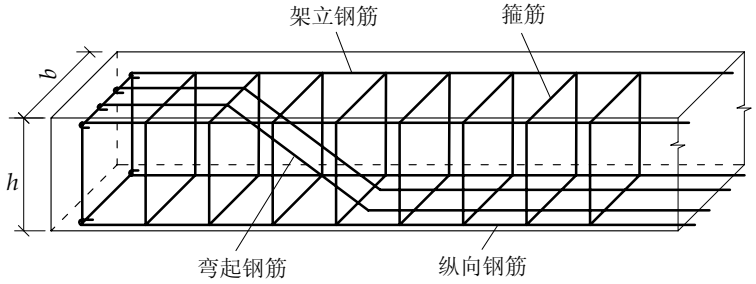



图 3-5 绑扎钢筋骨架

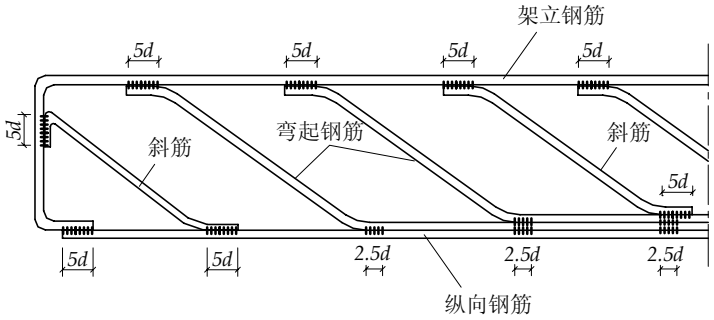



图 3-6 焊接钢筋骨架示意图

钢筋的最小混凝土保护层厚度应不小于钢筋的公称直径，且应符合附表 1-8 的规定值。例如，当桥梁处于 I 类环境条件时，钢筋混凝土梁内主钢筋与梁底面的混凝土保护层厚度、布置距梁侧面最近的主钢筋与梁侧面的混凝土保护层 *c* 应不小 30mm（图 3-7）。当受拉区主筋的混凝土保护层厚度大于 50mm 时，应在保护层内设置直径不小于 6mm，间距不大于 100mm 的钢筋网。

绑扎钢筋骨架中，各主钢筋的净距或层与层间的净距：当钢筋为三层或三层以下时，应不小于 30mm，并不小于主钢筋直径 *d*；当为三层以上时，不小于 40mm 或主钢筋直径 *d* 的 1.25 倍[图 3-7a）]。

焊接钢筋骨架中，多层主钢筋是竖向不留空隙用焊缝连接，钢筋层数一般不宜超过 6 层。焊接钢筋骨架的净距与最小混凝土保护层要求（I 类环境条件时）见[图 3-7b）]。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

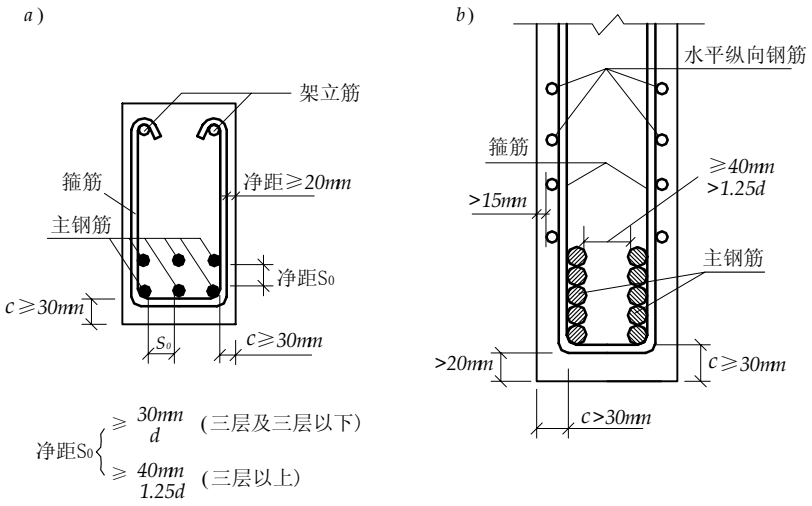



图 3-7 梁主钢筋净距和混凝土保护层

a)绑扎钢筋骨架时 b)焊接钢筋骨架时

梁内弯起钢筋是由主钢筋按规定的部位和角度弯至梁上部后，并满足锚固要求的钢筋；斜钢筋是专门设置的斜向钢筋，它们的设置及数量均由抗剪计算确定。

梁内箍筋是沿梁纵轴方向按一定间距配置并箍住纵向钢筋的横向钢筋（图 3-5）。箍筋除了帮助混凝土抗剪外，在构造上起着固定纵向钢筋位置的作用并与纵向钢筋、架立钢筋等组成骨架。因此，无论计算上是否需要，梁内均应设置箍筋。梁内采用的箍筋形式如（图 3-8）所示。

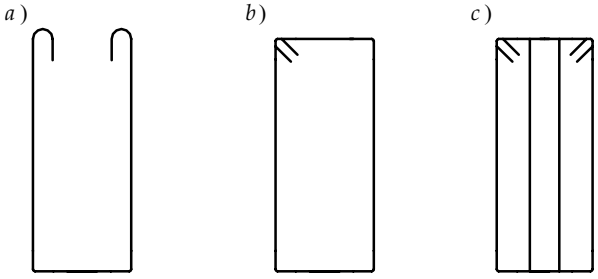



图 3-8 箍筋的形式

a)开口式双肢箍筋 b)封闭式双肢箍筋 c)封闭式四肢箍筋

箍筋的直径不宜小于 8mm 和主钢筋直径的 1/4。对于绑扎钢筋骨架，每根箍筋所箍纵向受拉钢筋每层不应多于 5 根；所箍受压钢筋，每层不多于 3 根，否则应采用[图 3-8c）]中所示的双箍四肢的箍筋形式。

架立钢筋和沿梁高的两侧面呈水平方向布置的水平纵向钢筋，均为梁内构造钢筋。

架立钢筋是为构成钢筋骨架用而附加设置的纵向钢筋，其直径依梁截面尺寸而选择，通常采用直径为 10mm~14mm 的钢筋。

水平纵向钢筋的作用主要是在梁侧面发生混凝土裂缝后，可以减小混凝土裂缝宽度。纵向水平钢筋要固定在箍筋外侧，其直径一般采用 8mm~10mm 的光圆钢筋，也可以用带肋钢筋。梁内水平纵向钢筋的总截面积可取用（0.001~0.002）$bh$，$b$ 为梁肋宽度，$h$ 为梁截面高度。其间距在受拉区不应大于梁肋宽度，且不应大于 200mm；在受压区不应大于 300mm。在梁支点附近剪力较大区段水平纵向钢筋间距宜为 100mm~150mm。

## 3.2 受弯构件正截面受力全过程和破坏形态



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

本节将以钢筋混凝土梁的受弯试验研究的成果,说明钢筋混凝土受弯构件在荷载作用下的受力阶段、截面正应力分布以及破坏形态。

### 3.2.1 试验研究

为了着重研究梁在荷载作用下正截面受力和变形的变化规律，以（图 3-9）所示跨长为 1.8m 的钢筋混凝土简支梁作为试验梁。梁截面为矩形，尺寸为 $b\times h$=100mm×160mm，配有Φ 10 钢筋。试验梁混凝土棱柱体抗压强度实测值 $f_c^0$=20.2MPa，纵向受力钢筋抗拉强度实测值 $f_s^0$=395MPa。

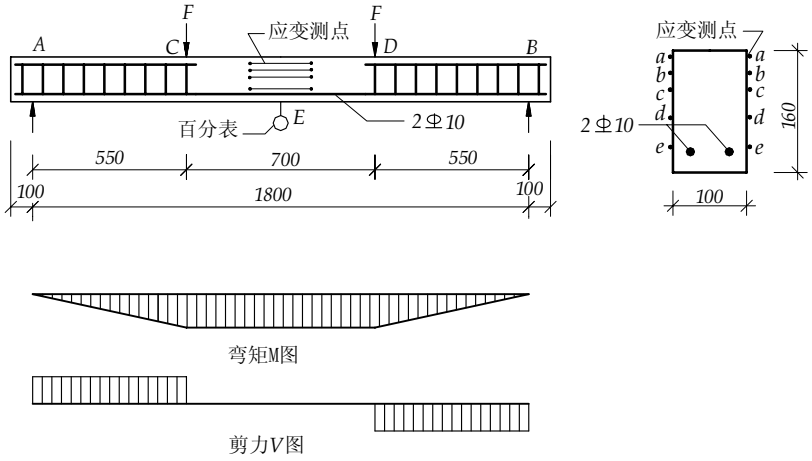



图 3-9　　试验梁布置示意图　（尺寸单位：mm）

试验梁上用油压千斤顶施加两个集中荷载 $F$，其弯矩图和剪力图如（图 3-9）所示。在梁 $CD$ 段，剪力为零（忽略梁自重），而弯矩为常数，称为“纯弯曲”段，它是试验研究的主要对象。

试验全过程要测读荷载施加力值、挠度和应变的数据。集中力 $F$ 大小用测力传感器测读；挠度用百分表测量，设置在试验梁跨中的 $E$ 点；混凝土应变用标距为 200mm 的手持应变仪测读，沿梁跨中截面段的高度方向上布置测点 $a$、$b$、$c$、$d$ 和 $e$。

集中力 F 分级施加。每级加载后，即测读梁的挠度和混凝土应变值。

#### 1）受弯构件正截面工作的三个阶段

（图 3-10）表示试验梁受力全过程中实测的集中力 $F$ 值与跨中挠度 $\delta$ 的关系曲线图，纵向坐标为力 $F$（kN），横坐标为跨中挠度 $\delta$ (mm)。由（图 3-10）可见到，当荷载较小时，挠度随着力 F 的增加而不断增长，两者基本上成比例；当 $F\approx$4.4$kN$ 时，梁 $CD$ 段的下部观察到竖向裂缝，此后挠度就比力 F 增加得快，并出现了若干条新裂缝；当 $F\approx$14.8$kN$ 时，裂缝急剧开展，挠度急剧增大；当 $F\approx$15.3$kN$ 时，试验梁截面受压区边缘混凝土被压碎，梁不能继续负担力 F 值而破坏。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

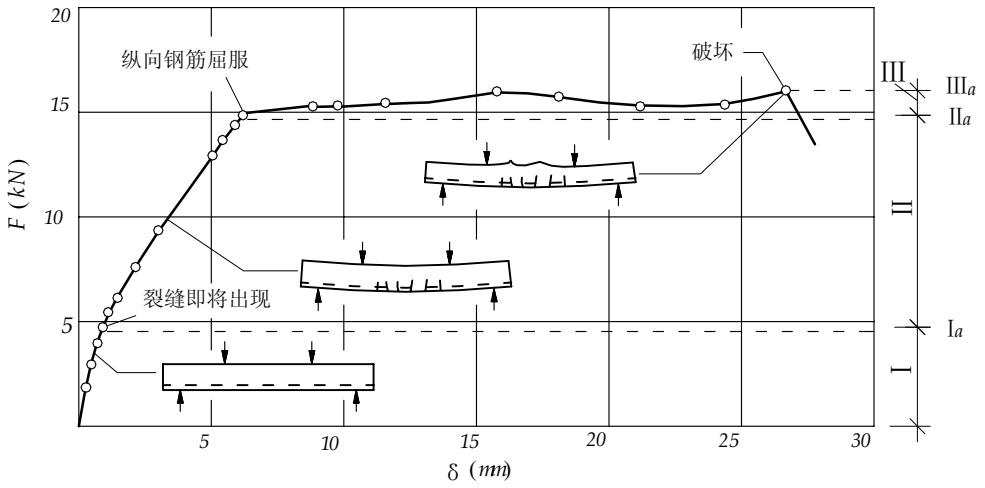



图 3-10　试验梁的荷载-挠度（$F$-$\delta$）图

由（图 3-10）还可以看到，试验梁的 $F$-$\delta$ 曲线上有两个明显的转折点，从而把梁的受力和变形全过程分为三个阶段。这三个阶段是：第 I 阶段，梁没有裂缝；第 II 阶段，梁带有裂缝工作；第 III 阶段，裂缝急剧开展，纵向受力钢筋应力维持在屈服强度不变。同时试验梁的 $F$-$\delta$ 曲线上有三个特征点，即第 I 阶段末（用 $I_a$ 表示），裂缝即将出现；第 II 阶段末（用 $II_a$ 表示），纵向受力钢筋屈服；第 III 阶段末（用 $III_a$ 表示），梁受压区混凝土被压碎，整个梁截面破坏。

**2）梁正截面上的混凝土应力分布规律**

（图 3-11）为试验梁在各级荷载下截面的混凝土应变实测的平均值及相应于各工作阶段截面上正应力分布图。

由图[3-11a）]可见，随着荷载的增加，应变值也不断增加，但应变图基本上仍是上下两个对顶的三角形。同时还可以看到，随着荷载的增加，中和轴逐渐上升。

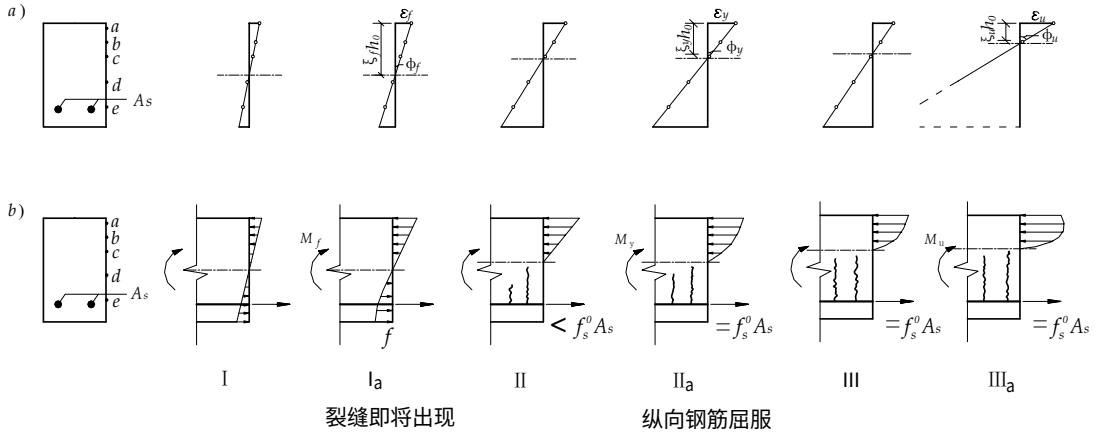



图 3-11 梁正截面各阶段的应力应变图和应力图

a)混凝土的平均应变分布 b)混凝土正应力分布

在试验中，通过应变仪可以直接测得混凝土的应变和钢筋的应变，要得到截面上的应力必须从材料的应力-应变关系去推求。（图 3-12）为试验梁的混凝土和钢筋试件得到的应力-应变曲线。[图 3-11b）]的应力图是根据[图 3-11a）]的各测点（$a$、$b$、$c$、$d$、$e$ 测点）的实测应变值以及（图 3-12）中材料的应力-应变图，沿截面从上到下，一个测点一个测点地推求出来的。

[图 3-11b）]表示的梁截面上正应力分布有如下特点。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

第 I 阶段：梁混凝土全截面工作，混凝土的压应力和拉应力基本上都呈三角形分布。纵向钢筋承受拉应力。混凝土处于弹性工作阶段，即应力与应变成正比。

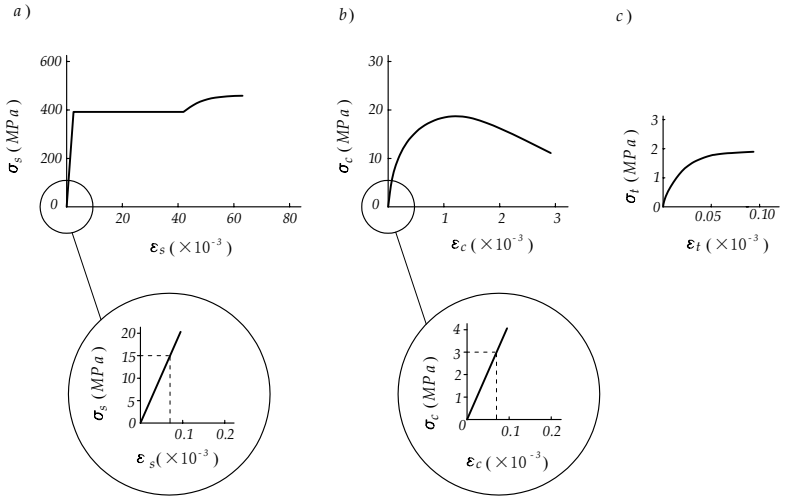



图 3-12　　试验梁材料的应力-应变图

a)钢筋受拉伸试验 b)混凝土轴心受压 c)混凝土轴心受拉

第 I 阶段末：混凝土受压区的应力基本上仍是三角形分布。但由于受拉区混凝土塑性变形的发展，拉应变增长较快，根据混凝土受拉时的应力-应变图曲线[图 3-12c）]，拉区混凝土的应力图形为曲线形。这时，受拉边缘混凝土的拉应变临近极限拉应变，拉应力达到混凝土抗拉强度，表示裂缝即将出现，梁截面上作用的弯矩用 $M_{cr}$ 表示。

第 II 阶段：荷载作用弯矩到达 $M_{cr}$ 后，在梁混凝土抗拉强度最弱截面上出现了第一批裂缝。这时，在有裂缝的截面上，拉区混凝土退出工作，把它原承担的拉力转给了钢筋，发生了明显的应力重分布。钢筋的拉应力随荷载的增加而增加；混凝土的压应力不再是三角形分布，而形成微曲的曲线形，中和轴位置向上移动。

第 II 阶段末：钢筋拉应变达到屈服时的应变值，表示钢筋应力达到其屈服强度，第 II 阶段结束。

第 III 阶段：在这个阶段里，钢筋的拉应变增加很快，但钢筋的拉应力一般仍维持在屈服强度不变（对具有明显流幅的钢筋）。这时，裂缝急剧开展，中和轴继续上升，混凝土受压区不断缩小，压应力也不断增大，压应力图成为明显的丰满曲线形。

第 III 阶段末：这时，截面受压上边缘的混凝土压应变达到其极限压应变值，压应力图呈明显曲线形，并且最大压应力已不在上边缘，而是在距上边缘稍下处，这都是混凝土受压时的应力-应变图所决定的。在第 III 阶段末，压区混凝土的抗压强度耗尽，在临界裂缝两侧的一定区段内，压区混凝土出现纵向水平裂缝，随即混凝土被压碎、梁破坏，在这个阶段，向钢筋的拉应力仍维持在屈服强度。

以上是适量配筋情况下的钢筋混凝土梁从加荷开始至破坏的全过程。由上述可见，由钢筋和混凝土两种材料组成的钢筋混凝土梁，是不同于连续、匀质、弹性材料梁的，其受力特点为：

（1）钢筋混凝土梁的截面正应力状态随着荷载的增大不仅有数量上的变化，而且有性质上的改变——应力分布图形改变。不同的受力阶段，中和轴的位置及内力偶臂也有所不同的。因此，无论压区混凝土的应力或是纵向受拉钢筋的应力，不像弹性匀质材料梁那样完全与弯矩成比例。

（2）梁的大部分工作阶段中，受拉区混凝土已开裂。随着裂缝的开展，压区混凝土塑



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

性变形也不完全服从弹性匀质梁所具有的比例关系。

上述特点反映了混凝土结构的材料力学性能两个基本方面，即混凝土的抗拉强度比抗压强度小很多，在不大的拉伸变形下即出现裂缝；混凝土是弹塑性材料，当应力超过一定限度时，将出现塑性变形。

### 3.2.2 受弯构件正截面破坏形态

钢筋混凝土受弯构件有两种破坏性质：一种是塑性破坏（延性破坏），指的是结构或构件在破坏前有明显变形或其它征兆；另一种是脆性破坏，指的是结构或构件在破坏前无明显变形或其它征兆。根据试验研究，钢筋混凝土受弯构件的破坏性质与配筋率 $\rho$、钢筋强度等级、混凝土强度等级有关。对常用的热轧钢筋和普通强度混凝土，破坏形态主要受到配筋率 $\rho$ 的影响。因此，按照钢筋混凝土受弯构件的配筋情况及相应发生破坏时的性质可得到正截面破坏的三种形态。

**1）适筋梁破坏——塑性破坏[图 3-13a)]**

梁的受拉区钢筋首先达到屈服强度，其应力保持不变而应变显著地增大，直到受压区边缘混凝土的应变达到极限压应变时，受压区出现纵向水平裂缝随之混凝土压碎而破坏。这种梁破坏前，梁的裂缝急剧开展，挠度较大，梁截面产生较大的塑性变形，因而有明显的破坏预兆，属于塑性破坏。（图 3-9）所示钢筋混凝土试验梁的破坏就属适筋梁破坏。

受弯构件的截面曲率 $\phi$ 是一项综合表达构件的刚度、变形能力的指标。钢筋混凝土梁截面曲率的表达式是 $\phi=\dfrac{\varepsilon_c}{\xi_i h_0}$（图 3-11），其中 $\varepsilon_c$ 为截面边缘混凝土应变；$h_0$ 为截面有效高度；$\xi_i$ 为受压区高度系数，而受压区高度 $x_i=\xi_i h_0$。（图 3-11）中，$\phi_y$ 为钢筋屈服时截面曲率，$\phi_u$ 为梁破坏时的极限曲率，由于 $\varepsilon_c$ 的急剧增大，$\xi_i h_0$ 的迅速变小，使得 $\phi_u$ 比 $\phi_y$ 大得很多，即（$\phi_u-\phi_y$）较大，说明构件刚度降低、变形增大，但却表现了较好的耐受变形的能力——延性。延性是承受地震及冲击荷载作用时构件的一项重要受力特性。

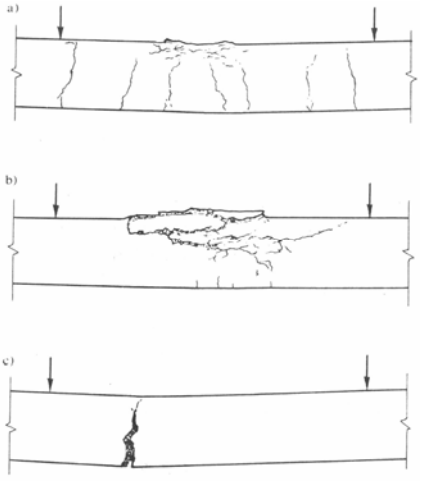



图 3-13　　梁的破坏形态

a)适筋梁破坏　b)超筋梁破坏　c)少筋梁破坏



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

2）超筋梁破坏——脆性破坏[图 3-13b)]

当梁截面配筋率 $\rho$ 增大，钢筋应力增加缓慢，压区混凝土应力有较快的增长，$\rho$ 越大，则纵向钢筋屈服时的弯矩 $M_y$ 越趋近梁破坏时的弯矩 $M_u$，这意味着第 III 阶段缩短。当 $\rho$ 增大到使 $M_y$=$M_u$ 时，受拉钢筋屈服与压区混凝土压碎几乎同时发生，这种破坏称为平衡破坏或界限破坏，相应的 $\rho$ 值被称为最大配筋率 $\rho_{max}$。

当实际配筋率 $\rho > \rho_{max}$ 时，梁的破坏时压区混凝土被压坏，而受拉区钢筋应力尚未达到屈服强度。破坏前梁的挠度及截面曲率曲线没有明显的转折点（图 3-14），受拉区的裂缝开展不宽，延伸不高，破坏是突然的，没有明显预兆，属于脆性破坏，称为超筋梁破坏。

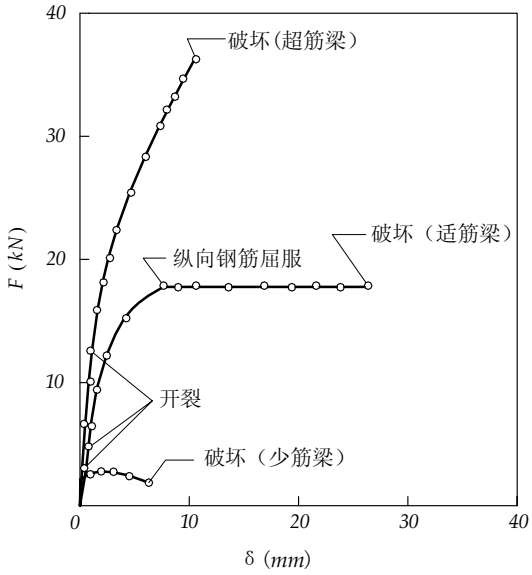



图 3-14 三种破坏特征梁的荷载－挠度曲线

超筋梁的破坏是压区混凝土抗压强度耗尽，而钢筋的抗拉强度没有得到充分发挥，因此，超筋梁的破坏时的弯矩 $M_u$ 与钢筋强度无关，仅取决于混凝土的抗压强度。

3）少筋梁破坏——脆性破坏[图 3-13c)]

当梁的配筋率 $\rho$ 很少，梁受拉区混凝土开裂后，钢筋应力趋近于屈服强度，即开裂弯矩 $M_{cr}$ 趋近于受拉区钢筋屈服时的弯矩 $M_y$，这意味着第 II 阶段的缩短，当 $\rho$ 减少到使 $M_{cr}$=$M_y$ 时，裂缝一旦出现，钢筋应力立即达到屈服强度，这时的配筋率称为最小配筋率 $\rho_{min}$。

梁中实际配筋率 $\rho$ 小于 $\rho_{min}$ 时，梁受拉区混凝土一开裂，受拉钢筋到达屈服，并迅速经历整个流幅而进入强化阶段，梁仅出现一条集中裂缝，不仅宽度较大，而且沿梁高延伸很高，此时受压区混凝土还未压坏，而裂缝宽度已很宽，挠度过大，钢筋甚至被拉断。由于破坏很突然，故属于脆性破坏。把具有这种破坏形态的梁称为少筋梁。

少筋梁的抗弯承载力取决于混凝土的抗拉强度，在桥梁工程中不允许采用。

## 3.3 受弯构件正截面承载能力计算的基本原则

### 3.3.1 基本假定

钢筋混凝土受弯构件达到抗弯承载能力极限状态，其正截面承载能力计算采用下述基本假定：

1）平截面假定

国内外大量试验证明，对于钢筋混凝土受弯构件，从开始加荷直至破坏的各阶段，截面的平均应变都能较好地符合平截面假定。对混凝土受压区来讲，平截面假定是正确的。而对于混凝土受拉区，在裂缝产生后，裂缝截面处钢筋和相邻的混凝土之间发生了某些相



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

对滑移，因而，在裂缝附近区段，截面变形已不能完全符合平截面假定。然而。如果量测应变的标距较长（跨过一条或几条裂缝），则其平均应变还是能较好地符合平截面假定的。试验还表明，构件破坏时，受压区混凝土的压碎是在沿构件长度一定范围内发生的，同时，受拉钢筋的屈服也是在一定长度范围内发生的，因此，在承载能力计算时采用平截面假定是可行的。

当然，这一假定是近似的，它与实际情况或多或少存在某些差距，但是，分析表明，由此而引起的误差是不大的，完全能符合工程计算要求。

平截面假定为钢筋混凝土受弯构件正截面承载能力计算提供了变形协调的几何关系，可加强计算方法的逻辑性和条理性，使计算公式具有更明确的物理意义，因此，世界上许多国家的设计规范都采用了这一假定。

2）不考虑混凝土的抗拉强度

在裂缝截面处，受拉区混凝土已大部分退出工作，但在靠近中和轴附近，仍有一部分混凝土承担着拉应力。由于其拉应力较小，且内力偶臂也不大，因此，所承担的内力矩是不大的，故在计算中可忽略不计。

3）材料应力应变物理关系

（1）混凝土受压时的应力应变关系。关于混凝土的应力应变曲线，有多种不同的计算图式，较常用的是由一条二次抛物线及水平线组成的曲线。（图 3-15）是欧洲混凝土协会的标准规范（CEB-FIP Mode Code）采用作为计算的典型化混凝土应力应变曲线。曲线的上升段 OA 为二次抛物线，其表达式为：

$$\sigma = \sigma_0\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2\right] \qquad (\varepsilon \leqslant \varepsilon_0) \qquad (3\text{-}2)$$

式中 $\sigma_0$——峰值应力。CEP-FIP 规范取 $\sigma_0=0.85f_{ck}$，$f_{ck}$ 为混凝土标准圆柱体抗压强度，0.85 为折减系数。同时，CEP-FIP 规范取 $\varepsilon_0=0.002$。

（图 3-15）中直线段 *AB* 为水平线，应力 $\sigma=\sigma_0$，*B* 点的应变 $\varepsilon_u=0.0035$，$\varepsilon_{cu}$ 为混凝土极限压应变。

（2）钢筋的应力应变曲线，多采用简化的理想弹塑性应力应变关系（图 3-16）。对于有明显屈服台阶的钢筋，*OA* 为弹性阶段，*A* 点对应的应力为钢筋屈服强度 $\sigma_y$，相应的应变为屈服应变 $\varepsilon_y$，*OA* 的斜率为弹性模量 $E_s$。*AB* 为塑性阶段，*B* 点对应的应变为强化段开始的应变 $\varepsilon_k$，由（图 3-16）可得到普通钢筋的应力应变关系表达式为

$$\sigma_s=\varepsilon_s E_s \qquad (0\leqslant \varepsilon_s \leqslant \varepsilon_y) \qquad (3\text{-}3)$$

$$\sigma_s=\sigma_y \qquad (\varepsilon_s > \varepsilon_y) \qquad (3\text{-}4)$$

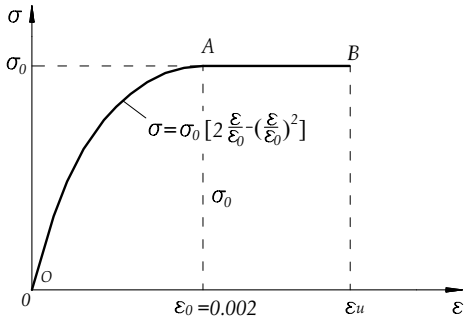



图 3-15　CEB－FIP 标准规范采用的混凝土应力应变曲线模式图

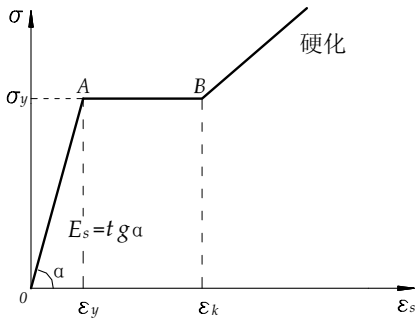



图 3-16 钢筋应力应变曲线模式图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

式（3-3）中钢筋应力取等于钢筋应变与弹性模量的乘积，但其绝对值不大于相应的强度设计值。对钢筋混凝土受弯构件进行正截面承载能力计算时，钢筋的应力-应变关系可以采用弹性-全塑性曲线：在钢筋受拉屈服之前，钢筋应力和应变成正比；钢筋受拉屈服后，钢筋应力保持不变。同时，《公路桥规》规定纵向钢筋的受拉极限应变为 0.01，这也是构件达到承载能力极限状态的标志之一，实际上限制了钢筋的强化强度以保证结构构件具有必要的延性。

### 3.3.2 压区混凝土等效矩形应力图形

钢筋混凝土受弯构件正截面承载能力 $M_u$ 的计算前提是要知道破坏时混凝土压应力的分布图形，特别是压区混凝土的压应力合力 $C$ 及其作用位置 $y_c$（图 3-17）。

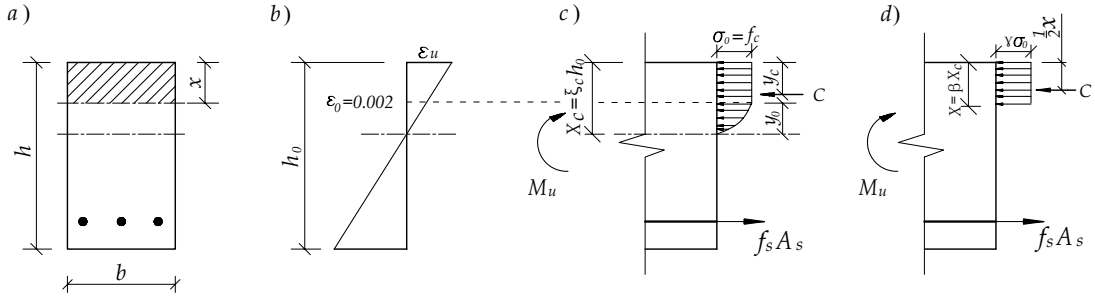



图 3-17　　受压区混凝土等效矩形应力图

a)截面 b)平均应变分布 c)压区混凝土应力分布模式 d)等效矩形混凝土压应力分布

钢筋混凝土梁正截面破坏时混凝土压应力的分布图形与混凝土的应力应变曲线（受压时）是相似的，现取（图 3-15）所示的混凝土应力应变曲线模式图，即当 $\varepsilon \leqslant \varepsilon_0$ 时 $\sigma = \sigma_0\left[2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2\right]$；当 $\varepsilon > \varepsilon_0$ 时，$\sigma = \sigma_0$，而 $\varepsilon = \varepsilon_0$ 的点距中和轴的距离为 $y_0$[图 3-17c）]。

由平截面假定可得到混凝土受压区高度 $x_c = \xi_c h_0$[图 3-17c）]，同样得到 $\varepsilon / \varepsilon_0 = y/y_0$，及 $y_0 = \varepsilon_0 \xi_c h_0 / \varepsilon_{cu}$。

现以（图 3-17）所示的矩形截面，来推导破坏时压区混凝土的压应力合力 $C$ 及其合力作用位置 $y_c$ 的表达式。

压区混凝土的应力应变曲线为两段，须分段积分才能得到压应力合力 $C$ 为：

$$C = \int_0^{\xi_c h_0} \sigma(\varepsilon) b dy$$

$$= \int_0^{y_0} \sigma_0\left[\frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0}-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2\right] b dy + \int_{y_0}^{\xi_c h_0} \sigma_0 b dy$$

注意到 $\varepsilon / \varepsilon_0 = y/y_0$，及 $y_0 = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}} \xi_c h_0$，积分后得到

$$C = \sigma_0 \xi_c h_0 b\left(1-\frac{1}{3}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}\right) \qquad (3\text{-}5)$$

混凝土压应力合力 $C$ 的作用点至受压边缘的距离 $y_c$，可由下式计算



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$y_c = \xi_c h_0 - \frac{\int_0^{\xi_c h_0} \sigma(\varepsilon) b y dy}{C}$$

将式中的积分计算后，可得到：

$$y_c = \xi_c h_0 \left[ 1 - \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}\right)^2}{1 - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}} \right] \qquad (3\text{-}6)$$

显然，用混凝土受压时的应力应变曲线 $\sigma = \sigma(\varepsilon)$来求应力合力 $C$ 和合力作用点 $y_c$ 是比较麻烦的。因此，为了计算方便起见，可以设想在保持压应力合力 $C$ 的大小及其作用位置 $y_c$ 不变条件下，用等效矩形的混凝土压应力图[图 3-17d)]来替换实际的混凝土压应力分布图形（图 3-17c)。这个等效的矩形压应力图形由无量纲参数 $\beta$ 和 $\gamma$ 确定。$\beta$ 为矩形压应力图的高度 $x$ 与按平截面假定的中和轴高度 $x_c$ 的比值，即 $\beta = x/x_c$；$\gamma$ 为矩形压应力图的应力与受压区混凝土最大应力 $\sigma_0$ 的比值[图 3-17d）]。

在[图 3-17d)]中可得到等效矩形压应力图形的合力 $C$ 为

$$C = \gamma \sigma_0 b x = \gamma \sigma_0 b \beta x_c = \gamma \beta \sigma_0 b \xi_c h_0 \qquad (3\text{-}7)$$

合力 $C$ 的作用位置 $y_c$ 为

$$y_c = \frac{x}{2} = \frac{1}{2}\beta x_c = \frac{1}{2}\beta \xi_c h_0 \qquad (3\text{-}8)$$

根据等代原则：压应力合力 $C$ 不变，即式（3-5）等于式（3-7）；压应力合力位置 $y_c$ 不变，即式（3-6）等于式（3-8）。解含有求知数 $\beta$ 和 $\gamma$ 的联立方程，可得到：

$$\beta = \frac{\left[ 1 - \frac{2}{3}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}\right) + \frac{1}{6}\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}\right)^2 \right]}{\left(1 - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}\right)} \qquad (3\text{-}9)$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{cu}}\right) \qquad (3\text{-}10)$$

当确定 $\varepsilon_0$、$\varepsilon_{cu}$ 值后，即可将[图 3-17c）]的压区混凝土实际压应力分布图，换成等效的矩形压应力分布图形。

若取 $\varepsilon_0$=0.002，混凝土极限压应变 $\varepsilon_{cu}$ =0.003，而不是按 CEB-FIP 那样取 $\varepsilon_{cu}$ =0.0035。由式(3-9)和式(3-10)可得到 $\beta$=0.8095，$\gamma$=0.9608，即等效矩形压应力图形高度 $x$=0.8095$x_c$，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

等效压应力值为$\gamma\ \sigma_0$=0.9608 $\sigma_0$。

对于受弯构件截面受压区混凝土的极限压应变 $\varepsilon_{cu}$，《公路桥规》按混凝土强度级别来分别取值：对于 C50 以下普通混凝土取 $\varepsilon_{cu}$=0.0033；对于 C50~C80 的高强混凝土取 $\varepsilon_{cu}$ =0.0033~0.003，中间可按直线内插求值。因此，基于上述受压区混凝土应力计算图形采用等效矩形图形的分析，结合国内外试验资料，《公路桥规》对所取用的混凝土受压区等效矩形应力值取 $\gamma\sigma_0=f_{cd}$，$f_{cd}$ 为混凝土的轴心抗压强度设计值；对于系数 $\beta$ 的取值是：C50 以下的普通混凝土取 $\beta$=0.8；C50~C80 高强混凝土取 $\beta$=0.8~0.74，中间可按直线内插法求值。

### 3.3.3 相对界限受压区高度 $\xi_b$

当钢筋混凝土梁的受拉区钢筋达到屈服应变 $\varepsilon_y$ 而开始屈服时，受压区混凝土边缘也同时达到其极限压应变 $\varepsilon_{cu}$ 而破坏，此时被称为界限破坏。

根据给定的 $\varepsilon_{cu}$ 和平截面假定可以做出如（图 3-18）所示截面应变分布的直线 *ab*，这就是梁截面发生界限破坏的应变分布。受压区高度为 $x_b=\xi_b h_0$，$\xi_b$ 被称为相对界限混凝土受压区高度。

适筋截面受弯构件破坏始于受拉区钢筋屈服，经历一段变形过程后压区边缘混凝土达到极限压应变 $\varepsilon_{cu}$ 后才破坏，而这时受拉区钢筋的拉应变，$\varepsilon_s>\varepsilon_y$，由此可得到适筋截面破坏时的应变分布如（图 3-18）中的 *ac* 直线。此时受压区高度 $x_c<\xi_b h_0$。

超筋截面受弯构件破坏是压区边缘混凝土先达到极限压应变 $\varepsilon_{cu}$ 破坏，这时受拉区钢筋的拉应变 $\varepsilon_s<\varepsilon_y$，由此可得到超筋截面破坏时的应变分布如（图 3-18）中的 *ad* 直线，此时受压区高度 $x_c>\xi_b h_0$ 时，为超筋截面。

由（图 3-18）可以看到，界限破坏是适筋截面和超筋截面的鲜明界线；当截面实际受压区高度 $x_c>\xi_b h_0$ 时，为超筋梁截面；当 $x_c<\xi_b h_0$ 时，为适筋梁截面。因此，一般用 $\xi_b=\dfrac{x_b}{h_0}$ 来作为界限条件，$x_b$ 为按平截面假定得到的界限破坏时受压区混凝土高度。

对于等效矩形应力分布图形的受压区界限高度 $x=\beta x_b$，相应的 $\xi_b$ 应为 $\xi_b=\dfrac{x}{h_0}=\dfrac{\beta x_b}{h_0}$。

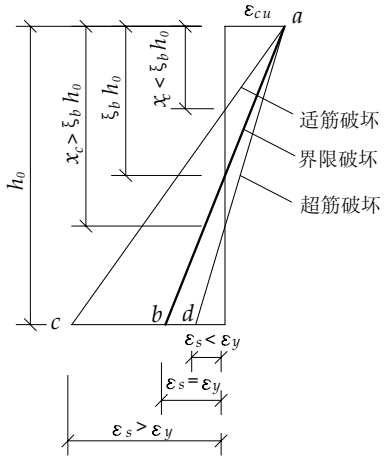



图 3-18　　界限破坏时截面平均应变示意图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

由（图 3-18）所示界限破坏时应变分布 *ab* 可得：

$$\frac{x_b}{h_0}=\frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_y} \tag{3-11}$$

以 $x_b=\xi_b h_0/\beta$，$\varepsilon_y=f_{sd}/E_s$ 代入式（3-11）并整理提到按等效矩形应力分布图形的受压区界限高度：

$$\xi_b=\frac{\beta}{1+\dfrac{f_{sd}}{\varepsilon_{cu}E_s}} \tag{3-12}$$

式（3-12）即为《公路桥规》确定混凝土受压区高度 $\xi_b$ 的依据，其中 $f_{sd}$ 为受拉钢筋的抗拉强度设计值。据此，当为普通强度混凝土时，按不同钢筋的强度设计值和弹性模量得到《公路桥规》规定的 $\xi_b$ 值（表 3-1）。

相对界限受压区高度 $\xi_b$　　表 3-1

| 混凝土强度等级 / 钢筋种类 | $\xi_b$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | C50 及以下 | C55、C60 | C65、C70 | C75、C80 |
| R235 | 0.62 | 0.60 | 0.58 | —— |
| HRB335 | 0.56 | 0.54 | 0.52 | —— |
| HRB400,KL400 | 0.53 | 0.51 | 0.49 | —— |

注：截面受拉区内配置不同种类钢筋的受弯构件，其 $\xi_b$ 值应选用相应于各种钢筋的较小者。

### 3.3.4 最小配筋率 $\rho_{\min}$

为了避免少筋梁破坏，必须确定钢筋混凝土受弯构件的最小配筋率 $\rho_{min}$。

最小配筋率是少筋梁与适筋梁的界限，当梁的配筋率由 $\rho_{min}$ 逐渐减少，梁的工作特性也从钢筋混凝土结构逐渐向素混凝土结构过渡。所以 $\rho_{min}$ 可按，采用最小配筋率 $\rho_{min}$ 的钢筋混凝土梁在破坏时，正截面承载力 $M_u$ 等于同样截面尺寸、同样材料的素混凝土梁正截面开裂弯矩标准值的原则确定。

由上述原则的计算结果，同时考虑到温度变化、混凝土收缩应力的影响以及过去的设计经验，《公路桥规》规定了受弯构件纵向受力钢筋的最小配筋率 $\rho_{\min}(\%)$，详见附表 1-9。

## 3.4 单筋矩形截面受弯构件

### 3.4.1 基本公式及适用条件

根据受弯构件正截面承载能力计算的基本原则，可以得到单筋矩形截面受弯构件承载能力计算简图（图 3-19）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

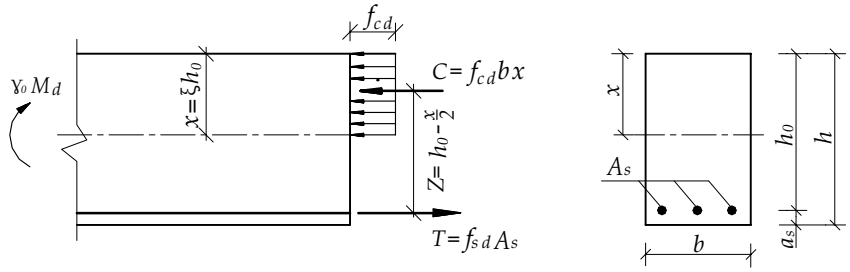



图 3-19　　单筋矩形截面受弯构件正截面承载能力计算图式

按照第 2 章所述钢筋混凝土结构设计计算基本原则，在受弯构件计算截面上的最不利荷载组合效应计算值 $\gamma_o M_d$ 不应超过截面的承载能力（抗力）$M_u$。

由（图 3-19）可以写出单筋矩形截面受弯构件正截面计算的基本公式。

由截面上水平方向内力之和为零的平衡条件，即 T+C=0，得到

$$f_{cd}bx = f_{sd}A_s \tag{3-13}$$

由截面上对受拉钢筋合力 T 作用点的力矩之和等于零的平衡条件，可得

$$\gamma_0 M_d \leqslant M_u = f_{cd}bx(h_0 - \frac{x}{2}) \tag{3-14}$$

由对压区混凝土合力 C 作用点取力矩之和为零的平衡条件，可得

$$\gamma_0 M_d \leqslant M_u = f_{sd}A_s(h_0 - \frac{x}{2}) \tag{3-15}$$

式中　$M_d$——计算截面上的弯矩组合设计值；

$\gamma_0$——结构的重要性系数；

$M_u$——计算截面的抗弯承载能力；

$f_{cd}$——混凝土轴心抗压强度设计值；

$f_{sd}$——纵向受拉钢筋抗拉强度设计值；

$A_s$——纵向受拉钢筋的截面面积；

$x$——按等效矩形应力图的计算受压区高度；

$b$——截面宽度；

$h_0$——截面有效高度。

公式（3-13）、（3-14）、（3-15）仅适用于适筋梁，而不适用于超筋梁和少筋梁。因为超筋梁破坏时钢筋的实际拉应力为 $\sigma_s$ 并未到达抗拉强度设计值，故不能按 $f_{sd}$ 来考虑。因此，公式的适用条件为：

1）为防止出现超筋梁情况，计算受压区高度 $x$ 应满足

$$x \leqslant \xi_b h_0 \tag{3-16}$$

式中的相对界限受压区高度 $\xi_b$，可根据混凝土强度级别和钢筋种类由表 3-1 查得。

由式（3-13）可以得到计算受压区高度 $x$ 为

$$x = \frac{f_{sd}A_s}{f_{cd}b} \tag{3-17}$$

则相对受压区高度 $\xi$ 为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \frac{A_s}{bh_0} = \rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \quad (3\text{-}18)$$

由式（3-18）可见 $\xi$ 不仅反映了配筋率 $\rho$，而且反映了材料的强度比值的影响，故 $\xi$ 又被称为配筋特征值，它是一个比 $\rho$ 更有一般性的参数。

当 $\xi = \xi_b$ 时，可得到适筋梁的最大配筋率 $\rho_{max}$ 为

$$\rho_{max} = \xi_b \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \quad (3\text{-}19)$$

显然，适筋梁的配筋率 $\rho$ 应满足

$$\rho \leqslant \rho_{max} (= \xi_b \frac{f_{cd}}{f_{sd}}) \quad (3\text{-}20)$$

式（3-20）和式（3-16）具有相同意义，目的都是防止受拉区钢筋过多形成超筋梁，满足其中一式，，另一式必然满足。在实际计算中，多采用式（3-16）。

2）为防止出现少筋梁的情况，计算的配筋率 $\rho$ 应当满足

$$\rho \geqslant \rho_{min} \quad (3\text{-}21)$$

### 3.4.2 计算方法

钢筋混凝土受弯构件的正截面计算，一般仅需对构件的控制截面进行。所谓控制截面，在等截面受弯构件中是指弯矩组合设计值最大的截面；在变截面受弯构件中，除了弯矩组合设计值最大的截面外，还有截面尺寸相对较小，而弯矩组合设计值相对较大的截面。

受弯构件正截面承载力计算，在实际设计中可分为截面设计和截面复核两类计算问题。解决这两类计算问题的依据是前述的基本公式及适用条件。

#### 1）截面设计

截面设计是指根据截面上的弯矩组合设计值，选定材料、确定截面尺寸和配筋的计算。在桥梁工程中，最常见的截面设计工作是已知受弯构件控制截面上作用的弯矩计算值 $M=\gamma_0 M_d$、材料和截面尺寸，要求确定钢筋数量（面积）、选择钢筋规格和进行截面上钢筋布置。

截面设计应满足承载能力 $M_u$≥弯矩计算值 $M$，即确定钢筋数量后的截面承载能力至少要等于弯矩计算值 $M$，所以在利用基本公式进行截面设计时，一般取 $M_u=M$ 来计算。截面设计方法及计算步骤如下：

已知弯矩计算值 $M$，混凝土和钢筋材料级别，截面尺寸 $b\times h$，求钢筋截面 $A_s$。

（1）假设钢筋截面重心到截面受拉边缘距离 $a_s$。在 I 类环境条件下，对于绑扎钢筋骨架的梁，可设 $a_s$≈40mm（布置一层钢筋时）或 65mm（布置两层钢筋时）。对于板，一般可根据板厚假设 $a_s$ 为 25mm 或 35mm。这样可得到有效高度 $h_0$。

（2）由式（3-14）解一元二次方程求得受压区高度 $x$，并满足 $x\leqslant \xi_b h_0$。

（3）由式（3-13）可直接求得所需的钢筋面积。

（4）选择钢筋直径并进行截面上布置后，得到实际配筋面积 $A_s$、$a_s$ 及 $h_0$。实际配筋率 $\rho \geqslant \rho_{min}$。

#### 2）截面复核

截面复核是指已知截面尺寸、混凝土强度级别和钢筋在截面上的布置，要求计算截面的承载能力 $M_u$ 或复核控制截面承受某个弯矩计算值 $M$ 是否安全。截面复核方法及计算步



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

骤如下：

已知截面尺寸 $b$、$h$，混凝土和钢筋材料级别，钢筋面积 $A_s$ 及 $a_s$，求截面承载能力 $M_u$。

（1）检查钢筋布置是否符合规范要求。

（2）计算配筋率 $\rho$，且应满足 $\rho \geqslant \rho_{\min}$。

（3）由式（3-13）计算受压区高度 $x$。

（4）若 $x > \xi_b h_0$，则为超筋截面，其承载能力为

$$M_u = f_{cd} b h_0^2 \xi_b (1 - 0.5\xi_b) \tag{3-22}$$

当由式（3-22）求得的 $M_u < M$ 时，可采取提高混凝土级别、修改截面尺寸，或改为双筋截面等措施。

（5）当 $x \leqslant \xi_b h_0$ 时，由式（3-14）或式（3-15）可计算得到 $M_u$。

应该进一步说明的是，在使用基本公式解算截面设计中某些问题时，例如已知弯矩计算值 $M$ 和材料，要求确定截面尺寸和所需钢筋数量时，未知数将会多于基本公式的数目，这时可以由构造规定或工程经验一提供假设值，如配筋率 $\rho$，可选取 $\rho$=0.006~0.015（矩形梁）或取 $\rho$=0.003~0.008（板），则问题可解。

**例 3-1** 矩形截面梁 $b \times h$=250mm×500mm，截面处弯矩组合设计值 $M_d$=115kN·m，采用 C20 混凝土和 HRB335 级钢筋。I 类环境条件。安全等级为二级。试进行配筋计算。

**解：**根据已给的材料，分别由附表 1-1 和附表 1-3 查得，$f_{cd}$=9.2MPa，$f_{td}$=1.06MPa，$f_{sd}$=280MPa。由表 3-1 查得 $\xi_b$=0.56。桥梁结构的重要性系数 $\gamma_0$ =1，则弯矩计算值 $M$= $\gamma_0 M_d$ =115kN·m。

采用绑扎钢筋骨架，按布置一层钢筋，假设 $a_s$=40mm，则有效高度 $h_0$=500-40=460mm。

（1）求受压区高度 $x$

将各已知值代入式（3-14），则得

$$1 \times 11.5 \times 10^7 = 9.2 \times 250x\left(460 - \frac{x}{2}\right)$$

整理后得到中心　　$x^2 - 920x + 100000 = 0$

解得　　$x_1 = 794mm$（大于梁高，舍去）

$x_2 = 126mm < \xi_b h_0$（=0.56×460mm=258mm）

（2）求所需钢筋数量 $A_s$

将各已知值及 $x$=126mm 代入式（3-13），得到

$$A_s = \frac{f_{cd} b x}{f_{sd}} = \frac{9.2 \times 250 \times 126}{280} = 1035mm^2$$

（3）选择并布置钢筋

考虑一层钢筋为 4 根，由附表 1-6 查得可供使用的有 4$\underline{\phi}$20（$A_s$=1256mm$^2$）、2$\underline{\phi}$20+2$\underline{\phi}$18



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（$A_s$=1137mm$^2$）。选择 2$\underline{\phi}$20 和 2$\underline{\phi}$18 并布置（图 3-20）。

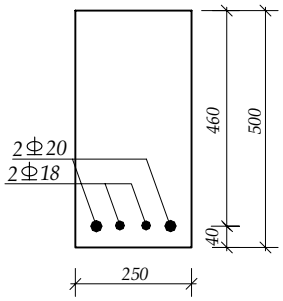



图 3-20　　例 3-1 的截面钢筋布置（尺寸单位：mm）

混凝土保护层厚度 C=30mm，$a_s$=30+22.7/2=40mm，则有效高度 $h_0$=458.65mm。

最小配筋率计算：45($f_{td}/f_{sd}$)=45(1.06/280)=0.17%，且不应小于 0.2%，故取 $\rho_{\min}$=0.2%。

实际配筋率 $\rho=\dfrac{A_s}{bh_0}=\dfrac{1137}{250\times 4458.65}=1\%>\rho_{\min}$(=0.2%)。

**例 3-2** 矩形截面梁尺寸 $b\times h$=240mm×500mm。C20 混凝土，R235 级钢筋，$A_s$=1256mm$^2$(4$\phi$20)。钢筋布置如（图 3-21）。I 类环境条件，安全等级为二级。复核该截面是否能承受计算弯矩 $M$=95kN·m 的作用。

**解：**根据已给材料分别由附表 1-1 和附表 1-3 查得 $f_{cd}$=9.2MPa，$f_{sd}$=235MPa；$f_{td}$=1.06MPa。由表 3-1 查得 $\xi_b$=0.62。最小配筋率计算：45($f_{td}/f_{sd}$)=45(1.06/235)=0.2%，且不应小于 0.2%，故取 $\rho_{\min}$=0.2%。

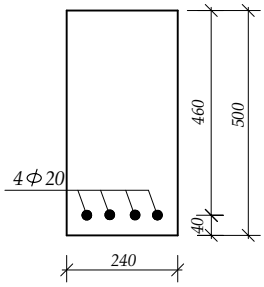



图 3-21　　例 3-2 图（尺寸单位：mm）

由（图 3-21）得到混凝土保护层 $c=a_s-\dfrac{d}{2}=40-\dfrac{20}{2}=30mm$ 符合要求。钢筋间净距 $S_n=\dfrac{240-2\times 30-4\times 22.7}{3}\cong 33mm$，符合 30mm 及 $d$=20mm 的要求。

实际配筋率 $\rho=\dfrac{1256}{240\times 460}=1.14\%>\rho_{\min}$(=0.2%)。

（1）求受压区高度 $x$

由式（3-13）可得

$$x=\frac{f_{sd}A_s}{f_{cd}b}=\frac{235\times 1256}{9.2\times 240}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

=134mm＜ $\xi_b$(=0.62×460=285mm)

不会发生超筋梁情况。

（2）求抗弯承载能力 $M_u$

由式（3-14）可得

$$M_u = f_{cd}bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$$

$$= 9.2\times 240\times 134\left(460 - \frac{134}{2}\right)$$

=116.3×$10^6$Nmm=116.3kN・m＞$M$（=95kN・m）

故梁截面经复核可以承受计算弯矩 $M$=95kN・m 的作用。

**例 3-3** 计算跨径为 2.05m 的人行道板，承受人群荷载为 3.5kN/$m^2$，板厚为 80mm。采用 C20 混凝土，R235 级钢筋，I 类环境条件，安全等级为二级。试进行配筋计算。

**解：**取 1m 宽带进行计算（图 3-22），即计算板宽 $b$=1000mm，板厚 $h$=80mm。

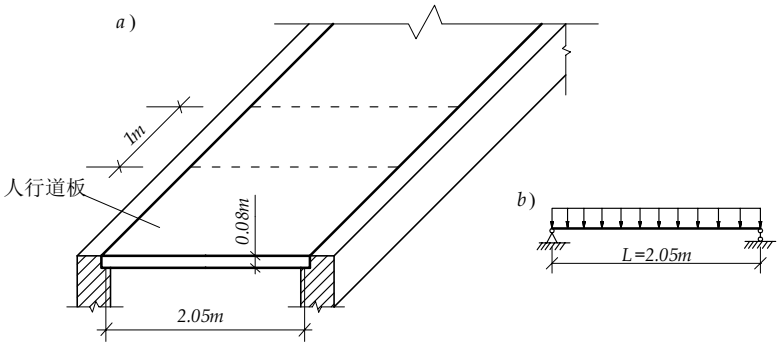



图 3-22　　人行道板计算图式

$f_{cd}$=9.2MPa，$f_{td}$=1.06MPa，$f_{sd}$=235MPa, $\xi_b$=0.62，计算后取最小配筋率 $\rho_{\min}$ 为 0.2%。

（1）板控制截面的弯矩组合设计值 $M_d$

板的计算图式为简支板，计算跨径 $L$=2.05m。板上作用的荷载为板自重 $g_1$ 和人群荷载 $g_2$，其中 $g_1$ 为钢筋混凝土容重（取为 25kN/$m^3$）与截面积乘积，即 $g_1$=25×$10^3$×0.08×1=2000N/m，$g_2$=3500×1=3500N/m。

板的控制截面为跨中截面，则

自重弯矩 $M_{g_1} = \frac{1}{8}g_1L^2 = \frac{1}{8}\times 2000\times 2.05^2 = 1050.6N\cdot m$

人群产生弯矩 $M_{g_2} = \frac{1}{8}g_2L^2 = \frac{1}{8}\times 3500\times 2.05^2 = 1838.6N\cdot m$

由基本组合（见第 2 章），得到板跨中截面上的弯矩组合设计值 $M_d$ 为

$$M_d = \gamma_{G1}M_{g1} + \gamma_{Q1}M_{g2} = 1.2\times 1050.6 + 1.4\times 1838.6 = 3834.8N\cdot m$$

取 $\gamma_0 = 1.0$，则弯矩计算值 $M = \gamma_0 M_d = 3834.8N\cdot m$。

（2）设 $a_s = 25mm$，则 $h_0 = 80 - 25 = 55mm$，将各已知值代入式（3-14），可得



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$3834.8\times10^3=9.2\times1000x\left(55-\frac{x}{2}\right)$$

整理后得到　　$x$=8mm＜ $\xi_b h_0$（=0.62×55=34mm）

（3）求所需钢筋面积 $A_s$

将各已知值及 $x$=8mm 代入式（3-13），得到

$$A_s=\frac{f_{cd}bx}{f_{sd}}=\frac{9.2\times1000\times8}{235}=313mm^2$$

（4）选择并布置钢筋

现取板的受力钢筋为 $\phi$8，由附表 1-7 中可查得，$\phi$8 钢筋间距@=160mm 时，单位板宽的钢筋面积 $A_s$=314mm$^2$ 。

板截面钢筋布置如（图 3-23）。混凝土保护层厚度 $c$ 取为 20mm，$a_s$=24mm，$h_0$=56mm。

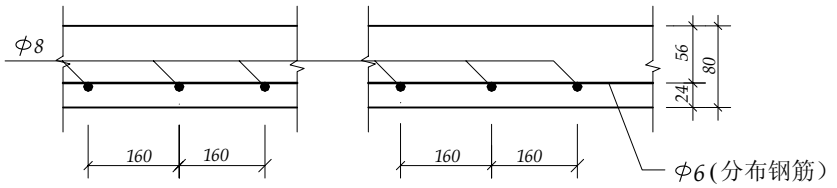



图 3-23　　人行道板截面钢筋布置（尺寸单位：mm）

截面的实际配筋度 $\rho=\dfrac{314}{1000\times56}=0.56\%>\rho_{\min}$ =0.2%。

板的分布钢筋取 $\phi$6，其间距@=250mm。

由上面所举之例可以看出，应用基本公式进行截面配筋计算时需解一个一元二次方程，虽无困难，但是在设计工作中配筋计算工作是大量的。为了简化计算，可根据基本公式制成表格。具体设计时可以查表计算。下面介绍单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算表格制订原理及使用方法。

现将式（3-14）和式（3-15）改写成

$$M_u=f_{cd}b\xi h_0\left(h_0-\frac{\xi h_0}{2}\right)$$
$$=f_{cd}bh_0^2\xi(1-0.5\xi)$$

$$M_u=f_{sd}A_s\left(h_0-\frac{\xi h_0}{2}\right)$$
$$=f_{sd}A_s h_0(1-0.5\xi)$$

设　　$A_0=\xi(1-0.5\xi)$　　（3-23）

$$\gamma_0=1-0.5\xi \qquad (3\text{-}24)$$

则可得

$$M_u=f_{cd}bh_0^2A_0 \qquad (3\text{-}25)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$M_u = f_{sd} A_s h_0 \gamma \tag{3-26}$$

将式（3-25）与矩形截面弹性匀质材料梁的弯矩公式 $M = \sigma W = \frac{1}{6}\sigma b h^2$ 相比可知，$A_0$ 相当于截面抵抗矩 $W$ 中的系数 $\frac{1}{6}$，故 $A_0$ 被称为“截面抵抗矩系数”。在弹性匀质梁中此系数为常数，而在钢筋混凝土受弯构件中系数 $A_0$ 不是常数，而是 $\xi$ 或 $\rho$ 的函数。在适筋梁范围内，$\xi$ 或 $\rho$ 越大，$A_0$ 值也越大，截面承载能力也越高。

由（图 3-19）可看到，截面内力偶臂 $Z = h_0 - \frac{x}{2} = h_0(1-0.5\xi)$。将 $Z$ 与有效高度 $h_0$ 相除，即 $\frac{Z}{h_0} = \frac{h_0(1-0.5\xi)}{h_0} = 1-0.5\xi$，恰为式（3-24）的 $\gamma$ 表达式。因此内力偶臂 $Z$ 可写成 $Z = \gamma h_0$，$\gamma$ 由此被称为“内力偶臂系数”。在矩形截面弹性匀质材料中，塑性铰形成时，内力偶臂 $Z = \frac{1}{2}h$，系数 $\frac{1}{2}$ 为常数，但在钢筋混凝土受弯构件中，$\gamma$ 是 $\xi$ 的函数，$\xi$ 值越大，则 $\gamma_0$ 越小。

由于 $A_0$ 和 $\gamma_0$ 都是 $\xi$ 的函数，由式（3-23）和式（3-24）可编制出对应于 $\xi$ 值的 $A_0$ 及 $\gamma$ 的表格，见附表 1-5。

利用表格进行截面配筋计算时，可先由下式求 $A_0$

$$A_0 = \frac{M}{f_{cd} b h_0^2} \tag{3-27}$$

查附表 1-5 中相应的 $\xi$ 及 $\gamma_0$，再由下列公式之一计算 $A_s$，即

$$A_s = \frac{M}{\gamma f_{sd} h_0} \tag{3-28}$$

$$A_s = \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \xi b h_0 \tag{3-29}$$

$\xi$ 及 $\gamma_0$ 也可直接由下列公式计算：

$$\xi = 1 - \sqrt{1-2A_0} \tag{3-30}$$

$$\gamma_0 = 0.5\left(1+\sqrt{1-2A_0}\right) \tag{3-31}$$

**例 3-4** 试用查表解例 3-1。

**解：**与例 3-1 相同：$f_{cd}$=9.2MPa，$f_{sd}$=280MPa，$\xi_b$=0.56。假设 $a$=40mm，得到 $h_0$ =460mm。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

由式（3-27）求 $A_0$ 为

$$A_0=\frac{M}{f_{cd}bh_0^2}$$
$$=\frac{(1\times11.5)\times10^7}{9.2\times250\times(460)^2}$$
$$=0.236$$

查附表 1-5 得到 $\xi=0.27<\xi_b=0.56$；$\gamma=0.863$。

由式（3-28）求 $A_s$ 为

$$A_s=\frac{M}{\gamma f_{sd}h_0}$$
$$=\frac{11.5\times10^7}{0.863\times280\times460}$$
$$=1035mm^2$$

计算结果与例 3-1 相同。

其余计算内容见例 3-1。

利用表格进行截面复核时，可由已知的钢筋面积 $A_s$，截面宽度 $b$ 及有效高度 $h_0$ 得到配筋率 $\rho$，再由式（3-18）求得 $\xi$ 值。查表得到相应的 $A_0$ 及 $\gamma_0$ 值，由式（3-25）或式（3-26）求截面承载能力 $M_u$。

**例 3-5**　钢筋混凝土矩形梁截面尺寸 $b\times h=200mm\times400mm$。I 类环境条件，安全等级为二级。弯矩组合设计值 $M_d=80kN\cdot m$，C20 混凝土，HRB335 级钢筋。钢筋 $3\underline{\phi}22+2\underline{\phi}20$ 的布置如（图 3-24），$h_o=321mm$。试进行截面复核。

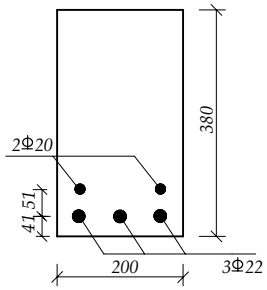



图 3-24　例 3-5 的截面（尺寸单位：mm）

**解：**查表得到 $f_{cd}$=9.2MPa，$f_{td}$=1.06MPa，$f_{sd}$=280MPa，$\xi_b$=0.56。最小配筋率计算得 0.2%。

钢筋净间距 $S_n=\frac{200-2\times30-3\times25.1}{2}=36mm>30mm$ 及 $d=20mm$。钢筋层间净距为 $30mm$，亦满足要求。

由（图 3-24）所示截面有效高度 $h_0$=321$mm$。而钢筋截面积 $A_s$=1768$mm^2$，得到实际配筋率



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\rho=\frac{A_s}{bh_0}=\frac{1768}{200\times321}=2.75\%>\rho_{\min}(=0.2\%)$$

由式（3-18）求得相对受压区高度$\xi$为

$$\xi=\rho\frac{f_{sd}}{f_{cd}}=0.0275\times\frac{280}{9.2}=0.834>\xi_b\text{（=0.56）}$$

成为超筋截面。试验表明，对于超筋截面，其抗弯承载力$M_u$基本上与配筋无关。这时，截面承载力$M_u$按式（3-22）计算，在查表法中，以$\xi_b$查得参数$A_0$来计算$M_u$。现$\xi_b$=0.56，查附表 1-5 得$A_0$=0.403，由式（3-25）计算得到

$$\begin{aligned}M_u&=f_{cd}bh_0^2A_0\\&=9.2\times200\times(321)^2\times0.403\\&=76.41\times10^6Nmm=76.41kN\cdot m<\gamma_0M_d(=80kN\cdot m)\end{aligned}$$

故不满足设计要求。

现将混凝土由 C20 级提高为 C30 级来修改设计，即$f_{cd}$=13.8MPa，其余条件不变。这时$\xi$为

$$\xi=0.0275\times\frac{280}{13.8}=0.558\approx\xi_b=0.56$$

查表仍为$A_0$=0.403，则

$$\begin{aligned}M_u&=f_{cd}bh_0^2A_0\\&=13.8\times200\times(321)^2\times0.403\\&=114.61\times10^6Nmm=114.61kN\cdot m>M\text{（}=\gamma_0M_d=80kN\cdot m\text{）}\end{aligned}$$

满足设计要求。

## 3.5 双筋矩形截面受弯构件

由上节式（3-22）可知，单筋矩形截面适筋梁的最大承载能力为$M_u=f_{cd}bh_0^2\xi_b(1-0.5\xi_b)$。因此，当截面承受的弯矩组合设计值$M_d$较大，而梁截面尺寸受到使用条件限制或混凝土强度又不宜提高的情况下，又出现$\xi>\xi_b$而承载能力不足时，则应改用双筋截面，即在截面受压区配置钢筋来协助混凝土承担压力且将$\xi$减少到$\xi\le\xi_b$，破坏时受拉区钢筋应力可达到屈服强度，而受压区混凝土不致过早压碎。

此外，当梁截面承受异号弯矩时，则必须采用双筋截面。有时，由于结构本身受力图式的原因，例如连续梁的内支点处截面，将会产生事实上的双筋截面。

一般情况下，采用受压钢筋来承受截面的部分压力是不经济的。但是，受压钢筋的存在可以提高截面的延性，并可减少长期荷载作用下受弯构件的变形。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

### 3.5.1 受压钢筋的应力

双筋截面受弯构件的受力特点和破坏特征基本上与单筋截面相似，试验研究表明，只要满足 $\xi \leqslant \xi_b$，双筋截面仍具有适筋破坏特征。因此，在建立双筋截面承载能力的计算公式时，受压区混凝土仍可采用等效矩形应力图形和混凝土抗压设计强度 $f_{cd}$，而受压钢筋的应力尚待确定。

双筋截面受弯构件必须设置封闭式箍筋（图 3-25）。试验表明，它能够约束受压钢筋的纵向压屈变形。若箍筋刚度不足（如采用开口箍筋）或箍筋的间距过大，受压钢筋会过早向外侧向凸出（这时受压钢筋的应力可能达不到屈服强度），反而会引起受压钢筋的混凝土保护层开裂，使受压区混凝土过早破坏。因此，《公路桥规》要求，当梁中配有计算需要的受压钢筋时，箍筋应为封闭式；其间距不大于 400mm，并不大于受压钢筋直径 $d'$的 15 倍；箍筋直径不小于 8mm 或$d'/4$， $d'$为受压钢筋直径；每根箍筋所箍的受压钢筋，每层不多于 3 根。

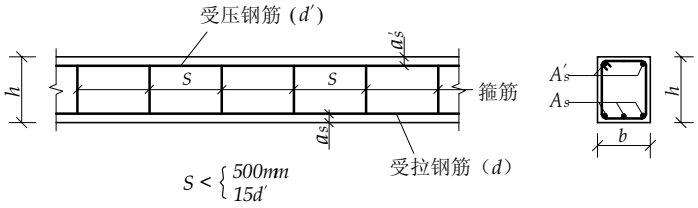



图 3-25　　箍筋间距及形式要求

双筋梁破坏时，受压钢筋的应力取决于它的应变$\varepsilon_s'$。如（图 3-26）所示，对于强度等级低于 C50 的混凝土，假设受压区钢筋合力作用点至截面受压边缘的距离为$a_s'$，则根据平截面假定，由应变的直线分布关系得到受压钢筋的应变$\varepsilon_s'$为

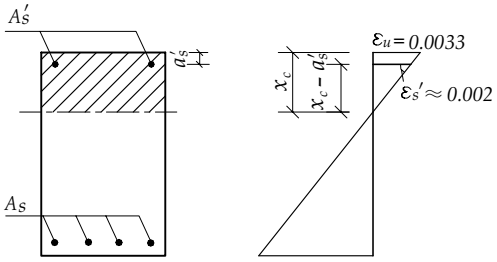



图 3-26　　双筋截面受压钢筋应变计算分析图

$$\frac{\varepsilon_s'}{\varepsilon_u}=\frac{x_c-a_s'}{x_c}=(1-\frac{a_s'}{x_c})=(1-\frac{0.8a_s'}{x})$$

$$\varepsilon_s'=0.0033(1-\frac{0.8a_s'}{x}) \qquad (3\text{-}32)$$

式中 $x$ 和 $x_c$ 分别为等效矩形应力图形的计算受压区高度和平截面假定的受压高度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

当$\frac{a_s^{'}}{x}=\frac{1}{2}$，即$x=2a_s^{'}$时，可得到

$$\varepsilon_s^{'}=0.0033(1-\frac{0.8a_s^{'}}{2a_s^{'}})=0.00198$$

《公路桥规》取受压钢筋应变$\varepsilon_s^{'}=0.002$，这时

对 R235 级钢筋　$\sigma_s^{'}=\varepsilon_s^{'}E_s^{'}=0.002\times2.1\times10^5=420MPa>f_{sd}^{'}(=235MPa)$

对 HRB335、HRB400 和 KL400 级钢筋　$\sigma_s^{'}=\varepsilon_s^{'}E_s^{'}=0.002\times2\times10^5=400MPa>$

$f_{sd}^{'}(=335MPa)$及$400MPa$。

由此可见，当$x=2a_s^{'}$时，普通钢筋均能达到屈服强度。当时$x>2a_s^{'}$，$\varepsilon_s^{'}$将更大，钢筋亦早已受压屈服。为了充分发挥受压钢筋的作用并确定保其达到屈服强度,《公路桥规》规定取$\sigma_s^{'}=f_{sd}^{'}$时必须满足

$$x\geqslant2a_s^{'}$$

### 3.5.2　基本计算公式及适用条件

双筋矩形截面受弯构件正截面抗弯承载能力计算图式见（图 3-27）。由（图 3-27）可写出双筋截面正截面计算的基本公式。

由截面上水平方向内力之和为零的平衡条件，即 $T+C+T'=0$，得到

$$f_{cd}bx+f_{sd}^{'}A_s^{'}=f_{sd}A_s \tag{3-33}$$

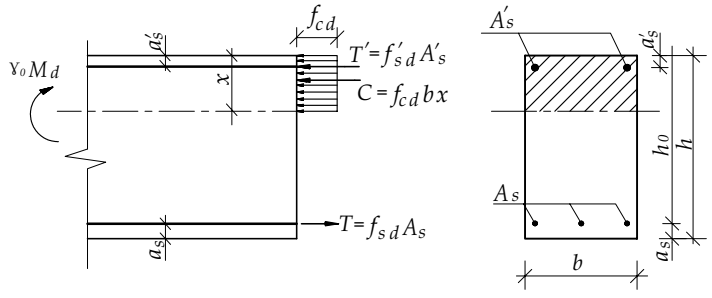



图 3-27　　双筋矩形截面的正截面承载能力计算图式

由截面上对受拉钢筋合力 $T$ 作用点的力矩之和等于零的平衡条件，可得

$$\gamma_0M_d\leqslant M_u=f_{cd}bx(h_0-\frac{x}{2})+f_{sd}^{'}A_s^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right) \tag{3-34}$$

由截面上对受压钢筋合力 $T'$ 作用点的力矩之和等于零的平衡条件，可得

$$\gamma_0M_d\leqslant M_u=-f_{cd}bx(\frac{x}{2}-a_s^{'})+f_{sd}A_s\left(h_0-a_s^{'}\right) \tag{3-35}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

式　　$f_{sd}^{'}$——受压区钢筋的抗压强度设计值；

$A_s^{'}$——受压区钢筋的截面面积；

$a_s^{'}$——受压区钢筋合力点至截面受压边缘的距离。

其他符号与单筋矩形截面相同。

公式的适用条件为

1）为了防止出现超筋梁情况，计算受压区高度 $x$ 应满足

$$x \leqslant \xi_b h_0 \tag{3-36}$$

2）为了保证受压钢筋 $A_s^{'}$ 达到抗压强度设计值 $f_{sd}^{'}$，应满足

$$x \geqslant 2a_s^{'} \tag{3-37}$$

在实际设计中，若求得 $x<2a_s^{'}$，则表明受压钢筋 $A_s^{'}$ 可能达不到其抗压强度设计值。对于受压钢筋保护层混凝土厚度不大的情况，《公路桥规》规定这时可取 $x=2a_s^{'}$，即假设混凝土压应力合力作用点与受压区钢筋 $A_s^{'}$ 合力作用点相重合（图 3-28），对受压钢筋合力作用点取矩，可得到正截面抗弯承载能力的近似表达式

$$M_u = f_{sd}A_s\left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{3-38}$$

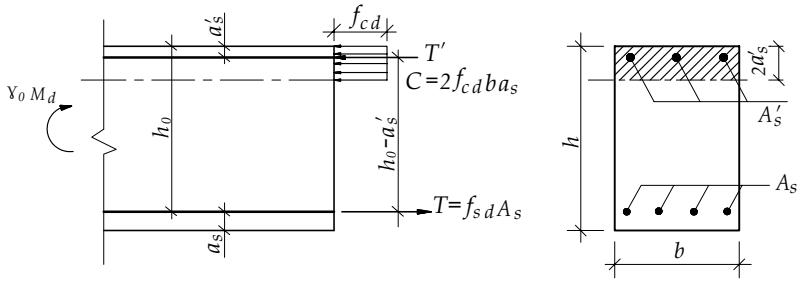



图 3-28　　$x<2a_s^{'}$ 时 $M_u$ 的计算图式

双筋截面的配筋率 $\rho$ 一般均能大于 $\rho_{\min}$，所以往往不必再予计算。

### 3.5.3 计算方法

#### 1）截面计算

双筋截面设计的任务是确定受拉钢筋 $A_s$ 和受压钢筋 $A_s^{'}$ 的数量。利用基本公式进行配筋计算时，仍取 $M=\gamma_0 M_d = M_u$ 来计算。

一般有下列两种情况的计算：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

**情况 1** 已知截面尺寸，材料强度级别，弯矩计算值 $M=\gamma_0 M_d$，求受拉钢筋面积 $A_s$ 和受压钢筋面积 $A_s'$

（1）假设 $a_s$ 和 $a_s'$，求得 $h_0=h-a_s$。

（2）验算是否需要采用双筋截面。当下式满足时，须采用双筋截面：

$$M>M_u=f_{cd}bh_0^2\xi_b(1-0.5\xi_b) \tag{3-39}$$

（3）利用基本公式求解 $A_s'$，有 $A_s'$、$A_s$ 及 $x$ 三个未知数，故尚需增加一个条件才能求解。在实际计算中，应使截面的总钢筋截面积（$A_s+A_s'$）为最少。

由式（3-33）和式（3-34）可得 $A_s+A_s'$ 为

$$A_s+A_s'=\frac{f_{cd}bh_0}{f_{sd}}\xi+\frac{M-f_{cd}bh_0^2\xi(1-0.5\xi)}{(h_0-a_s')f_{sd}'}(1+\frac{f_{sd}'}{f_{sd}})$$

将上式对求 $\xi$ 导数，并令 $d(A_s+A_s')/d\xi=0$，可得

$$\xi=\frac{f_{sd}+f_{sd}'\dfrac{a_s'}{h_0}}{f_{sd}+f_{sd}'}$$

当 $f_{sd}=f_{sd}'$，$\dfrac{a_s'}{h_0}$=（0.05~0.15）时，可得 $\xi$=（0.525~0.575）。为简化，对于普通钢筋，可取 $\xi=\xi_b$。再利用式（3-34）求得受压区普通钢筋所需面积 $A_s'$。

（4）求 $A_s$。将 $x=\xi_b h_0$ 及受压钢筋 $A_s'$ 计算值代入（3-33），求得所需受拉钢筋面积 $A_s$。

（5）分别选择受压钢筋和受拉钢筋直径及根数，并进行截面布置。

这种情况的配筋计算，实际是利用 $\xi=\xi_b$ 来确定 $A_s$ 与 $A_s'$，故基本公式适用条件已满足。

**情况 2** 已知截面尺寸，材料强度级别，受压区普通钢筋面积 $A_s'$ 及布置，弯矩计算值 $M=\gamma_0 M_d$，求受拉钢筋面积 $A_s$。

（1）假设 $a_s$，求得 $h_0=h-a_s$。

（2）求受压区高度 $x$。将各已知值代入式（3-34），得到



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - \frac{2\left[M - f_{sd}A_s^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)\right]}{f_{cd}b}}$$

（3）当 $x < \xi_b h_0$ 且 $x < 2a_s^{'}$ 时，根据《公路桥规》规定，可由式（3-38）求得所需受拉钢筋面积 $A_s$ 为

$$A_s = \frac{M}{f_{sd}\left(h_0 - a_s^{'}\right)}$$

（4）当 $x \leqslant \xi_b h_0$ 且 $x \geqslant 2a_s^{'}$，则将各已知值及受压钢筋面积 $A_s^{'}$ 代入式（3-33），可求得 $A_s$ 值。

（5）选择受拉钢筋的直径和根数，布置截面。

2）截面复核

已知截面尺寸，材料强度级别，钢筋面积 $A_s$ 和 $A_s^{'}$ 以及截面布置，求截面承载能力 $M_u$。

（1）检查钢筋布置是否符合规范要求。

（2）由式（3-33）计算受压区高度 $x$。

（3）若 $x \leqslant \xi_b h_0$ 且 $x < 2a_s^{'}$。则由式（3-38）求得考虑受压钢筋部分作用的正截面承载能力 $M_u$。

（4）若 $2a_s^{'} \leqslant x \leqslant \xi_b h_0$，以式（3-34）或式（3-35）可求得双筋矩形截面抗弯承载能力 $M_u$。

**例 3-6** 钢筋混凝土矩形梁，截面尺寸限定为 $b \times h = 200mm \times 400mm$。C20 混凝土且不提高混凝土强度级别，钢筋为 HRB335，弯矩组合设计值 $M_d = 80kN \cdot m$。I 类环境条件，安全等级为一级。试进行配筋计算并进行截面复核。

**解：**本例因梁截面尺寸及混凝土材料均不能改动，故可考虑按双筋截面设计。受压钢筋仍取 HRB335 级钢筋，受压钢筋按一层布置，假设 $a_s^{'}$ =35mm，$h_0 = h - a_s$ =400mm-65mm=335mm。弯矩计算值 $M = \gamma_0 M_d$ =1.1×80=88kN·m。受拉钢筋为 HRB335 级钢筋，即 $f_{sd} = 280MPa$。受拉钢筋按二层布置，假设 $a_s$=65mm。

（1）验算是否需要采用双筋截面。单筋矩形截面的最大正截面承载能力为

$$\begin{aligned} M_u &= f_{cd}bh_0^2\xi_b\left(1 - 0.5\xi_b\right) \\ &= 9.2 \times 200 \times \left(335\right)^2 \times 0.56\left(1 - 0.5 \times 0.56\right) \end{aligned}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$= 83.26\times10^6\,N\cdot mm = 83.26kN\cdot m < M(=88kN\cdot m)$$

故需采用双筋截面。

（2）取 $\xi=\xi_b=0.56$，代入式（3-34）得

$$A_s^{'}=\frac{M-f_{cd}bh_0^2\xi(1-0.5\xi)}{f_{sd}^{'}(h_0-a_s^{'})}$$

$$=\frac{88\times10^6-9.2\times200\times(335)^2\times0.56(1-0.5\times0.56)}{280\times(335-35)}=56.4mm^2$$

（3）由式（3-33）求所需的 $A_s$ 值

$$A_s=\frac{f_{cd}bx+f_{sd}^{'}A_s^{'}}{f_{sd}}=\frac{9.2\times200\times(0.56\times335)+280\times56.4}{280}=1289mm^2$$

选择受压区钢筋为 2$\underline{\phi}$12（$A_s^{'}$=226mm$^2$），受拉区钢筋为 3$\underline{\phi}$20+2$\underline{\phi}$14（$A_s$=1404mm$^2$），布置如（图 3-29）。受拉钢筋层净距为 30mm，钢筋间净距 $S_n=\frac{200-2\times30-3\times22.7}{2}$

$=36mm$ ＞30mm 及 $d$=20mm。受拉钢筋混凝土保护厚度 $c$=30mm，钢筋截面重心至受拉边缘距离 $a_s=58mm$，$h_0=342mm$，而 $a_s^{'}=37mm$。

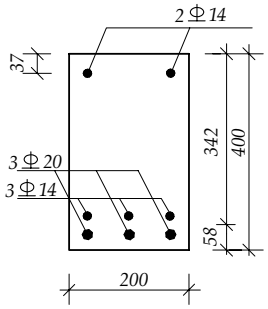



图 3-29　　例 3-6 截面配筋图（尺寸单位：mm）

现进行截面复核。由 $A_s$=1404mm$^2$，$A_s^{'}$=226mm$^2$，$h_0=342mm$，$f_{cd}=9.2MPa$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}=280MPa$，代入式（3-33）求受压区高度 $x$ 为

$$x=\frac{f_{sd}A_s-f_{sd}^{'}A_s^{'}}{f_{cd}b}$$

$$=\frac{280\times(1404-226)}{9.2\times200}$$

$$=179mm<\xi_bh_0(=0.56\times342mm=192mm)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$> 2a_s^{'}(=2\times 37mm=74mm)$$

由式（3-34）求得截面的抗弯承载能力 $M_u$ 为

$$M_u = f_{cd}bx\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+f_{sd}^{'}A_s^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)$$

$$=9.2\times 200\times 179\times\left(342-\frac{179}{2}\right)+280\times 226\times(342-37)$$

$$=102.86\times 10^6 Nmm=102.86kN\cdot m>M(=88kN\cdot m)$$

复核结果说明截面设计符合要求。

## 3.6 T 形截面受弯构件

矩形截面梁在破坏时，受拉区混凝土早已开裂。在开裂截面处，受拉区的混凝土对截面的抗弯承载能力已不起作用，因此可将受拉区混凝土挖去一部分，将受拉钢筋集中布置在剩余拉区混凝土内，形成了钢筋混凝土 T 形梁的截面，其承载能力与原矩形截面梁相同，但节省了混凝土和减轻了梁自重。因此，钢筋混凝土 T 形梁具有更大的跨越能力。

典型的钢筋混凝土 T 形梁截面见图[3-1e)]。截面伸出部分称为翼缘板（简称翼板），其宽度为 $b$ 的部分称为梁肋或梁腹。在荷载作用下，T 形梁的翼板与梁肋共同弯曲。当承受正弯矩作用时，梁截面上部受压，位于受压区的翼板参与工作而成为梁截面的有效面积的一部分。在弯矩作用下，翼板位于受压区的 T 形梁截面，称为 T 形截面[图 3-30a)]；当受负弯矩作用时，位于梁上部的翼板受拉后混凝土开裂，这时梁的有效截面是肋宽 $b$、梁高 $h$ 的矩形截面[图 3-30b)]，其抗弯承载能力则应按矩形截面来计算。因此，判断一个截面在计算时是否属于 T 形截面，不是看截面本身形状，而是要看其翼缘板是否能参加抗压作用。从这个意义上来讲，工字形、箱形截面以及空心板截面，在正截面抗弯承载能力计算中均可按 T 形截面来处理。

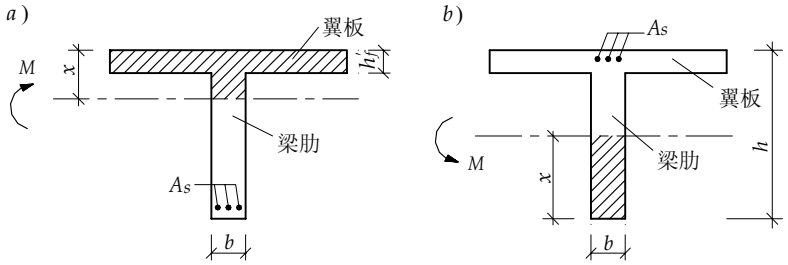



图 3-30　　T 形截面的受压区位置

a)翼板位于截面受压区 b)翼板位于截面受拉区

下面以板宽为 $b_f$ 的空心板截面为例，将其换算成等效工字形截面，计算中即可按 T 形截面处理。

设空心板截面高度为 $h$，圆孔直径为 $D$，孔洞面积形心轴距板截面上、下边缘距离分别为 $y_1$ 和 $y_2$[图 3-31a)]。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

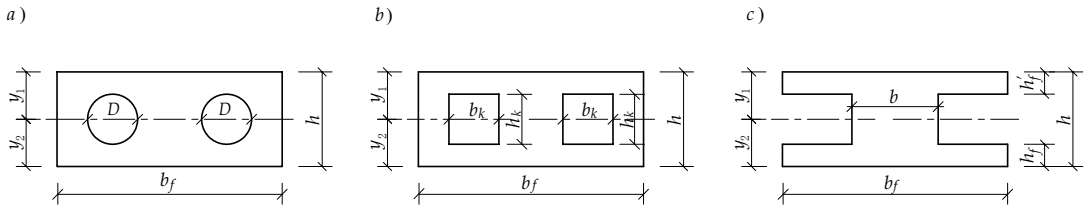



图 3-31　　空心截面换算成等效工字形截面

a)圆孔空心板截面 b)等效矩形孔空心板截面 c)等效工字形截面

将空心板截面换算成等效的工字形截面的方法，是先根据面积、惯性矩不变的原则，将空心板的圆孔（直径为 $D$）换算成 $b_k \times h_k$ 的矩形孔，可按下列各式计算：

按面积相等　　$$b_k h_k = \frac{\pi}{4} D^2$$

按惯性矩相等　　$$\frac{1}{12} b_k h_k^3 = \frac{\pi}{64} D^4$$

联立求解上述两式，可得

$$h_k = \frac{\sqrt{3}}{2} D，\quad b_k = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi D$$

然后，在圆孔的形心位置和空心板截面宽度、高度都保持不变的条件下，可一步得到等效工字形截面尺寸：

上翼板厚度　　$$h'_f = y_1 - \frac{1}{2} h_k = y_1 - \frac{\sqrt{3}}{4} D$$

下翼板厚度　　$$h_f = y_2 - \frac{1}{2} h_k = y_2 - \frac{\sqrt{3}}{4} D$$

腹板厚度　　$$b = b_f - 2b_k = b_f - \frac{\sqrt{3}}{3} \pi D$$

换算工字形截面见[图 3-31c)]。当空心板截面孔洞为其它形状时，均可按上述原则换算成相应的等效工字形截面。在异号弯矩作用时，工字形截面总会有上翼板或下翼板位于受压区，故正截面抗弯承载力可按 T 形截面计算。

T 形截面随着翼板的宽度增大，可使受压区高度减小，内力偶臂增大，使所需的受拉钢筋面积减少。但通过试验和分析得知，T 形截面梁承受荷载作用产生弯曲变形时，在翼板宽度方向上纵向压应力的分布是不均匀的。离梁肋愈远，压应力愈小，其分布规律主要取决于截面与跨径（长度）的相对尺寸、翼板厚度、支承条件等。在设计计算中，为了便于计算，根据等效受力原则，把与梁肋共同工作的翼板宽度限制在一定的范围内，称为受压翼板的有效宽度 $b'_f$。在 $b'_f$ 宽度范围内的翼板可以认为是全部参予工作，并假定其压应力是均匀分布的（图 3-32），而在这范围以外部分，则不考虑它参予受力。本书中关于 T 形截面的计算中，若无特殊说明，$b'_f$ 表示翼板的有效宽度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

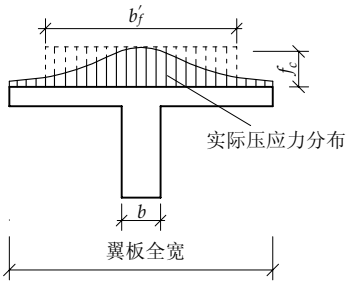



图 3-32　　T 形梁受压翼板的正应力分布

《公路桥规》规定，T 形截面梁（内梁）的受压翼板有效宽度$b_f'$用下列三者中最小值：

1）简支梁计算跨径的 1/3。对连续梁各中间跨正弯矩区段，取该跨计算跨径的 0.2 倍；边跨正弯矩区段，取该跨计算跨径的 0.27 倍；各中间支点负弯矩区段，则取该支点相邻两跨计算跨径之和的 0.07 倍。

2）相邻两梁的肋间中距。

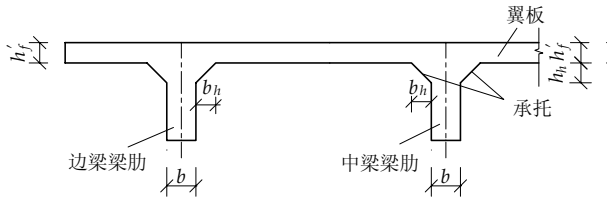



图 3-33　　T 形截面受压翼板有效宽度计算示意图

3）当承托底坡$h_h/b_h \geqslant 1/3$时，取（$b+2b_h+12h_f'$）；当$h_h/b_h < 1/3$时，取（$b+3h_h+12h_f'$）。此处，$b$、$b_h$、$h_h$和$h_f'$分别见（图 3-33）。$h_h$为承托根部厚度。

（图 3-33）中所示承托，又称梗腋，它是为增强翼板与梁肋之间联系的构造措施，并可增强翼板根部的抗剪能力。

边梁翼板的有效宽度取相邻内梁翼缘有效宽度之半加上边梁梁肋宽度之半，再加 6 倍的悬臂板平均厚度或外侧悬臂板实际宽度两者中的较小者。

此外，《公路桥规》还规定，计算超静定结构内力时，T 形梁受压翼缘的计算宽度取实际全宽度。

### 3.6.1　基本计算公式及适用条件

T 形截面按受压区高度的不同可分为两类：受压区高度在翼板厚度内，即 $x \leqslant h_f'$[图 3-34a)]为第一类 T 形截面；受压区已进入梁肋，即 $x > h_f'$[图 3-34b)]为第二类 T 形截面。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

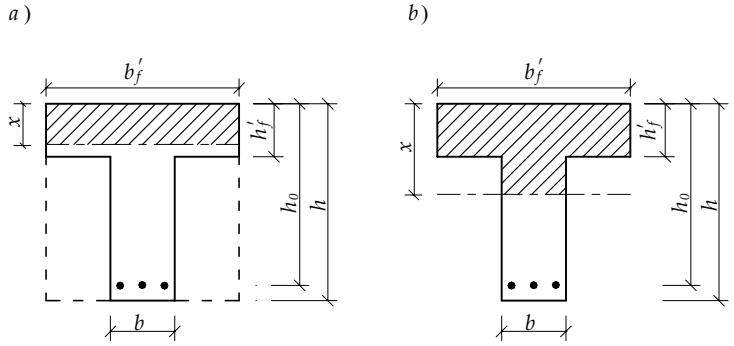



图 3-34　　两类 T 形截面

a)第一类 T 形截面（$x \leqslant h_f'$）b)第二类 T 形截面（$x > h_f'$）

下面介绍这两类单筋 T 形截面梁正截面抗弯承载力计算基本公式。

1）第一类 T 形截面

第一类 T 形截面，中性轴在受压翼板内，受压区高度 $x \leqslant h_f'$。此时，截面虽为 T 形，但受压区形状为宽 $b_f'$ 的矩形，而受拉区截面形状与截面抗弯承载能力无关，故以 $b_f'$ 为宽度的矩形截面进行抗弯承载能力计算。计算时只需将单筋矩形截面公式中梁宽 $b$ 以翼板有效宽度 $b_f'$ 置换即可。

由截面平衡条件（图 3-35）可得到基本计算公式为

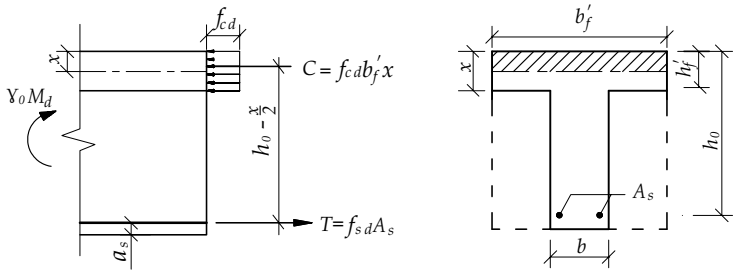



图 3-35　　第一类 T 形截面抗弯承载力计算图式

$$f_{cd} b_f' x = f_{sd} A_s \tag{3-40}$$

$$\gamma_0 M_d \leqslant M_u = f_{cd} b_f' x \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \tag{3-41}$$

$$\gamma_0 M_d \leqslant M_u = f_{sd} A_s \left( h_0 - \frac{x}{2} \right) \tag{3-42}$$

基本公式适用条件为

（1）$x \leqslant \xi_b h_0$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

第一类 T 形截面的 $x=\xi_b h_0 \leqslant h_f^{'}$，即 $\xi \leqslant \dfrac{h_f^{'}}{h_0}$。由于一般 T 形截面的 $\dfrac{h_f^{'}}{h_0}$ 较小，因而 $\xi$ 值也小，所以一般均能满足这个条件。

（2）$\rho > \rho_{\min}$

这里的 $\rho = \dfrac{A_s}{bh_0}$，$b$ 为 T 形截面的梁肋宽度。最小配筋率 $\rho_{\min}$ 是根据开裂后梁截面的抗弯强度应等于同样截面的素混凝土梁抗弯承载能力这一条件得出的，而素混凝土梁的抗弯承载能力主要取决于受拉区混凝土的强度等级，素混凝土 T 形截面梁的抗弯承载能力与高度为 $h$、宽度为 $b$ 的矩形截面素混凝土梁的抗弯承载能力相接近，因此，在验算 T 形截面的 $\rho_{\min}$ 值时，近似地取梁肋宽 $b$ 来计算。

**2）第二类 T 形截面**

第二类 T 形截面，中性轴在梁肋部，受压区高度 $x > h_f^{'}$，受压区为 T 形（图 3-36）。

由于受压区为 T 形，故一般将受压区混凝土压应力的合力分为两部分求得：一部分宽度为肋宽 $b$、高度为 $x$ 的矩形，其合力 $C_1 = f_{cd} bx$；另一部分宽度为（$b_f^{'} - b$）、高度为 $h_f^{'}$ 的矩形，其合力 $C_2 = f_{cd} h_f^{'} \left(b_f^{'} - b\right)$。由（图 3-36）的截面平衡条件可得到第二类 T 形截面的基本计算公式为：

$$C_1 + C_2 = T \qquad f_{cd} bx + f_{cd} h_f^{'} \left(b_f^{'} - b\right) = f_{sd} A_s \tag{3-43}$$

$$\Sigma M = 0 \qquad \gamma_0 M_d \leqslant M_u = f_{cd} bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f_{cd}\left(b_f^{'} - b\right) h_f^{'}\left(h_0 - \frac{h_f^{'}}{2}\right) \tag{3-44}$$

基本公式适用条件为（1）$x \leqslant \xi_b h_0$；（2）$\rho \geqslant \rho_{\min}$。

第二类 T 形截面的配筋率较高，一般情况下均能满足 $\rho \geqslant \rho_{\min}$ 的要求，故可不必进行验算。

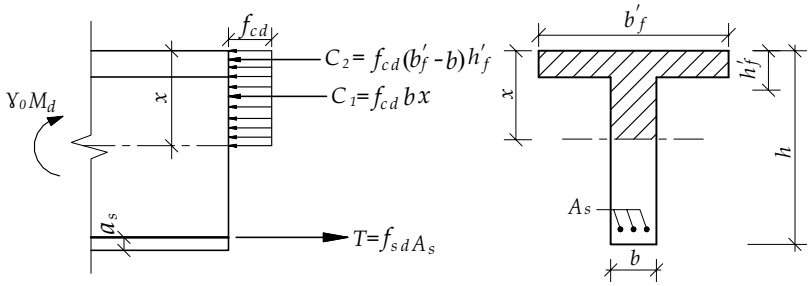



图 3-36　　第二类 T 形截面抗弯承载力计算图式



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

### 3.6.2 计算方法

#### 1）截面设计

已知截面尺寸，材料强度，弯矩计算值 $M=\gamma_0 M_d$，求受拉钢筋截面面积 $A_s$。

（1）假设 $a_s$。对于空心板等截面，往往采用绑扎钢筋骨架，因此可根据等效工字形截面下翼板厚度 $h_f$，在实际截面中布置一层或布置两层钢筋来假设 $a_s$ 值。这与前述单筋矩形截面相同。对于预制或现浇 T 形梁，往往多用焊接钢筋架，由于多层钢筋的叠高一般不超过（0.15~0.2）$h$，故可假设 $a_s$=30mm+（0.07~0.1）$h$。这样可得到有效高度 $h_0=h-a_s$。

（2）判定 T 形截面类型

由基本公式可见，当中性轴恰好位于受压翼板与梁肋交界处，即 $x=h_f'$ 为两类 T 形截面的界限情况。显然，若满足

$$M \leqslant f_{cd} b_f' h_f' \left( h_0 - \frac{h_f'}{2} \right) \tag{3-45}$$

即弯矩计算值 $M$ 小于或等于全部翼板高度 $h_f'$ 受压混凝土合力产生的力矩，则 $x \leqslant h_f'$，属于第一类 T 形截面，否则属于第二类 T 形截面。

（3）当为第一类 T 形截面

由式（3-41）求得受压区高度 $x$，再由式（3-40）求所需的受拉钢筋面积 $A_s$。

（4）当为第二类 T 形截面时

由式（3-44）求受压区高度 $x$ 并满足 $h_f' < x \leqslant \xi_b h_0$。将各已知值及 $x$ 值代入式（3-43）求得所需受拉钢筋面积 $A_s$。

（5）选择钢筋直径和数量，按照构造要求进行布置。

#### 2）截面复核

已知受拉钢筋截面面积及钢筋布置、截面尺寸和材料强度，要求复核截面的抗弯承载能力。

（1）检查钢筋布置是否符合规范要求。

（2）判定 T 形截面的类型

这时，若满足

$$f_{cd} b_f' h_f' \geqslant f_{sd} A_s \tag{3-46}$$

即钢筋所承受的拉力 $f_{sd} A_s$ 小于或等于全部受压翼板高度 $h_f'$ 内混凝土压应力合力 $f_{cd} b_f' h_f'$，则 $x \leqslant h_f'$，属于第一类 T 形截面，否则属于第二类 T 形截面。

（3）当为第一类 T 形截面时

由式（3-40）求得受压区高度 $x$，满足 $x \leqslant h_f'$。将各已知值及 $x$ 值代入式（3-41）或式（3-42），求得正截面抗弯承载能力必须满足 $M_u \geqslant M$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

（4）当为第二类 T 形截面时

由式（3-43）求受压区高度 $x$，满足 $h_f^{'}<x\leqslant\xi_b h_0$。将各已知值及 $x$ 值代入式（3-44）即可求得正截面抗弯承载能力必须满足 $M_u\geqslant M$。

**例 3-7** 预制钢筋混凝土简支 T 梁截面高度 $h$=1.30m，翼板计算宽度 $b_f^{'}$=1.60m（预制宽度 1.58m），C25 混凝土，HRB335 级钢筋。I 类环境条件，安全等级为二级。跨中截面弯矩组合设计值 $M_d$=2100kN·m。试进行配筋（焊接钢筋骨架）计算及截面复核，

**解：**由附表查得 $f_{cd}=11.5MPa$，$f_{td}=1.23MPa$，$f_{sd}=330MPa$。$\xi_b=0.53$，$\gamma_0=1.0$，弯矩计算值 $M=\gamma_0 M_d=2100kN\cdot m$。

为了便于进行计算，将[图 3-37a)]的实际 T 形截面换成[图 3-37b）]所示的计算截面，$h_f^{'}=\dfrac{100+140}{2}=120mm$，其余尺寸不变。

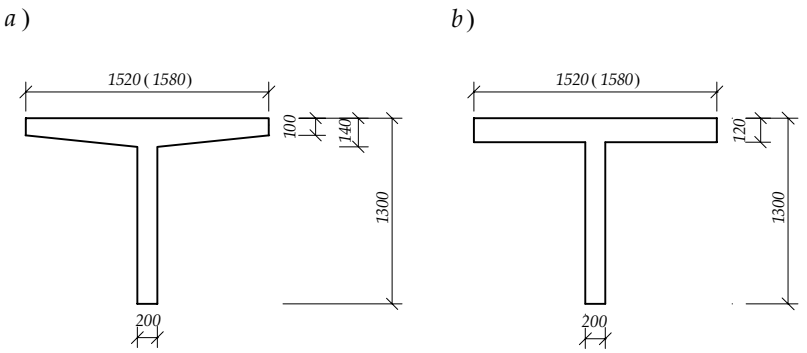



图 3-37　例 3-7 图（尺寸单位：mm）

a)原截面　b)计算截面

**截面设计**

（1）因采用的是焊接钢筋骨架，故设 $a_s=30mm+0.07h=30+0.07\times1300=120\,\text{mm}$，则截面有效高度 $h_0=(1300-120)mm=1180mm$。

（2）判定 T 形截面类型

由式（3-45）的右边

$$f_{cd}b_f^{'}h_f^{'}\left(h_0-\frac{h_f^{'}}{2}\right)=11.5\times1600\times120\times\left(1180-\frac{120}{2}\right)$$

$$=2472.96\times10^6\,Nmm$$

$$=2472.96kN\cdot m>M(=2100kN\cdot m)。$$

故属于第一类 T 形截面。

（3）求受压区高度



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

由式（3-41），得

$$2100\times10^{6}=11.5\times1600x\left(1180-\frac{x}{2}\right)$$

整理后，得到　　$x^{2}-2360x+228261=0$

解方程得合适解　　$x=101mm<h_{f}^{'}(=120mm)$

（4）求受拉钢筋面积 $A_s$

将各已知值及 $x=101mm$ 代入式（3-40），得

$$A_s=\frac{f_{cd}b_{f}^{'}x}{f_{sd}}$$
$$=\frac{11.5\times1600\times101}{280}$$
$$=6637mm^{2}$$

现选择钢筋为 8$\underline{\phi}$32+4$\underline{\phi}$16，截面面积 $A_s$=7238mm$^2$。钢筋叠高层数为 6 层，布置如（图 3-38）。

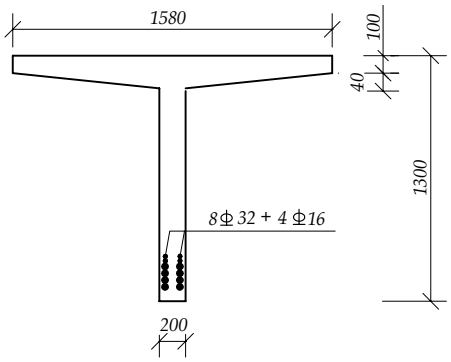



图 3-38　　钢筋布置图（尺寸单位：mm）

混凝土保护层厚度取 30mm，钢筋间横向净距 $S_n=200-2\times30-2\times35.8=68mm>40mm$ 及 $1.25d$ =1.25×32=40mm。故满足构造要求。

2）截面复核

已设计的受拉钢筋中，8$\underline{\phi}$32 的面积为 6434mm$^2$，4$\underline{\phi}$16 的面积为 804mm$^2$，$f_{sd}=280MPa$。由（图 3-38）钢筋布置图，可求得 $a_s$ 为

$$a_s=\frac{6434(30+2\times35.8)+804(30+4\times35.8+18.4)}{6434+804}$$
$$=112mm$$

则实际有效高度 $h_0=1300-112=1188mm$

（1）判定 T 形截面类型



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

由式（3-46）计算

$$\begin{aligned} f_{cd}b_f^{'}h_f^{'} &= 11.5\times1600\times120 \\ &= 2.21\times10^6\,N\cdot mm \\ &= 2.21kN\cdot m \\ f_{sd}A_s &= (6434+804)\times280 \\ &= 2.03\times10^6\,N\cdot mm \\ &= 2.03kN\cdot m \end{aligned}$$

由于 $f_{cd}b_f^{'}h_f^{'} > f_{sd}A_s$，故为第一类 T 形截面。

（2）求受压区高度 $x$

由式（3-40），求得 $x$ 为

$$\begin{aligned} x &= \frac{f_{sd}A_s}{f_{cd}b_f^{'}} \\ &= \frac{280\times7238}{11.5\times1600} \\ &= 110mm < h_f^{'}(=120mm) \end{aligned}$$

（3）正截面抗弯承载力

由式（3-41），求得正截面抗弯承载力 $M_u$ 为

$$\begin{aligned} M_u &= f_{cd}b_f^{'}x\left(h_0-\frac{x}{2}\right) \\ &= 11.5\times1600\times110\times\left(1188-\frac{110}{2}\right) \\ &= 2293.20N\cdot mm \\ &= 2293.20kN\cdot m > M(=2100kN\cdot m) \end{aligned}$$

又 $\rho=\dfrac{A_s}{bh_0}=\dfrac{7238}{200\times1188}=3.05\%>\rho_{\min}=0.2\%$，故截面复核满足要求。

**例 3-8** 预制的钢筋混凝土简支空心板，计算截面尺寸如[图 3-39a）]所示。计算宽度 $b_f^{'}=1m$，截面高度 $h=450mm$。C25 混凝土，HRB400 级钢筋。I 类环境条件，弯矩计算值 $M=500kN\cdot m$。试进行配筋计算。

**解：** 由附表查得 $f_{cd}=11.5MPa$，　$f_{sd}=330MPa$。$\xi_b=0.53$。

为了计算方便，先将空心板截面换算成等效的工字形截面。因本例情况与（图 3-31）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

相同，且 $y_1 = y_2 = \frac{1}{2} \times 450 = 225mm$，故直接可得到等效工字形截面尺寸（图 3-39b）：

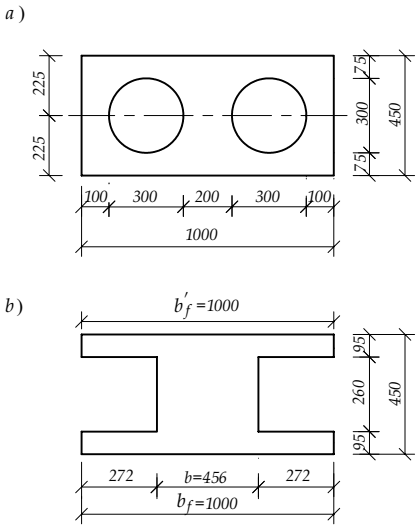



图 3-39　例 3-8 图（尺寸单位：mm）

a)原截面 b)计算截面

上翼板厚度　　$h_f^{'} = y_1 - \frac{\sqrt{3}}{4} D = 225 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 300 \approx 95mm$

下翼板厚度　　$h_f = y_2 - \frac{\sqrt{3}}{4} D = 225 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 300 \approx 95mm$

腹板厚度　　$b = b_f - \frac{\sqrt{3}}{3} \pi D = 1000 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3.14 \times 300 \approx 456mm$

（1）空心板采用绑扎钢筋骨架，一层受拉主筋。假设 $a_s$ =40mm，则有效高度 $h_0 = 450 - 40mm = 410mm$。

（2）判定 T 形截面类型

由式（3-45）的右边

$$f_{cd} b_f^{'} h_f^{'} \left( h_0 - \frac{h_f^{'}}{2} \right) = 11.5 \times 1000 \times 95 \times (410 - \frac{95}{2})$$

$$= 396.03 \times 10^6 N \cdot mm$$

$$= 396.03 kN \cdot m < M (= 500 kN \cdot m)$$

故属于第二类 T 形截面。

（3）求受压区高度 $x$

由式（3-44）得



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$500\times10^6=11.5\times456x\left(410-\frac{x}{2}\right)+11.5(1000-456)(95)\left(410-\frac{95}{2}\right)$$

整理后得到

$$x^2-820x+108527.46=0$$

方程的合适解为

$$x=166mm\begin{cases}>h_f'(=95\ mm)\\ <\xi_b h_0(=217mm)\end{cases}$$

（4）受拉钢筋面积计算

由式（3-43）得到所需的钢筋面积为

$$\begin{aligned}A_s&=\frac{f_{cd}bx+f_{cd}h_f'\left(b_f'-b\right)}{f_{sd}}\\&=\frac{11.5\times456\times166+11.5\times95(1000-456)}{330}\\&=4439mm^2\end{aligned}$$

现选择 $8\underline{\phi}25+4\underline{\phi}20$，钢筋面积为 5183mm$^2$。侧面混凝土保护层 $c$=30mm。钢筋间净距

$$S_n=\frac{1000-2\times25-8\times28.4-4\times22.7}{11}=57.45mm$$ ＞30mm 及 $d$=25mm，故满足要求。

截面设计布置示如(图 3-40)。

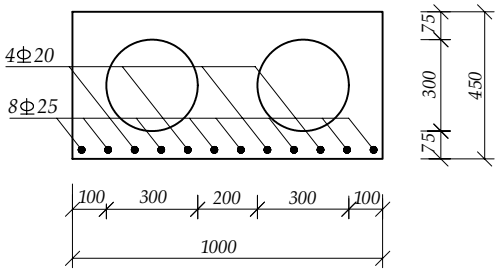



图 3-40　　钢筋布置图（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 复习思考题与习题

3-1　试比较(图 3-4)和(图 3-5)，说明钢筋混凝土板与钢筋混凝土梁钢筋布置的特点。

3-2　什么叫受弯构件纵向受拉钢筋的配筋率？配筋率的表达式中，$h_0$ 含义是什么？

3-3　为什么钢筋要有足够的混凝土保护层厚度？钢筋的最小混凝土保护层厚度的选择应考虑哪些因素？

3-4　参照(图 3-7)，试说明规定各主钢筋间横向净距和层与层之间的竖向净距的原因。

3-5　钢筋混凝土适筋梁正截面受力全过程可划分为几个阶段？各阶段受力主要特点是什么？

3-6　什么叫钢筋混凝土少筋梁、适筋梁和超筋梁？各自有什么样的破坏形态？为什么把少筋梁和超筋梁都称为脆性破坏？

3-7　钢筋混凝土适筋梁当受拉钢筋屈服后能否再增加荷载？为什么？少筋梁能否这样？

3-8　钢筋混凝土受弯构件正截面承载能力计算有哪些基本假定？其中的“平截面假定”与均质弹性材料（例如钢）受弯构件计算的平截面假定情况有何不同？

3-9　什么叫做钢筋混凝土受弯构件的截面相对受压区高度$\xi_b$和相对界限受压区高度$\xi_b$？$\xi_b$在正截面承载能力计算中起什么作用？$\xi b$取值与哪些因素有关？

3-10 在什么情况下可采用钢筋混凝土双筋截面梁？为什么双筋截面梁一定要采用封闭式箍筋？截面受压区的钢筋设计强度是如何确定的？

3-11 钢筋混凝土双筋截面梁正截面承载力计算公式的适用条件是什么？试说明原因。

3-12 钢筋混凝土双筋截面梁在正截面受弯承载力计算中，若受压区钢筋$A_s'$已知时，应当如何求解所需的受拉区钢筋$A_s$的数量？

3-13 什么叫做 T 形梁受压翼板的有效宽度？《公路桥规》对 T 形梁的受压翼板有效宽度取值有何规定？

3-14 在截面设计时，如何判别两类 T 形截面？在截面复核时又如何判别？

3-15 试根据 3.6.1 节的内容，写出 T 形截面设计和截面复核计算的流程图。

3-16 截面尺寸 b×h=200mm×500mm 的钢筋混凝土矩形截面梁，采用 C25 混凝土和 HRB335 级钢筋，Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。最大弯矩组合设计值$M_d$=145KN·m，试分别采用基本公式法和查表法进行截面设计（单筋截面）。

3-17 截面尺寸 b×h=200mm×450mm 的钢筋混凝土矩形截面梁。采用 C20 混凝土和 HRB335 级钢筋（3Φ16），截面构造如（图 3-41）。弯矩计算值 M=$\gamma_0 M_d$=66KN·m，复核



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

截面是否安全？

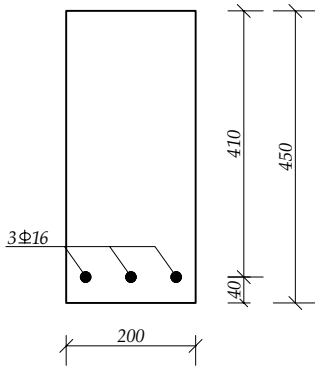



图 3-41　习题 3-17 图　（尺寸单位：mm）

3-18 如(图 3-42)为一钢筋混凝土悬臂板，试画出受力主钢筋位置示意图。悬臂板根部截面高度为 140mm。C25 混凝土和 HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。悬臂板根部截面最大弯矩组合设计值 $M_d$ =－12.9KN·m ，试进行截面设计。

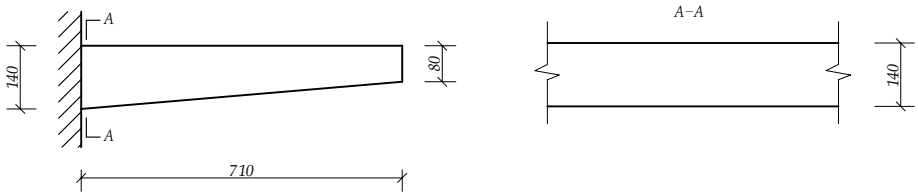



图 3-42　习题 3-18 图　（尺寸单位：mm）

3-19 截面尺寸 b×h=200mm×500mm 的钢筋混凝土矩形截面梁，采用 C20 混凝土和 HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为一级。最大弯矩组合设计值 $M_d$ =190KN·m，试按双筋截面求所需的钢筋截面积并进行截面布置。

3-20 已知条件与题 3-19 相同。由于构造要求，截面受压区已配置了 3Φ18 的钢筋，$a_s$ =40mm，试求所需的受拉钢筋截面面积。

3-21 如（图 3-43）所示装配式 T 形截面简支梁桥横向布置图。简支梁的计算跨径为 24.20m，试求边梁和中梁受压翼板的有效宽度 $b_f$ 。

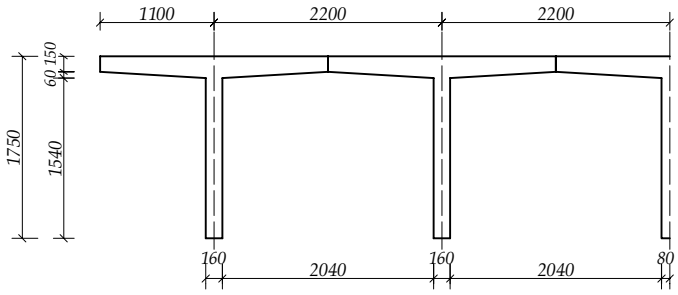



图 3-43　习题 3-21 图　（尺寸单位：mm）

3-22 两类钢筋混凝土T形截面梁如何判别？为什么第一类T形截面可按 $b_f' \times h$ 的矩形



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

截面计算？

3-23 计算跨径 L=12.6m 的钢筋混凝土简支梁，中梁间距为 2.1m，截面尺寸及钢筋截面布置如（图 3-44）所示。C25 混凝土，HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。截面最大弯矩组合设计值 $M_d$ =1187KN·m，试进行截面复核。

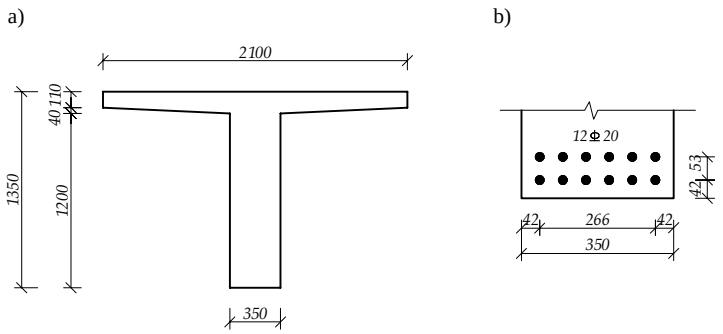



图 3-44　习题 3-23 图　（尺寸单位：mm）

3-24 钢筋混凝土空心板的截面尺寸如（图 3-45）所示，试做出其等效的工字形截面。

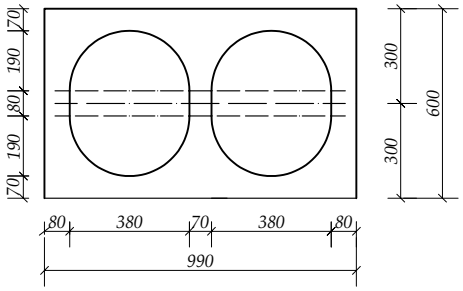



图 3-45　习题 3-24 图　（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 4 章　　受弯构件斜截面承载能力计算

受弯构件在荷载作用下，各截面上除产生弯矩外，一般同时还有剪力。在受弯构件设计中，首先应使构件的截面具有足够的抗弯承载力，即必须进行正截面抗弯承载能力计算，这在第 3 章中已介绍过。此外，在剪力和弯矩共同作用的区段，有可能发生沿斜截面的破坏，故受弯构件还必须进行斜截面承载能力计算。

本章主要讨论斜截面承载能力的计算。

## 4.1 受弯构件斜截面的受力特点和破坏形态

在第 3 章受弯构件的构造中，介绍过钢筋混凝土梁设置的箍筋和弯起（斜）钢筋都起抗剪作用。一般把箍筋和弯起（斜）钢筋统称为梁的腹筋。把配有纵向受力钢筋和腹筋的梁称为有腹梁筋；而把仅有纵向受力钢筋而不设腹筋的梁称为无腹筋梁。在对受弯构件斜截面受力分析中，为了便于探讨剪切破坏的特性，常以无腹筋梁为基础，再引伸到有腹筋梁。

### 4.1.1 无腹筋简支梁斜裂缝出现前后的受力状态

（图 4-1）为一无腹筋简支梁，作用有两个对称的集中荷载。*CD* 段称为纯弯段；*AC* 段和 *DB* 段内的截面上既有弯矩 *M* 又有剪力 *V*，故为剪弯段。

当梁上荷载较小时，裂缝尚未出现，钢筋和混凝土的应力-应变关系都处在弹性阶段，所以，把梁近似看作匀质弹性体，可用材料力学方法来分析它的应力状态。

在剪弯区段截面上任一点都有剪应力和正应力存在，由单元体应力状态可知，它们的共同作用将产生主拉应力 $\sigma_{tp}$ 和主压应力 $\sigma_{cp}$，（图 4-1）即为这种情况下无腹筋简支梁的主应力轨迹线。

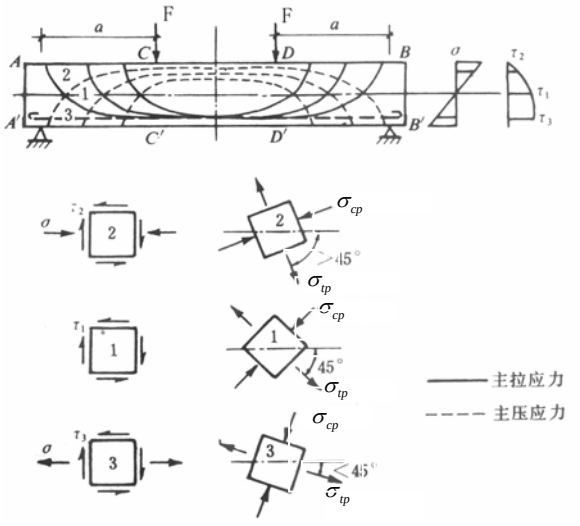



图 4-1　　无腹筋梁的主应力分布

从主应力轨迹线可以看出，剪弯区段主拉应力方向是倾斜的，与梁轴线的交角约为 45°，而在梁的下边缘主拉应力方向接近于水平。在矩形截面梁中，主拉应力的数值是沿着某一条主拉应力轨迹线自上向下逐步增大的。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

混凝土的抗压强度较高，但其抗拉强度较低。在梁的剪弯段中，当主拉应力超过混凝土的极限抗拉强度时，就会出现斜裂缝。

梁的剪弯段出现斜裂缝后，截面的应力状态发生了质变，或者说发生了应力重分布。这时，不能用材料力学公式来计算梁截面上的正应力和剪应力，因为这时梁已不再是完整的匀质弹性梁了。

（图 4-2）为一根出现斜裂缝后的无腹筋梁。现取左边五边形 $AA'BCD$ 隔离体[图 4-2b）]来分析它的平衡状态。在隔离体上，外荷载在斜截面 $AA'B$ 上引起的弯矩为 $M_A$、剪力为 $V_A$，而斜截面上的抵抗力则有：（1）斜截面上端混凝土剪压面（$AA'$）上压力 $D_C$ 和剪力 $V_C$；（2）纵向钢筋拉力 $Ts$；（3）在梁的变形过程中，斜裂缝的两边将发生相对剪切位移，使斜裂缝面上产生摩擦力以及骨料凹凸不平相互间的骨料咬合力，它们的合力为 $S_a$；（4）由于斜裂缝两边有相对的上下错动，从而使纵向受拉钢筋受剪，通常称其为纵筋的销栓力 $V_d$。

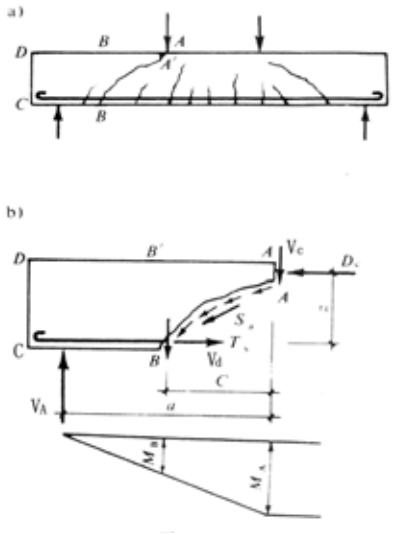



图 4-2　　无腹筋梁出现斜裂缝后的隔离体图

a)斜向裂缝　b)隔离体

骨料咬合力和销栓力都难以定量估计，而且随斜裂缝的开展不断变化。为简化分析，$S_a$ 和 $V_d$ 都不予考虑，根据平衡条件可写出

$$\begin{aligned} \Sigma x = 0 \qquad & D_c = T_s \\ \Sigma Y = 0 \qquad & V_A = V_C \\ \Sigma M = 0 \qquad & V_A \cdot a = T_s \cdot z \end{aligned} \tag{4-1}$$

由式（4-1）可以看出，斜裂缝出现后，梁内的应力状态有如下变化：

1）斜裂缝出现前，剪力 $V_A$ 由梁全截面抵抗。但斜裂缝出现后，剪力 $V_A$ 仅由截面 $AA'$（称剪压面或剪压区截面）抵抗，后者的面积远小于前者。所以，斜裂缝出现后，剪压区的剪应力 $\tau$ 显著增大；同时，剪压区的压应力 $\sigma$ 也要增大。这是斜裂缝出现后应力重分布的一个表现。

2）斜裂缝出现前，截面 $BB'$ 处纵筋拉应力由截面 $BB'$ 处的弯矩 $M_B$ 所决定，其值较小。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

在斜裂缝出现后，截面 $BB'$ 处的纵筋拉应力则由截面 $AA'$ 处弯矩 $M_A$ 决定。因 $M_A$ 远大于 $M_B$，故纵筋拉应力显著增大，这是应力重分布的另一个表现。

无腹筋梁相继出现斜裂缝后，斜裂缝的走向基本上是沿着主压应力轨迹线，主压应力还能继续沿着斜裂缝之间的混凝土块传递（图 4-3）。但是斜裂缝下部的拱形混凝土块体 II

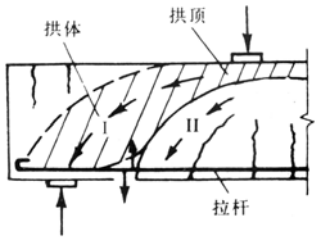



图 4-3　　无腹梁沿斜截面破坏的拱机理示意

所传递的主压应力，不能直接传递到支座上，它需通过纵向钢筋的销栓作用才能传递到支座上。然而，纵筋所受的剪力稍大就会使混凝土沿纵筋撕裂破坏，故纵筋销栓作用并不能充分发挥，因此块体 II 所传的力很小，主要依靠块体 I 来传递主压应力。这时梁的受力状态可看作是一个设拉杆的拱结构，斜裂缝顶部的残余截面为拱顶，纵筋为拉杆拱顶至支座间的斜面向受压混凝土为拱体。当拱顶的强度或拱体的抗压强度不足时，就会发生梁的截面破坏。这就是无腹筋梁沿斜截面破坏的拱机理。

### 4.1.2 无腹筋简支梁斜截面破坏形态

在讨论无腹筋简支梁斜截面破坏形态之前，有必要引出“剪跨比”的概念。剪跨比是一个无量纲常数，用 $m=\dfrac{M}{Vh_0}$ 来表示，此处 $M$ 和 $V$ 分别为剪弯区段中某个竖直截面的弯矩和剪力，$h_0$ 为截面有效高度。一般把 $m$ 的这个表达式称为“广义剪跨比”。对于集中荷载作用下的简支梁（图 4-1），则可用更为简便的形式来表达，例如（图 4-1）中 $CC'$ 截面的剪跨比 $m=\dfrac{M_C}{V_C h_0}=\dfrac{a}{h_0}$，其中 $a$ 为集中力作用点至简支梁最近的支座之间的距离，称为“剪跨”。有时称 $m=\dfrac{a}{h_0}$ 为“狭义剪跨比”。

试验研究表明，随着剪跨比 $m$ 的变化，无腹筋简支梁沿斜截面破坏的主要形态有以下三种。

**1）斜拉破坏（图 4-4*a*）**

在荷载作用下，梁的剪跨段产生由梁底竖向的裂缝沿主压应力轨迹线向上延伸发展而成的斜裂缝。其中有一条主要斜裂缝（又称临界斜裂缝）很快形成，并迅速伸展至荷载垫板边缘而使梁体混凝土裂通，梁被撕裂成两部分而丧失承载力，同时，沿纵向钢筋往往伴随产生水平撕裂裂缝。这种破坏称为斜拉破坏。这种破坏发生突然，破坏荷载等于或略高于主要斜裂缝出现时的荷载，破坏面较整齐，无混凝土压碎现象。

这种破坏往往发生于剪跨比较大（$m>3$）时。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

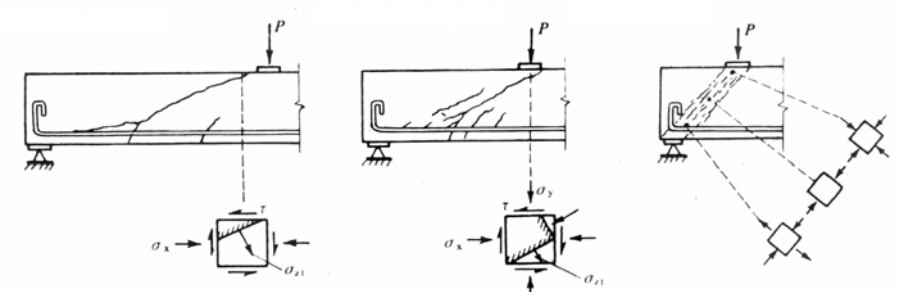


图 4-4　　斜面截面破坏形态

a)斜拉破坏　b)剪切破坏　c)斜压破坏

2）剪压破坏（图 4-4b）

梁在剪弯区段内出现斜裂缝。随着荷载的增大，陆续出现几条斜裂缝，其中一条发展成为临界斜裂缝。临界斜裂缝出现后，梁还能继续被增加荷载，而斜裂缝伸展至荷载垫板下，直到斜裂缝顶端（剪压区）的混凝土在正应力 $\sigma_x$，剪应力 $\tau$ 及荷载引起的竖向局部压应力 $\sigma_y$ 的共同作用下被压酥而破坏。破坏处可见到很多平行的斜向短裂缝和混凝土碎渣。这种破坏称为剪压破坏。

这种破坏多见于剪跨比为 $1 \leqslant m \leqslant 3$ 的情况中。

3）斜压破坏（图 4-4c）

当剪跨比较小（$m<1$）时。首先是荷载作用点和支座之间出现一条斜裂缝，然后出现若干条大体相平行的斜裂缝，梁腹被分割成若干个倾斜的小柱体。随着荷载增大，梁腹发生类似混凝土棱柱体被压坏的情况。破坏时斜裂缝多而密，但没有主裂缝，故称为斜压破坏。

总的来看，不同剪跨比无腹筋简支梁的破坏形态虽有不同，但荷载达到峰值时梁的跨中挠度都不大，而且破坏较突然，均属于脆性破坏，而其中斜拉破坏最为明显。

### 4.1.3 有腹筋简支梁斜裂缝出现后的受力状态

当梁中配置箍筋或弯起钢筋后，有腹筋梁中力的传递和抗剪机理将发生较大的变化。

对于有腹筋梁，在荷载作用较小、斜裂缝出现之前，腹筋中的应力很小。在配有箍筋试验梁的荷载试验中，观察到的箍筋实测应力很小（图 4-5a）：当荷载 F=24kN 时，箍筋实测应力仅 8MPa。因而，在斜裂缝出现前，箍筋的作用不大，但是，斜裂缝出现后，与斜裂缝相交的箍筋中应力突然增大，起到抵抗梁剪切破坏的作用。

如前所述，对于无腹筋梁，临界斜裂缝出现后其传力体系可以比拟成一组拉杆拱结构（图 4-3），它是由一个位于临界斜裂缝上方的基本拱 I 和临界斜裂缝下方的一组小拱 II、III 组合而成。基本拱 I 承担了绝大部分剪力，由于它的拱顶部分截面尺寸小，承受的应力很大，成为梁的薄弱环节。基本拱 I 的其它部分特别是靠支座部分，截面面积都较大，因而尚有继

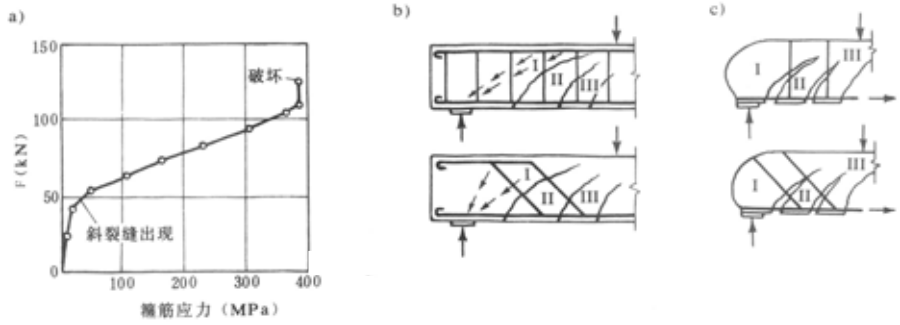



图 4-5　　有腹筋梁斜裂缝出现后受力及力传递示意图

a)斜裂缝出现前、后的箍筋应力变化 b)腹筋作用 c)有腹筋梁斜截面破坏拱桁架模型



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

续承载的潜力。其它小拱 II、III 所能传递的剪力很小，其实际具有的抗力并未得到充分发挥。箍筋和斜筋的作用改变了这种情况，特别是箍筋的作用。在斜裂缝出现后，腹筋的作用表现在：（1）把小拱体 II、III 向上拉住（图 4-5b），使沿纵向钢筋的撕裂裂缝不发生，从而使纵筋的销栓作用得以发挥，这样，小拱体 II、III 就能更多地传递主压应力；（2）腹筋 将拱体 II、III 传递过来的主压应力，传到基本拱体 I 上断面尺寸较大的还有潜力的部位上去，这就减轻了基本拱体 I 拱顶处所承压的应力，从而提高了梁的抗剪承载力；（3）腹筋能有效地减小斜裂缝开展宽度，从而提高了斜截面上混凝土骨料咬合力。

腹筋将被斜裂缝分割的拱形混凝土块体牢固地连接在一起，但箍筋本身并不能把剪力直接传递到支座上。在有腹筋梁中，箍筋、斜筋或弯起钢筋和斜裂缝之间的混凝土块体可比拟成一个拱形桁架（图 4-5c）。在拱形桁架模型中，基本拱体 I 视为拱形桁架的上弦压杆，拱体 II、III 是受压腹杆，纵向钢筋是下弦拉杆，箍筋等腹筋是受拉腹杆。

由上述有腹筋梁的抗剪机理分析可见，配置箍筋是提高梁抗剪承载力的有效措施。箍筋一般是沿梁剪跨布置的，在梁的剪跨范围内只要出现斜裂缝，相应部位的箍筋就发挥作用。弯起钢筋或斜筋只有与临界斜裂缝相交后才能发挥作用，可以提高梁的抗剪承载力。试验证明，梁的抗剪承载力随弯筋面积的加大而提高，两者呈线性关系。弯筋仅在穿越斜裂缝的部位才可能屈服。当弯筋恰好从斜裂缝顶端越过时，因接近受压区，弯筋有可能达不到屈服强度，计算时要考虑这个因素。弯起钢筋虽能提高梁的抗剪承载力，但数量少而面积集中，对限制大范围内的斜裂缝宽度的作用不大，所以，弯筋不宜单独使用，而总是与箍筋联合使用。

设置腹筋的简支梁斜截面剪切破坏形态与无腹筋简支梁一样，也概括为斜拉破坏、斜压破坏和剪压破坏。但是，箍筋的配置数量对有腹筋梁的破坏形态有一定的影响，这在下节详述。

## 4.2 影响受弯构件斜截面抗剪能力的主要因素

试验研究表明，影响有腹筋梁斜截面抗剪能力的主要因素是剪跨比，混凝土强度、纵向受拉钢筋配筋率和箍筋数量及强度等。

1）剪跨比 m

剪跨比 $m$ 是影响受弯构件斜截面破坏形态和抗剪能力的主要因素。剪跨比 $m$ 实质上反映了梁内正应力 $\sigma$ 与剪应力 $\tau$ 的相对比值。对弹性匀质材料的矩形截面简支梁，$\sigma$ 和 $\tau$ 可定义为

$$\sigma = \alpha_1 \frac{M}{bh_0^2}, \quad \tau = \alpha_2 \frac{V}{bh_0}$$

$$\therefore \quad \frac{\sigma}{\tau} = \alpha_3 m$$

其中，$\alpha_3 = \alpha_1 / \alpha_2$，$m = M / Vh_0$。显然，$m$ 不同,则 $\sigma / \tau$ 也不同，梁内主压应力迹线和主拉应力迹线也是不同的（图 4-6）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

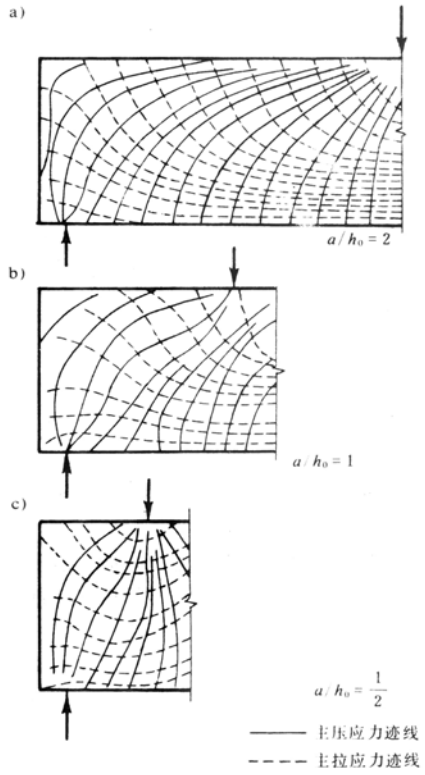



图 4-6　　不同剪跨比时梁的主应力迹线示意图

a)剪跨比 $a/h_0=2.0$　　b)剪跨比 $a/h_0=1.0$　　c) 剪跨比 $a/h_0=0.5$

（图 4-7）列出一组试验结果。这是一组截面尺寸，纵筋配筋率和混凝土强度基本相同，仅剪跨比变化的无腹筋梁的试验结果。图中的纵标为无量纲的抗剪能力 $\frac{V}{f_c b h_0}$。从（图 4-7）中可以看到，随着剪跨比 $m$ 的加大，破坏形态按斜压、剪压和斜拉的顺序演变，而抗剪能力逐步降低。当 $m>3$ 后，斜截面抗剪能力趋于稳定，剪跨比的影响不明显了。

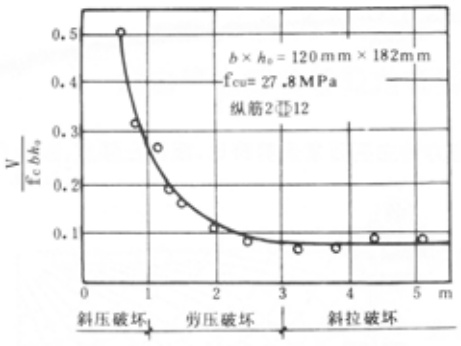



图 4-7　　剪跨比 $m$ 对梁抗剪能力的影响

### 2）混凝土抗压强度 $f_{cu}$

梁的斜截面破坏是由于混凝土达到相应受力状态下的极限强度而发生的。因此，混凝土的抗压强度对梁的抗剪能力影响很大。（图 4-8）所示为截面尺寸和纵向受力钢筋配筋率相同的五组试验梁的试验结果。（图 4-8）可见，梁的抗剪能力随混凝土抗压强度的提高而提高，其影响大致按线性规律变化。但是，由于在不同剪跨比下梁的破坏形态不同，所以，这种影响的程度亦不相同。当 $m$=1 时为斜压破坏，梁的抗剪能力取决于混凝土的抗压强度，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

混凝土抗压强度影响很大，故直线斜率较大；当 $m$=3 时接近斜拉破坏，梁的抗剪能力取决于混凝土的抗拉强度，但混凝土的抗拉强度并不随混凝土强度的提高而成比例增长，故当近似取为线性关系时，其直线的斜率较小；1< $m$<3 时，其直线斜率介于上述两者之间。

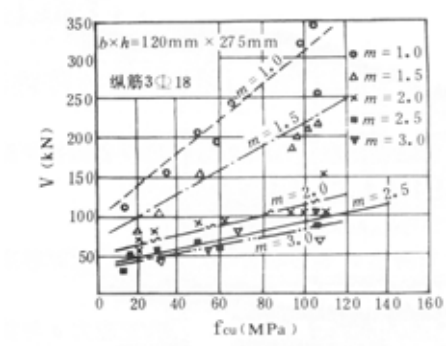



图 4-8　　混凝土强度对梁抗剪能力的影响

### 3）纵向钢筋配筋率

试验表明，梁的抗剪能力随纵向钢筋配筋率 $\rho$ 的提高而增大。一方面，因为纵向钢筋能抑制斜裂缝的开展和延伸，使斜裂缝上端的混凝土剪压区的面积增大，从而提高了剪压区混凝土承受的剪力 $V_C$。显然，随着纵筋数量的增加，这种抑制作用也增大。另一方面，纵筋数量的增加，其销栓作用随之增大，销栓作用所传递的剪力亦增大。（图 4-9）所示为纵向钢筋配筋率 $\rho$ 对梁抗剪能力的影响程度，两者大体上成直线关系。随剪跨比 $m$ 的不同，$\rho$ 的影响程度亦不同，所以，（图 4-9）中各直线的斜率也不同。剪跨比小时，纵筋的销栓作用较强，纵筋配筋率对抗剪能力的影响也较大；剪跨比较大时，纵筋的销栓作用减弱，则纵筋配筋率对抗剪能力的影响也较小。

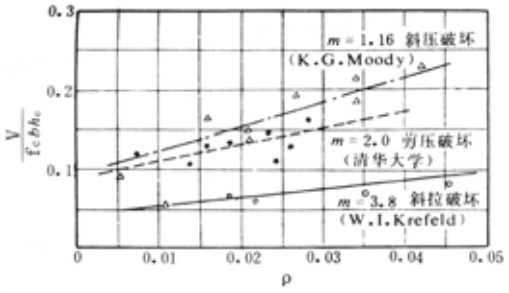



图 4-9　　纵筋配筋率对梁抗剪能力的影响

### 4）配箍率和箍筋强度

有腹筋梁出现斜裂缝后，箍筋不仅直接承受相当部分的剪力，而且有效地抑制斜裂缝的开展和延伸，对提高剪压区混凝土的抗剪能力和纵向钢筋的销栓作用都有着积极的影响。

试验表明，若箍筋的配置数量过多，则在箍筋尚未屈服时，斜裂缝间混凝土即因主压应力过大而发生斜压破坏。此时梁的抗剪能力取决于构件的截面尺寸和混凝土强度，并与无腹筋梁斜压破坏时的抗剪能力相接近。

若箍筋的配置数量适当，则斜裂缝出现后，原来由混凝土承受的拉力转由与斜裂缝相交的箍筋承受，在箍筋尚未屈服时，由于箍筋的作用，延缓和限制了斜裂缝的开展和延伸，承载力尚能有较大的增长。当箍筋屈服后，其变形迅速增大，不再能有效地抑制斜裂缝的开展和延伸，最后，斜裂缝上端的混凝土在剪、压复合应力作用下达到极限强度，发生剪压破坏。此时，梁的抗剪能力主要与混凝土强度和箍筋配置数量有关，而剪跨比和纵筋配筋率等



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

因素的影响相对较小。

若箍筋配置数量过少，则斜裂缝一出现，截面即发生急剧的应力重分布，原来由混凝土承受的拉力转由箍筋承受，使箍筋很快达到屈服，变形剧增，不能抑制斜裂缝的开展，此时梁的破坏形态与无腹筋梁相似。当剪跨比较大时，也将产生脆性的斜拉破坏。

箍筋用量一般用箍筋配筋率（工程上习惯称配箍率）$\rho_{sv}$表示，即

$$\rho_{sv}=\frac{A_{sv}}{bS_v} \tag{4-2}$$

式中 $A_{sv}$——斜截面内配置在沿梁长度方向一个箍筋间矩$s_v$范围内的箍筋各肢总截面积；

$b$ ——截面宽度，对 T 形截面梁取$b$为肋宽；

$S_v$——沿梁长度方向箍筋的间距。

（图 4-10）表示配箍率与箍筋抗拉强度的乘积对梁抗剪能力的影响。当其它条件相同时，两者大体成线性关系。

由于梁斜截面破坏属于脆性破坏，为了提高斜截面延性，不宜采用高强钢筋作箍筋。

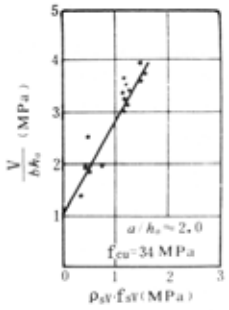



图 4-10　　配箍率对梁抗剪能力的影响

## 4.3 受弯构件的斜截面抗剪承载能力

如前所述，钢筋混凝土梁沿斜截面的主要破坏形态有斜压破坏、斜拉破坏和剪压破坏等。在设计时，对于斜压和斜拉破坏，一般是采用截面限制条件和一定的构造措施予以避免。对于常见的剪压破坏形态，梁的斜截面抗剪能力变化幅度较大，故必须进行斜截面抗剪承载能力的计算。《公路桥规》的基本公式就是针对这种破坏形态的受力特征而建立的。

### 4.3.1 斜截面抗剪承载能力计算的基本公式及适用条件

配有箍筋和弯起钢筋的钢筋混凝土梁，当发生剪压破坏时，其抗剪承载力 $V_u$ 是由剪压区混凝土抗剪力 $V_c$，箍筋所能承受的剪力$V_{sv}$和弯起钢筋所能承受的剪力 $V_{sb}$ 所组成（图 4-11），即

$$V_u=V_c+V_{sv}+V_{sb} \tag{4-3}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

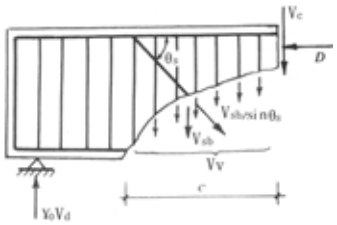


图 4-11　　斜截面抗剪承载能力计算图式

在有腹筋梁中，箍筋的存在抑制了斜裂缝的开展，使剪压区面积增大，导致了剪压区混凝土抗剪能力的提高，其提高程度与箍筋的抗拉强度和配箍率有关。因而，式（4-3）中的 $V_c$ 与 $V_v$ 是紧密相关的，但两者目前尚无法分别予以精确定量，而只能用 $V_{cs}$ 来表达混凝土和箍筋的综合抗剪承载能力，即

$$V_u = V_{cs} + V_{sb} \tag{4-4}$$

《公路桥规》根据国内外的有关试验资料，对配有腹筋的钢筋混凝土梁斜截面抗剪承载力的计算采用下述半经验半理论的公式

$$\gamma_0 V_d \leqslant V_u = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \left(0.45\times10^{-3}\right) b h_0 \sqrt{\left(2+0.6p\right)\sqrt{f_{cu,k}}\,\rho_{sv} f_{sv}} + \left(0.75\times10^{-3}\right) f_{sd} \Sigma A_{sb} \sin\theta_s \tag{4-5}$$

式中　$V_d$ ——斜截面受压端正截面上最大剪力组合设计值（kN）；

$\gamma_0$ ——桥梁结构的重要性系数；

$\alpha_1$ ——异号弯矩影响系数。计算简支梁和连续梁近边支点梁段的抗剪承载力时，$\alpha_1$=1.0；计算连续梁和悬臂梁近中间支点梁段的抗剪承载力时，$\alpha_1$=0.9；

$\alpha_2$ ——预应力提高系数（详见第 13 章）。对钢筋混凝土受弯构件，$\alpha_2$ =1；

$\alpha_3$ ——受压翼缘的影响系数。对具有受压翼缘的截面，取 $\alpha_3$ =1.1；

$b$ ——斜截面受压区顶端截面上的厚度（mm），T 形截面梁为梁肋厚度（mm）；

$h_0$ ——斜截面受压端正截面上的有效高度，自纵向受拉钢筋合力点到受压边缘的距离（mm）；

$p$ ——斜截面内纵向受拉钢筋的配筋百分率，$p$ =100 $\rho$，$\rho = A_s / bh_0$，当 $p >$ 2.5 时，取 $p$ =2.5；

$f_{cu,k}$ ——混凝土强度等级（MPa）；

$\rho_{sv}$ ——箍筋配筋率，见式（4-2）；

$f_{sv}$ ——箍筋抗拉强度设计值（MPa）；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$f_{sd}$ ——弯起钢筋的抗拉强度设计值（MPa）；

$A_{sb}$ ——斜截面内在同一个弯起钢筋平面内的弯起钢筋总截面面积（$mm^2$）；

$\theta_s$ ——弯起钢筋的切线与构件水平纵向轴线的夹角。

这里要指出以下几点：

（1）式（4-5）所表达的斜截面抗剪承载能力中，混凝土和箍筋提供的综合抗剪承载能力为$V_{cs}=\alpha_1\alpha_2\alpha_3\left(0.45\times10^{-3}\right)\sqrt{\left(2+0.6p\right)\sqrt{f_{cu,k}}\rho_{sv}f_{sv}}$，弯起钢筋提供的抗剪承载能力为$V_{sb}=\left(0.75\times10^{-3}\right)f_{sd}\Sigma A_{sb}\sin\theta_s$。当不设弯起钢筋时，梁的斜截面抗剪能力$V_u$等于$V_{cs}$。

（2）式（4-5）是一个半经验半理论公式，使用时必须按规定的单位代入数值，而计算得到的斜截面抗剪承载能力$V_u$的单位为 kN。

式（4-5）是根据剪压破坏形态发生时的受力特征和试验资料而制定的，仅在一定的条件下才适用，因而必须限定其适用范围，称为计算公式的上、下限值。

1）上限值——截面最小尺寸

当梁的截面尺寸较小而剪力过大时，就可能在梁的腹部产生过大的主压应力，使梁发生斜压破坏（或腹板压坏）。这种梁的抗剪承载力取决于混凝土的抗压强度及梁的截面尺寸，不能用增加腹筋数量来提高抗剪承载力。《公路桥规》规定了截面最小尺寸的限制条件，这种限制，同时也为了防止梁在使用阶段斜裂缝开展过大，特别是薄腹梁。截面尺寸应满足：

$$\gamma_0V_d\leqslant\left(0.51\times10^{-3}\right)\sqrt{f_{cu,k}}bh_0 \qquad \text{（kN）} \qquad \text{（4-6）}$$

式中 $V_d$——验算截面处由作用（或荷载）产生的剪力组合设计值（kN）；

$f_{cu,k}$——混凝土强度等级（MPa）；

$b$ ——相应于剪力组合设计值处截面的最小厚度（mm）；

$h_0$——相应于剪力组合设计值处截面的有效高度（mm）。

若式（4-6）不满足，则应加大截面尺寸或提高混凝土强度等级。

2）下限值——按构造要求配置箍筋

钢筋混凝土梁出现斜裂缝后，斜裂缝处原来由混凝土承受的拉力全部传给箍筋承担，使箍筋的拉应力突然增大。如果配置的箍筋数量过少，则斜裂缝一出现，箍筋应力很快达到其屈服强度，不能有效地抑制斜裂缝发展，甚至箍筋被拉断而导致发生斜拉破坏。当梁内配置一定数量的箍筋，且其间距又不过大，能保证与斜裂缝相交时，即可防止发生斜拉破坏。《公路桥规》规定，若符合下式，则不需进行斜截面抗剪强度计算，而仅按构造要求配置箍筋：

$$\gamma_0V_d\leqslant\left(0.50\times10^{-3}\right)\alpha_2f_{td}bh_0 \qquad \text{（kN）} \qquad \text{（4-7）}$$

式中的$f_{td}$为混凝土抗拉强度设计值（MPa），其它符号的物理意义及相应取用单位与式（4-6）相同。

对于板，可采用$V_d\leqslant1.25\times\left(0.50\times10^{-3}\right)\alpha_2f_{td}bh_0=\left(0.625\times10^{-3}\right)\alpha_2f_{td}bh_0$（kN）来计



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

算

关于按构造配置箍筋的要求详见本章第 4.5.2 节。

### 4.3.2 等高度简支梁腹筋的初步设计

等高度简支梁腹筋的初步设计,可以按照式（4-5)、式（4-6）和式（4-7）进行，即根据梁斜截面抗剪承载能力要求配置箍筋、初步确定弯起钢筋的数量及弯起位置。

已知条件是：梁的计算跨径 $L$ 及截面尺寸、混凝土强度等级、纵向受拉钢筋及箍筋抗拉设计强度，跨中截面纵向受拉钢筋布置，梁的计算剪力包络图（计算得到的各截面最大剪力组合设计值$V_d$ 乘上结构重要性系数$\gamma_o$后所形成的计算剪力图*）（图 4-12)。

1）根据已知条件及支座中心处的最大剪力计算值$V_0=\gamma_0 V_d^0$，$V_d^0$ 为支座中心处最大剪力组合设计值，$\gamma_0$ 为结构重要性系数。按照式（4-6)，对由梁正截面承载能力计算已决定的截面尺寸作进一步检查。若不满足，必须修改截面尺寸或提高混凝土强度等级，以满足式（4-6）的要求。

2）由式（4-7）求得按构造要求配置箍筋的剪力$V=\left(0.5\times10^{-3}\right)f_{td}bh_0$，其中$b$ 和$h_0$ 可取跨中截面计算值，由计算剪力包络图可得到按构造配置箍筋的区段长度$l_1$。

3）在支点和按构造配置箍筋区段之间的计算剪力包络图中的计算剪力应该由混凝土、箍筋和弯起钢筋共同承担，但各自承担多大比例，涉及到计算剪力包络图的合理分配问题。《公路桥规》规定：最大剪力计算值取用距支座中心 $h/2$（梁高一半）处截面的数值（记做$V'$），其中混凝土和箍筋共同承担不少于 60%， $0.6V'$的剪力计算值；弯起钢筋（按 45° 弯起）承担不超过 40%，即 $0.4V^{'}$的剪力计算值。由《公路桥规》规定可见混凝土和箍筋共同承担了大部分剪力。这主要是国内外试验研究都表明，混凝土和箍筋共同的抗剪作用效果好于弯起钢筋的抗剪作用。

4）箍筋设计

现取混凝土和箍筋共同的抗剪能力$V_{cs}=0.6V^{'}$，在式（4-5）中不考虑弯起钢筋的部分，则得

$$0.6V^{'}=\alpha_1\alpha_3\left(0.45\times10^{-3}\right)bh_0\sqrt{\left(2+0.6p\right)\sqrt{f_{cu,k}}\rho_{sv}f_{sv}}$$

解得斜截面内箍筋配筋率

$$\rho_{sv}=\frac{1.78\times10^6}{\left(2+0.6p\right)\sqrt{f_{cu,k}}f_{sv}}\left(\frac{V^{'}}{\alpha_1\alpha_2bh_0}\right)^2>(\rho_{sv})_{\min} \qquad (4\text{-}8)$$

当选择了箍筋直径（单肢面积为$a_{sv}$）及箍筋肢数（$n$）后，得到箍筋截面积$A_{sv}=na_{sv}$，则箍筋计算间距为：

---

* 以上定义是根据图 4-12 和便于使用《公路桥规》计算而给出的。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$S_v=\frac{\alpha_1^2\alpha_3^2(0.56\times10^{-6})(2+0.6p)\sqrt{f_{cu,k}}A_{sv}bh_0^2}{(V')^2}\quad(\text{mm})\qquad(4\text{-}9)$$

取整并满足规范要求后，即可确定箍筋间距。

5）弯起钢筋的数量及初步的弯起位置

弯起钢筋是由纵向受拉钢筋弯起而成，常对称于梁跨中线成对弯起，以承担（图 4-12）中计算剪力包络图中分配的计算剪力。

考虑到梁支座处的支承反力较大以及纵向受拉钢筋的锚固要求，《公路桥规》规定，在钢筋混凝土梁的支点处，应至少有两根并且不少于总数$1/5$的下层受拉主钢筋通过。就是说，这部分纵向受拉钢筋不能在梁间弯起，而其余的纵向受拉钢筋可以在满足规范要求的条件下弯起。

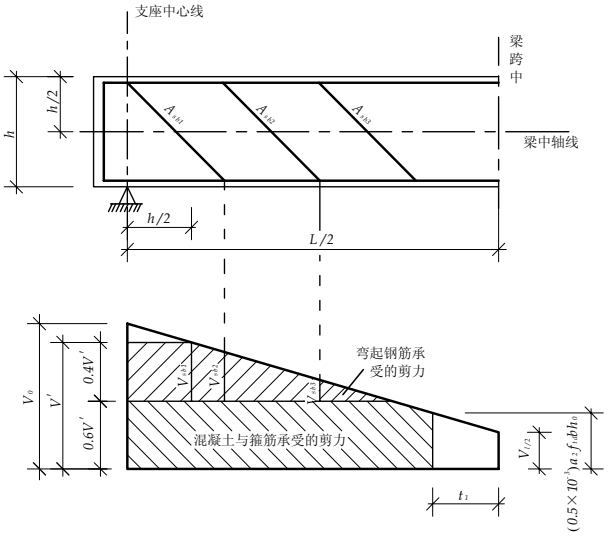



图 4-12　　腹筋初步设计计算图

根据梁斜截面抗剪要求，所需的第 $i$ 排弯起钢筋的截面面积，要根据（图 4-12）分配的、应由第 $i$ 排弯起钢筋承担的计算剪力值$V_{sbi}$来决定。由式（4-5），且仅考虑弯起钢筋，则得

$$V_{sbi}=\left(0.75\times10^{-3}\right)f_{sd}A_{sbi}\sin\theta_s$$

$$A_{sbi}=\frac{1333.33V_{sbi}}{f_{sd}\sin\theta_s}\qquad(\text{mm}^2)\qquad(4\text{-}10)$$

式中的符号意义及单位见式（4-5）。

对于式（4-10）中的计算剪力$V_{sbi}$的取值方法，《公路桥规》规定：

（1）计算第一排（从支座向跨中计算）弯起钢筋（即图 4-12 中所示$A_{sb1}$）时，取用距支座中心 $h/2$ 处由弯起钢筋承担的那部分剪力值$0.4V'$。

（2）计算以后每一排弯起钢筋时，取用前一排弯起钢筋弯起点处由弯起钢筋承担的那部分剪值。

同时，《公路桥规》对弯起钢筋的弯角及弯筋之间的位置关系有以下要求：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（1）钢筋混凝土梁的弯起钢筋一般与梁纵轴成 45°角。弯起钢筋以圆弧弯折，圆弧半径（以钢筋轴线为准）不宜小于 20 倍钢筋直径（表 4-2）。

（2）简支梁第一排（对支座而言）弯起钢筋的末端弯折点应位于支座中心截面处（图 4-12），以后各排弯起钢筋的末端弯折点应落在或超过前一排弯起钢筋弯起点截面。

根据《公路桥规》上述要求及规定，可以初步确定弯起钢筋的位置及要承担的计算剪力值$V_{sbi}$，从而由式（4-10）计算得到所需的每排弯起钢筋的数量。

## 4.4 受弯构件的斜截面抗弯承载能力

上节讨论了钢筋混凝土梁斜截面抗剪承载力计算的问题，以防止梁沿斜截面可能发生剪切破坏。但是，受弯构件中纵向钢筋的数量是按控制截面最大弯矩计算值计算的，实际弯矩沿梁长通常是变化的。从正截面抗弯角度来看，沿梁长各截面纵筋数量也是随弯矩的减小而减少，所以，在实际工程中可以把纵筋弯起或截断，但如果弯起或截断的位置不恰当，这时会引起斜截面的受弯破坏。

本节介绍受弯构件斜截面抗弯承载能力的设计问题，然后再介绍既满足受弯构件斜截面抗剪承载能力又满足抗弯承载能力的弯起钢筋起弯点的确定方法。

### 4.4.1 斜截面抗弯承载能力计算

试验研究表明，斜裂缝的发生与发展，除了可能引起前述的剪切破坏外，还可能使与斜裂缝相交的箍筋、弯起钢筋及纵向受拉钢筋的应力达到屈服强度，这时，梁被斜裂缝分开的两部分，将绕位于斜裂缝顶端受压区的公共铰转动，最后，受压区混凝土被压碎而破坏。

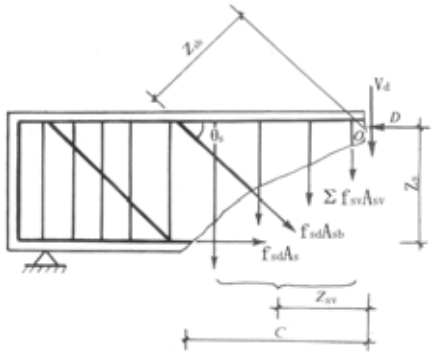



图 4-13　　斜截面抗弯承载力计算图式

（图 4-13）为斜截面抗弯承载力的计算图式。与（图 4-11）所示计算图式不同之处是取斜截面隔离体的力矩平衡。

这时，斜截面抗弯承载能力计算的基本公式，由（图 4-13）可得到

$$\gamma_0 M_d \leqslant M_u = f_{sd} A_s Z_s + \Sigma f_{sd} A_{sb} Z_{sb} + \Sigma f_{sv} A_{sv} Z_{sv} \qquad (4\text{-}11)$$

式中　$M_d$——斜截面受压顶端正截面的最大弯矩组合设计值；

$A_s$、$A_{sv}$、$A_{sb}$——分别为与斜截面相交的纵向受拉钢筋、箍筋与弯起钢筋的截面面积；

$Z_s$、$Z_{sv}$、$Z_{sb}$——分别为钢筋 $A_s$、$A_{sv}$ 和 $A_{sb}$ 的合力点对混凝土受压区中心点 $O$ 的



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

力臂。

而式（4-11）中的$Z_s$、$Z_{sv}$和$Z_{sb}$值与混凝土受压区中心点位置 $O$ 有关。斜截面顶端受压区高度 $x$，可由作用于斜截面内所有的力，对构件纵轴的投影之和为零的平衡条件得到：

$$A_c f_{cd} = f_{sd} A_s + f_{sd} A_{sb} \cos\theta_s \tag{4-12}$$

式中 $A_c$——受压区混凝土面积。对矩形截面：$A_c = bx$；对 T 形截面：$A_c = bx + \left(b_f^{'} - b\right)h_f$

或 $A_c = b_f^{'} x$；

$f_{cd}$——混凝土抗压强度设计值；

$A_s$——与斜截面相交的纵向受拉钢筋面积；

$A_{sb}$——与斜截面相交的同一弯起平面内弯起钢筋总面积；

$\theta_s$——与斜截面相交的弯起钢筋切线与梁水平纵轴的交角；

$f_{sd}$——纵向钢筋或弯起钢筋的抗拉强度设计值。

进行斜截面抗弯承载能力计算，应在验算截面处，自下而上沿斜向来计算几个不同角度的斜截面，按下式确定最不利的斜截面位置：

$$\gamma_0 V_d = \Sigma f_{sd} A_{sb} \sin\theta_s + \Sigma f_{sv} A_{sv} \tag{4-13}$$

式中$V_d$为斜截面受压端正截面内相应于最大弯矩组合设计值时的剪力组合设计值，其余符号意义见式（4-12）。

式（4-13）是按照荷载效应与构件斜截面抗弯承载能力之差为最小的原则推导出来的，其物理意义是满足此要求的斜截面，其抗弯能力最小。

最不利斜截面位置确定后，才可按式（4-11）来计算斜截面的抗弯承载能力。

在实际的设计中，一般可不具体按式（4-11）至式（4-13）来计算，而是采用构造规定来避免斜截面受弯破坏。下面以对弯起钢筋起弯点位置等构造规定来加以说明。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

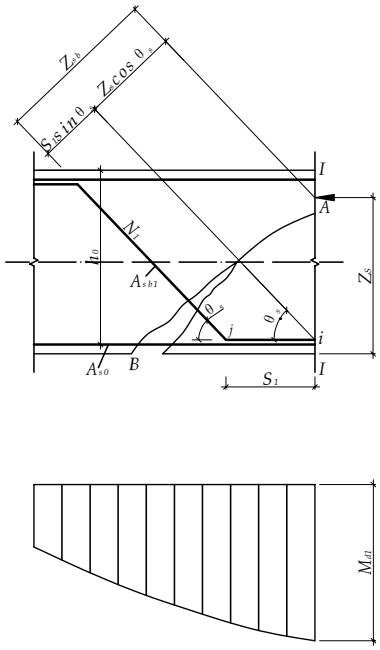



图 4-14　　$S_1 \geqslant 0.5h_0$ 的分析图

（图 4-14）表示所研究的梁段。在截面 I-I 上，纵向受拉钢筋面积为 $A_s$，正截面抗弯承载能力满足：

$$M_{d1} \leqslant M_{u1} = f_{sd} A_s z_s$$

由于 I-I 截面处纵向钢筋 $A_s$ 的强度全部被利用，故被称为钢筋充分利用截面。今在距 $i$ 点距离为 $S_1$ 的 $j$ 点处弯起 $N_1$ 钢筋（面积为 $A_{sb1}$），剩下的纵向钢筋（面积为 $A_{so} = A_s - A_{sb1}$）继续向支座方向延伸。设出现的斜裂缝 $AB$ 跨越弯起钢筋 $N_1$，且斜裂顶端 $A$ 位于截面 I-I 处（图 4-14），现以斜裂缝 $AB$ 左边梁段为隔离体，对斜裂缝上端受压区压力作用点 $A$ 的力矩平衡，可得斜截面的抗弯承载力表达式为：

$$M'_{u1} = f_{sd} A_{so} Z_s + f_{sd} A_{sb1} \left( S_1 \sin\theta_s + Z_s \cos\theta_s \right)$$

斜截面 $AB$ 上作用的荷载效应仍为 $M_{d1}$，显然，若斜截面抗弯承载力 $M'_{u1}$ 大于或等于正截面 I-I 的抗弯承载力 $M_{u1}$，则不会发生斜截面的受弯破坏，即可取

$$M'_{u1} \geqslant M_{u1}$$

$$f_{sd} A_{so} Z_s + f_{sd} A_{sb1} \left( S_1 \sin\theta_s + Z_s \cos\theta_s \right) \geqslant f_{sd} A_s Z_s$$

以 $A_s = A_{so} + A_{sb1}$ 代入，整理后得到：

$$S_1 \sin\theta_s + Z_s \cos\theta_s \geqslant Z_s$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

即

$$S_1 \geqslant \frac{1-\cos\theta_s}{\sin\theta_s} Z_s$$

一般情况下，$Z_s \approx 0.9h_0$，弯起钢筋的弯起角度为 45°或 60°，那么

$$\frac{1-\cos\theta_s}{\sin\theta_s} Z_s \approx (0.37 \sim 0.58)h_0$$

《公路桥规》取$0.5h_0$。

根据以上说明可知，在进行弯起钢筋布置时，为满足斜截面抗弯强度的要求，弯起钢筋的弯起点位置，应设在按正截面抗弯承载能力计算该钢筋的强度全部被利用的截面以外，其距离不小于$0.5h_0$处。换句话说，若弯起钢筋的弯起点至弯起筋强度充分利用截面的距离$S_1$满足$S_1 \geqslant 0.5h_0$，并且满足《公路桥规》关于弯起钢筋规定的构造要求，则可不进行斜截面抗弯承载力的计算。

### 4.4.2 纵向受拉钢筋的弯起位置

在钢筋混凝土梁的设计中，必须同时考虑斜截面抗剪承载能力。正截面斜截面的抗弯承载能力、以保证梁段中任一截面都不会出现正截面和斜截面破坏。

在第 3 章中已解决了梁最大弯矩截面的正截面抗弯承载能力设计问题；在本章第 3 节中通过箍筋设计和弯起钢筋数量确定，已基本解决了梁段斜截面抗剪承载力的设计问题。唯一待解决的问题是弯起钢筋弯起点的位置。尽管在梁斜截面抗剪设计中已初步确定了弯起钢筋的弯起位置，但是纵向钢筋能否在这些位置弯起，显然应考虑同时满足截面的正截面及斜截面抗弯承载能力的要求。这个问题一般采用梁的抵抗弯矩图应覆盖计算弯矩包络图的原则来解决。在具体设计中，可采用作图与计算相结合的方法进行。

弯矩包络图是沿梁长度的截面上弯矩组合设计值$M_d$的分布图，其纵坐标表示该截面上作用的最大设计弯矩。简支梁的弯矩包络图一般可近似为一条二次抛物线，若以梁跨中截面处为横坐标原点，则简支梁弯矩包络图（图 4-15）可描述为

$$M_{d,x} = M_{d,1/2}\left(1-\frac{4x^2}{L^2}\right) \qquad (4\text{-}14)$$

式中 $M_{d,x}$——距跨中截面为 $x$ 处截面上的弯矩组合设计值；

$M_{d,1/2}$ ——跨中截面处的弯矩组合设计值；

$L$ ——简支梁的计算跨径。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

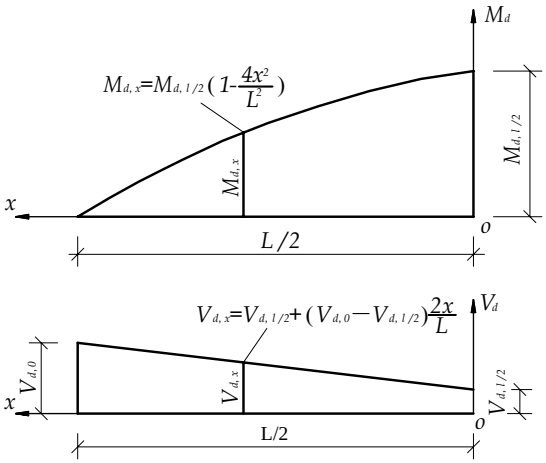



图 4-15　简支梁弯矩包络图和剪力包络图的方程描述

对于简支梁的剪力包络图（图 4-15），用直线方程来描述：

$$V_{d,x}=V_{d,1/2}+\left(V_{d,0}-V_{d,1/2}\right)\frac{2x}{L} \qquad (4\text{-}15)$$

式中　$V_{d,0}$——支座中心处截面的剪力组合设计值；

$V_{d,1/2}$ ——简支梁跨中截面的剪力组合设计值；

$L$——简支梁的计算跨径。

求简支梁控制截面上的内力组合设计值（$M_d$、$V_d$）的方法，将在《桥梁工程》课程中介绍。

抵抗弯矩图（又称材料图），就是沿梁长各个正截面按实际配置的纵向受拉钢筋面积能产生的抵抗弯矩图，即表示各正截面所具有的抗弯承载能力。因为在确定纵向钢筋弯起位置时，必须使用抵抗弯矩图，故下面具体讨论钢筋混凝土梁的抵抗弯矩图。

设一简支梁计算跨径为 $L$，跨中截面布置有 6 根纵向受拉钢筋$(2N1+2N2+2N3)$，其正截面抗弯承载能力为 $M_{u,1/2}>\gamma_0 M_{d,1/2}$（图 4-16）。

假定底层 2 根 $N1$ 纵向受拉钢筋必须伸过支座中心线，不得在梁跨间弯起，而 $2N2$ 和 $2N3$ 钢筋考虑在梁跨间弯起。

由于部分纵向受拉钢筋弯起，因而正截面抗弯承载能力发生变化。在跨中截面，设全部钢筋提供的抗弯承载能力为 $M_{u,1/2}$；弯起 $2N3$ 钢筋后，剩余（$2N1+2N2$）钢筋面积为 $A_{s1,2}$，提供的抗弯承载能力为 $M_{u,1,2}$；弯起 $2N2$ 钢筋后，剩余 $2N1$ 钢筋面积为 $A_{s1}$，提供的抗弯承载能力为 $M_u^{'}$。分别用计算式表达为

$$M_{u,1/2}=f_{sd}A_sZ_s;\qquad M_{u,1,2}=f_{sd}A_{s1,2}Z_{1,2};\qquad M_{u,1}=f_sA_{s1}Z_1$$

这样可以作出抵抗弯矩图（图 4-16）。抵抗弯矩图中 $M_{u,1,2}$、$M_{u,1}$ 水平线与弯矩包络图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

的交点，即为理论的弯起点。

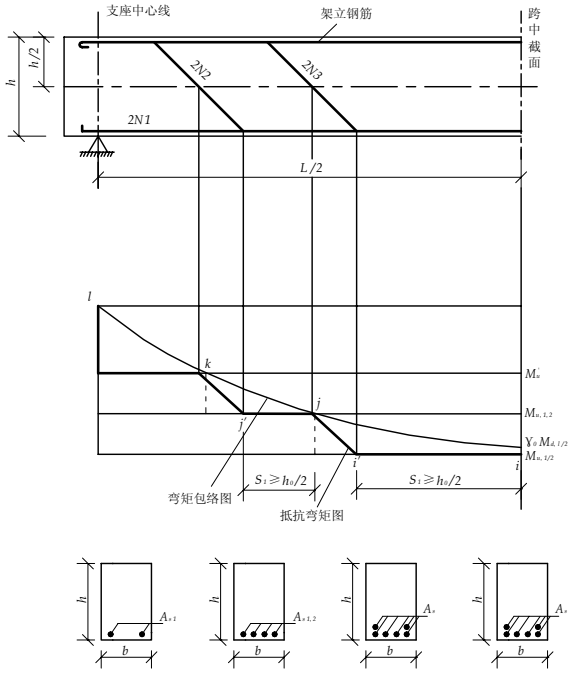



图 4-16　简支梁的弯矩包络图及抵抗弯矩图（对称半跨）

由（图 4-16）可见，在跨中 $i$ 点处，所有钢筋的强度被充分利用；在 $j$ 点处 $N1$ 和 $N2$ 钢筋的强度被充分利用，而 $N3$ 钢筋在 $j$ 点以外（向支座方向）就不再需要了；同样，在 $k$ 点处 $N1$ 钢筋的强度被充分利用，$N2$ 钢筋在 $k$ 点以外也就不再需要了。通常可以把 $i$、$j$、$k$ 三个点分别称为 $N3$、$N2$、$N1$ 钢筋的“充分利用点”，而把 $j$、$k$、$l$ 三个点分别称为 $N3$、$N2$ 和 $N1$ 钢筋的“不需要点”。

为了保证斜截面抗弯强度，$N3$ 钢筋只能在距其充分利用点 $i$ 的距离 $S_1 \geqslant h_0/2$ 处 $i'$ 点起弯。为了保证弯起钢筋的受拉作用，$N3$ 钢筋与梁中轴线的交点必须在其不需要点 $j$ 以外，这是由于弯起钢筋的内力臂是逐渐减小的，故抗弯承载能力也逐渐减小，当弯筋 $N3$ 穿过梁中轴线基本上进入受压区后，它的正截面抗弯作用才认为完全消失。

$N2$ 钢筋的弯起位置的确定原则，与 $N3$ 钢筋相同。

这样获得的抵抗弯矩图外包了弯矩包络图，保证了梁段内任一截面不会发生正截面破坏和斜截面抗弯破坏，而（图 4-16）中 $N2$ 和 $N3$ 钢筋的弯起位置就被确定在 $i'$ 和 $j'$ 两点处。

在钢筋混凝土梁设计中，在考虑梁斜截面抗剪承载能力时，实际上已初步确定了各弯起钢筋的弯起位置。因此，可以按弯矩包络图和抵抗弯矩图来检查已定的弯起钢筋初步弯起位置，若满足前述的各项要求，则确认所设计的弯起位置合理，否则要进行调整，必要时可加设斜筋或附加弯起钢筋，最终使得梁中各弯筋（斜筋）的水平投影能相互有重叠部分，至少相接。

应该指出的是，若纵向受拉钢筋较多，除满足所需的弯起钢筋数量外，多余的纵向受拉钢筋可以在梁跨间适当位置截断。纵向受拉钢筋的初步截断位置，一般取理论截断处（类似弯起筋的理论弯起点），但截断的设计位置（详见下节内容）。应考虑一个外加的延伸长度（锚固长度）。

## 4.5 全梁承载能力校核与构造要求



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

对基本设计好的钢筋混凝土梁进行全梁承载能力校核，就是进一步检查梁截面的正截面抗弯承载力，斜截面的抗剪和抗弯承载能力是否满足要求。梁的正截面抗弯承载力按第 3 章方法复核。在梁的弯起钢筋设计中，按照抵抗弯矩图外包弯矩包络图原则，并且使弯起位置符合规范要求，故梁间任一正截面和斜截面的抗弯承载能力已经满足要求，不必再进行复核。但是，本章第 3 节中介绍的腹筋设计，仅仅是根据近支座斜截面上的荷载效应（即计算剪力包络图）进行的，并不能得出梁间其它斜截面抗剪承载能力一定大于或等于相应的剪力计算值$V=\gamma_o V_d$，因此，应该对已配置腹筋的梁进行斜截面抗剪承载能力复核。

本节先介绍截面抗剪承载能力的复核问题，然后介绍《公路桥规》关于钢筋混凝土梁的细部构造规定，最后介绍一个装配式钢筋混凝土简支 T 梁设计例题。

### 4.5.1 斜截面抗剪承载能力的复核

对已基本设计好腹筋的钢筋混凝土简支梁的斜截面抗剪承载能力复核，采用式（4-5），式（4-6）和式（4-7）进行。

在使用式（4-5）进行斜截面抗剪承载能力复核时，应注意以下问题。

**1）斜截面抗剪承载能力复核截面的选择。**

《公路桥规》规定，在进行钢筋混凝土简支梁斜截面抗剪承载能力复核时，其复核位置应按照下列规定选取：

（1）距支座中心$h/2$（梁高一半）处的截面（图 4-17 中截面 1-1）；

（2）受拉区弯起钢筋起点弯处的截面（图 4-17 中截面 2-2，3-3），以及锚于受拉区的纵向钢筋开始不受力处的截面（图 4-17 中截面 4-4）；

（3）箍筋数量或间距有改变处的截面（图 4-17 中截面 5-5）；

（4）构件腹板宽度改变处的截面。

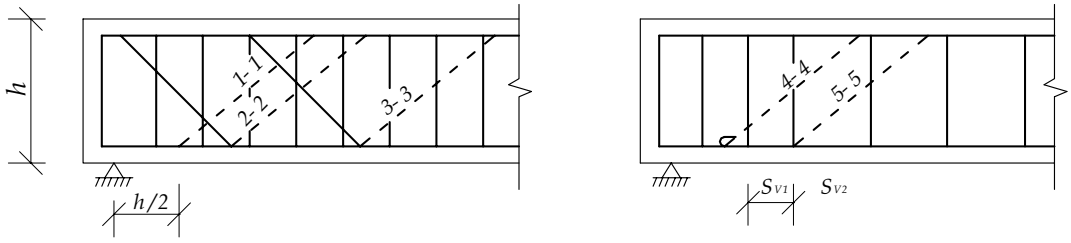



图 4-17　斜截面抗剪承载能力的复核截面位置示意图

**2）斜截面顶端位置的确定**

按照式（4-5）进行斜截面抗剪承载能力复核时，式中的$V_d$、$b$ 和$h_0$均指斜截面顶端位置处的数值，但（图 4-17）仅指出了斜截面底端的位置，而此时通过底端的斜截面的方向角$\beta$（图 4-18 中$b'$点）是未知的，它受到斜截面投影长度$c$的控制。同时，式（4-5）中计入斜截面抗剪承载能力计算的箍筋和弯起钢筋（斜筋）的数量，显然也受到斜截面投影长度$c$的控制。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

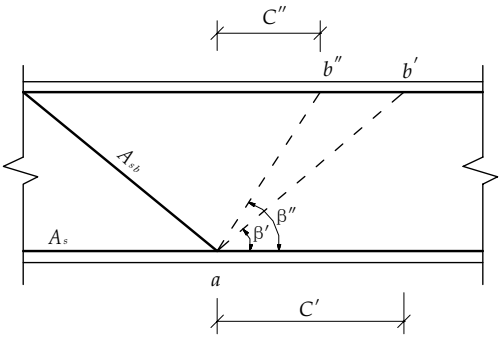



图 4-18　　斜截面投影长度

斜截面投影长度$c$是自纵向钢筋与斜裂缝底端相交点至斜裂缝顶端距离的水平投影长度，其大小与有效高度$h_0$和剪跨比$\frac{M}{Vh_0}$有关。根据国内外的试验资料，《公路桥规》建议斜截面投影长度$c$的计算式为

$$c=0.6mh_0=0.6\frac{M_d}{V_d} \qquad (4\text{-}16)$$

式中　$m$——斜截面受压端正截面处的广义剪跨比，$m=\frac{M_d}{V_d h_0}$，当$m>3$时，取$m$=3；

$V_d$——通过斜截面顶端正截面的剪力组合设计值；

$M_d$——相应于上述最大剪力组合设计值的弯矩组合设计值。

由此可见，只有通过试算方法，当算得的某一水平投影长度$C'$值正好或接近斜截面底端$a$点时（图 4-18），才能进一步确定验算斜截面的顶端位置。

采用试算方法确定斜截面的顶端位置的工作太麻烦，也可采用下述简化计算方法

（1）按照（图 4-17）来选择斜截面底端位置。

（2）以底端位置向跨中方向取距离为$h_0$的截面，认为验算斜截面顶端就在此正截面上。

（3）由验算斜截面顶端的位置坐标，可以从内力包络图推得该截面上的最大剪力组合设计值$V_{d,x}$及相应的弯矩组合设计值$M_{d,x}$，进而求得剪跨比$m=\frac{M_{d,x}}{V_{d,x}h_0}$及斜截面投影长度$c=0.6mh_0$。

由斜截面投影长度$c$，可确定与斜截面相交的纵向受拉钢筋配筋百分率$p$、弯起钢筋数量$A_{sb}$和箍筋配筋率$\rho_{sv}$。

取验算斜截面顶端正截面的有效高度$h_0$及宽度$b$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（4）将上述各值及与斜裂缝相交的箍筋和弯起钢筋数量代入式（4-5），即可进行斜截面抗剪承载能力复核。

上述简化计算方法，实际上是通过已知的斜截面底端位置（即按《公路桥规》所规定检算斜截面的位置），近似确定斜截面顶端位置，从而减少了斜截面投影长度$c$的试算工作量。

### 4.5.2 有关的构造要求

构造要求及其措施是结构设计中的重要组成部分。结构计算一般只能决定主要构件的截面尺寸及钢筋数量和布置，但是对于一些不易详细计算的因素往往要通过构造措施来弥补，这样也便于满足施工要求。构造措施对防止斜截面破坏显得尤其重要。在本章前述的内容中已经对此介绍做了一些，下面结合《公路桥规》的规定进一步介绍。

1）纵向钢筋在支座处的锚固

在梁近支座处出现斜裂缝时，斜裂缝处纵向钢筋应力将增大，支座边缘附近纵筋应力大小与伸入支座纵筋的数量有关。这时，梁的承载能力取决于纵向钢筋在支座处的锚固情况，若锚固长度不足，钢筋与混凝土的相对滑移将导致斜裂缝宽度显著增大（图 4-19$a$），甚至会发生粘结锚固破坏。为了防止钢筋被拔出而破坏，《公路桥规》规定：

（1）在钢筋混凝土梁的支点处，应至少有两根且不少于总数$1/5$的下层受拉主钢筋通过；

（2）底层两外侧之间不向上弯曲的受拉主筋，伸出支点截面以外的长度应不小于 $10d$（R235钢筋应带半圆钩）；对环氧树脂涂层钢筋应不小于$12.5d$，$d$为受拉主筋直径。[图4-19$c$)]为绑扎骨架普通钢筋（R235 钢筋）在支座锚固的示意图。

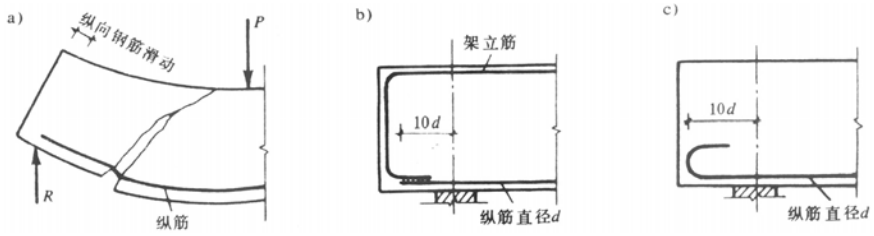



图 4-19　主钢筋在支座处的锚固

a)支座附近纵向钢筋锚固破坏　b)焊接骨架在支座处锚固　c)绑扎骨架在支座处锚固

2）纵向钢筋在梁跨间的截面与锚固

当某根纵向受拉钢筋在梁跨间的理论切断点处切断后，该处混凝土所承受的拉应力突增，往往会过早出现斜裂缝，如果截面的钢筋锚固不足，甚至可能降低构件的承载能力，因此，纵向受拉钢筋不宜在受拉区截断。若需截断，。为了保证钢筋强度的充分利用，必须将钢筋从理论切断点外伸一定的长度再截断，这段距离称为钢筋的锚固长度（是受力钢筋通过混凝土与钢筋粘结将所受的力传递给混凝土所需的长度）。它不同于纵筋在支座处的锚固作用，是钢筋在弯矩和剪力共同作用区段的粘结锚固。

根据钢筋拔出试验结果和我国的工程实践经验，《公路桥规》规定了不同受力情况下最小钢筋锚固长度，见表 4-1。

普通钢筋最小锚固长度$l_a$　　表 4-1

| 钢筋 / 混凝土 项　目 | R235 | HRB335 | HRB400，KL400 |
|---|---|---|---|



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

| | | C20 | C25 | C30 | ≥C40 | C20 | C25 | C30 | ≥C40 | C20 | C25 | C30 | ≥C40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 受压钢筋（直端） | | 40d | 35d | 30d | 25d | 35d | 30d | 25d | 20d | 40d | 35d | 30d | 25d |
| 受拉钢筋 | 直端 | — | — | — | — | 40d | 35d | 30d | 25d | 45d | 40d | 35d | 30d |
| | 弯钩端 | 35d | 30d | 25d | 20d | 30d | 25d | 25d | 20d | 35d | 30d | 30d | 25d |

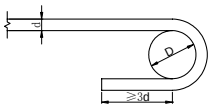
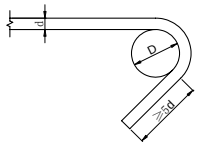
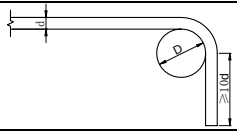
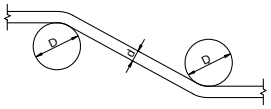
注：(1)d 为钢筋直径；

(2)采用环氧树脂涂层钢筋时，受拉钢筋最小锚固长度应增加 25%；

(3)当混凝土在凝固过程中易受扰动时（如滑模施工），锚固长度应增加 25%。

受力主筋端部弯钩应符合表 4-2 的尺寸。

受力主钢筋端部弯钩　　表 4-2

| 弯曲部位 | 弯曲角度 | 形状 | 钢筋 | 弯曲直径（D） | 平直段长度 |
|---|---|---|---|---|---|
| 末端弯钩 | 180° |  | R235<br>(Q235) | ≥2.5d<br>(d≤20mm) | ≥3d |
| | 135° |  | HRB335 | ≥4d | ≥5d |
| | | | HRB400<br>KL400 | ≥5d | |
| | 90° |  | HRB335 | ≥4d | ≥10d |
| | | | HRB400<br>KL400 | ≥5d | |
| 中间弯折 | ≤90° |  | 各种钢筋 | ≥20d | — |

注：采用环氧树脂涂层钢筋时，除应满足表内固定外，当钢筋直径 d≤20mm 时，弯钩内直径 D 不小于 4d；当 d＞20mm 时，弯钩内直径 D 不应小于 6d；直线段长度不应小于 5d 。

### 3）钢筋的接头

当梁内的钢筋需要接长时，可以采用绑扎搭接接头、焊接接头和钢筋机械接头。

受拉钢筋的绑扎接头的搭接长度$l_d$（图 4-20），《公路桥规》规定见表 4-3；受压区钢筋绑扎接头的搭接长度，应取受拉钢筋绑扎搭接长度的 0.7 倍。

受拉钢筋绑扎接头搭接长度$l_d$　　表 4-3

| 钢筋 | 混凝土强度等级 | | |
|---|---|---|---|
| | C20 | C25 | ＞C25 |
| R235 | 35d | 30d | 25d |
| HRB335 | 45d | 40d | 35d |
| HRB400、KL400 | | 50d | 45d |

注：（1）当带肋钢筋直径 d 大于 25mm 时，其受拉钢筋的搭接长度应按表值增加 5d 采用；当带肋钢筋直径小于 25mm 时，搭接长度可按表值减少 5d 采用。

（2）当混凝土在凝固过程中受力钢筋易受扰动时，其搭接长度应增加 5d；

（3）在任何情况下，受拉钢筋的搭接长度不应小于 300mm；受压钢筋的搭接长度不应小于 200mm；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（4）环氧树脂涂层钢筋的绑扎接头搭接长度，按表值增加 10d 采用；

（5）受拉区段内，R235（Q235）钢筋绑扎接头末端应做成弯钩，HR335、HRB400、KL400 钢筋的末端可不做成弯钩。

在任一绑扎接头中心至搭接长度 1.3 倍的长度区段内，同一根钢筋不得有两个接头；在该区段内有绑扎接头的受力钢筋截面面积占受力钢筋总截面面积的百分数，受拉区不宜超过 25%，受压区不宜超过 50%。当绑扎接头的受力钢筋截面面积占受力钢筋总截面面积超过上述规定时，应按表 4-3 的规定值，乘以下列系数：当受拉钢筋绑扎接头截面面积大于 25%，但不大于 50%时，乘以 1.25，当大于 50%时，乘以 1.5；当受压钢筋绑扎截面面积大于 50%时，乘以 1.25（表 4-3 中受压钢筋绑扎接头长度仍为受拉钢筋绑扎接头长度的 0.7 倍）。

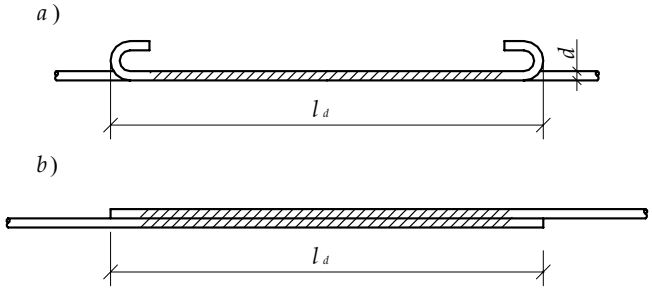



图 4-20 受拉钢筋的绑扎搭接接头

当采用焊接接头时，《公路桥规》也有相应的构造要求。例如采用夹杆式电弧焊接时[图 4-21b）]，夹杆的截面积应不小于被焊钢筋的截面积。夹杆长度，若用双面焊接时应不小于 5*d*；用单面焊接时应不小于 10*d*（*d* 为钢筋直径）。又例如采用搭叠式电弧焊时（图 4-21*c*），钢筋端段应预先折向一侧，使两根的钢筋轴线一致。搭接时，双面焊缝的长度不小于 5*d*；单面焊缝的长度不小于 10*d*（*d* 为钢筋直径）。

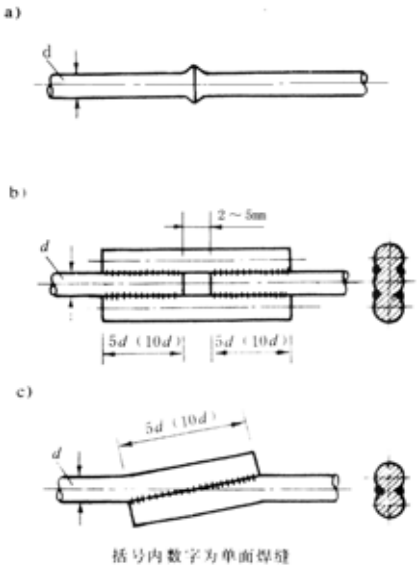



图 4-21　普通钢筋的焊接接头

a)闪光接触 b)夹杆式电弧焊 c)搭叠式电弧焊

《公路桥规》还规定，在任一焊接头中心至长度为钢筋直径的 35 倍，且不小于 500mm 的区段内，同一根钢筋不得有两个接头，在该区段内有接头的受力钢筋截面积占受力钢筋总截面面积的百分数不宜超过 50%（受拉区钢筋），受压区钢筋的焊接接头无此限制。

钢筋机械接头包括套筒挤压接头和镦粗直螺纹接头，适用于 HRB335 和 HRB400 带肋钢筋，连接接头的构造规定详见《公路桥规》。

4）箍筋的构造要求



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（1）钢筋混凝土梁应设置直径不小于 8mm 且不小于 1/4 主钢筋直径的箍筋。箍筋的最小配筋率，R235 钢筋时，$(\rho_{sv})_{\min}=0.18\%$；HRB335 钢筋时，$(\rho_{sv})_{\min}=0.12\%$。

（2）箍筋的间距

箍筋的间距不应大于梁高的 $1/2$ 且不大于 400mm，当所箍钢筋为按受力需要的纵向受压钢筋时，应不大于受压钢筋直径的 15 倍，且不应大于 400mm。

支座中心向跨径方向长度不大于一倍梁高范围内，箍筋间距不宜大于 100mm。

对于箍筋，《公路桥规》还规定，近梁端第一根箍筋应设置在距端面一个混凝土保护层的距离处。梁与梁或梁与柱的交接范围内可不设箍筋，靠近交接范围的第一根箍筋，其与交界的距离不大于 50mm。

5）弯起钢筋

除了本书已述的内容外，对弯起钢筋的构造要求，《公路桥规》还规定：

简支梁第一排（对支座而言）弯起钢筋的末端弯折点应位于支座中心截面处，以后各排弯起钢筋的末端折点应落在或超过前一排弯起钢筋的弯起点。

不得采用不与主钢筋焊接的斜钢筋（浮筋）。

### 4.5.3 装配式钢筋混凝土简支梁设计例题

1）已知设计数据及要求

钢筋混凝土简支梁全长 $L_0=19.96m$，计算跨径 $L=19.50m$。T 形截面梁的尺寸如（图 4-22），桥梁处于Ⅰ类环境条件，安全等级为二级，$\gamma_0=1$。

梁体采用 C25 混凝土，轴心抗压强度设计值 $f_{cd}=11.5MPa$，轴心抗拉强度设计值 $f_{td}=1.23MPa$。主筋采用 HRB335 钢筋，抗拉强度设计值 $f_{sd}=280MPa$；箍筋采用 R235 钢筋，直径 8mm，抗拉强度设计值 $f_{sd}=195MPa$。

简支梁控制截面的弯矩组合设计值和剪力组合设计值为

跨中截面：　$M_{d,1/2}=2100kN\cdot m$，$V_{d,1/2}=84kN$

$1/4$ 跨截面：　$M_{d,1/4}=1500kN\cdot m$

支点截面：　$M_{d,0}=0$，$V_{d,0}=440kN$

要求确定纵向受拉钢筋数量和进行腹筋设计。

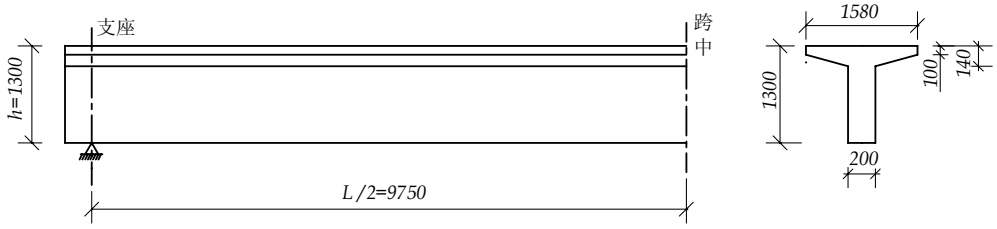



图 4-22　20 米钢筋混凝土简支梁尺寸（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

2）跨中截面的纵向受拉钢筋计算

（1）T 形截面梁受压翼板的有效宽度$b_f^{'}$

由（图 4-22）所示的 T 形截面受压翼板的厚度尺寸，可得平均厚度$h_f^{'}=\frac{140+100}{2}=120mm$。

$$b_{f1}^{'}=\frac{1}{3}L=\frac{1}{3}\times19500=6500mm$$

$b_{f2}^{'}=1600mm$（本算例为装配式 T 梁，相邻两主梁轴线间距离为 1600mm，（图 4-22）所示 1580mm 为预制梁翼板宽度）

$$b_{f3}^{'}=b+2c+12h_f^{'}=200+2\times0+12\times120=1640mm$$

故取受压翼板的有效宽度$b_f^{'}=1600mm$。

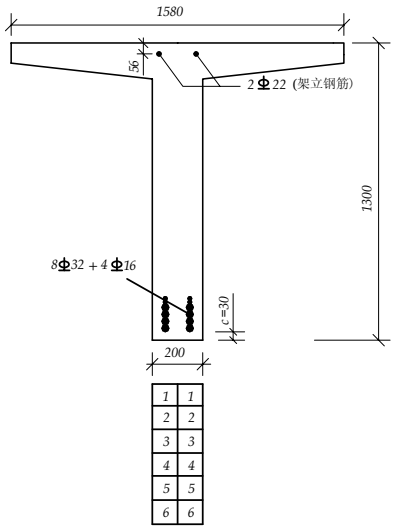



图 4-23（尺寸单位：mm）

（2）钢筋数量计算

钢筋数量（跨中截面）计算及截面复核详见例 3-7。

跨中截面主筋为$8\underline{\phi}32+4\underline{\phi}16$，焊接骨架的钢筋层数为 6 层，纵向钢筋面积$A_s=7238mm^2$，布置如（图 4-23）。截面有效高度$h_0=1188mm$，抗弯承载能力$M_u=2293.20kN\cdot m>\gamma_0M_{d,l/2}=2100kN\cdot m$

3）腹筋设计

（1）截面尺寸检查

根据构造要求，梁最底层钢筋$2\underline{\phi}32$通过支座截面，支点截面有效高度$h_0=h-\left(30+\frac{35.8}{2}\right)=1252mm$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\left(0.51\times10^{-3}\right)\sqrt{f_{cu,k}}bh_0=\left(0.51\times10^{-3}\right)\sqrt{25}\times200\times1252$$

$$=638.52kN>\gamma_0V_{d,0}(=440kN)$$

截面尺寸符合设计要求。

（2）检查是否需要根据计算配置箍筋

跨中段截面 $\left(0.5\times10^{-3}\right)f_{td}bh_0=\left(0.5\times10^{-3}\right)\times1.23\times200\times1188=146.12kN$

支座截面 $\left(0.5\times10^{-3}\right)f_{td}bh_0=\left(0.5\times10^{-3}\right)\times1.23\times200\times1252=154.00kN$

因 $\gamma_0V_{d,1/2}(=84kN)<\left(0.5\times10^{-3}\right)f_{td}bh_0<\gamma_0V_{d,0}(=440kN)$

故可在梁跨中的某长度范围内按构造配置箍筋，其余区段应按计算配置腹筋。

（3）计算剪力图分配（图 4-24）

在（图 4-24）所示的剪力包络图中，支点处剪力计算值$V_0=\gamma_0V_{d,0}$，跨中处剪力计算值$V_{1/2}=\gamma_0V_{d,1/2}$。

$V_x=\gamma_0\,V_{d,x}=\left(0.5\times10^{-3}\right)f_{td}bh_0=146.12kN$ 的截面距跨中截面的距离可由剪力包络图按比例求得

$$l=\frac{L}{2}\times\frac{V_x-V_{1/2}}{V_0-V_{1/2}}$$

$$=9750\times\frac{146.12-84}{440-84}$$

$$=1711mm$$

在$l$长度内可按构造要求布置箍筋。

同时，根据《公路桥规》规定，在支座中心线附近$h/2=650mm$范围内，箍筋的间距最大为 100mm.

距支座中心线为$h/2$处的计算剪力值$V'$，由剪力包络图按比例求得

$$V'=\frac{LV_0-h\left(V_0-V_{1/2}\right)}{L}$$

$$=\frac{19500\times440-1300\left(440-84\right)}{19500}$$

$$=416.27kN$$

其中应由混凝土和箍筋承担的剪力计算值至少为$0.6V'=249.76kN$；应由弯起钢筋（包括斜筋）承担的剪力计算值最多为$0.4V'=166.51kN$，设置弯起钢筋区段长度为 4561mm（图 4-24）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

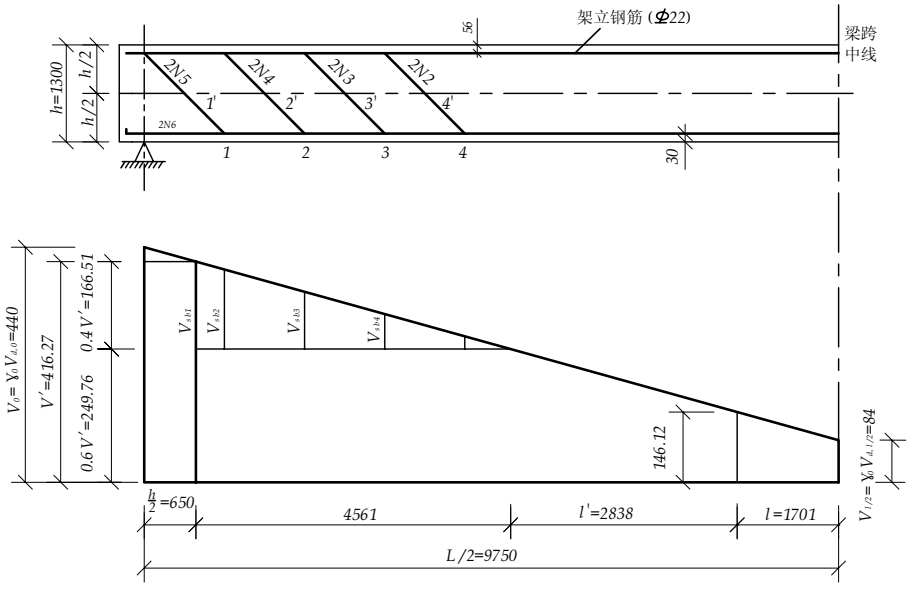



图 4-24 计算剪力分配图（尺寸单位：mm）

（4）箍筋设计

采用直径为 8mm 的双肢箍筋，箍筋截面积 $A_{sv}=nA_{sv1}=2\times50.3=100.6mm^2$。

在等截面钢筋混凝土简支梁中，箍筋尽量做到等距离布置。为计算简便，按式（4-5）设计箍筋时，式中的斜截面内纵筋配筋百分率 $p$ 及截面有效高度 $h_0$ 可近似按支座截面和跨中截面的平均值取用，计算如下：

跨中截面：　　$p_{1/2}=3.05>2.5$，取 $p_{1/2}=2.5$，$h_0=1188mm$

支点截面：　　$p_0=0.64$，$h_0=1252mm$

则平均值分别为 $p=\dfrac{2.5+0.64}{2}=1.57$，$h_0=\dfrac{1188+1252}{2}=1220mm$。

箍筋间距 $S_v$ 计算为

$$S_v=\frac{\alpha_1^2\alpha_3^2\left(0.56\times10^{-6}\right)(2+0.6p)\sqrt{f_{cu,k}}A_{sv}f_{sv}bh_0^2}{\left(V'\right)^2}$$

$$=\frac{1\times(1.1)^2\left(0.56\times10^{-6}\right)(2+0.6\times1.57)\sqrt{25}\times100.6\times195\times200\times(1220)^2}{(416.27)^2}$$

$$=336mm$$

确定箍筋间距 $S_v$ 的设计值尚应考虑《公路桥规》的构造要求。

若箍筋间距计算值取 $S_v=300mm\leqslant\dfrac{1}{2}h=650mm$ 及 $400mm$，是满足规范要求的。

但采用 $\phi8$ 双肢箍筋，箍筋配筋率 $\rho_{sv}=\dfrac{A_{sv}}{bS_v}=\dfrac{100.6}{200\times300}=0.17\%<0.18\%$（R235 钢筋时），



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

故不满足规范规定。现取 $S_v = 250mm$ 计算的箍筋配筋率 $\rho_{sv} = 0.2\% > 0.18\%$，且小于 $\frac{1}{2}h = 650mm$ 和 $400mm$。

综合上述计算，在支座中心向跨径长度方向的 1300mm 范围内，设计箍筋间距 $S_v = 100mm$；而后至跨中截面统一的箍筋间距取 $S_v = 250mm$。

（5）弯起钢筋及斜筋设计

设焊接钢筋骨架的架立钢筋（HRB335）为 $\phi 22$，钢筋重心至梁受压翼板上边缘距离 $a_s' = 56mm$。

弯起钢筋的弯起角度为 45°，弯起钢筋末端与架立钢筋焊接。为了得到每对弯起钢筋分配的剪力，要由各排弯起钢筋的末端点应落在前一排弯起钢筋弯起点的构造规定来得到各排弯起钢筋的弯起点计算位置，首先要计算弯起钢筋上、下弯点之间垂直距离 $\Delta h_i$（图 4-25）。

现拟弯起 $N1$~$N5$ 钢筋，计算的各排弯起钢筋弯起点截面的 $\Delta h_i$ 以及至支座中心距离 $x_i$、分配的剪力计算值 $V_{sbi}$、所需的弯起钢筋面积 $A_{sbi}$ 值列入表 4-4。

现将表 4-4 中有关计算举例说明如下。

根据《公路桥规》规定，简支梁的第一排弯起钢筋（对支座而言）的末端弯折点应位于支座中心截面处。这时，$\Delta h_1$ 计算为

$$\begin{aligned}\Delta h_1 &= 1300 - \left[(30 + 35.8 \times 1.5) + (44 + 25.1 + 35.8 \times 0.5)\right] \\ &= 1129mm\end{aligned}$$

弯筋的弯起角为 45°，则第一排弯筋（2$N5$）的弯起点 1 距支座中心距离为 1129mm。弯筋与梁纵轴线交点 $1'$ 距支座中心距离为 $1129 - \left[1300/2 - (30 + 35.8 \times 1.5)\right] = 563mm$。

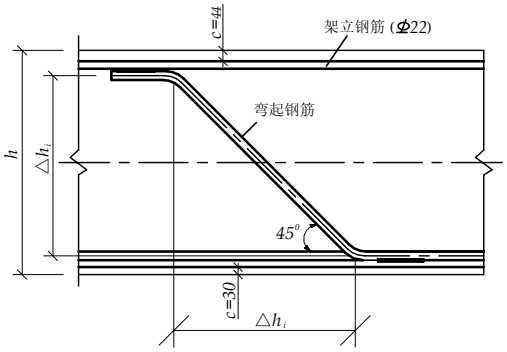



图 4-25　　弯起钢筋细节（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

弯起钢筋计算表　　表 4-4

| 弯起点 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta h_i$（mm） | 1129 | 1094 | 1058 | 1022 | 986 |
| 距支座中心距离 $x_i$（mm） | 1129 | 2223 | 3281 | 4303 | 5289 |
| 分配的计算剪力值 $V_{sbi}$（kN） | 166.51 | 149.02 | 109.08 | 70.46 | |
| 需要的弯筋面积 $A_{sbi}$（$mm^2$） | 1121 | 1004 | 735 | 475 | |
| 可提供的弯筋面积 $A_{sbi}$（$mm^2$） | $(2\underline{\phi}32)$ 1609 | $(2\underline{\phi}32)$ 1609 | $(2\underline{\phi}32)$ 1609 | $(2\underline{\phi}16)$ 402 | |
| 弯筋与梁轴交点到支座中心距离（mm） | 563 | 1693 | 2786 | 3844 | |

对于第二排弯起钢筋。

$$\Delta h_2 = 1300 - \left[(30 + 35.8\times 2.5) + (44 + 25.1 + 35.8\times 0.5)\right]$$
$$= 1094mm$$

弯起钢筋（2*N*4）的弯起点 2 距支点中心距离为 $1129 + \Delta h_2 = 1129 + 1094 = 2223mm$。

分配给第二排弯起钢筋的计算剪力值 $V_{sb2}$，由比例关系计算：

$$\frac{4561 + 650 - 1129}{4561} = \frac{V_{sb2}}{4561}$$

得　　$V_{sb2} = 149.02kN$

其中，$0.4V^{'} = 166.51kN$；$h/2 = 650mm$；设置弯起钢筋区段长为 $4561mm$。

所需要提供的弯起钢筋截面积 $A_{sb2}$ 为

$$A_{sb2} = \frac{1333.33(V_{sb2})}{f_{sd}\sin 45^{\circ}}$$
$$= \frac{1333.33(149.02)}{280\times 0.707}$$
$$= 1004mm^2$$

第二排弯起钢筋与梁轴线交点 $2^{'}$ 距支座中心距离为 $2223 - \left[1300/2 - (30 + 35.8\times 2.5)\right]$ $= 1693mm$。

其余各排弯起钢筋的计算方法与第二排弯起钢筋计算方法相同。

由表 4-4 可见，原拟定弯起 *N*1 钢筋的弯起点距支座中心距离为 5289mm，已大于 4561+*h*/2=4561+650=5211mm，即在欲设置弯筋区域长度之外，故暂不参加弯起钢筋的计算，（图 4-26）中以截断 *N*1 钢筋表示，但在实际工程中，往往不截断而是弯起，以加强钢筋骨架施工时的刚度。

按照计算剪力初步布置弯起钢筋如（图 4-24）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

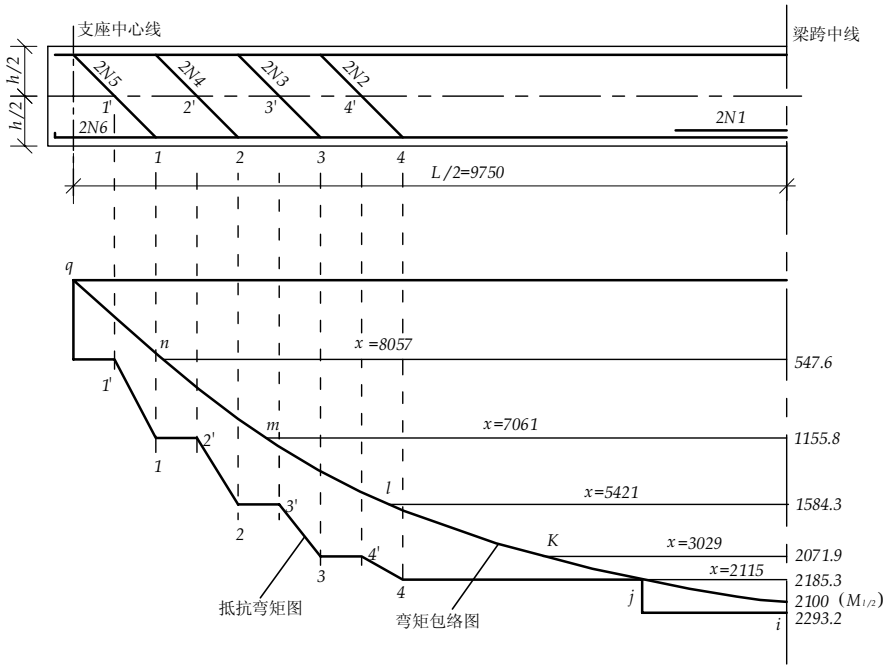



图 4-26　梁的弯矩包络图与抵抗弯矩图

（尺寸单位：mm；弯矩单位：kN·$m$）

现在按照同时满足梁跨间各正截面和斜截面抗弯要求，确定弯起钢筋的弯起点位置。由已知跨中截面弯矩计算值 $M_{1/2}=\gamma_0 M_{d,1/2}=2100kN\cdot m$，支点中心处 $M_0=\gamma_0 M_{d,0}=0$ 按式（4-14）作出梁的计算弯矩包络图（图 4-26）。在 $\frac{1}{4}L$ 截面处，因 $x$=4.875m，$L$=19.5m，$M_{1/2}=2100kN\cdot m$，则弯矩计算值为

$$M_{1/4}=2100\times\left(1-\frac{4\times 4.875^2}{19.5^2}\right)$$
$$=1575kN\cdot m$$

与已知值 $M_{1/4}=1500kN\cdot m$ 相比，两者相对误差为 5%，故用式（4-14）来描述简支梁弯矩包络图是可行的。

各排弯起钢筋弯起后，相应正截面抗弯承载能力 $M_{ui}$ 计算如表 4-5。

钢筋弯起后相应各正截面抗弯承载能力　　表 4-5

| 梁区段 | 截面纵筋 | 有效高度 $h_0$（$mm$） | T 形截面类别 | 受压区高度 $x$（$mm$） | 抗弯承载力 $M_{ui}$（kN・m） |
|---|---|---|---|---|---|
| 支座中心~1 点 | 2 $\phi$32 | 1252 | 第一类 | 24 | 547.6 |
| 1 点~2 点 | 4 $\phi$32 | 1234 | 第一类 | 49 | 1090.5 |
| 2 点~3 点 | 6 $\phi$32 | 1216 | 第一类 | 73 | 1584.3 |
| 3 点~4 点 | 8 $\phi$32 | 1198 | 第一类 | 98 | 2071.9 |
| 4 点~$N1$ 钢筋截断处 | 8 $\phi$32+2 $\phi$16 | 1194 | 第一类 | 104 | 2185.3 |
| $N1$ 钢筋截断处~梁跨中 | 8 $\phi$32+4 $\phi$16 | 1188 | 第一类 | 110 | 2293.2 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

将表 4-5 的正截面抗弯承载能力 $M_{ui}$ 在（图 4-26）上用各平行直线表示出来，它们与弯矩包络图的交点分别为 $i$、$j$、…、$q$，并以各 $M_{ui}$ 值代入式（4-14）中，可求得 $i$、$j$、…、$q$ 到跨中截面距离 $x$ 值（图 4-26）。

现在以（图 4-26）中所示弯起钢筋弯起点初步位置，来逐个检查是否满足《公路桥规》的要求。

第一排弯起钢筋（2$N$5）：

其充分利用点“$m$”的横坐标 $x$=7061mm，而 2$N$5 的弯起点 1 的横坐标 $x_1$=9750-1129=8621mm，说明 1 点位于 $m$ 点左边，且 $x_1 - x(= 8621 - 7061 = 1560mm) > h_0/2$（$= 1234/2 = 617mm$），满足要求。

其不需要点 $n$ 的横坐标 $x$=8507mm，而 2$N$5 钢筋与梁中轴线交点 $1'$ 的横坐标 $x_1'(= 9750 - 563 = 9187mm) > x$（=8507mm），亦满足要求。

第二排弯起钢筋（2$N$4）：

其充分利用点 $l$ 的横坐标 $x$=5421mm，而 2$N$4 的弯起点 2 的横坐标 $x_2(= 9750 - 2223 = 7527mm) > x$（=5421mm），且 $x_2 - x(= 7527 - 5421 = 2106mm) > h_0/2$（$= 1216/2 = 608mm$），满足要求。

其不需要点 $m$ 的横坐标 $x$=7061mm，而 2$N$4 钢筋与梁中轴线交点 $2'$ 的横坐标 $x_0'(=9750-1693=8057mm) > x$（=7061mm），故满足要求。

第三排弯起钢筋（2$N$3）

其充分利用点 $k$ 的横坐标 $x$=3029mm，2$N$3 的弯起点 3 的横坐标 $x_3(= 9750 - 3281 = 6449mm) >$ 3029mm，且 $x_3 - x(= 6469 - 3029 = 3440mm) > h_0/2$ ($=1198/2=599mm$)，满足要求。

其不需要点 $l$ 的横坐标 $x = 5421mm$，2$N$3 钢筋与中轴线交点 $3'$ 的横坐标 $x_3'(=9750-2786=6964mm) >$5421mm，故满足要求。

第四排弯起钢筋（2$N$2）

其充分利用点 $j$ 的横坐标 $x$=2115mm，2$N$2 的弯起点 4 的横坐标 $x_4(=9750-4303=5447mm) >$ 2115mm，且 $x_4 - x(= 5447 - 2115 = 3332mm) > h_0/2$ ($= 1194/2 = 597mm$)，满足要求。

其不需要点 $k$ 的横坐标 $x$=3029mm，2$N$2 钢筋与梁中轴线交点 $4'$ 的横坐标 $x_4'(= 9750 - 3844 = 5906mm) >$3029mm，满足要求。

由上述检查结果可知（图 4-26）所示弯起钢筋弯起点初步位置满足要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

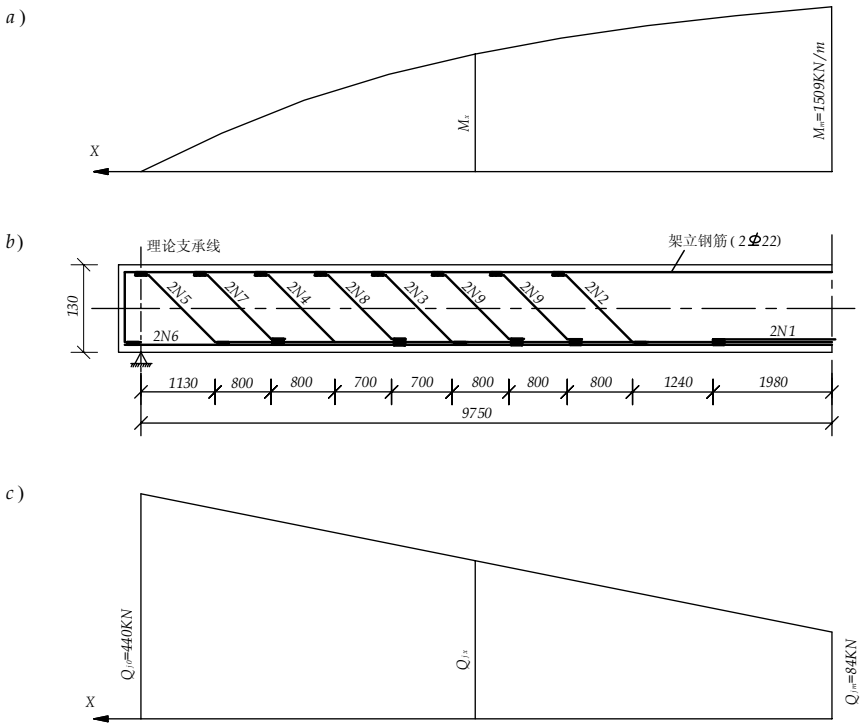



图 4-27　梁弯起钢筋和斜筋设计布置图（尺寸单位：mm）

a)相应于剪力计算值 $V_x$ 的弯矩计算值 $M_x$ 的包络图 b)弯起钢筋和斜筋布置示意图 c)剪力计算值 $V_x$ 的包络图

由 2*N*2、2*N*3 和、2*N*4 钢筋弯起点形成的抵抗弯矩图远大于弯矩包络图，故进一步调整上述弯起钢筋的弯起点位置，在满足规范对弯起钢筋弯起点要求前提下，使抵抗弯矩图接近弯矩包络图；在弯起钢筋之间，增设直径为 16mm 的斜筋（图 4-27）即为调整后主梁弯起钢筋、斜筋的布置图。

4）斜截面抗剪承载能力的复核

[图 4-27b）]为梁的弯起钢筋和斜筋设计布置示意图，箍筋设计见前述的结果。

[图 4-27c）、a）]是按照承载能力极限状态计算时最大剪力计算值$V_x$的包络图及相应的弯矩计算值$M_x$的包络图。对于等高度简支梁，它们分别可以用式（4-15）和式（4-14）近似描述。

对于钢筋混凝土简支梁斜截面抗剪承载能力的复核，按照《公路桥规》关于复核截面位置和复核方法的要求逐一进行。本例以距支座中心处为 *h*/2 处斜截面抗剪承载能力复核介绍方法。

（1）选定斜截面顶端位置

由图 4-27b)可得到距支座中心为 *h*/2 处截面的横坐标为 *x*=9750-650 =9100mm，正截面有效高度$h_0 = 1252mm$。现取斜截面投影长度$c' \approx h_0 = 1252mm$，则得到选择的斜截面顶端位置 *A*（图 4-28），其横坐标为 *x*=9100-1252=7848mm。

（2）斜截面抗剪承载能力复核

*A* 处正截面上的剪力$V_x$及相应的弯矩$M_x$计算如下



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$V_x = V_{1/2} + (V_0 - V_{1/2})\frac{2x}{L}$$
$$= 84 + (440 - 84)\frac{2 \mp \times 7848}{19500}$$
$$= 370.52kN$$

$$M_x = M_{1/2}\left(1 - \frac{4x^2}{L^2}\right)$$
$$= 2100\left(1 - \frac{4 \times 7848^2}{19500^2}\right)$$
$$= 739.41kN \cdot m$$

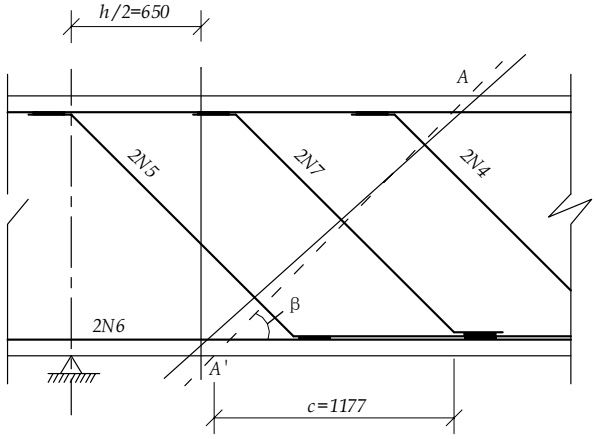



图 4-28　　距支座中心 *h*/2 处斜截面抗剪承载力计算图式

（尺寸单位：mm）

*A* 处正截面有效高度 $h_0 = 1234mm = 1.234m$（主筋为 $4\underline{\phi}32$），则实际广义剪跨比 *m* 及斜截面投影长度 *c* 分别为

$$m = \frac{M_x}{V_x h_0} = \frac{739.41}{370.52} = 1.62 < 3$$

$$c = 0.6mh_0 = 0.6 \times 1.62 \times 1.234 = 1.199m$$

将要复核的斜截面为（图 4-28）中所示 $AA'$ 斜截面（虚线表示），斜角 $\beta = \text{tg}^{-1}\left(h_0 / c\right) = \text{tg}^{-1}\left(1.234 / 1.199\right) \approx 46^\circ$。

斜截面内纵向受拉主筋有 $2\underline{\phi}32$（2*N*6），相应的主筋配筋率为

$$p = 100\frac{A_s}{bh_0} = \frac{100 \times 1608}{200 \times 1252} = 0.64 < 2.5$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

箍筋的配筋率（取 $S_v = 250mm$ 时） $\rho_{sv}$ 为

$$\rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{bS_v} = \frac{100.6}{200 \times 250} = 0.201\% > \rho_{\min}(=0.18\%)$$

与斜截面相交的弯起钢筋有 2*N*5（ $2\underline{\phi}32$ ）、2*N*4（ $2\underline{\phi}32$ ）；斜筋有 2 *N*7（ $2\underline{\phi}16$ ）。

按式（4-5）规定的单位要求，将以上计算值代入式（4-5），则得到 $AA'$ 斜截面抗剪承载能力为

$$\begin{aligned} V_u &= \alpha_1\alpha_2\alpha_3\left(0.45\times10^{-3}\right)bh_0\sqrt{(2+0.6P)\sqrt{f_{cu,k}}\rho_{sv}f_{sv}} + \left(0.75\times10^{-3}\right)f_{sd}\Sigma A_{sb}\sin\theta_s \\ &= 1\times1\times1.1\left(0.45\times10^{-3}\right)\times200\times1252\sqrt{(2+0.6\times0.64)\sqrt{25}\times0.00201\times195} \\ &\quad + \left(0.75\times10^{-3}\right)\times280(2\times1608+402)0.707 \\ &= 267.91+537.16 \\ &= 805.07kN > V_x = 370.52kN \end{aligned}$$

故距支座中心为 *h*/2 处的斜截面抗剪承载能力满足设计要求。

## 4.6　连续梁的斜截面抗剪承载能力

连续梁与简支梁的不同点是连续梁的中间支座梁段范围内作用有负弯矩（图 4-29b），且跨中梁段的正弯矩比同样条件下的简支梁（图 4-29a）要小。

在竖向荷载作用下，连续梁在内支点附近梁段的正截面中产生负弯矩，在跨中段要产生正弯矩，所以，要按正、负弯矩区段设置受力主筋（图 4-30）。钢筋混凝土连续梁正截面抗弯承载力计算采用第 3 章介绍的计算方法。

为了防止钢筋混凝土连续梁的斜截面破坏，也必须设置腹筋（图 4-30）。这里主要介绍钢筋混凝土连续梁在反弯点附近区段上斜截面的受力状态、斜裂缝分布以及斜截面破坏特点，以及《公路桥规》对钢筋混凝土连续梁斜截面承载能力计算方法。

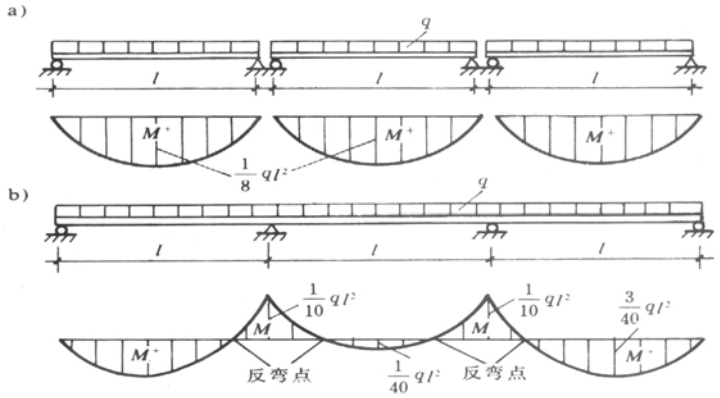



图 4-29　　简支梁和连续梁在均布荷载作用下的弯矩图比较

a)　简支梁弯矩　b)连续梁弯矩



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

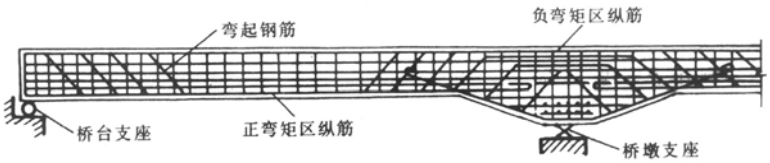



图 4-30　　钢筋混凝土连续梁钢筋示意图

### 4.6.1 连续梁斜截面破坏的特点

在承受集中荷载的连续梁中，斜截面的剪压破坏特点与简支梁有明显不同。

在剪跨比适中的连续梁中，当荷载增加到一定程度时，将首先在正、负弯矩较大的区段内出现垂直裂缝。随着荷载的增大，在反弯点两侧将分别出现一条弯剪斜裂缝，并可能成为最终发生剪切破坏的临界斜裂缝。这两条斜裂缝几乎相互平行，分别指向支座和荷载作用点[图 4-31b）]。

当斜裂缝和纵向钢筋相交后，斜裂缝处纵筋所受的拉应力显著增大，而相距不远的反弯点截面的纵筋拉应力却很小，在这个梁区段中纵筋拉应力的变化梯度很大，而纵筋拉力差主要靠混凝土和钢筋之间的粘结力传递到混凝土上，因拉力差过大，故沿纵向钢筋水平位置的混凝土表面上出现一些断断续续的针脚状斜向裂缝（一般称为粘结裂缝）。随着荷载进一步增加，粘结裂缝分别逐步延伸到支座和荷载点附近。在接近破坏时，这些粘结裂缝相互贯通而形成较长的撕裂裂缝[图 4-31c）]，并且这些粘结裂缝最后分别穿过反弯点延伸到支座截面或荷载作用点截面。

由于粘结裂缝伸过反弯点截面，反弯点将不再是纵筋受拉和受压的分界点，无论是梁上部纵筋还是下部纵筋，在邻近内支点的剪跨段内都将基本上是受拉的。其原因是纵筋和混凝土之间粘结裂缝的充分发展，使纵筋外侧原先受压的混凝土保护层不再受压。现将应力重分布前后的情况分别示于[图 4-31b)、c)]中。由[图 4-31b)]，粘结裂缝出现前截面压区全部混凝土和钢筋所受的压力分别为 $c$ 与 $T_2$，和下部纵筋所受拉力 $T_1$ 相平衡。而在粘结裂缝充分发展后[图 4-31c）]，原先受压的钢筋变成了受拉钢筋而承受拉力 $T_2'$，这时，压区的混凝土压力 $c'$ 要和上、下部纵筋的拉力 $T_1'$ 与 $T_2'$ 相平衡，此时原先压区的混凝土保护层已退出工作，使混凝土受压区高度减小，压应力和剪应力将相应增加，*A-A* 截面上发生了应力重分布。

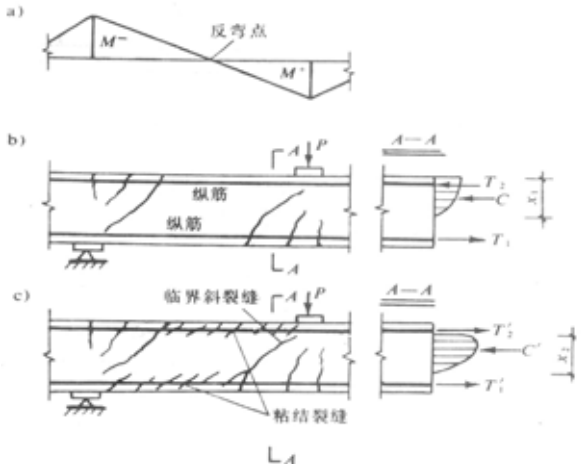



图 4-31　　钢筋混凝土连续梁斜截面裂缝与应力重分布

a)　反弯点示意　b)弯剪斜裂缝　c)粘结裂缝出现后

试验研究表明，由于粘结裂缝充分发展而发生的应力重分布，使得连续梁的抗剪承载能力低于相同广义剪跨比的简支梁。降低的幅度与广义剪跨比 $m$ 的大小有关。当广义剪跨比



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$m$ 比较大时发生斜拉破坏，临界斜裂缝一出现，梁就破坏，应力重分布的影响甚小，这时，连续梁和同样 $m$ 值的简支梁的抗剪承载能力相近。当广义剪跨比减小后，可能发生剪压破坏，这时，临界斜裂缝出现后还要承受一定的荷载后，梁才被剪坏，在这个过程中发生前述充分的应力重分布，引起抗剪承载能力的降低。广义剪跨比 $m$ 愈小，应力重分布的过程越充分，抗剪承载能力比同样广义剪跨比 $m$ 的简支梁降低越多。应当注意，这里强调的是广义剪跨比。对承受集中荷载的简支梁来讲，剪跨比既能表示为广义剪跨比 $m=M/(Vh_0)$，也能表示为狭义剪跨比 $m=a/h_0$；对连续梁来讲，两者则是不同的，其关系为 $\dfrac{M}{Vh_0}=\dfrac{a}{h_0(1+\psi)}$。$\psi$ 被称为弯矩比，它指的是连续梁近内支点的剪跨区段内最大负弯矩 $M^-$ 与最大正弯矩 $M^+$ 比值的绝对值，表示为 $\psi=\left|\dfrac{M^-}{M^+}\right|$。弯矩比 $\psi$ 对连续梁的抗剪承载能力下降幅度及破坏形态有重要影响。

不同弯矩比 $\psi$ 的梁的抗剪承载能力变化规律如（图 4-32）所示。

由（图 4-32）可见，在同一广义剪跨比 $m$ 条件下，随着弯矩比 $\psi$ 的加大，梁的抗剪承载能力在降低。当弯矩比 $\psi$ =1 时，连续梁的抗剪承载能力最低。同时，当 $\psi$ 为常数时，在同一连续梁中广义剪跨比 $m$ 愈大，梁的抗剪承载能力愈小，这与简支梁变化规律相似。

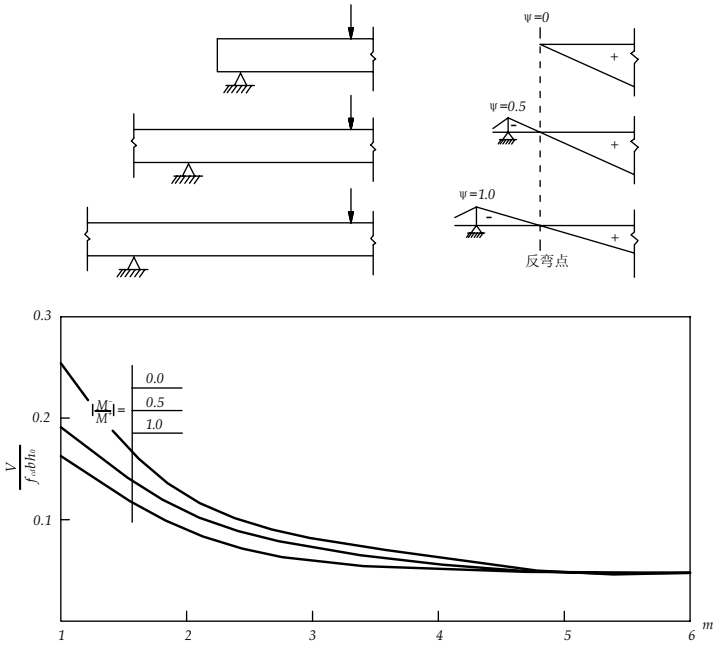



图 4-32　　弯矩比 $\psi$ 与连续梁的斜截面抗剪承载能力关系

### 4.6.2 钢筋混凝土连续斜截面抗剪承载能力计算方法

在综合国内外 160 根承受异号弯矩的等高度无腹筋梁混凝土抗力试验资料与按钢筋混凝土简支梁计算的混凝土抗力值比较、151 根有腹筋连续梁的抗力试验资料与按简支梁计算的混凝土和箍筋共同抗力值比较的基础上，根据 4 根较大尺寸的两跨钢筋混凝土连续梁试验资料的分析，《公路桥规》规定钢筋混凝土梁斜截面抗剪承载能力计算公式采用式（4-5），



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

当为连续梁时，式（4-5）中的异号弯矩影响系数$\alpha_1$取 0.9。

钢筋混凝土连续梁的立面布置有边跨梁和中间跨梁，在墩台上设有支座（图 4-30）。对于钢筋混凝土连续梁近边支点梁段斜截面抗剪承载能力计算、腹筋设计等，方法与简支梁相同[图 4-33a）]，以下是《公路桥规》规定钢筋混凝土连续梁近中间支点梁段的斜截面抗剪承载能力计算及腹筋设计等的要求。

1）对于矩形、T 形和工字形截面的受弯构件，当配置箍筋和弯起钢筋时，其斜截面抗剪承载能力按式（4-5）进行计算。

式（4-5）中$V_d$为斜截面受压端正截面上由作用（或荷载）产生的最大剪力组合设计值（kN），对变高度（承托）的连续梁和悬臂梁，当该截面处于变高度梁段时，则应考虑作用于截面的弯矩引起的附加剪应力的影响。换算剪力设计值为

$$V_d = V_{cd} - \frac{M_d}{h_0}\mathrm{tg}\alpha \qquad (4\text{-}17)$$

式中 $V_{cd}$——按等高度梁计算的计算截面上剪力组合设计值；

$M_d$——相应于剪力组合设计值的弯矩组合设计值；

$h_0$——计算截面的有效高度；

$\alpha$——计算截面处梁下缘切线与水平线的夹角。

当弯矩绝对值增加而梁高减小时，式（4-17）的等号右边第二项的“-”改为“+”。

对于钢筋混凝土连续梁的抗剪截面尺寸验算仍采用式（4-6）。当为变高度（承托）连续梁时，除验算近边支点梁段的截面尺寸外，尚应验算截面急剧变化处的截面尺寸。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

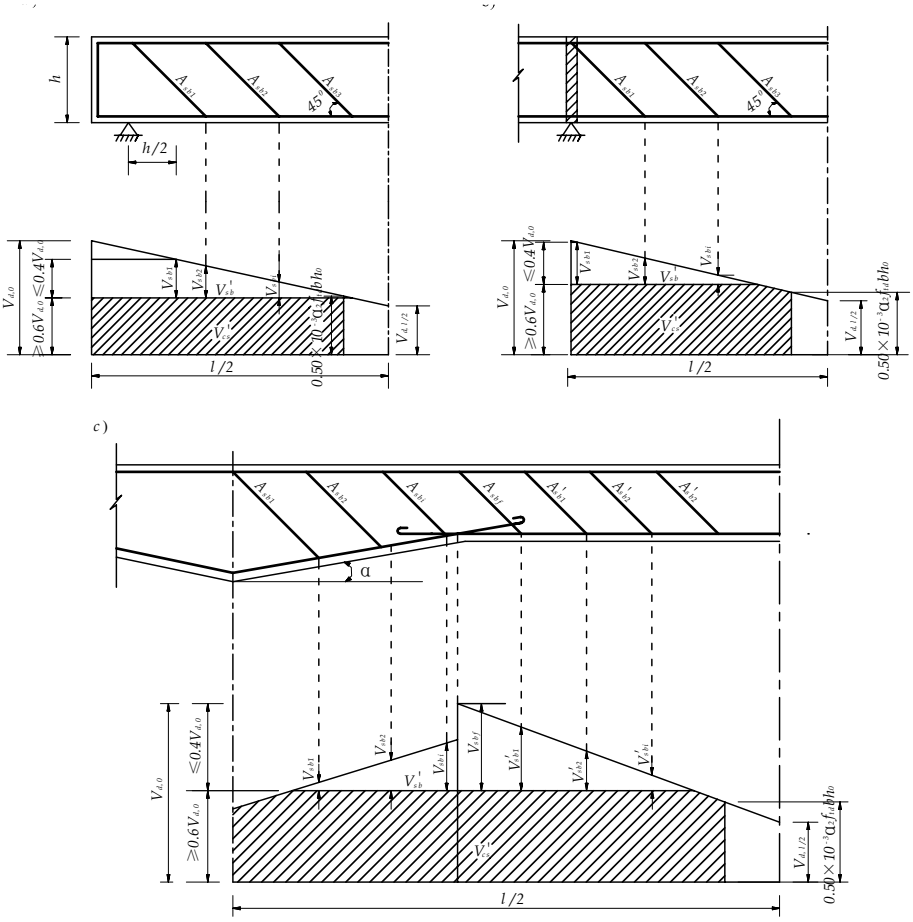


图 4-33　斜截面抗剪配筋设计计算图

a)连续梁近边支点梁段 b)等高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段 c)变高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段

2）用作连续梁抗剪配筋设计的最大剪力组合设计值按以下规定取值：等高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段取支点上横隔梁边缘处的剪力组合设计值$V_d'$（图 4-33b）；变高度（承托）连续梁和悬臂梁近中间支点梁段取变高度梁段与等高度梁段交接处的剪力组合设计值$V_{d,0}$[图 4-33c）]。

3）计算第一排弯起钢筋$A_{sb1}$时，对于等高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段，取用支点上横隔边缘处由弯起钢筋承担的那部分剪力$V_{sb1}$（图 4-33b）；对于变高度（承托）的连续梁和悬臂梁近中间支点的变高度梁段，取用第一排弯起钢筋下面弯点处由弯起钢筋承担的那部分剪力$V_{sb1}$（图 4-33c）。

4）计算第一排弯起钢筋以后的每一排弯起钢筋$A_{sb2}\cdots$，$A_{sbi}$时，对于变高度（承托）的连续梁和悬臂梁近中间支点的变高度梁段，取用各该排弯起钢筋下面弯点处由弯起钢筋承担的那部分剪力$V_{sb2}\cdots$，$V_{sbi}$（图 4-33c）。

5）计算变高度（承托）的连续梁和悬臂梁跨越变高段与等高段交接处的弯起钢筋$A_{sbf}$时，取用交接截面剪力峰值由弯起钢筋承担的那部分剪力$V_{sbf}$（图 4-33c）；计算等高度梁段各排弯起钢筋$A'_{sb1}$、$A'_{sb2}$、$A'_{sbi}$时，取用各该排弯起钢筋上面弯点处由弯起钢筋承担的那部



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

分剪力$V'_{sb1}$、$V'_{sb2}$、$V'_{sbi}$[图 4-33c）]。

（图 4-33）中各符号的定义如下：

$V_{d,0}$——由作用（或荷载）引起的最大剪力组合设计值；

$V_d^{'}$——用于配筋设计的最大剪力组合设计值，对简支梁和连续梁近边支点梁段，取距支点中心 h/2 处的量值；对等高度连续梁和悬臂梁近中间支点梁段，取支点上横隔梁边缘处的量值；

$V_{d,1/2}$——跨中截面剪力组合设计值；

$V_{cs}^{'}$——由混凝土和箍筋共同承担的总剪力设计值（图 4-33 中阴影部分）；

$V_{sb}^{'}$——由弯起钢筋承担的总剪力设计值；

$V_{sb1}$、$V_{sb2}$、$V_{sb3}$——简支梁、等高度连续和悬臂梁、变高度（承托）的连续梁和悬臂梁的变高度梁段，由弯起钢筋承担的剪力设计值；

$V_{sbf}$——变高度（承托）的连续梁和悬臂梁的变高段与等高段交接处，由弯起钢筋承担的剪力设计值；

$V_{sb1}^{'}$、$V_{sb2}^{'}$、$V_{sb3}^{'}$——变高度（承托）连续梁和悬臂梁的等高度梁段，由弯起钢筋承担的剪力设计值；

$A_{sb1}$、$A_{sb2}$、$A_{sb3}$——简支梁、等高度连续梁和悬臂梁、变高度（承托）的连续梁和悬臂梁的变高度梁段，从支点算起的第一、第二、第 $i$ 排弯起钢筋截面面积；

$A_{sbf}$——变高度（承托）的连续梁和悬臂梁中跨越变高度与等高度交接处的弯起钢筋截面面积；

$A_{sb1}^{'}$、$A_{sb2}^{'}$、$A_{sb3}^{'}$——变高度（承托）的连续梁和悬臂梁的等高度梁段，从变高度段与等高段交接处算起的第一、第二、第 $i$ 排弯起钢筋截面面积；

$h$——等高度梁的梁高；

$l$——梁的计算跨径；

$\alpha$——变高度梁段下缘线与水平线夹角。

以上要求也适用于钢筋混凝土箱形截面受弯构件斜截面抗剪承载能力配筋设计。

6）根据钢筋混凝土连续梁和悬臂梁抗剪受力性能，《公路桥规》规定在连续梁，悬臂梁近中间支点位于负弯矩区的梁段，应设置闭合式箍筋，同时，同排内任一纵向受压钢筋，离箍筋折角处的纵向钢筋的间距不应大于 150mm 与 15 倍箍筋直径两者中较大者，否则，应设复合箍筋，复合箍筋就是沿混凝土结构构件纵轴方向同一截面内按一定间距配置两种或两种以上形式共同组成的箍筋（图 6-9）。相邻箍筋的弯钩接头，沿纵向其位置应交替布置。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 复习思考题与习题

4-1 钢筋混凝土受弯构件沿斜截面破坏的形态有几种？各在什么情况下发生？

4-2 影响钢筋混凝土受弯构件斜截面抗弯能力的主要因素有哪些？

4-3 钢筋混凝土受弯构件斜截面抗弯承载力基本公式的适用范围是什么？公式的上、下限值物理意义是什么？

4-4 为什么把（图 4-12）称为“腹筋初步设计计算图”？

4-5 试解释以下术语

剪跨比，配箍率，剪压破坏，斜截面投影长度，充分利用点，不需要点，弯矩包络图，抵抗弯矩图

4-6 钢筋混凝土抗剪承载力复核时，如何选择复核截面？

4-7 试述纵向钢筋在支座处锚固有哪些规定？

4-8　钢筋混凝土连续梁斜截面破坏有哪些特点？

4-9 计算跨径 L=4.8m 的钢筋混凝土矩形截面简支梁（图 4-34），b×h=200 ㎜×500 ㎜，C20 混凝土。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。已知简支梁跨中截面弯矩组合设计值 $M_{d,l/2}$=147KN·m，支点处剪力组合设计值 $V_{d,0}$=124.8KN，跨中处剪力组合设计值 $V_{d,l/2}=25.2kN$。试求所需的纵向受拉钢筋 $A_s$（HRB335 级钢筋）和仅配置箍筋（R235 级）时其布置间距 $S_v$，并画出配筋图。

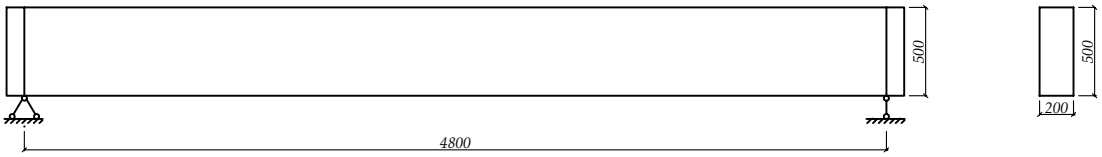



图 4-34　习题 4-9 图（尺寸单位：mm）

4-10 参照 4.5.3 装配式钢筋混凝土简支梁设计例题的“4）斜截面抗弯承载力的复核”的方法，试对距支座中心为 1300 ㎜处斜截面抗剪承载力进行复核。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 5 章　受扭构件承载能力计算

弯梁桥和斜梁（板）桥是高等公路和城市道路常用的桥梁。钢筋混凝土弯梁、斜梁（板），即使不考虑活荷载，仅在恒载作用下，梁的截面上除有弯矩 $M$、剪力 $V$ 外，还存在着扭矩 T（图 5-1）。

由于扭矩的作用，构件的截面上将产生剪应力及相应的主拉应力。当主拉应力超过混凝土的抗拉强度时，构件便会开裂。因此，必须配置适量的钢筋（纵筋和箍筋），来限制裂缝的开展和提高混凝土构件的抗扭能力。

在实际工程中，纯扭构件并不常见，较多出现的是弯矩、扭矩和剪力共同作用的构件。由于弯、扭、剪共同作用的相互影响，使得构件的受力状况非常复杂。而纯扭是研究弯扭构件受力的基础，只有对纯扭构件作较为深入系统的研究，才能对弯、扭、剪共同作用下结构的破坏机理作进一步的分析和研究，也才能对构件进行比较合理的配筋。因此，本章的介绍将从纯扭构件开始。

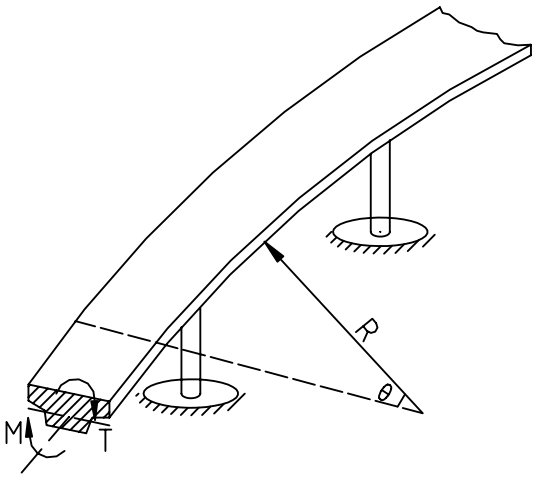



图 5-1 受弯构件示意图

## 5.1　纯扭构件的破坏特征和承载能力计算

图 5-2 为配置箍筋和纵筋的受扭构件，从加载直到破坏的扭矩 $T$ 和扭转角 $\theta$ 的关系曲线。

由图 5-2 可知，加载初期，截面扭转变形很小，其性能与素混凝土受扭构件相似。当斜裂缝

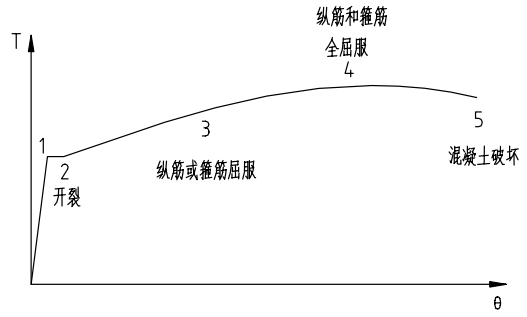



图 5-2 钢筋混凝土受扭构件的 T-θ 曲线

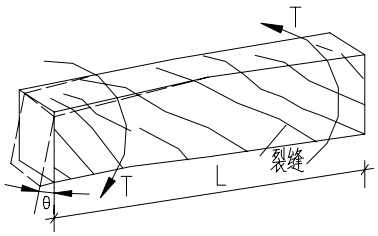



图 5-3 扭转裂缝分布图

出现以后，由于混凝土部分卸载，钢筋应力明显增大，扭转角加大，扭转刚度明显降低，在 $T$ -$\theta$ 曲线上出现水平段。当扭转角增加到一定值后，钢筋应变趋于稳定，形成新的受力状态。当继续施加荷载时，变形增长较快，裂缝的数量逐步增多，裂缝宽度逐渐加大，构件的四个面上形成连续的或不连续的与构件纵轴线成某个角度的螺旋形裂缝（图 5-3）。这时 $T$ -$\theta$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

关系大体还是呈直线变化。当荷载接近极限扭转矩时，在构件截面长边上的斜裂缝中，有一条发展为临界裂缝。与这条空间斜裂缝相交的部分箍筋（长肢）或部分纵筋将首先屈服，产生较大的非弹性变形，这时$T$-$\theta$曲线趋于水平。到达极限扭矩时，和临界斜裂缝相交的箍筋短肢及纵向钢筋相继屈服，但未与临界斜裂缝相交的箍筋和纵筋并没有屈服。由于这时斜裂缝宽度已很大，混凝土在逐步退出工作，故构件的抵抗扭矩开始逐步下降，最后在构件的另一长边了出现压区塑性铰线或出现两个裂缝间混凝土被压碎的现象，构件破坏。

综上所述，钢筋混凝土构件抗扭性能的两个重要衡量指标是：（1）构件的开裂扭矩；（2）构件的破坏扭矩。

### 5.1.1 矩形截面纯扭构件的开裂扭矩

钢筋混凝土受扭构件开裂前钢筋中的应力很小，钢筋对开裂扭矩的影响不大，因此，可以忽略钢筋对开裂扭矩的影响，将构件作为纯混凝土受扭构件来处理开裂扭矩的问题。

图 5-4 为矩形截面的纯扭构件。由材料力学可知，弹性材料的矩形截面构件在扭矩作用下，截面的剪应力分布如图 5-5a)所示，截面长边中点的剪应力最大。根据力的平衡可知主拉应力$\sigma_{tp}=\tau$，主拉应力的方向与构件轴线成 45°角。当主拉应力$\sigma_{tp}$超过混凝土的抗拉强度$f_t$时，混凝土将在垂直于主拉应力的方向开裂，在纯扭作用下，构件裂缝总是沿与构件纵轴成 45°方向发展，且开裂扭矩即为主拉应力$\sigma_{tp}=\tau=f_t$时的扭矩。

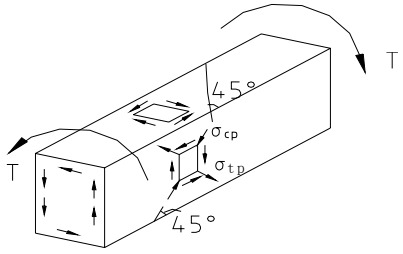
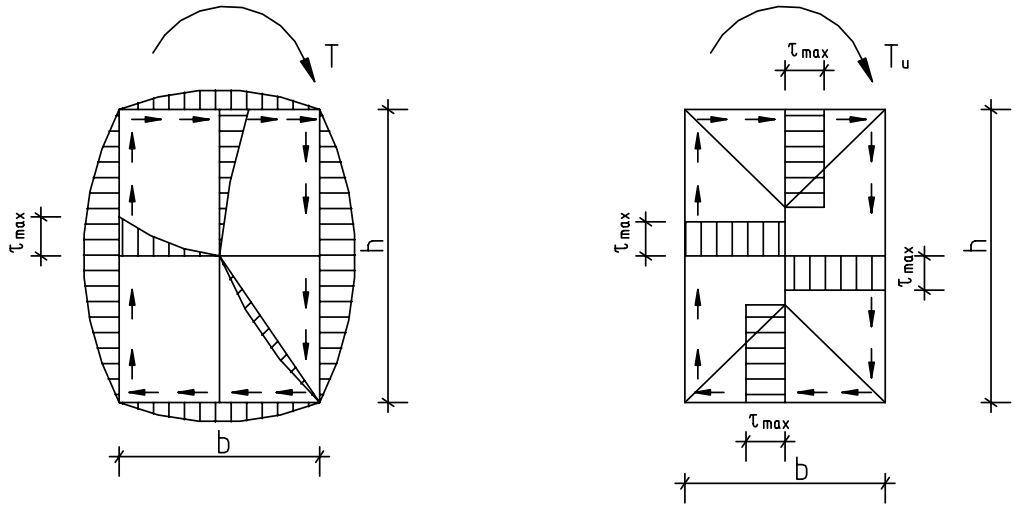


图 5-4 矩形截面纯扭构件

对塑性材料来说，截面上某一点应力达到材料的屈服强度时，只意味着局部材料开始进入塑性状态，此时构件仍能继续承担荷载，直到截面上的应力全部达到材料的屈服强度时，



a) b)

图 5-5 矩形截面纯扭构件剪应力分布

a)弹性材料 b)塑性材料



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

构件才能达到其极限承载能力，此时，截面上剪应力的分布如图 5-5b)所示。

现按图 5-5b)所示完全塑性时的应力分布求其抵抗扭矩。假定钢筋混凝土构件矩形截面进入全塑性状时，出现与截面各边成 45°的剪应力界限分布区，形成的剪力应达到极限值 $\tau_{\max}$，$\tau=\tau_{\max}=f_{td}$，剪力流对截面的扭矩中心取矩，由平衡条件可得（图 5-5b）：

$$\begin{aligned}T&=\left\{2\frac{b}{2}(h-b)\frac{b}{4}+4\frac{b}{2}\frac{b}{2}\frac{1}{2}\cdot\frac{b}{3}+2\frac{b}{2}\frac{b}{2}\left[\frac{2}{3}\cdot\frac{b}{2}+\frac{1}{2}(h-b)\right]\right\}\tau_{\max}\\&=\frac{b^2}{6}(3h-b)\tau_{\max}=w_t\tau_{\max}\end{aligned}\qquad(5\text{-}1)$$

式中 $w_t$ 称为矩形截面的抗扭塑性抵抗矩，$w_t=\frac{b^2}{6}(3h-b)$。

但是混凝土既非弹性材料，又非理想塑性材料，而是介于二者之间的弹塑性材料。对于低强度混凝土来说，塑性性能好一些；对高强度混凝土来说，其性能更接近于弹性。当按理论计算纯扭构件的剪应力分布时，则低估了构件的抗扭开裂强度。此外，构件内除了作用有主拉应力外，还有与主拉应力成正交方向的主压应力。在拉压复合应力状态下，混凝土的抗拉强度要低于单向受拉的抗拉强度，而且混凝土内的微裂缝、裂隙和局部缺陷又会引起应力集中而降低构件的强度。

综上所述，矩形截面受扭构件的开裂扭矩，只能近似地采用塑性材料的应力图形进行计算，同时通过试验来加以校正，乘以一个折减系数 0.7。于是，开裂扭矩的计算公式为：

$$T_{cr}=0.7w_t f_{td}\qquad(5\text{-}2)$$

式中 $T_{cr}$ ——矩形截面纯扭构件的开裂扭矩；

$f_{td}$ ——混凝土抗拉强度设计值；

$w_t$ ——矩形截面的抗扭塑性抵抗矩。

### 5.1.2 矩形截面纯扭构件的破坏特征

扭矩在构件中引起的主拉应力轨迹线与构件轴线成 45°角，因此，理论上讲在纯扭构件中配置抗扭钢筋的最理想方案是沿 45°方向布置螺旋形箍筋，使其与主拉应力方向一致，以期取得较好的受力效果。然而，螺旋箍筋在受力上只能适应一个方向的扭矩，而在桥梁工程中，由于活载作用，扭矩将不断变换方向，如果扭矩改变方向，则螺旋箍筋也必须相应地改变方向，而这在构造上是复杂的。因此，实际工程中通常都采用由箍筋和纵向钢筋组成的空间骨架来承担扭矩，并尽可能地在保证必要的保护层厚度下，沿截面周边布置钢筋，以增强抗扭能力。

在抗扭钢筋骨架中，箍筋的作用是直接抵抗主拉应力，限制裂缝的发展；纵筋用来平衡构件中的纵向分力，且在斜裂缝处，纵筋可产生销栓作用，抵抗部分扭矩，并可抑制斜裂缝的开展。

抗扭钢筋的配置对矩形截面构件的抗扭能力有很大的影响。图 5-6 为不同抗扭配筋率的



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

受扭构件的$T-\theta$关系曲线。图 5-6 中$\rho_v$为纵筋与箍筋的配筋率之和，在试验中纵筋配筋率一般不变，仅变化箍筋的配筋率。由图 5-6 可知，抗扭钢筋越少，裂缝出现引起的钢筋的应力突变就越大，水平段相对较长。当配筋很少时，会出现扭矩不再增大而扭转角不断加大导致的破坏。因此，极限扭矩和抗扭刚度的大小在很大程度上取决于抗扭钢筋的数量。

根据配筋率的多少，钢筋混凝土矩形截面受扭构件的破坏形态一般可分为以下几种：

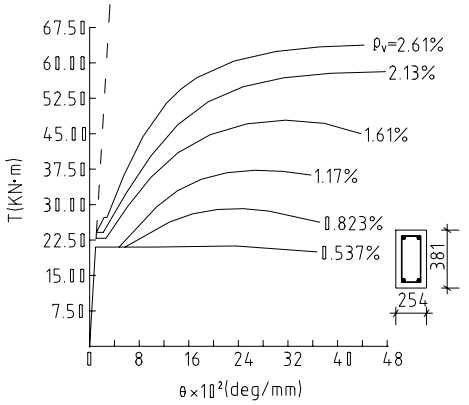



图 5-6 T-θ 关系试验曲线(尺寸单位：mm)

（1）少筋破坏。当抗扭钢筋数量过少时，在构件受扭开裂后，由于钢筋没有足够的能力承受混凝土开裂后卸给它的那部分扭矩，因而构件立即破坏，其破坏性质与素混凝土构件无异。

（2）适筋破坏。在正常配筋的条件下，随着外扭矩的不断增加，抗扭箍筋和纵筋首先达到屈服强度，然后主裂缝迅速开展，最后促使混凝土受压面被压碎，构件破坏。这种破坏的发生是延续的、可预见的，与受弯构件适筋梁相类似。

（3）超筋破坏。当抗扭钢筋配置过多，或混凝土强度过低时，随着外扭矩的增加，构件混凝土先被压碎，从而导致构件破坏，而此时抗扭箍筋和纵筋还均未达到屈服强度。这种破坏的特征与受弯构件超筋梁相类似，属于脆性破坏的范畴，又称为完全超筋破坏，由于其破坏的不可预见性，完全超筋构件在设计时必须予以避免。

（4）部分超筋破坏。当抗扭箍筋或纵筋中的一种配置过多时，构件破坏时只有部分纵筋或箍筋屈服，而另一部分抗扭钢筋（箍筋或纵筋）尚未达到屈服强度。这种构件称为部分超配筋构件，破坏具有一定的脆性破坏性质。

由于抗扭钢筋是由纵筋和箍筋两部分组成，因此，纵筋的数量、强度和箍筋的数量、强度的比例（简称配筋强度比，以$\zeta$表示）对抗扭承载能力有一定的影响。当箍筋用量相对较少时，构件抗扭承载能力就由箍筋控制，这时再多配纵筋也不能起到提高抗扭承载能力的作用。反之，当纵筋很少时，多配箍筋也将不能充分发挥作用。

若将纵筋和箍筋之间的数量比例用钢筋的体积比来表示，则配筋强度比$\zeta$的表达式为

$$\zeta=\frac{f_{sd}A_{st}S_v}{f_{sv}A_{sv1}U_{cor}} \tag{5-3}$$

式中 $A_{st}$、$f_{sd}$——分别为对称布置的全部纵筋截面面积及纵筋的抗拉强度设计值；

$A_{sv1}$、$f_{sv}$——分别为单肢箍筋的截面积和箍筋的抗拉强度设计值；

$S_v$ ——箍筋的间距；

$U_{cor}$ ——截面核心混凝土部分的周长，计算时可取箍筋内表皮间的距离来得到。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

试验表明，由于纵筋与箍筋间的内力重分布，受扭构件中的纵筋和箍筋基本上能同时屈服，配筋强度比$\zeta$可在一定范围内变化。为稳妥起见，限制为 0.6≤$\zeta$≤1.7。设计时可取$\zeta$=1.0~1.2。

即使在配筋强度比$\zeta$不变的条件下，纵筋及箍筋的配筋量也会对受扭构件的破坏形态有影响。图 5-7 为$\zeta$=1 时箍筋量$f_{sv}A_{sv1}/S_v$和抗扭承载能力$T$的关系。*BC* 段为适筋抗扭构件，这时随箍筋用量的增加，构件抗扭承载能力提高很快。*CD* 段为部分超配筋受扭构件，由于未屈服的钢筋不能充分发挥作用，构件的抗扭承载能力增长速度相应变慢。到了完全超筋时（*DE* 段），配筋量的增加对抗扭承载能力的提高已不明显。当配筋量过低时会出现少筋受扭构件的情况，如图 5-7 中的 *AB* 段，扭转裂缝一出现，构件就破坏。对不同的配筋强度比$\zeta$，少筋和适筋、适筋和超筋的界限位置是不同的。

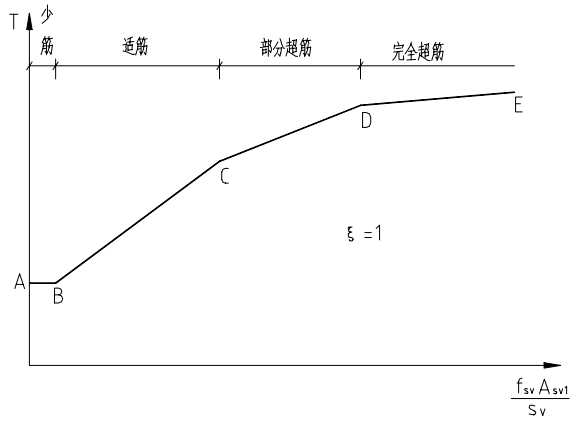



图 5-7 配筋量对抗扭承载能力的影响

## 5.1.3 纯扭构件的承载能力计算理论

对于钢筋混凝土纯扭构件的受力情况，在计算理论上可以采用不同的力学模型来加以解释。目前所用的计算模式（或计算理论）主要有两种：一种是在欧美广泛采用的变角度空间桁架模型；另一种是前苏联 H·H·列西克为代表的斜弯曲破坏理论。

1）变角度空间桁架模型

试验研究和理论分析表明，在裂缝充分发展且钢筋应力接近屈服强度时，构件截面核心混凝土退出工作。因此，实心截面的钢筋混凝土受扭构件，如图 5-8 所示，可以假想为一箱形截面构件。此时，具有螺旋形裂缝的混凝土外壳、纵筋和箍筋共同组成空间桁架，以抵抗外扭矩的作用。图 5-8 中$F_i$为角点纵筋拉力，$D_i$为混凝土斜压杆轴压力，$N_i$为单肢箍筋拉力。

变角度空间桁架模型的基本假定有：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

（1)混凝土只承受压力，具有螺旋形裂缝的混凝土外壳组成桁架的斜压杆，其倾角为$\alpha$；

（2）纵筋和箍筋只承受拉力，分别构成桁架的弦杆和腹杆；

（3）忽略核心混凝土的抗扭作用和钢筋的销栓作用。

在上述假定中，忽略核心混凝土的抗扭作用的假定更为重要。这样，实心截面构件可以看作为一箱形截面构件或一薄壁管构件，从而在受扭承载能力计算中，可应用薄壁管理论。

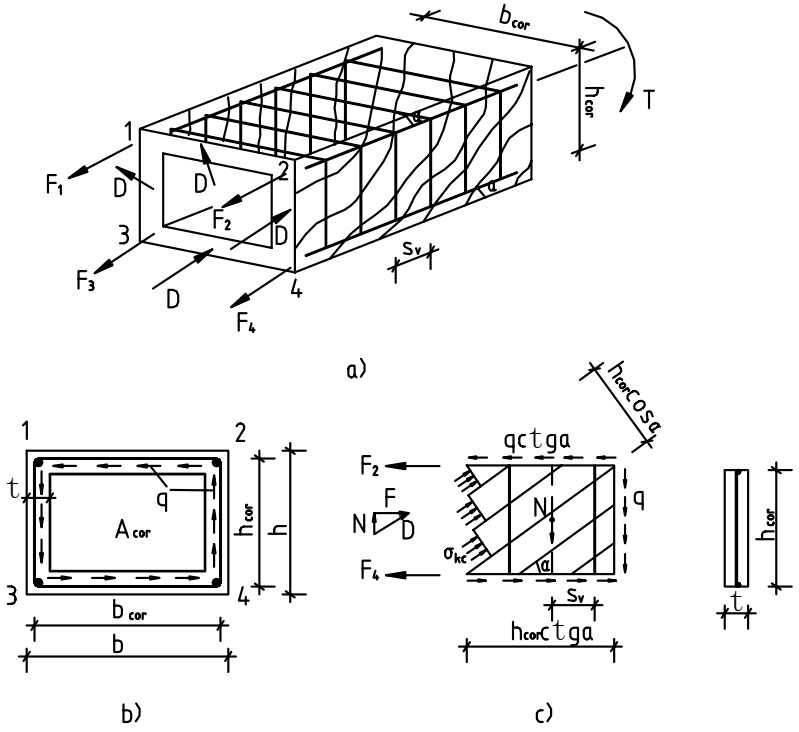



图 5-8 变角度空间桁架模型

a)模型示意图　　b)环向剪力流　　c)内力平衡图

由薄壁管理论，在扭矩$T_u$作用下，沿箱形截面侧壁中将产生大小相同的环向剪力流$q$，如图 5-8b)所示，且

$$q = \tau\, t = \frac{T_u}{2A_{cor}} \qquad (5\text{-}4)$$

式中 $A_{cor}$——剪力流路线所围成的面积，此处取为构件核心截面积,即箍筋内表面所围成的面积。

$\tau$ ——扭矩产生的剪应力；

$t$ ——箱形截面侧壁厚度。

图 5-8c)所示为作用于侧壁的剪力流$q$引起的桁架各杆件的内力图，其中$\alpha$为斜压杆的倾角，$N$ 为单肢箍筋拉力总和，$F$ 为纵筋拉力总和，D为混凝土斜压杆轴压力之和。由图示力学平衡条件可得

$$N = F \cdot \mathrm{tg}\alpha \qquad (5\text{-}5)$$

在极限状态下



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$N = 2\frac{A_{sv1} f_{sv} h_{cor} \mathrm{ctg}\alpha}{S_v} + 2\frac{A_{sv1} f_{sv} b_{cor} \mathrm{ctg}\alpha}{S_v}$$
$$= \frac{A_{sv1} f_{sv} 2(h_{cor} + b_{cor})}{S_v} \mathrm{ctg}\alpha$$

$$= \frac{A_{sv1} f_{sv} U_{cor}}{S_v} \mathrm{ctg}\alpha \qquad (5\text{-}6)$$

$$F = A_{st} f_{sd} \qquad (5\text{-}7)$$

式（5-6）、（5-7）代入式（5-5）可得

$$A_{st} f_{sd} \mathrm{tg}\alpha = \frac{A_{sv1} f_{sv} U_{cor}}{S_v} \mathrm{ctg}\alpha$$
$$\mathrm{ctg}\alpha = \sqrt{\frac{A_{sv1} f_{sv} U_{cor}}{A_{st} f_{sd} S_v}} = \sqrt{\frac{1}{\zeta}} \qquad (5\text{-}8)$$

即

$$\zeta = \frac{A_{st} f_{sd} S_v}{A_{sv1} f_{sv} U_{cor}} \qquad (5\text{-}9)$$

$\zeta$ 为受扭构件纵筋与箍筋的配筋强度比。同时箍筋拉力

$$N = 2qh_{cor} + 2qb_{cor} = qU_{cor} = \frac{T_u}{2A_{cor}} U_{cor} \qquad (5\text{-}10)$$

由式（5-6）和式（5-10）得

抗扭承载能力 $$T_u = 2\frac{A_{sv1} f_{sv} A_{cor}}{S_v} \mathrm{ctg}\alpha$$

$$= 2\sqrt{\zeta} \cdot \frac{A_{sv1} f_{sv} A_{cor}}{S_v} \qquad (5\text{-}11)$$

斜压杆总压力 $D = \frac{N}{\sin\alpha} = \frac{qU_{cor}}{\sin\alpha}$ （5-12）

混凝土平均压应力

$$\sigma_{kc} = \frac{D}{t(2h_{cor}\cos\alpha + 2b_{cor}\cos\alpha)}$$
$$= \frac{D}{tU_{cor}\cos\alpha} = \frac{q}{t\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$= \frac{T_u}{2tA_{cor}\sin\alpha\cos\alpha} \qquad (5\text{-}13)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中：$A_{cor}$——混凝土核心面积；

$U_{cor}$——混凝土核心截面周长；

$\zeta$ ——受扭构件纵筋与箍筋的配筋强度比，见式（5-3）；

$A_{st}$ ——纯扭计算中沿截面周边对称配置的全部纵向钢筋截面积；

$A_{svl}$——箍筋单肢面积；

$S_v$ ——抗扭箍筋间距；

$f_{sd}$——抗扭纵筋抗拉强度设计值；

$f_{sv}$——抗扭箍筋抗拉强度设计值。

由式（5-11）可以看出，构件的扭矩承载能力$T_u$主要与钢筋骨架尺寸、箍筋用量及其强度，以及表征纵筋与箍筋的相对用量的参数$\zeta$有关。按照变角度空间桁架模型，$\zeta$不仅有如式（5-9）的物理意义，而且有如公式（5- 8 ）所示表征斜压杆倾角$\alpha$的大小，从而在计算模型中，还具有一定的几何意义。

式（5-11）为低配筋受扭构件扭矩承载能力的计算公式。为了保证钢筋应力达到屈服强度前不发生混凝土压坏，即避免出现超筋构件的脆性破坏，必须限制按公式（5-13）计算得到的斜压杆平均应力$\sigma_{kc}$的大小。

2.斜弯曲破坏理论（亦称扭曲破坏面极限平衡理论）

斜弯曲破坏理论是以实验为基础的。对于纯扭的钢筋混凝土构件，在扭矩作用下，构件总是在已经形成螺旋形裂缝的某一最薄弱的空间曲面发生破坏。如图 5-9 所示，*AB*、*BC*、*CD*、为三段连续的斜向破坏裂缝，其与构件纵轴线方向的夹角为$\alpha$。*AD* 段为倾斜压区。斜弯曲破坏理论乃是截取实际的破坏面作为隔离体，从而直接导出与纵筋、箍筋用量有关的抗扭承载能力计算公式的。

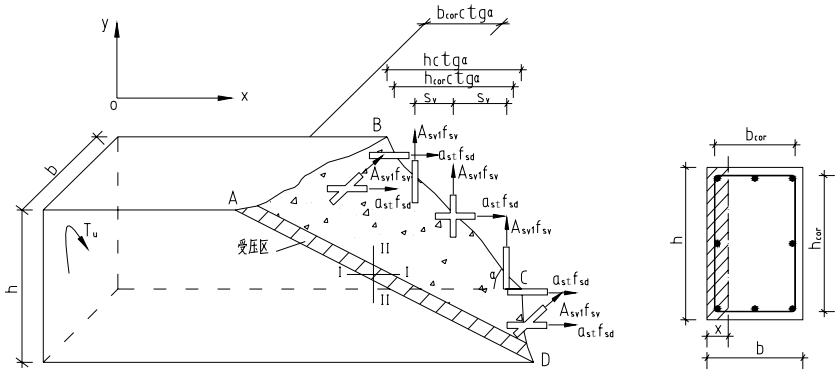



图 5-9 斜弯曲理论计算示意图

斜弯曲计算理论的基本假定为：

（1）假定通过扭曲裂面的纵向钢筋、箍筋在构件破坏时均已达到其屈服强度；

（2）受压区高度近似地取为两倍的保护层厚度，即受压区重心正位于箍筋处。假定受压区的合力近似地作用于受压区的形心。

（3）混凝土的抗扭能力忽略不计，扭矩全部由抗扭纵筋和箍筋承担；

（4）假定抗扭纵筋沿构件核心周边对称、均匀布置，抗扭箍筋沿构件轴线方向等距离布置，且均锚固可靠。

根据以上基本假定，令通过受压区形心而平行于构件纵向中心轴 $x$ 的轴为 I-I 轴，由对该轴的内外扭矩的静力平衡条件得

$$T_u=\frac{A_{sv1}f_{sv}}{S_v}h_{cor}\mathrm{ctg}\alpha b_{cor}+\frac{A_{sv1}f_{sv}}{S_v}b_{cor}\mathrm{ctg}\alpha h_{cor}=2h_{cor}b_{cor}\frac{A_{sv1}f_{sv}}{S_v}\mathrm{ctg}\alpha \qquad (5\text{-}14)$$

再令通过受压区形心而平行于 $y$ 轴的轴为 II-II 轴，则由对该轴的内力矩为零的条件，有

$$\frac{A_{sv1}f_{sv}}{S_v}b_{cor}\mathrm{ctg}\alpha\left(h_{cor}\mathrm{ctg}\alpha+b_{cor}\mathrm{ctg}\alpha\right)=\frac{1}{2}A_{st}f_{sd}\cdot b_{cor}$$

解之可得

$$\mathrm{tg}\alpha=\sqrt{\frac{A_{sv1}f_{sv}U_{cor}}{A_{st}f_{sd}S_v}}=\sqrt{\frac{1}{\zeta}} \qquad (5\text{-}15)$$

将式（5-15）代入式（5-14），得

$$T_u=2\sqrt{\zeta}\frac{A_{sv1}f_{sv}A_{cor}}{S_v} \qquad (5\text{-}16)$$

由此可知，在上述近似假定的条件，按斜弯曲理论得出的扭矩承载能力计算式（5-16）与按变角度空间桁架理论所得的计算式（5-11）完全相同。

## 5.1.4 《公路桥规》对矩形截面纯扭构件的承载能力计算

由空间桁架计算模型或斜弯理论导出的受扭构件承载能力计算公式（5-16）未考虑混凝土的受扭作用。试验表明，在低配筋时偏于保守，在高配筋时，由于纵向钢筋和箍筋不能同时屈服，计算值又偏高，如图 5-10 所示。钢筋混凝土构件在受扭时处于空间受力状态，在外扭矩作用下，实际上是由钢筋（纵筋和箍筋）和混凝土共同提供构件的抗扭承载能力 $T_u$，即由钢筋承担的扭矩 $T_S$ 和混凝土承担的扭矩 $T_c$ 组成

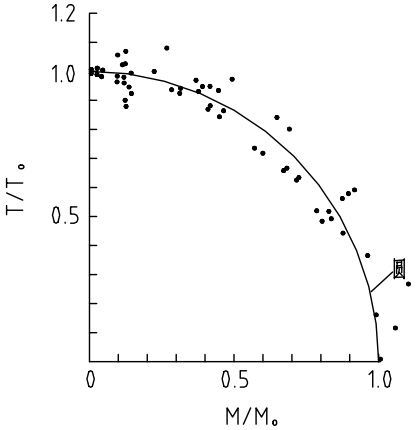



图 5-10 对称配筋截面的弯－扭相关曲线



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$T_u = T_c + T_s$$

上式中第一项$T_c$是混凝土的抗扭承载能力，取为开裂扭矩$T_{cr}$($T_{cr} = 0.7 f_{td} w_t$)的 50%，即$T_c = 0.35 f_{td} w_t$；第二项$T_S$为钢筋（包括纵筋和箍筋）抗扭承载能力，反映钢筋抗扭作用的系数取为 $1.2\sqrt{\zeta}$，$T_S = 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{sv} A_{sv1} A_{cor}}{S_v}$，使总的抗扭能力取试验数据的偏下值。由此得到《公路桥规》中采用的矩形截面构件扭矩承载能力计算公式为

$$\gamma_0 T_d \leqslant T_u = 0.35 f_{td} w_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{sv} A_{sv1} A_{cor}}{S_v} \qquad (5\text{-}17)$$

式中 $T_d$——扭矩组合设计值；

$T_u$——扭矩承载能力；

$\zeta$——纯扭构件纵向钢筋与箍筋的配筋强度比，按公式(5-3)计算；

《公路桥规》偏安全地规定，0.6≤$\zeta$≤1.7，当$\zeta$=1.2 左右时为钢筋达到屈服的最佳值。设计时建议取$\zeta$=1.0~1.2。

$W_t$——矩形截面受扭塑性抵抗矩，$W_t = \frac{b^2}{6}(3h - b)$；

$A_{sv1}$——箍筋单肢面积；

$A_{cor}$——箍筋内表面所围成的混凝土核心面积，$A_{cor} = b_{cor} h_{cor}$，此处$b_{cor}$和$h_{cor}$分别为核心面积的短边和长边尺寸。

$S_v$ ——抗扭箍筋间距；

$f_{td}$——混凝土抗拉强度设计值；

$f_{sv}$——抗扭箍筋抗拉强度设计值。

## 5.2 在弯、剪、扭共同作用下矩形截面构件的承载能力计算

### 5.2.1 弯剪扭构件的破坏类型

弯矩、剪力和扭矩共同作用下的钢筋混凝土构件，其受力状态是十分复杂。构件的破坏特征及承载能力，与所作用的外部荷载条件和构件的内在因素有关。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

对于外部荷载条件，通常以表征扭矩和弯矩相对大小的扭弯比$\psi$（$\psi=\frac{T}{M}$），以及表征扭矩和剪力的相对大小的扭剪比$\chi$（$\chi=\frac{T}{Vb}$）表示。所谓构件的内在因素，系指构件截面形状、尺寸、配筋及材料强度。当构件的内在因素不变时，其破坏特征仅与扭弯比$\psi$和扭剪比$\chi$的大小有关；当$\psi$和$\chi$值相同时，由于构件的内在因素（如截面尺寸）不同，亦可能出现不同类型的破坏形状。

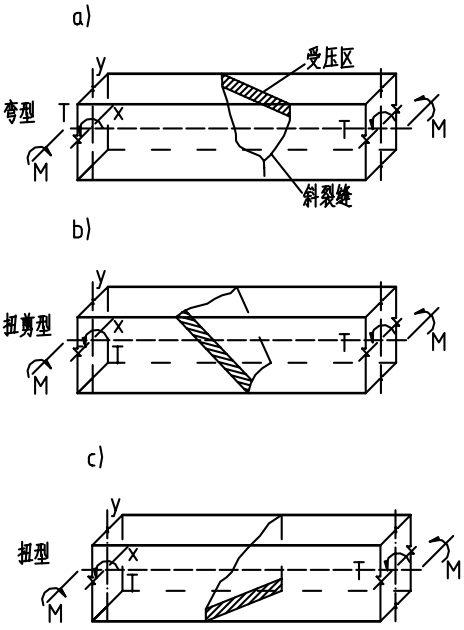


图 5-11 弯扭构件的破坏类型

由试验研究可知，弯剪扭共同作用的矩形截面构件，随着扭弯比或扭剪比的不同及配筋情况的差异，主要有三种破坏类型。

1) 第 I 类型（弯型） 受压区在构件的顶面（图 5-11a）

对于弯、扭共同作用的构件，当扭弯比较小时，弯矩起主导作用，裂缝首先在弯曲受拉区梁底面出现，然后发展到两个侧面。顶部的受扭斜裂缝受到抑制而出现较迟，也可能一直不出现。但底部的弯扭裂缝开展较大，当底部钢筋应力达到屈服强度时，裂缝迅速发展，即形成第 I 类型（弯型）的破坏形态。

对于弯、扭共同作用的构件，若底部配筋很多，也会发生顶部的混凝土先被压碎的破坏形式（脆性破坏），这也属第 I 类型的破坏形态。

2) 第 II 类型（扭剪型） 受压区在构件的一个侧面（图 5-11b）

当扭矩和剪力起控制作用，特别是扭剪比$\chi(T/Vb)$也较大时，裂缝首先在梁的某一竖向侧面出现，在该侧面由剪力与扭矩产生的拉应力方向一致，两者叠加后将加剧该侧面裂缝的开展；而在另一侧面，由于上述两者主拉应力方向相反，将抑制裂缝的开展，甚至不出现裂缝，这就造成一侧面受拉，另一侧面受压的破坏形态。

3) 第 III 类型　受压区在构件的底面（图 5-11c）

当扭弯比较大而顶部钢筋明显少于底部纵筋时，弯曲受压区的纵筋不足以承受被弯曲压应力抵消后余下的纵向拉力，这时顶部纵筋先于底部纵筋屈服，斜破坏面由顶面和两个侧面上的螺旋裂缝引起，受压区仅位于底面附近，从而发生底部混凝土被压碎的破坏形态。

当然，以上所述均属配筋适中的情况。若配筋过多，也能出现钢筋未屈服而混凝土压碎的破坏，设计应避免。

对弯剪扭共同作用的构件，若剪力作用十分明显，而扭矩较小，也可能发生与受剪构件的剪压破坏类型很近的破坏形态。

## 5.2.2　弯剪扭构件的配筋计算方法

在实际工程中，真正纯扭构件或剪扭构件是很少见的，大多是同时承受弯矩、剪力和扭矩的构件。在弯矩、剪力和扭矩作用共同作用下，钢筋混凝土构件的受力状态十分复杂，故


公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

很难提出符合实际而又便于设计应用的理论计算公式。

弯剪扭共同作用下，钢筋混凝土构件的配筋计算，目前多采用简化计算方法。例如，我国《混凝土结构设计规范》（GB50010-2002）规定当构件承受的扭矩小于开裂扭矩的 1/4 时，可以忽略扭矩的影响 ，按弯剪共同作用构件计算；当构件承受的剪力小于无腹筋时构件抗剪承载能力的 1/2 时，可忽略剪力的影响，按弯扭共同作用构件计算。对于弯剪扭共同作用构件的配筋计算，采取先按弯矩、剪力和扭矩各自“单独”作用进行配筋计算，然后再把各种相应配筋叠加的截面设计方法。《公路桥规》也采取叠加计算的截面设计简化方法。

正截面受弯承载能力计算方法已如前述，现着重分析剪、扭共同作用下构件的抗扭和抗剪承载能力计算问题。

1).计算公式

目前钢筋混凝土剪扭构件的承载能力一般按受扭和受剪构件分别计算承载能力，然后叠加起来。但是剪扭共同作用的构件，剪力和扭矩对混凝土和钢筋的承载能力均有一定影响。如果采取简单地叠加，对钢筋和混凝土尤其使混凝土是偏于不安全的。试验表明,构件在剪扭共同作用下,其截面的某一受压区内承受剪切和扭转应力的双重作用,这必将降低构件内混凝土的抗剪和抗扭能力,且分别小于单独受剪和受扭时相应的承载能力。由于受扭构件的受力情况比较复杂，目前钢筋所承担的承载能力采取简单叠加，而混凝土的抗扭和抗剪承载能力考虑其相互影响，因而在混凝土的抗扭承载能力计算公式中引入“剪扭构件混凝土受扭承载能力的降低系数 $\beta_t$ ”，同时在抗剪承载能力计算公式中引入 $\frac{10-2\beta_t}{20}$ 的降低系数。

《公路桥规》在试验研究的基础上，对在剪扭共同作用下矩形截面构件的抗剪和抗扭承载能力分别采用了如下的计算公式：

(1)剪扭构件受剪承载能力按下列公式计算

$$\gamma_0 V_d \leqslant V_u = \alpha_1 \alpha_3 \frac{(10-2\beta_t)}{20} b h_0 \sqrt{(2+0.6p)\sqrt{f_{cu,k}}\,\rho_{sv} f_{sv}} \qquad (\mathrm{N}) \qquad (5\text{-}22)$$

式中：$V_d$ ——剪扭构件的剪力组合设计值（单位：N）；

$\beta_t$ ——剪扭构件混凝土受扭承载能力降低系数。

$\beta_t$ 按下列公式计算

$$\beta_t = \frac{1.5}{1+0.5\frac{V_d w_t}{T_d b h_0}} \qquad (5\text{-}23)$$

且 $0.5 \leqslant \beta_t \leqslant 1.0$

其它符号参见斜截面抗剪承载能力计算公式（4-5）。

（2）剪扭构件受扭承载能力

$$\gamma_0 T_d \leqslant T_u = 0.35\beta_t f_{td} w_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{sv} A_{sv1} A_{cor}}{S_v} \qquad (N.mm) \qquad (5\text{-}24)$$

式中 $\beta_t$ 意义同前;



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$T_d$——剪扭构件的扭矩组合设计值（单位：N.mm）。

2）.抗剪扭配筋的上下限

（1）抗剪扭配筋的上限

当构件截面尺寸和配筋量过大时，构件将由于混凝土首先被压碎而破坏。因此，必须规定截面的限制条件，以防止出现这种破坏现象。

《公路桥规》规定，在弯、剪、扭共同作用下，矩形截面构件的截面尺寸必须符合下列条件

$$\frac{\gamma_0 V_d}{bh_0}+\frac{\gamma_0 T_d}{w_t}\leqslant 0.51\times 10^{-3}\sqrt{f_{cu,k}} \qquad (5\text{-}25)$$

式中 $V_d$——剪力组合设计值（kN）；

$T_d$——扭矩组合设计值（kN /mm）；

$b$——垂直于弯矩作用平面的矩形或箱形截面腹板宽度（mm）；

$h_0$——平行于弯矩作用平面的矩形或箱形截面的有效高度（mm）；

$w_t$——截面受扭塑性抵抗矩（$mm^3$）；

$f_{cu,k}$—混凝土立方体抗压强度标准值（MPa）。

（2）抗剪扭配筋的下限

剪扭构件箍筋最小配筋率和纵向最小配筋率应分别按下列公式确定：

箍筋最小配筋率

$$\rho_{sv}\geqslant\rho_{sv,\min}=\left[(2\beta_t-1)\left(0.055\frac{f_{cd}}{f_{sv}}-C\right)+C\right] \qquad (5\text{-}26)$$

式中 ，$\beta_t$ 按公式（5-23）计算；$C$ 为受弯构件的抗剪箍筋的最小配筋率，当采用 R235（Q235）钢筋时取 0.0018，当采用 HRB335 钢筋时取取 0.0012。

对纯扭构件（或梁翼缘板） $\rho_{sv}\geq 0.055 f_{cd}/f_{sv}$。

纵筋最小配筋率

对于剪扭构件 $\rho_{st}\geqslant\rho_{st,\min}=\dfrac{A_{st,\min}}{bh}=0.08(2\beta_t-1)\dfrac{f_{cd}}{f_{sv}}$ （5-27a）

式中 $A_{st,\min}$ ——为纯扭构件全部纵向钢筋最小截面面积。

$h$——矩形截面的长边长度；

$b$——矩形截面的短边长度。

对于纯扭构件 $\rho_{st}\geqslant 0.08\dfrac{f_{cd}}{f_{sv}}$ (5-27b)



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

与纯扭构件类似，《公路桥规》规定，当符合下列条件时可不进行构件的抗扭承载能力计算，仅需按构造要求配置钢筋。

$$\frac{\gamma_0 V_d}{bh_0}+\frac{\gamma_0 T_d}{w_t}\leqslant 0.50\times 10^{-3} f_{td} \qquad (5\text{-}28)$$

式中 $f_{td}$——混凝土抗拉强度设计值（MPa）。

3）.在弯、剪、扭共同作用下的承载能力计算

对于在弯矩、剪力和扭矩共同作用下的构件，其纵向钢筋和箍筋应按下列规定计算并分别进行配置

(1) 抗弯纵向钢筋应按受弯构件正截面抗弯承载能力计算所需的钢筋截面面积，配置在受拉区边缘；

(2) 按剪扭构件计算纵向钢筋和箍筋：

a. 由抗扭承载能力计算公式计算所需的纵向抗扭钢筋面积，并均匀、对称布置在矩形截面的周边其间距不应大于 300mm，在矩形截面的四角必须配置纵向钢筋；

b. 箍筋为按抗剪和抗扭承载能力计算所需的截面面积之和进行布置。

《公路桥规》规定，纵向受力钢筋的配筋率不应小于受弯构件纵向受力钢筋最小配筋率与受剪扭构件纵向受力钢筋最小配筋之和，如配置在截面弯曲受拉边的纵向受力钢筋，其截面面积不应小于按受弯构件受拉钢筋最小配筋率计算出的面积与按受扭纵向钢筋最小配筋计算并分配到弯曲受拉边的面积之和；同时，其箍筋最小配筋率不应小于剪扭构件的箍筋最小配筋率。

## 5.3 T、Ⅰ形截面受扭构件

T 形、I 形截面可以看作是由简单矩形截面所组成的复杂截面（图 5-12），在计算其抗裂扭矩、抗扭极限承载能力时，可将截面划分为几个矩形截面，并将扭矩 $T_d$ 按各个矩形分块的抗扭塑性抵抗矩按比例分配给各个矩形分块，以求得各个矩形分块所承担的扭矩。

对于腹板部分矩形分块

$$T_{wd}=\frac{W_{tw}}{W_t}T_d \qquad (5\text{-}29)$$

对于上翼缘矩形分块

$$T'_{fd}=\frac{W'_{tf}}{W_t}T_d \qquad (5\text{-}30)$$

对于下翼缘矩形分块

$$T_{fd}=\frac{W_{tf}}{W_t}T_d \qquad (5\text{-}31)$$

式中 $T_d$——构件截面所承受的扭矩组合设计值；

$T_{wd}$——腹板所承受的扭矩组合设计值；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$T_{fd}^{'}$、$T_{fd}$——上翼缘、下翼缘所承受的扭矩组合设计值。

各个矩形面积划分的原则一般为：在按截面总高度确定腹板截面，然后再划分受压翼缘和受拉翼缘（如图 5-12）。

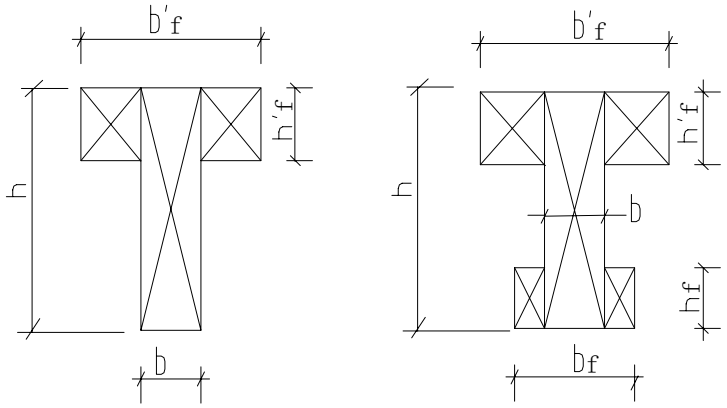



图 5-12 T 形、I 形截面分块示意图

对于腹板、受压翼缘及受拉翼缘部分的矩形截面受扭塑性抵抗扭可分别按下式规定计算

①腹板 $$W_{tw}=\frac{b^2}{6}(3h-b)$$ （5-32）

②受压翼缘 $$W_{tf}^{'}=\frac{h_f^{'2}}{2}(b_f^{'}-b)$$ （5-33）

③受拉翼缘 $$W_{tf}=\frac{h_f^2}{2}(b_f-b)$$ （5-34）

式中 $b$——矩形截面的短边尺寸；

$h$——矩形截面的长边尺寸；

$b_f^{'}$、$h_f^{'}$——T 形、I 字形受压翼缘的宽度和高度；

$b_f$、$h_f$——I 形截面受拉翼缘的宽度和高度。

计算时取用的翼缘宽度应符合$b_f^{'}\leqslant b+6h_f^{'}$及$b_f\leqslant b+6h_f$的规定。

因此，T 形截面总的受扭塑性抵抗矩为

$$W_t=W_{tw}+W_{tf}^{'}$$ （5-35）

I 形截面总的受扭塑性抵抗矩为

$$W_t=W_{tw}+W_{tf}^{'}tw_{tf}$$ （5-36）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

对于T形截面在弯矩、剪力和扭矩共同作用下截面构件的承载能力计算可按下列方法进行

(1) 按受弯构件的正截面受弯承载能力计算所需的纵向钢筋截面面积；

(2) 按剪、扭共同作用下的承载能力计算承受剪力所需的箍筋截面面积和承受扭矩所需的纵向钢筋截面面积和箍筋截面面积；

对于腹板，考虑其同时承受剪力（全部剪力）和相应的分配扭矩，按上节所述剪、扭共同作用下的情况计算，即公式（5-22）～公式（5-28）计算，但应将公式中的 $T_d$ 和 $W_t$ 改为 $T_{dw}$ 和 $W_{tw}$。对于受压翼缘和受拉翼缘，不考虑其承受剪力，按承受相应的分配扭矩的纯扭构件进行计算，但应将 $T_d$ 和 $W_t$ 改为 $T'_{fd}$ 、 $W'_{tf}$ 和 $T_{fd}$ 、 $W_{tf}$ 。

(3) 叠加上述二者求得的纵向钢筋和箍筋截面面积，即得最后所需的纵向钢筋截面面积，并配置在相应的位置。

## 5.4 箱形截面受扭构件

在桥梁工程中，除了矩形、T形截面外，由于箱形截面具有抗扭刚度大、能承受异号弯矩且底部平整美观等优点，因此在连续梁桥、曲线梁桥和城市高架桥中得以广泛采用。

由于钢筋混凝土结构抗扭研究是一个发展较晚的课题，在我国只是近十多年来才开始进行较为系统的研究，因此，目前国内对箱形截面受扭构件配筋的研究资料还很少，钢筋混凝土箱形截面按极限状态的承载能力计算至今尚未能圆满地解决。美国混凝土学会（ACI）的试验研究结果表明，箱形梁的抗扭承载能力与实心矩形相近。

当箱形梁壁厚与相应计量方向的宽度之比为：$t_2/b \geqslant 1/4$ 或 $t_1/h \geqslant 1/4$ 时，其抗扭承载能力可按具有相同外形尺寸的带翼缘的矩形截面进行计算（即将箱形空洞部分视为实体），如图5-13。

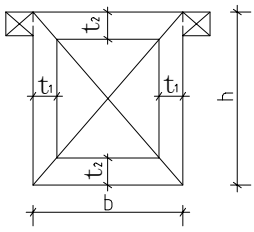


图 5-13 箱形截面构件

当 $1/10 \leqslant t_2/b < 1/4$ 或 $1/10 \leqslant t_1/h \leqslant 1/4$ 时，由于箱壁相应尺寸的减薄，其抗扭承载能力较同尺寸的带翼缘的实心矩形梁有所降低。因此，在进行承载能力计算时，可近似地将构件截面的抗力乘以一个折减系数 $\beta_a$。

由此箱形截面剪扭构件的抗扭承载能力计算公式如下

$$\gamma_0 T_d \leqslant T_u = 0.35\beta_a \beta_t f_{td} w_t + 1.2\sqrt{\zeta}\,\frac{f_{sv} A_{sv1} A_{cor}}{S_v} \quad (N.mm) \tag{5-37}$$

式中 $\beta_a$ ——箱形截面有效壁厚折减系数，

当 $0.1b \leq t_2 \leq 0.25b$ 或 $0.1h \leq t_1 \leq 0.25h$ 时，取 $\beta_a = 4\frac{t_2}{b}$ 或 $\beta_a = 4\frac{t_1}{h}$ 两者较小值。

当 $t_2 > 0.25b$ 或 $t_1 > 0.25h$ 时，取 $\beta_a$ =1.0。

目前，在大型箱梁桥中，为了减轻结构自重，增大结构的跨越能力，大多采用单箱室截



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

面，且顶、底板的厚度都力求做得很薄，因此，$t_1/h$＜1/10，或$t_2/b$＜1/10 的情况也是存在的。由于此时壁厚太薄，截面有可能发生扭曲，或发生腹板翘曲，从而导致局部混凝土被压碎的现象，而这种破坏是脆性的，不可预见的。因此，对于受弯、扭共同作用的钢筋混凝土箱形截面构件，在确定其壁厚时，应持慎重态度，尤其是在支点截面处，底板厚度更不宜太薄。在必要的时候可考虑在局部进行加厚，或采取其它可行的构造措施，以防止发生脆性压碎。

关于箱壁过薄的钢筋混凝土构件的抗扭承载能力计算，尚有待进一步研究。

## 5.5 构造要求

由于外荷载扭矩是靠抗扭钢筋的抵抗矩来平衡的，因此在保证必要的保护层的前提下，箍筋与纵筋均应尽可能地布置在构件周边的表面处，以增大抗扭效果。此外，由于位于角隅、棱边处的纵筋受到主压应力的作用，易弯出平面，使混凝土保护层向外侧推出而剥落，因此，纵向钢筋必须布置在箍筋的内侧，靠箍筋来限制其外鼓（图 5-14）。

抗扭纵筋应均匀地布置在箍筋的内侧。根据抗扭强度要求，抗扭纵筋间距不宜大于 300mm，数量至少要有 4 根，布置在矩形截面的四个角隅处，其直径不应小于 8mm；纵筋末端应留有足够的锚固长度；架立钢筋和梁肋两侧纵向抗裂分布筋若有可靠的锚固，也可以当抗扭钢筋；在抗弯钢筋一边，可选用较大直径的钢筋来满足抵抗弯矩和扭矩的需要。

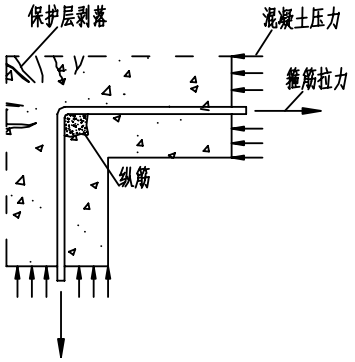


图 5-14 配筋位置图

为保证箍筋在扭坏的连续裂缝面上都能有效地承受主拉应力作用，抗扭箍筋必须做成封闭式箍筋（图 5-15），并且将箍筋在角端用 135° 弯钩锚固在混凝土核心内，锚固长度约等于 10 倍的箍筋直径。为防止箍筋间纵筋向外屈曲而导致保护层剥落，箍筋间距不宜过大，箍筋最大间距根据抗扭要求不宜大于梁高的 1/2 且不大于 500mm，也不宜大于抗剪箍筋的最大间距。箍筋的直径不小于 8mm，且不小于 1/4 主钢筋直径。

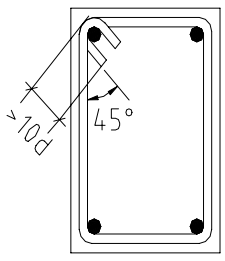


图 5-15 封闭式箍筋示意图

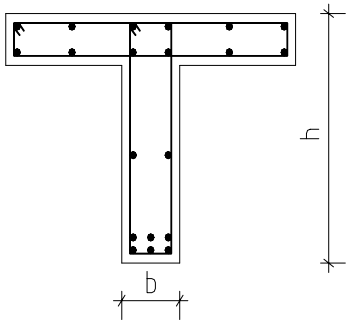


图 5-16 复杂截面箍筋配置图

在梁的截面拐角外，由于箍筋受拉，有可能使混凝土保护层开裂，甚至向外推出而剥落（图 5-14），因此，在进行抗扭承载能力计算时，都是取混凝土核心面积作为计算对象的。

抗扭箍筋与纵筋的强度设计值，均不宜超过 280MPa 与 330MPa 。

对于由若干个矩形截面组成的复杂截面，如 T 形、L 形、工字形截面的受扭构件，必须



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

将各个矩形截面的抗扭钢筋配成笼状骨架，且使复杂截面内各个矩形单元部分的抗扭钢筋互相交错地牢固联成整体，如图 5-16 所示。

**例 5-1** 钢筋混凝土构件的矩形截面（图 5-17）短边尺寸 $b=250\text{mm}$，长边尺寸 $h=600\text{mm}$。截面上弯矩组合设计值 $M_d=117\text{kN}\cdot\text{m}$、剪力组合设计值 $V_d=109\text{kN}$、扭矩组合设计值 $T_d=9.23\text{kN}\cdot\text{m}$。构件处于一般大气环境，结构重要性二级。假定 $a_s=40\text{mm}$，箍筋内表皮至构件表面距离为 $28\text{mm}$。采用 C25 混凝土和 R235 级钢筋。试进行截面的配筋设计。

**解：** 截面有效高度 $h_0=h-a_s=600\text{mm}-40\text{mm}=560\text{mm}$，核心混凝土尺寸 $b_{cor}$=250-2×28=194mm，$h_{cor}$=600-2×28=544mm。

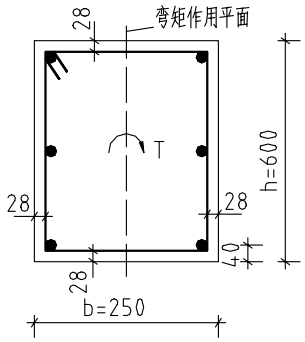


图 5-17 例 5-1
(尺寸单位：mm)

由附表 1-1 查得：C25 混凝土 $f_{cd}=11.5\text{MPa}$，$f_{td}=1.23\text{MPa}$，$f_{cu,k}=25\text{MPa}$；由附表 1-3 查得 R235 钢筋 $f_{sd}=195\text{MPa}$，$f_{sv}=195\text{MPa}$。由表 3-1 查得 $\xi_b=0.62$，取 $\gamma_0=1.0$。

1）.抗弯纵筋计算

在弯矩 $M_d=117\text{kN}\cdot\text{m}$ 作用下，截面抗弯纵筋设计计算如下

$$A_0=\frac{\gamma_0 M_d}{f_{cd}bh_0^2}=\frac{1.0\times117\times10^6}{11.5\times250\times560^2}=0.1298$$

查附表 1-5 可得

$$\xi=0.14<\xi_b=0.62$$

$$\gamma_0=0.930$$

$$A_s=\frac{\gamma_0 M_d}{f_{sd}\gamma_0 h_0}=\frac{1.0\times117\times10^6}{195\times0.930\times560}=1152\text{mm}^2=11.52\text{cm}^2$$

受弯构件的一侧纵筋最小配筋百分率为 45 $f_{td}$ / $f_{sd}$=45×1.23/195=0.28，不小于 0.2,故最小配筋面积为 $A_{S,\min}$=0.28%$bh_0$=0.28%×250×560=392mm$^2$。

$A_s=1152m\text{m}^2>A_{S,\min}$,满足最小配筋率要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

2）抗剪钢筋计算

首先计算受扭承载能力降低系数

$$\beta_t=\frac{1.5}{1+0.5\left(V_d w_t/T_d bh_0\right)}=\frac{1.5}{1+0.5\dfrac{109\times1.615\times10^7}{9.23\times10^3\times250\times560}}=0.89$$

假定只设置箍筋，在斜截面范围内纵筋数量按抗弯时纵筋数量计算，即

$$p=100\frac{A_s}{bh_0}=100\times\frac{1152}{250\times560}=0.823$$

抗剪箍筋配箍率为

$$\begin{aligned}\rho_{sv}&=\left(\frac{\gamma_0V_d}{\alpha_1\alpha_3\dfrac{10-2\beta_t}{20}bh_0}\right)^2/\left((2+0.6p)\sqrt{f_{cu,k}}f_{sv}\right)\\&=\left(\frac{1.0\times109\times10^3}{1.0\times1.1\times\dfrac{10-2\times0.89}{20}\times250\times560}\right)^2/\left(\left(2+0.6\times0.823\right)\sqrt{25}\times195\right)\\&\approx0.00122\end{aligned}$$

选用双肢闭口箍筋，$n=2$，则

$$\frac{A_{sv1}}{S_v}=\frac{b\rho_{sv}}{2}=\frac{250\times0.00122}{2}=0.152$$

3).截面抗扭钢筋的设计计算

（1） 截面适用条件检查

$$0.51\times10^{-3}\sqrt{f_{cu,k}}=0.51\times10^{-3}\times\sqrt{25}=0.0255kP_a=2.55\times10^{-3}kP_a$$

$$0.50\times10^{-3}f_{td}=0.50\times10^{-3}\times1.23=6.15\times10^{-4}kP_a$$

$$\begin{aligned}w_t&=\frac{1}{6}b^2\left(3h-b\right)\\&=\frac{1}{6}\times250^2\times\left(3\times600-250\right)\\&=1.614\times10^7\,\mathrm{mm}^3\end{aligned}$$

$$\frac{\gamma_0V_d}{bh_0}+\frac{\gamma_0T_d}{w_t}=\frac{1.0\times109}{250\times560}+\frac{1.0\times9.23\times10^3}{1.615\times10^7}=1.35\times10^{-3}kP_a$$

故满足$0.5\times10^{-3}f_{td}<\dfrac{\gamma_0V_d}{bh_0}+\dfrac{\gamma_0T_d}{w_t}<0.51\times10^{-3}\sqrt{f_{cu,k}}$。

截面尺寸符合要求，但需通过计算配置抗扭钢筋。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$U_{cor}=2(h_{cor}+b_{cor})$$
$$U_{cor}=2(194+544)=1476\text{mm}$$
$$A_{cor}=h_{cor}b_{cor}=194\times544=105536\text{mm}^2$$

取$\zeta=1.2$，则

$$\frac{A_{sv1}}{S_v}=\frac{\gamma_0T_d-0.35\beta_t f_{td}w_t}{1.2\sqrt{\zeta}f_{sv}A_{cor}}=\frac{1.0\times9.23\times10^6-0.35\times0.89\times1.23\times1.615\times10^7}{1.2\sqrt{1.2}\times195\times105536}=0.112\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

4).钢筋配置

总的箍筋配置为$\frac{A_{sv1}}{S_v}=0.152+0.112=0.264\,\text{mm}^2/\text{mm}$，取$S_v=120\text{mm}$，则$A_{sv1}=0.264\times120=31.735\text{mm}^2$。

选用双肢$\phi8$封闭式箍筋，$A_{sv1}=50.300\text{mm}^2>31.735\text{mm}^2$

抗扭纵筋截面面积为

$$A_{st}=\frac{\zeta\cdot f_{sv}A_{sv1}U_{cor}}{f_{sd}S_v}=\frac{1.2\times195\times31.735\times1476}{195\times120}=468.404\text{mm}^2\approx468\text{mm}^2$$

现在进行纵筋配置

(1) 受拉区配置纵筋面积$A_{s,sum}=1152+\frac{1}{4}A_{st}=1152+\frac{468}{4}=1269\text{mm}^2$，选用5Φ8（$A_{s,sum}=1272\text{mm}^2$）。

(2) 受压区配置纵筋面积为$A_{s,sum}=\frac{1}{4}A_{st}=\frac{468}{4}=117\text{mm}^2$，受压区配筋最小面积为$\left(45f_{td}/f_{sd}\right)bh_0=\left(45\times1.23/195\right)\times10^{-2}\times250\times560=397\text{mm}^2$，配筋如下，

受压区2Φ16（$A_s'=402\text{mm}^2$）；

(3) 腹板配纵筋面积为$A_{sw}=\frac{1}{2}A_{st}=234\text{mm}^2$，

根据《公路桥规》的要求，腹板最小配筋面积为$0.001bh=0.001\times250\times600=150\text{mm}^2$，

腹板钢筋配置4Φ10（$314\text{mm}^2$）。

截面配筋图绘制如图5-18所示。

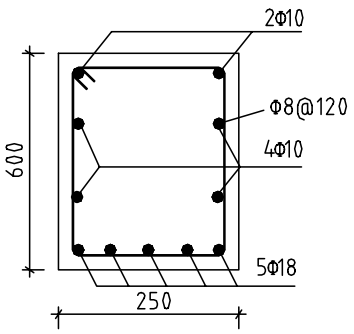


图5-18 例题5-1截面配筋



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 复习思考题与习题

5-1 试描述矩形截面构件从裂缝出现直至破坏的过程以及裂缝的方向。

5-2 简述配置了适当抗扭钢筋的纯扭构件在扭矩作用下开裂前后的受力特点，并指出配置抗扭钢筋对于构件的承载力、刚度和开裂扭矩有何影响。

5-3 钢筋混凝土纯扭构件有哪几种破坏形式？各有何特点？

5-4 受扭构件设计时，怎样避免出现少筋构件和完全超筋构件？什么情况下可不进行剪、扭承载力计算而仅按构造配置抗剪、扭钢筋？

5-5 受扭构件的箍筋和纵筋各有哪些构造要求？

5-1 已知钢筋混凝土矩形截面构件，截面尺寸 $b\times h$=200mm×400mm，扭矩设计值 $T$=8.5kN.m，$M$=0,$V$=0，混凝土用 C25，纵筋用 HRB335 级，箍筋用 R235 级。试求所需钢筋的数量。

5-2 已知钢筋混凝土矩形截面梁，截面尺寸 $b\times h$=200mm×400mm，承受弯矩设计值 $M_d$=50kN.m，扭矩设计值 $T_d$=5.0kN.m，剪力设计值 $V_d$=25kN。混凝土用 C25，纵筋用 HRB335 级，箍筋用 R235 级。试求所需钢筋的数量。

5-3 矩形截面悬臂梁，$b\times h$=250mm×500mm，混凝土用 C25，纵筋用 HRB335 级，箍筋用 R235 级。该梁在悬臂支座截面处承受的弯矩设计值 $M_d$=100kN.m，扭矩设计值 $T_d$=7.0kN.m，剪力设计值 $V_d$=110kN。试计算该梁的配筋，并绘配筋图。

5-4 已知一 T 形截面弯、剪、扭构件，截面尺寸 $b\times h$=200mm×450mm，$b'_f$=400mm，$h'_f$=80mm，承受弯矩设计值 $M_d$=54kN.m，扭矩设计值 $T_d$=6.0kN.m，剪力设计值 $V_d$=64kN。混凝土用 C25，纵筋用 HRB335 级，箍筋用 R235 级。试计算该梁的配筋，并绘配筋图。

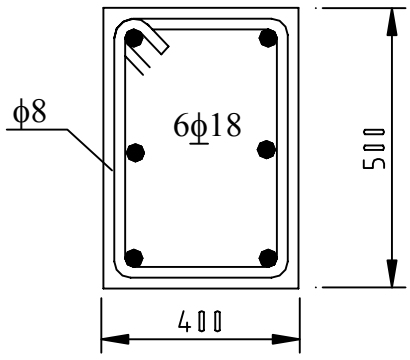


图 5-14 截面尺寸及布筋图(单位：mm)

5-5 已知一矩形截面抗扭构件，其截面尺寸及配筋情况如图 5-14 所示，承受设计剪力 $V_d$=190kN。混凝土用 C25，纵筋用 HRB335 级，箍筋用 R235 级。箍筋间距 $S_v$=120mm，试求该构件能承受的最大设计扭矩。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 6 章　　轴心受压构件的正截面承载能力计算

当构件受到位于截面形心的轴向压力作用时，称为轴心受压构件。在实际结构中，严格的轴心受压构件是很少的，通常由于实际存在的结构节点构造、混凝土组成的非均匀性、纵向钢筋的布置以及施工中的误差等原因，轴心受压构件截面都或多或少存在弯矩的作用。但是，在实际工程中，例如钢筋混凝土桁架拱中的某些杆件（如受压腹杆）是可以按轴心受压构件设计的；同时，由于轴心受压构件计算简便，故可作为受压构件初步估算截面、复核承载能力的手段。

钢筋混凝土轴心受压构件按照箍筋的功能和配置方式的不同可分为两种：

1）配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件（普通箍筋柱），如[图 6-1a）]所示；

2）配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压构件（螺旋箍筋柱），如[图 6-1b）]所示。

普通箍筋柱的截面形状多为正方形、矩形和圆形等。纵向钢筋为对称布置，沿构件高度设置等间距的箍筋。轴心受压构件的承载能力主要由混凝土提供，设置纵向钢筋的目的是为了：(1) 协助混凝土承受压力，可减少构件截面尺寸；(2) 承受可能存在的不大的弯矩；(3) 防止构件的突然脆性破坏。普通箍筋作用是，防止纵向钢筋局部压屈，并与纵向钢筋形成钢筋骨架，便于施工。

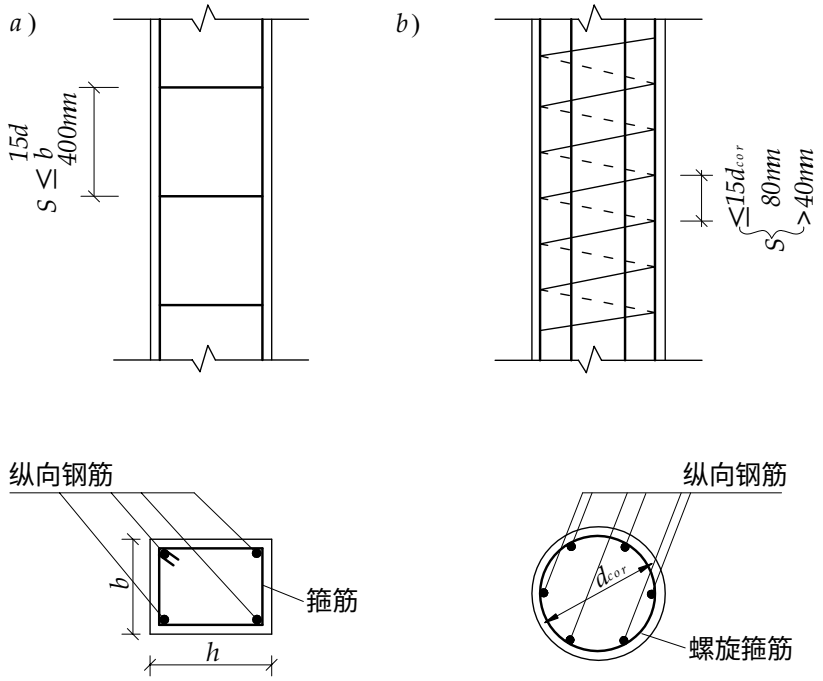



图 6-1　　两种钢筋混凝土轴受压构件

a)普通箍筋柱　　b)螺旋箍筋柱

螺旋箍筋柱的截面形状多为圆形或正多边形，纵向钢筋外围设有连续环绕的间距较密的螺旋箍筋（或间距较密的焊接环形箍筋）。螺旋箍筋的作用是使截面中间部分（核心）混凝土成为约束混凝土，从而提高构件的承载能力和延性。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 6.1 配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件

### 6.1.1 破坏形态

按照构件的长细比不同，轴心受压构件可分为短柱和长柱两种，它们受力后的变形和破坏形态各不相同。下面结合有关试验研究来分别介绍。

在轴心受压构件试验中，试件的材料强度级别、截面尺寸和配筋均相同，但柱长度不同（图 6-2）。轴心力 $P$ 用油压千斤顶施加，并用电子秤量测压力大小。由平衡条件可知，压力 $P$ 的读数就等于试验柱截面所受到的轴心压力 $N$ 值。同时，在柱长度一半处设置百分表，测量其横向挠度 $u$。通过对比试验的方法，观察长细比不同的轴心受压构件的破坏形态。

1）短柱

当轴向力 $P$ 逐渐增加时，试件 $A$ 柱（图 6-2）也随之缩短，测量结果证明混凝土全截面和纵向钢筋均发生压缩变形。

当轴向力 $P$ 达到破坏荷载的 90%左右时，柱四周混凝土表面出现纵向裂缝等压坏的迹象，混凝土保护层剥落，最后由于箍筋间的纵向钢筋发生屈曲，向外鼓出，混凝土被压碎而整个试验柱破坏（图 6-3）。破坏时，测得的混凝土压应变大于 $1.8\times10^{-3}$，而柱中部的横向挠度很小。钢筋混凝土短柱的破坏是一种材料破坏，即混凝土压碎破坏。

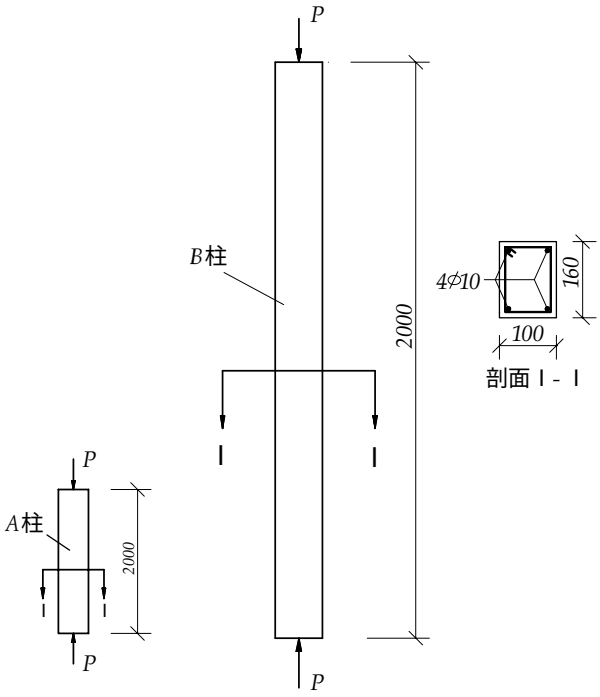



图 6-2 轴心受压构件试件（尺寸单位：mm）

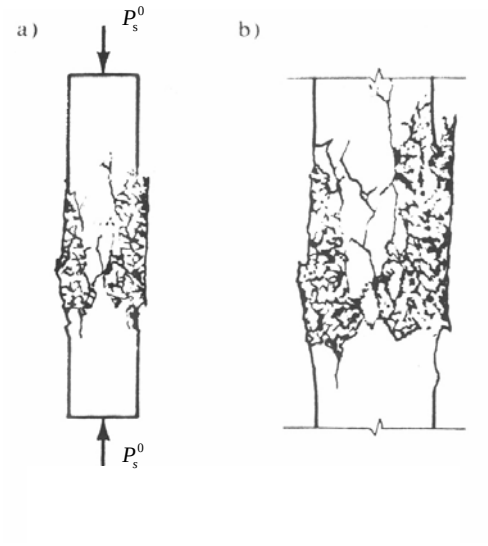



图 6-3 轴心受压短柱的破坏形态

a）短柱的混凝土破坏 b）局部放大图

许多试验证明，钢筋混凝土短柱破坏时，混凝土的压应变均在 $2\times10^{-3}$ 附近，由混凝土受压时的应力应变曲线（图 1-10）可知，混凝土已达到其轴心抗压强度；同时，采用普通热轧的纵向钢筋，均能达到抗压屈服强度。对于高强度钢筋，混凝土应变到达 $2\times10^{-3}$ 时，钢筋可能尚未达到屈服强度，在设计时如果采用这样的钢材，则它的抗压强度设计值仅为 $0.002E_s = 0.002\times2.0\times10^5 = 400\text{MPa}$，即必须小于其抗拉强度设计值来取用。

根据轴向力平衡，就可求得短柱破坏时的轴心力 $P_s^0$，它应由钢筋和混凝土共同负担：

$$P_s^0 = f_c^0 A + f_s'^0 A_s' \qquad (6\text{-}1)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

2）长柱

试件 $B$ 柱在压力 $P$ 不大时，也是受压全截面，但随着压力增大，长柱不仅发生压缩变形，同时产生较大的横向挠度 $u$ ，凹侧压应力较大，凸侧较小。在长柱破坏前，横向挠度增加得很快，使长柱的破坏来得比较突然，导致失稳破坏。破坏时，凹侧的混凝土首先被压碎，有纵向裂缝，纵向钢筋被压弯而向外鼓出，混凝土保护层脱落；凸侧则由受压突然转变为受拉，出现横向裂缝（图 6-4）。

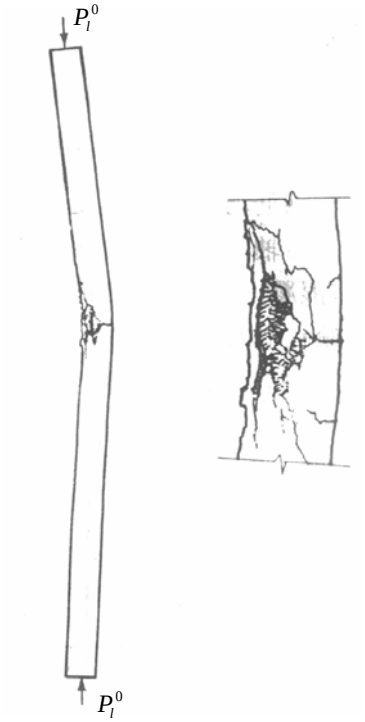



图 6-4　　轴心受压长柱的破坏形态

（图 6-5）为短柱和长柱试验的横向挠度 $u$ 与轴向力 $P$ 之间关系的对比图。

由（图 6-5）及大量的其它试验可知，短柱总是受压破坏，长柱则是失稳破坏；长柱的承载能力要小于相同截面、配筋、材料的短柱的承载能力。因此，可以将短柱的破坏荷载乘以一个折减系数 $\varphi^0$ 来表示相同截面、配筋和材料的长柱破坏荷载 $P_l^0$ ：

$$P_l^0 = \varphi^0 P_s^0 \qquad (6\text{-}2)$$

式中　$P_s^0$ ——短柱破坏时的轴心压力；

$P_l^0$ ——相同截面、配筋和材料的长柱失稳时的轴心压力；

$\varphi^0$ ——轴心受压构件的稳定系数。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

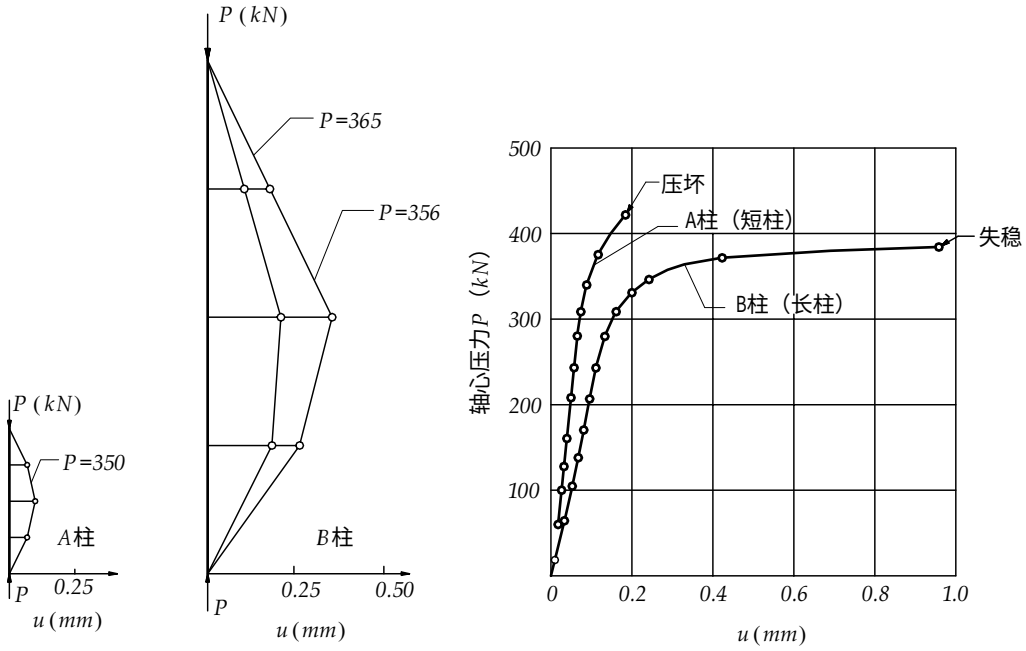



图 6-5　　轴心受压构件的横向挠度 $u$

a) 横向挠度沿柱长的变化　　b)横向挠度 $u$ 与轴心压力 $P$ 的关系

### 6.1.2 稳定系数 $\varphi$

如前所述，对于钢筋混凝土轴心受压构件，把长柱失稳破坏时的临界力 $P_l$ 与短柱压坏时的轴心力 $P_s$ 的比值，称为稳定系数 $\varphi$，表示长柱承载力降低的程度。

根据材料力学，各种支承条件柱的临界压力计算式为

$$P_l^0 = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \tag{6-3}$$

式中　$EI$ ——柱截面的抗弯刚度；

$l_0$ ——柱的计算长度。

将式（6-3）和式（6-1）代入式（6-2）中，可得

$$\varphi^0 = \frac{P_l^0}{P_s^0} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2\left(f_c^0 A + f_s'^0 A_s'\right)} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2 A\left(f_c^0 + f_s'^0 \rho'\right)} \tag{6-4}$$

式中 $\rho' = \dfrac{A_s'}{A}$，$A$ 为柱混凝土面积，$A_s'$ 为纵向钢筋的截面积。

在式（6-4）中，$EI$ 为柱截面的抗弯刚度，是材料在弹性阶段的刚度。对钢筋混凝土来说，由于长柱失稳时截面往往已经开裂，刚度大大降低，大约为弹性阶段的 30%~50%，所以式（6-4）中的 $EI$ 值要改用柱裂缝出现后的刚度，即用 $\beta_1 E_c I_c$ 来代替式（6-4）中的 $EI$，$\beta_1$ 为柱刚度折减系数。于是

$$\varphi^0 = \frac{\pi^2 \beta_1 E_c I_c}{l_0^2 A\left(f_c^0 + f_s'^0 \rho'\right)} = \frac{\pi^2 \beta_1 E_c}{f_c^0 + f_s'^0 \rho'} \cdot \frac{I_c}{A l_0^2} \tag{6-5}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

柱截面回转半径 $r=\sqrt{I_c/A}$，长细比 $\lambda=l_0/r$，以 $\varphi$、$f_{cd}$、$f_{sd}^{'}$ 分别代替 $\varphi^0$、$f_c^0$、$f_s^{0'}$，则式（6-5）成为

$$\varphi=\frac{\pi^2\beta_1 E_c}{f_{cd}^{'}+f_{sd}^{'}\rho^{'}}\cdot\frac{1}{\lambda^2} \tag{6-6}$$

显然，由式（6-6）可得，当柱的材料和纵筋含筋率一定时，随着长细比 $\lambda$ 的增加，稳定系数 $\varphi$ 就减小，则柱破坏时临界力 $P_l$ 也愈小。

稳定系数 $\varphi$ 主要与构件的长细比有关，混凝土强度等级及配筋率 $\rho^{'}$ 对其影响较小。《公路桥规》根据国内试验资料，考虑到长期荷载作用的影响和荷载初偏心影响，规定了稳定系数 $\varphi$ 值（附表 1-10）。由附表 1-10 可以看到，长细比 $\lambda=\frac{l_0}{b}$（矩形截面）越大，$\varphi$ 值越小，当 $\frac{l_0}{b}\leq 8$ 时，$\varphi\approx 1$，构件的承载能力没有降低，即为短柱。

查表求 $\varphi$ 值时，必须要知道构件的计算长度 $l_0$，可参照表 6-1 取用。在实际桥梁设计中，应根据具体构造选择构件端部约束条件，进而获得符合实际的计算长度 $l_0$ 值。

构件纵向弯曲计算长度 $l_0$ 值　　表 6-1

| 杆件 | 构件及其两端固定情况 | 计算长度 $l_0$ |
|---|---|---|
| 直杆 | 两端固定 | 0.5$l$ |
| | 一端固定，一端为不移动铰 | 0.7 $l$ |
| | 两端均为不移动铰 | 1.0 $l$ |
| | 一端固定，一端自由 | 2.0 $l$ |

注：$l$—构件支点间长度；

6.1.3 正截面承载能力计算

根据以上分析，由（图 6-6）的计算图式，《公路桥规》规定的可得到配有纵向受力钢筋和普通箍筋的轴心受压构件正截面承载能力计算式为

$$\gamma_0 N_d\leq N_u=0.9\varphi\left(f_{cd}A+f_{sd}^{'}A_s^{'}\right) \tag{6-7}$$

式中　$N_d$ ——轴向力组合设计值；

$\varphi$ ——轴心受压构件稳定系数，按附表 1-10 取用；

$A$ ——构件毛截面面积；

$A_s^{'}$ ——全部纵向钢筋截面面积。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

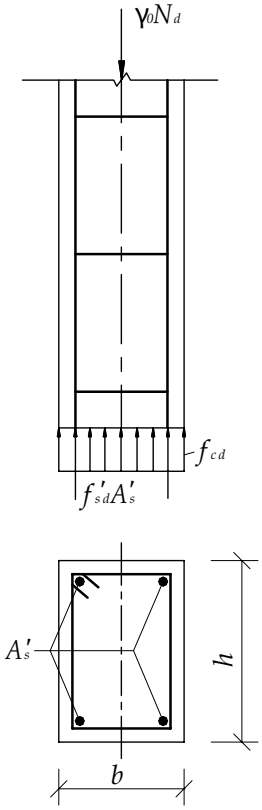



图 6-6　　普通箍筋柱正截面承载力计算图式

当纵向钢筋配筋率 $\rho' = \dfrac{A'_s}{A}$ ＞3%时，式（6-7）中 $A$ 应改用混凝土截面净面积 $A_n = A - A'_s$

普通箍筋柱的正截面承载能力计算分为截面设计和强度复核两种情况。

1）截面设计

已知截面尺寸，计算长度 $l_0$，混凝土轴心抗压强度设计值，钢筋抗压强度设计值，轴向压力组合设计值 $N_d$，求纵向钢筋 $A'_s$。

首先计算长细比，由附表 1-10 查得相应的稳定系数 $\varphi$。

在式（6-7）中，令 $N_u = \gamma_0 N_d$，$\gamma_0$ 为结构重要性系数。则得到

$$A'_s = \frac{1}{f'_{sd}}\left(\frac{\gamma_0 N_d}{0.9\varphi} - f_{cd}A\right) \tag{6-8}$$

由 $A'_s$ 计算值及构造要求选择并布置钢筋。

2）强度复核

已知：截面尺寸，计算长度 $l_0$，全部纵向钢筋的截面面积 $A'_s$，混凝土和钢筋的抗压强度设计值，轴向力组合设计值 $N_d$，求截面承载能力 $N_u$。

首先应检查纵向钢筋及箍筋布置构造是否符合要求。

由已知截面尺寸和计算长度 $l_0$ 计算长细比，由附表 1-10 查得相应的稳定系数 $\varphi$。

由式（6-7）计算轴心压杆正截面承载能力 $N_u$，且应满足 $N_u > \gamma_0 N_d$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

6.1.4 构造要求

1）混凝土

轴心受压构件的正截面承载能力，主要由混凝土来提供，一般多采用 C25~C40 级混凝土，或采用更高强度级别的混凝土。

2）截面尺寸

轴心受压构件截面尺寸不宜过小，因长细比越大，$\varphi$ 值越小，承载能力降低很多，不能充分利用材料强度。构件截面尺寸不宜小于 250mm。

3）纵向钢筋

纵向受力钢筋一般采用 R235 级和 HRB400 级等热轧钢筋。纵向受力钢筋的直径应不小于 12mm。在构件截面上，纵向受力钢筋至少应有 4 根并且在截面每一角隅处必须布置一根。

纵向受力钢筋的净距不应小于 50mm，也不应大于 350mm；对水平浇筑混凝土预制构件，其纵向钢筋的最小净距采用受弯构件的规定要求。纵向钢筋最小混凝土保护层厚度详见附表 1-8。

对于纵向受力钢筋的配筋率要求，一般是从轴心受压构件中不可避免存在混凝土徐变、可能存在的较小偏心弯矩等非计算因素而提出的。

在实际结构中，轴心受压构件的荷载大部分为长期作用的恒载。在恒载轴力 $N$ 的长期作用下，混凝土要产生徐变，由于混凝土徐变的作用以及钢筋和混凝土的变形必须协调（图 6-7），在混凝土和钢筋之间将会出现应力重分布现象。

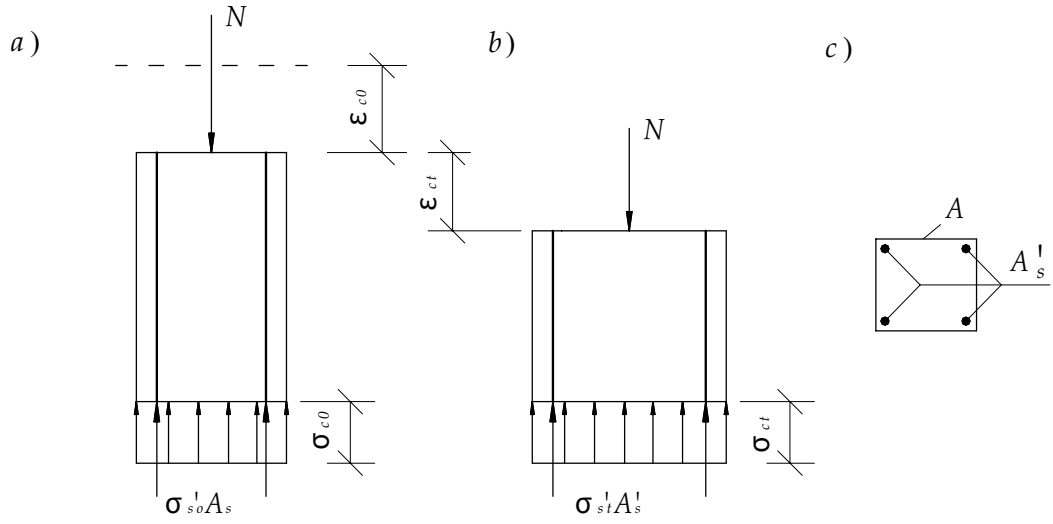



图 6-7　　徐变引起的应力分布变化

a)加载瞬间，$t = t_0$ 时；b)加载后到 $t = t_1$ 时；c）截面示意

（图 6-8）所示为两种不同配筋率的钢筋混凝土短柱，由于混凝土徐变而引起混凝土应力 $\sigma_c$ 和纵向钢筋应力 $\sigma_s'$ 随时间变化的图形。由（图 6-8）可见，随着荷载持续时间的增加，混凝土的压应力逐渐减少，钢筋的压应力逐渐增大，一开始变化较快，经过一定的时间（约 150 天）后逐步趋于稳定。其中混凝土的压应力变化幅度较小，而钢筋应力变化幅度较大。在发生混凝土徐变时，混凝土与钢筋之间仍存在粘结力，两者的变形必须协调，造成实际上混凝土受拉，而钢筋受压。若纵向钢筋配筋率很小时，纵筋对构件承载力影响很小，此时接近素混凝土柱，徐变使混凝土的应力降低得很少，纵筋将起不到防止脆性破坏的缓冲作用，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

同时为了承受可能存在的较小弯矩，以及混凝土收缩、温度变化引起的拉应力，《公路桥规》规定了纵向钢筋的最小配筋率 $\rho_{\min}(\%)$，详见附表 1-10。一般纵向钢筋的配筋率 $\rho'$ 约为 1%~2%。

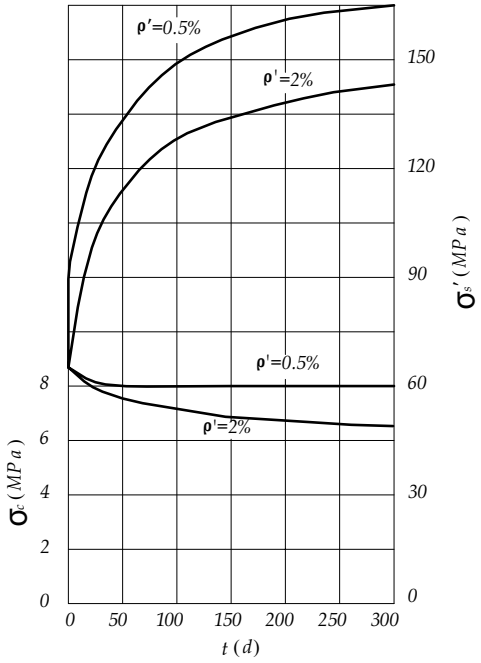



图 6-8　　徐变引起的应力重分布比较

4）箍筋

普通箍筋柱中的箍筋必须做成封闭式，箍筋直径应不小于纵向钢筋直径的 1/4，且不小于 8mm。

箍筋的间距应不大于纵向受力钢筋直径的 15 倍，且不大于构件截面的较小尺寸（圆形截面采用 0.8 倍直径），并不大于 400mm。

在纵向钢筋搭接范围内，箍筋的间距应不大于纵向钢筋直径的 10 倍，且不大于 200mm。

当纵向钢筋截面积超过混凝土计算截面的 3%时，箍筋间距应不大于纵向钢筋直径的 10 倍，且不大于 200mm。

《公路桥规》将位于箍筋折角处的纵向钢筋定义为角筋。沿箍筋设置的纵向钢筋应离角筋间距 $S$ 不大于 150mm 或 15 倍箍筋直径（取较大者）范围内，若超过此范围设置纵向受力钢筋，应设复合箍筋（图 6-9）。（图 6-9）中，箍筋Ａ、Ｂ与Ｃ、Ｄ两组设置方式可根据实际情况选用 a) 或 b)的方式。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

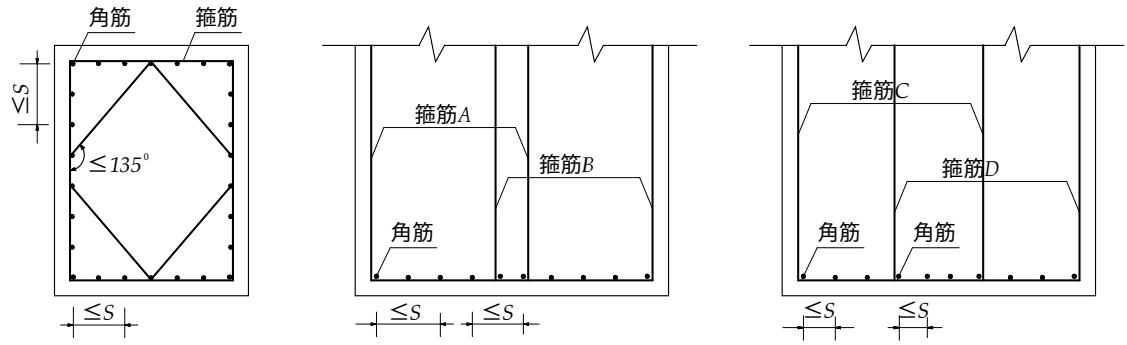



图 6-9 柱内复合箍筋布置

a)S内设3根纵向受力钢筋 b)S内设2根纵向受力钢筋

**例 6-1** 预制的钢筋混凝土轴心受压构件截面尺寸为 $b\times h=300mm\times 350mm$，计算长度 $l_0=4.5m$。采用 C25 级混凝土，HRB335 级钢筋（纵向钢筋）和 R235 级钢筋（箍筋）。作用的轴向压力组合设计值 $N_d=1600kN$，Ⅰ类环境条件，安全等级二级，试进行构件的截面设计。

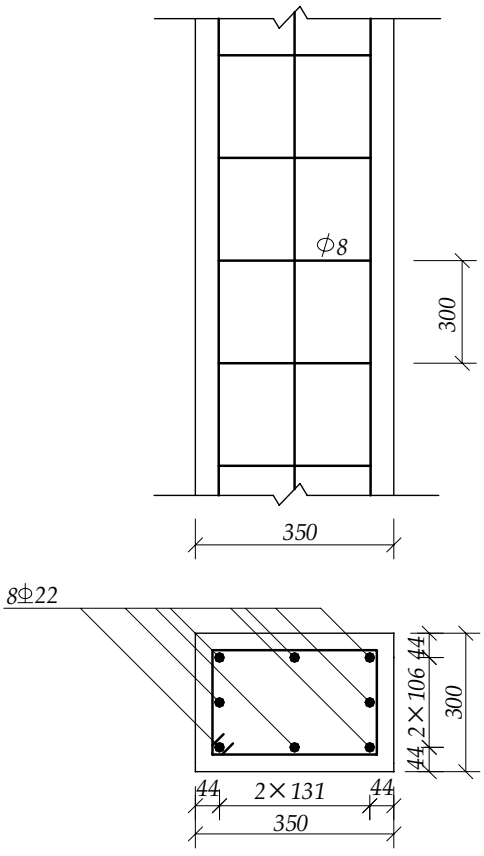



图 6-10 例 6-1 纵向钢筋布置（尺寸单位：mm）

**解：**轴心受压构件截面短边尺寸 $b=300mm$，则计算长细比 $\lambda=\dfrac{l_0}{b}=\dfrac{4.5\times 10^3}{300}=15$，查附表 1-10 可得到稳定系数 $\varphi=0.895$。混凝土抗压强度设计值 $f_{cd}=11.5MPa$，纵向钢



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

筋的抗压强度设计值 $f'_{sd}=280MPa$，现取轴心压力计算值 $N=\gamma_0 N_d=1700kN$，由式（6-8）可得所需要的纵向钢筋数量 $A'_s$ 为

$$\begin{aligned}A'_s&=\frac{1}{f'_{sd}}\left(\frac{N}{0.9\varphi}-f_{cd}A\right)\\&=\frac{1}{280}\left[\frac{1600\times10^3}{0.9\times0.895}-11.5(300\times350)\right]\\&=2782\text{mm}^2\end{aligned}$$

现选用纵向钢筋为 $8\oplus22$，$A'_s=3041\,\text{mm}^2$，截面配筋率 $\rho'=\frac{A'_s}{A}=\frac{3041}{300\times350}=2.89\%$ ＞ $\rho'_{\min}(=0.5\%)$，且小于 $\rho'_{\max}=5\%$。截面一侧的纵筋配筋率 $\rho'=\frac{1140}{300\times350}=1.09\%$ ＞ 0.2%（附表 1-10）。

纵向钢筋在截面上布置如（图 6-10）。纵向钢筋距截面边缘净距 $c=30mm$，则布置在截面短边 $b$ 方向上的纵向钢筋间距 $S_n=(300-2\times30-3\times25.4)/2=82mm$ ＞50mm，且小于 350mm 满足规范要求。

封闭式箍筋选用 $\phi8$，满足直径大于 $\frac{1}{4}d=\frac{1}{4}\times25=6.25mm$，且不小于 8mm 的要求。根据构造要求，箍筋间距 $S$ 应满足：$S\leq15d=15\times25=375mm$；$S\leq b=300mm$；$S\leq400mm$。故选用箍筋间距 $S$=300$mm$（图 6-10）。

## 6.2 配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压构件

当轴心受压构件承受很大的轴向压力，而截面尺寸受到限制不能加大，或采用普通箍筋柱，即使提高了混凝土标号和增加了纵向钢筋用量也不足以承受该轴向压力时，可以考虑采用螺旋箍筋柱以提高柱的承载能力。

### 6.2.1 受力特点与破坏特性

对于配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压短柱，沿柱高连续缠绕的、间距很密的螺旋箍筋犹如一个套筒，将核心部分的混凝土约束住，有效地限制了核心混凝土的横向变形，从而提高了柱的承载能力。

（图 6-11）中的曲线 $C$ 是螺旋箍筋柱的轴力—应变曲线。在压应变 $\varepsilon=0.002$ 以前，螺旋箍筋柱的应变变化曲线与普通箍筋柱基本相同。当轴力继续增加，至混凝土和纵筋的压应变 $\varepsilon=0.003\sim0.0035$ 时，纵筋已经开始屈服，箍筋外面的混凝土保护层开始崩裂剥落，混凝土的截面积减小，轴力略有下降。这时，核心部分混凝土由于受到螺旋箍筋的约束，仍能继续受压，核心混凝土处于三向受压状态，其抗压强度超过了轴心抗压强度 $f_c$，补偿了剥落的外围混凝土所承担的压力，曲线逐渐回升。随着轴力不断增大，螺旋箍筋中的环向拉力也不断增大，直至螺旋箍筋达到屈服，不能再约束核心混凝土横向变形，混凝土被压碎，构件即告破坏。这时，荷载达到第二次峰值，柱的纵向压应变可达到 0.01 以上。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

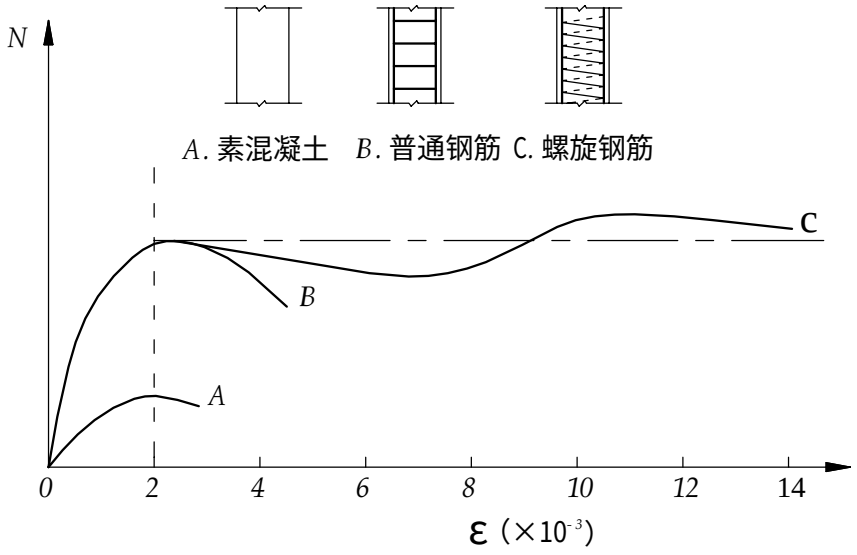



图 6-11　　轴心受压柱的轴力—应变线

由（图 6-11）也可见到，螺旋箍筋柱具有很好的延性，在承载能力不降低情况下，其变形能力比普通箍筋柱提高很多。

6.2.2 正截面承载能力计算

螺旋箍筋柱的正截面破坏时核心混凝土压碎、纵向钢筋已经屈服，而在破坏之前，柱的混凝土保护层早已剥落。

根据（图 6-12）所示螺旋箍筋柱截面受力图式，由平衡条件可得到

$$N_u = f_{cc}A_{cor} + f_s'A_s' \tag{6-9}$$

式中　$f_{cc}$ ——处于三向压应力作用下核心混凝土的抗压强度；

$A_{cor}$ ——核心混凝土面积；

$A_s'$ ——纵向钢筋面积。

螺旋箍筋对其核心混凝土的约束作用，使混凝土抗压强度提高，根据圆柱体三向受压试验结果，约束混凝土的轴心抗压强度由式（1-4）可得到下述近似表达式

$$f_{cc} = f_c + k\sigma_2 \tag{6-10}$$

式中$\sigma_2$为作用于核心混凝土的径向压应力值。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

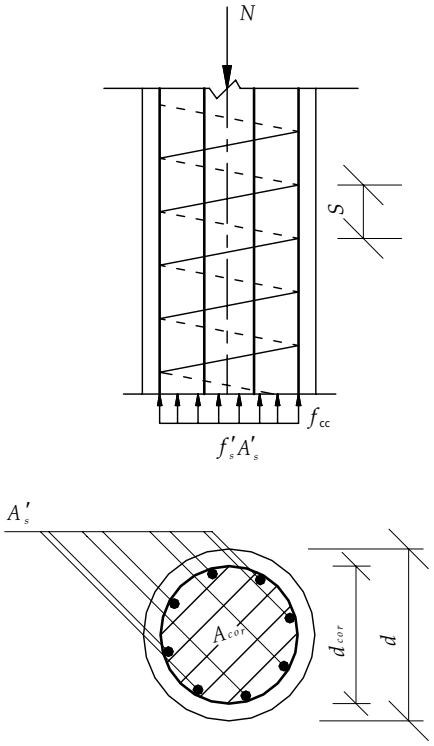



图 6-12　　螺旋箍筋柱受力计算图式

螺旋箍筋柱破坏，螺旋箍筋达到了屈服强度，它对核心混凝土提供了最后的侧压应力 $\sigma_2$。现取螺旋箍筋间距 $S$ 范围内，沿螺旋箍筋的直径切开成脱离体（图 6-13），由隔离体的平衡条件得到：

$$\sigma_2 d_{cor} S = 2 f_s A_{s01}$$

整理后为

$$\sigma_2 = \frac{2 f_s A_{s01}}{d_{cor} S} \tag{6-11}$$

式中　$A_{s01}$——单根螺旋箍筋的截面面积；

$f_s$ ——螺旋箍筋的抗拉强度；

$S$ ——螺旋箍筋的间距（图 6-12）；

$d_{cor}$ ——截面核心混凝土的直径。$d_{cor}=d-2c$，$c$ 为纵向钢筋至柱截面边缘的径向混凝土保护层厚度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

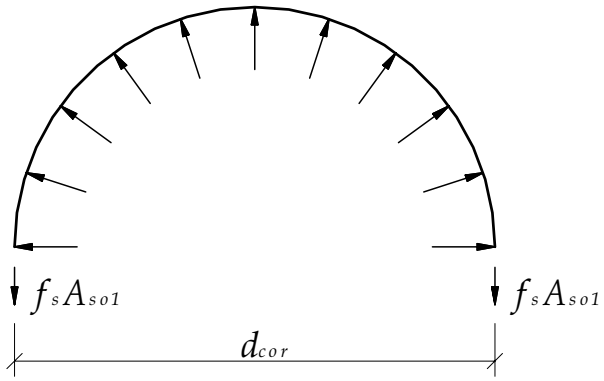



图 6-13　　螺旋箍筋的受力状态

现将间距为 $S$ 的螺旋箍筋 ，按钢筋体积相等的原则换算成纵向钢筋的面积，称为螺旋箍筋柱的间接钢筋换算截面面积 $A_{s0}$，即

$$\pi d_{cor} A_{s01} = A_{s0} S \qquad A_{s0} = \frac{\pi d_{cor} A_{s01}}{S} \tag{6-12}$$

将式（6-12）代入式（6-11），则

$$\sigma_2 = \frac{2 f_s A_{s01}}{d_{cor} S} = \frac{2 f_s}{d_{cor} S} \cdot \frac{A_{s0} S}{\pi d_{cor}} = \frac{2 f_s A_{s0}}{\pi (d_{cor})^2} = \frac{f_s A_{s0}}{2 \cdot \frac{\pi (d_{cor})^2}{4}} = \frac{f_s A_{s0}}{2 A_{cor}}$$

将 $\sigma_2 = \frac{f_s A_{s0}}{2 A_{cor}}$ 代入式（6-10），可得

$$f_{cc} = f_c + \frac{k f_s A_{s0}}{2 A_{cor}} \tag{6-13}$$

将式（6-13）代入式（6-9），整理并考虑实际间接钢筋作用影响，即得到螺旋箍筋柱正截面承载能力的计算式

$$\gamma_0 N_d \le N_u = 0.9\left(f_{cd} A_{cor} + k f_{sd} A_{s0} + f'_{sd} A'_s\right) \tag{6-14}$$

式中各符号意义见式（6-9）~式（6-13）。$k$ 称为间接钢筋影响系数，混凝土强度等级 C50 及以下时，取 $k$=2.0；C50～C80 取 $k = 2.0 \sim 1.70$，中间值直线插入取用。

对于式（6-14）的使用，《公路桥规》有如下规定条件：

1）为了保证在使用荷载作用下，螺旋箍筋混凝土保护层不致过早剥落，螺旋箍筋柱的承载能力计算值（按式 6-14 计算），不应比按普通箍筋柱算得的承载能力（按式 6-7 计算）大 50%，即满足

$$0.9(f_{cd} A_{cor} + k f_{sd} A_{s0} + f'_{sd} A'_s) \le 1.5\left(f_{cd} A + f'_{cd} A'_s\right) \tag{6-15}$$

2）当遇到下列任意一种情况时，不考虑螺旋箍筋的作用，而按式（6-7）计算构件的承载力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（1）当长细比 $\lambda=\frac{l_0}{d}>12$（$d$ 为圆形截面直径）时。由于长细比较大的影响，螺旋箍筋不能发挥其作用；

（2）当按式（6-14）计算承载能力小于按式（6-7）计算的承载能力时。因为式（6-14）中只考虑了混凝土核心面积，当柱截面外围混凝土较厚时，核心面积相对较小，会出现这种情况，这时就应按式（6-7）进行柱的承载能力计算；

（3）当 $A_{s0}<0.25A_s'$ 时。螺旋钢筋配置得太少，不能起显著作用。

螺旋箍筋柱的截面设计和复核均依照式（6-14）及其公式要求来进行，详见例题。

6.2.3 构造要求

1）螺旋箍筋柱的纵向钢筋应沿圆周均匀分布，其截面积应不小于箍筋圈内核心截面积的 0.5%。常用的配筋率 $\rho'=A_s'/A_{cor}$ 在 0.8%~1.2%之间。

2）构件核心截面积 $A_{cor}$ 应不小于构件整个面积 $A$ 的 2/3。

3)螺旋箍筋的直径不应小于纵向钢筋直径的 1/4,且不小于 8mm,一般采用 8mm~12mm。为了保证螺旋箍筋的作用，螺旋箍筋的间距 $S$ 应满足：

（1）$S$ 应不大于核心直径 $d_{cor}$ 的 1/5，即 $S\leq\frac{1}{5}d_{cor}$；

（2）$S$ 应不大于 80mm，但不应小于 40mm，以便施工。

**例 6-2**　圆形截面轴心受压构件直径 $d=400mm$，计算长度 $l_0=2.75m$。混凝土强度等级为 C25，纵向钢筋采用 HRB335 级钢筋，箍筋采用 R235 级钢筋，轴心压力组合设计值 $N_d=1640kN$。I 类环境条件，安全等级为二级，试按照螺旋箍筋柱进行设计和截面复核。

**解：**混凝土抗压强度设计值 $f_{cd}=11.5MPa$，HRB335 级钢筋抗压强度设计值 $f_{sd}'=280MPa$，R235 级钢筋抗拉强度设计值 $f_{sd}=195MPa$。轴心压力计算值 $N=\gamma_0N_d=1640kN$。

1）截面设计

由于长细比 $\lambda=l_0/d=2750/400=6.88<12$，故可以按螺旋箍筋柱设计。

（1）计算所需的纵向钢筋截面积

由附表 1-8，取纵向钢筋的混凝土保护层厚度为 $c$=30mm，则

核心面积直径　　$d_{cor}=d-2c=400-2\times30=340mm$

柱截面面积　　$A=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{3.14\times(400)^2}{4}=125600mm^2$

核心面积　　$A_{cor}=\frac{\pi(d_{cor})^2}{4}=\frac{3.14(340)^2}{4}=90746mm^2>\frac{2}{3}A(=83733mm^2)$

假定纵向钢筋配筋率 $\rho'=0.012$，则



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$A_s^{'}=\rho^{'}A_{cor}=0.012\times 90746=1089mm^2$$

现选用 $6\underline{\phi}16$，$A_s^{'}=1206\text{mm}^2$。

（2）确定箍筋的直径和间距 $S$

由式（6-14）且取 $N_u=N=1640kN$，可得到螺旋箍筋换算截面面积 $A_{s0}$

$$A_{s0}=\frac{N/0.9-f_{cd}A_{cor}-f_{sd}^{'}A_s^{'}}{kf_{sd}}$$

$$=\frac{1640000/0.9-11.5\times 90746-280\times 1206}{2\times 195}$$

$$=1130mm^2>0.25A_s^{'}(=0.25\times 1206=302mm^2)$$

现选 $\phi 10$，单据箍筋的截面积 $A_{s01}=78.5mm^2$。这时，螺旋箍筋所需的间距为

$$S=\frac{\pi d_{cor}A_{s01}}{A_{s0}}=\frac{3.14\times 340\times 78.5}{1130}=74mm$$

由构造要求，间距 $S$ 应满足 $S\leq d_{cor}/5\ (=68mm)$ 和 $S\leq 80\text{mm}$，故取 $S=60\text{mm}>40\text{mm}$。

截面设计布置如（图 6-14）。

2)截面复核

经检查，（图 6-14）所示截面构造布置符合构造要求。

实际设计截面的 $A_{cor}=90746mm^2$，$A_s^{'}=1206mm^2$，$\rho^{'}=1206/90746=1.32\%>0.5\%$，$A_{s0}=\frac{\pi d_{cor}A_{s01}}{S}=\frac{3.14\times 340\times 78.5}{60}=1397mm^2$，则由式（6-14）可得到

$$N_u=0.9\left(f_{cd}A_{cor}+kf_{sd}A_{s0}+f_{sd}^{'}A_s^{'}\right)$$

$$=0.9(11.5\times 90746+2\times 195\times 1397+280\times 1206)$$

$$=1733.48\times 10^3N=1733.48kN>N(=1640kN)$$

检查混凝土保护层是否会剥落，由式（6-7）可得

$$N_u^{'}=0.9\varphi\left(f_{cd}A+f_{sd}^{'}A_s^{'}\right)$$

$$=0.9\times 1(11.5\times 125600+280\times 1206)$$

$$=1603.87\times 10^3N=1603.87kN$$

$1.5N_u^{'}=1.5\times 1603.87=2405.81kN>N_u(=164014kN)$，故混凝土保护层不会剥落。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

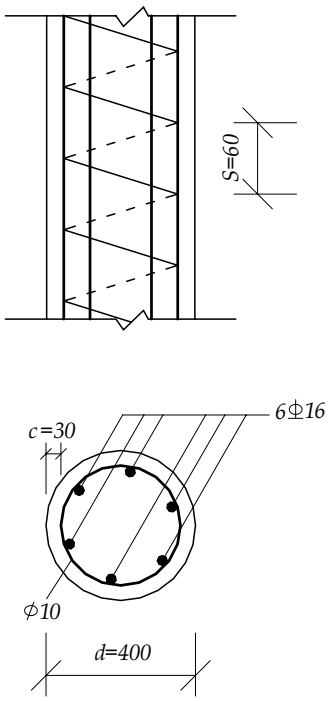



图 6-14　例 6-2 图（尺寸单位：mm）

## 复习思考题与习题

6-1 配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压短柱与长柱的破坏形态有何不同？什么叫做长柱的稳定系数Φ？影响稳定系数Φ的主要因素有哪些？

6-2 对于轴心受压普通箍筋柱，《公路桥规》为什么规定纵向受压钢筋的最大配筋率和最小配筋率？对于纵向钢筋在截面上的布置以及复合箍筋设置，《公路桥规》有什么规定？

6-3 配有纵向钢筋和普通箍筋的轴向受压构件与配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压构件的正截面承载能力计算有何不同？

6-4 试说明式（6-14）中各符号的物理意义。

6-5 配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件的截面尺寸为 b×h=250mm×250mm，构件计算长度 $\ell_0$=5m。C25 混凝土，HRB335 级钢筋，纵向钢筋面积 $A_s'$=804mm$^2$（4 Φ16）。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向压力组合设计值 $N_d$=560KN，试进行构件承载力校核。

6-6 配有纵向钢筋和普通箍筋的轴心受压构件的截面尺寸为 b×h=200mm×250mm，构件计算长度 $\ell_0$=4.3m。C20 混凝土，HRB335 级钢筋，纵向钢筋面积 $A_s'$=678mm$^2$（6 Φ12）。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向压力组合设计值 $N_d$=560KN，试求该构件能承受的最大轴向压力组合设计值 $N_d$。

6-7 配有纵向钢筋和螺旋箍筋的轴心受压构件的截面为圆形，直径 d=450mm，构件计算长度 $\ell_0$=3m。C25 混凝土，纵向钢筋采用 HRB335 级钢筋，箍筋采用 R235 级钢筋。Ⅱ类环境条件，安全等级为一级。试进行构件的截面设计和承载力复核。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 7 章　　偏心受压构件的正截面承载能力计算

当轴向压力 $N$ 的作用线偏离受压构件的轴线时（图 7-1a），称为偏心受压构件。压力 $N$ 的作用点离构件截面形心的距离 $e_0$ 称为偏心距。截面上同时承受轴心压力和弯矩的构件（图 7-1b），称为压弯构件。根据力的平移法则，截面承受偏心距为 $e_0$ 的偏心压力 $N$ 相当于承受轴心压力 $N$ 和弯矩 $M$（$=Ne_0$）的共同作用，故压弯构件与偏心受压构件的基本受力特性是一致的。

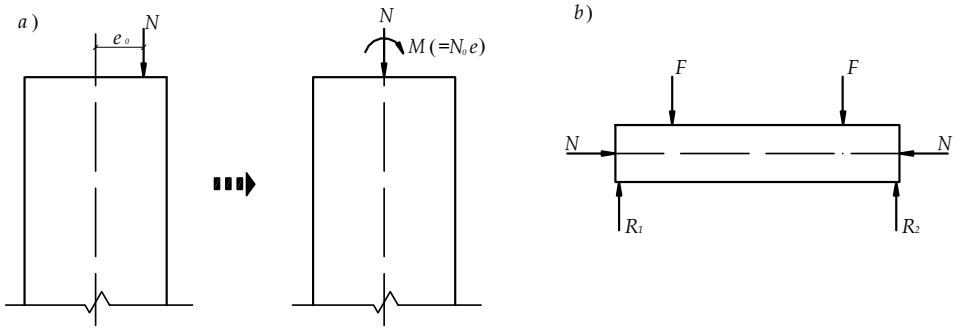



图 7-1　偏心受压构件与压弯构件

a）偏心受压构件　　b）压弯构件

钢筋混凝土偏心受压（或压弯）构件是实际工程中应用较广泛的受力构件之一，例如，拱桥的钢筋混凝土拱肋，桁架的上弦杆、刚架的立柱、柱式墩（台）的墩（台）柱等均属偏心受压构件，在荷载作用下，构件截面上同时存在轴心压力和弯矩。

钢筋混凝土偏心受压构件的截面型式如（图 7-2）所示。矩形截面为最常用的截面型式，截面高度 $h$ 大于 600mm 的偏心受压构件多采用工字形或箱形截面。圆形截面主要用于柱式墩台、桩基础中。

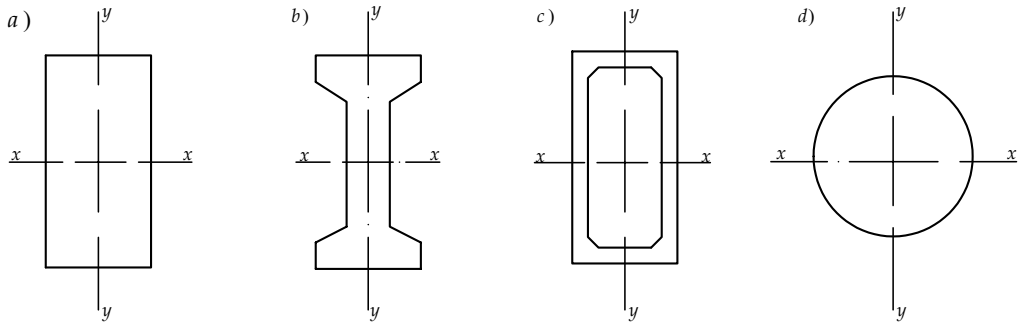



图 7-2　　偏心受压构件截面型式

a）矩形截面　b）工字形截面 c）箱形截面 d）圆形截面

在钢筋混凝土偏心受压构件的截面上，布置有纵向受力钢筋和箍筋。纵向受力钢筋在截面中最常见的配置方式是将纵向钢筋集中放置在偏心方向的两对面（图 7-3a），其数量通过



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

正截面承载能力计算确定。对于圆形截面，则采用沿截面周边均匀配筋的方式（图 7-3b）。箍筋的作用与轴心受压构件中普通箍筋的作用基本相同。此外，偏心受压构件中还存在着一定的剪力，可由箍筋负担。但因剪力的数值一般较小，故一般不予计算。箍筋数量及间距按普通箍筋柱的构造要求确定。

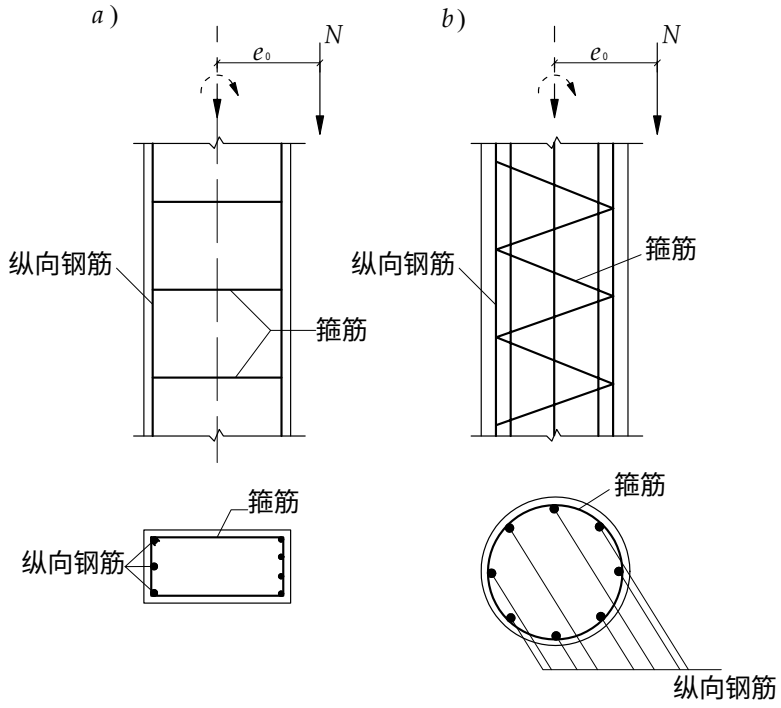



图 7-3　偏心受压构件截面钢筋布置形式

a) 纵筋集中配筋布置　　b) 纵筋沿截面周边均匀布置

## 7.1 偏心受压构件正截面受力特点和破坏形态

钢筋混凝土偏心受压构件也有短柱和长柱之分。本节以矩形截面的偏心受压短柱的试验结果，介绍截面集中配筋情况下偏心受压构件的受力特点和破坏形态。

### 7.1.1 偏心受压构件的破坏形态

钢筋混凝土偏心受压构件随着偏心距的大小及纵向钢筋配筋情况不同，有以下两种主要破坏形态。

1）受拉破坏——大偏心受压破坏

在相对偏心距（$e_0/h$）较大，且受拉钢筋配置得不太多时，会发生这种破坏形态。（图 7-4）为矩形截面大偏心受压短柱试件在试验荷载 P 作用下截面混凝土应变、应力及柱侧向变位的发展情况。短柱受力后，截面靠近偏心压力 $N$ 的一侧（钢筋为 $A_s'$）受压，另一侧（钢筋为 $A_s$）受拉。随着荷载增大，拉区混凝土先出现横向裂缝，裂缝的开展使受拉钢筋 $A_s$ 的



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

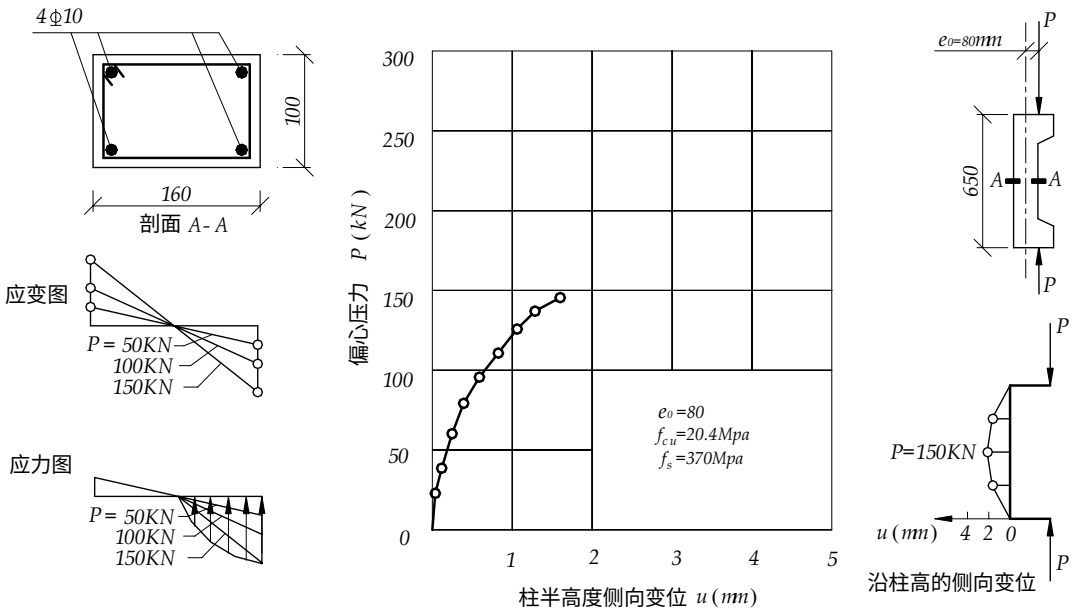



图 7-4　　大偏心受压短柱试件（尺寸单位：mm）

应力增长较快，首先达到屈服。中和轴向受压边移动，受压区混凝土压应变迅速增大，最后，受压区钢筋 $A_s'$ 屈服，混凝土达到极限压应变而压碎（图 7-5）。其破坏形成与双筋矩形截面梁的破坏形态相似。

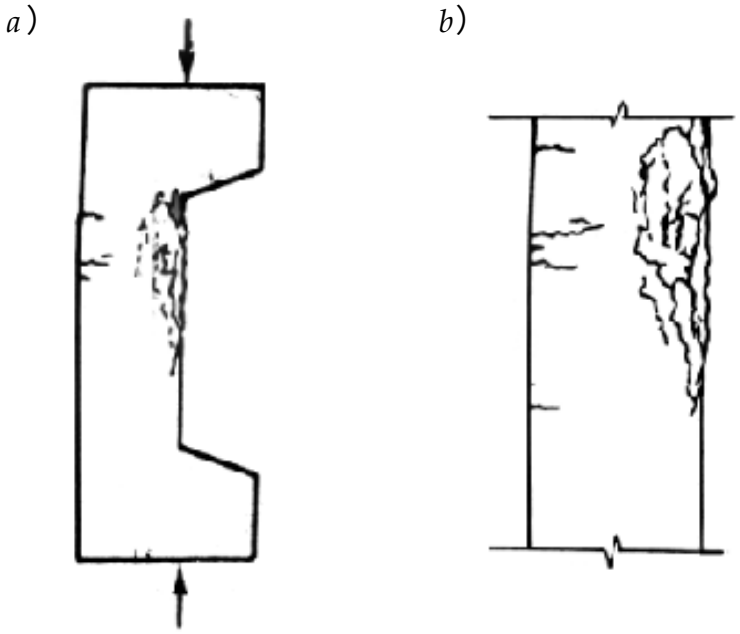



图 7-5　　大偏心受压短柱的破坏形态（尺寸单位：mm）

a)破坏形态　　b)局部放大

许多大偏心受压短柱试验都表明，当偏心距较大，且受拉钢筋配筋率不高时，偏心受压构件的破坏是受拉钢筋首先到达屈服强度后受压混凝土压坏。临近破坏时有明显的预兆，裂缝显著开展，称为受拉破坏。构件的承载能力取决于受拉钢筋的强度和数量。

2）受压破坏——小偏心受压破坏



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

小偏心受压就是压力 $N$ 的初始偏心距 $e_0$ 较小的情况。（图 7-6）为矩形截面小偏心受压短

柱试件的试验结果。该试件的截面尺寸，配筋均与（图 7-4）所示试件相同，但偏心距较小，$e_0$ =25mm。由（图 7-6）可见，短柱受力后，截面全部受压，其中，靠近偏心压力 $N$ 的一侧（钢筋为 $A_s'$ ）受到的压应力较大，另一侧（钢筋为 $A_s$ ）压应力较小。荷载逐渐增加，应力也增大。当靠近 $N$ 一侧的混凝土压应变达到其极限压应变时，压区边缘混凝土压碎，同时，该侧的受压钢筋 $A_s'$ 也达到屈服；但是，破坏时另一侧的混凝土和钢筋 $A_s$ 的应力都很小，在临近破坏时，受拉一侧才出现短而小的裂缝（图 7-7）。

根据以上试验以及其它短柱的试验结果，依偏心距 $e_0$ 的大小及受拉区纵向钢筋 $A_s$ 数量，小偏心受压短柱破坏时的截面应力分布，可分为（图 7-8）所示的几种情况。

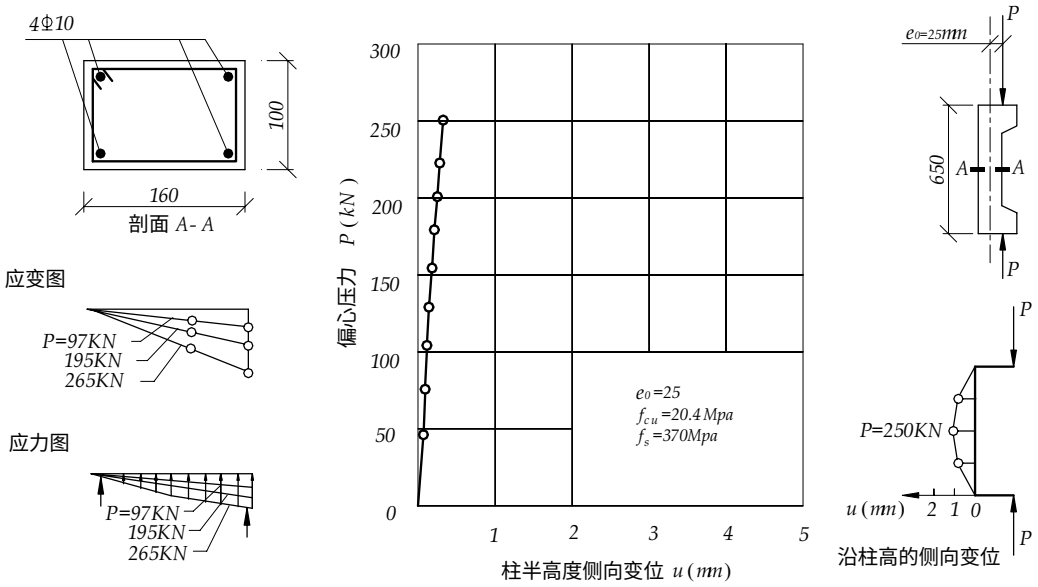



图 7-6　小偏心受压短柱试验

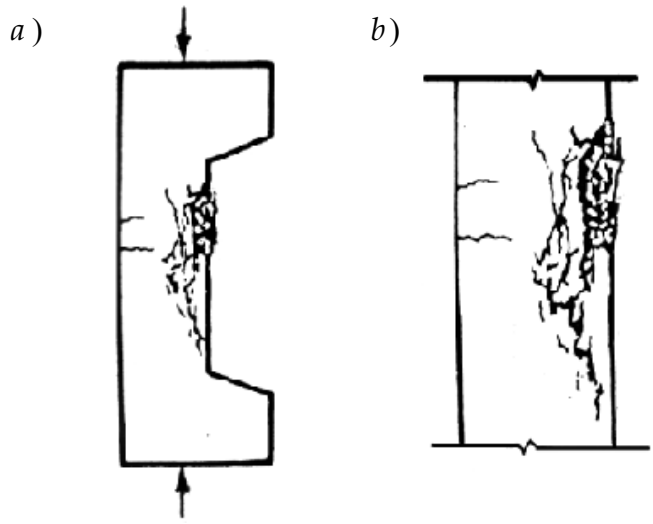



图 7-7　小偏心受压短柱破坏形态

a)破坏形态　b)局部放大



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

（1）当纵向偏心压力偏心距很小时，构件截面将全部受压，中性轴位于截面以外[图 7-8a）]。破坏时，靠近压力 $N$ 一侧混凝土应变达到极限压应变，钢筋 $A_s'$ 达到屈服强度，而离纵向压力较远一侧的混凝土和受压钢筋均未达到其抗压强度。

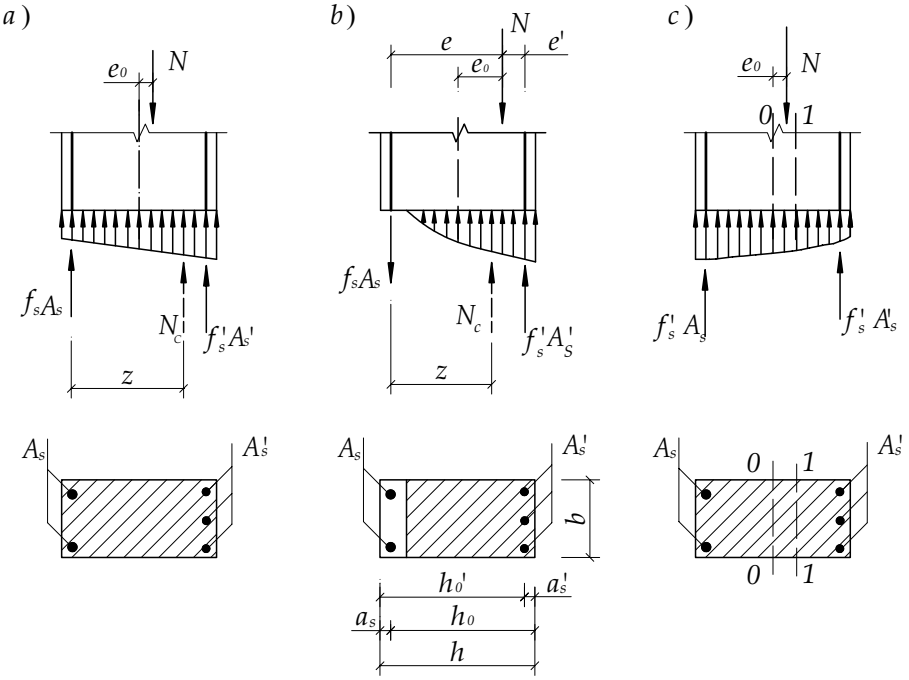



图 7-8　小偏心受压短柱截面受力的几种情况

a)截面全部受压的应力图　b)截面大部受压的应力图　c)$A_s$ 太少时的应力图

（2）纵向压力偏心距很小，但是离纵向压力较远一侧钢筋 $A_s$ 数量少而靠近纵向力 $N$ 一侧钢筋 $A_s'$ 较多时，则截面的实际重心轴就不在混凝土截面形心轴 0-0 处[图 7-8c）]而向右偏移至 1-1 轴。这样，截面靠近纵向力 $N$ 的一侧，即原来压应力较小而 $A_s$ 布置得过少的一侧，将负担较大的压应力。于是，尽管仍是全截面受压，但远离纵向力 $N$ 一侧的钢筋 $A_s$ 将由于混凝土的应变达到极限压应变而屈服，但靠近纵向力 $N$ 一侧的钢筋 $A_s'$ 的应力有可能达不到屈服强度。

（3）当纵向力偏心距较小时，或偏心距较大而受拉钢筋 $A_s$ 较多时，截面大部分受压而小部分受拉[图 7-8b）]。中性轴距受拉钢筋 $A_s$ 很近，钢筋 $A_s$ 中的拉应力很小，达不到屈服强度。

总而言之，小偏心受压构件的破坏一般是受压区边缘混凝土的应变达到极限压应变，受压区混凝土被压碎；同一侧的钢筋压应力达到屈服强度，而另一侧的钢筋，不论受拉还是受压，其应力均达不到屈服强度，破坏前构件横向变形无明显的急剧增长，这种破坏被称为“ 受压破坏 ”，其正截面承载能力取决于受压区混凝土抗压强度和受压钢筋强度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

7.1.2　大、小偏心受压的界限

（图 7-9）表示偏心受压构件的截面（矩形）应变分布图形，图中 *ab*、*ac* 线表示在大偏心受压状态下的截面应变状态。随着纵向压力的偏心距减小或受拉钢筋配筋率的增加，在破坏时形成斜线 *ad* 所示的应变分布状态，即当受拉钢筋达到屈服应变 $\varepsilon_y$ 时，受压边缘混凝土也刚好达到极限压应变值 $\varepsilon_{cu}$ ，这就是界限状态。若纵向压力的偏心距进一步减小或受拉钢筋配筋量进一步增大，则截面破坏时将形成斜线 *ae* 所示的受拉钢筋达不到屈服的小偏心受压状态。

当进入全截面受压状态后，混凝土受压较大一侧的边缘极限压应变将随着纵向压力 *N* 偏心距的减小而逐步有所下降，其截面应变分布如斜线 *af*、$a'g$ 和垂直线 $a''h$ 所示顺序变化，在变化的过程中，受压边缘的极限压应变将由 $\varepsilon_{cu}$ 逐步下降到接近轴心受压时的 0.002。

上述偏心受压构件截面部分受压、部分受拉时的应变变化规律与受弯构件截面应变变化是相似的，因此，与受弯构件正截面强度计算相同，可用受压区界限高度 $x_b$ 或相对界限受压区高度 $\xi_b$ 来判别两种不同偏心受压破坏形态：当 $\xi \leq \xi_b$ 时，截面为大偏心受压破坏；当 $\xi > \xi_b$ 时，截面为小偏心受压破坏。$\xi_b$ 值可由表 3-1 查得。

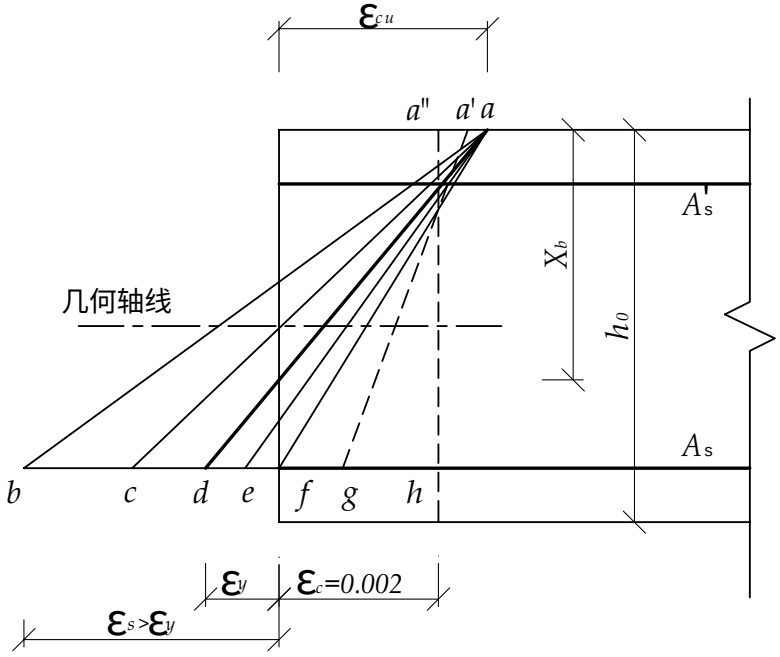



图 7-9　　偏心受压构件的截面应变分布

7.1.3 偏心受压构件的 M-N 相关曲线

偏心受压构件是弯矩和轴力共同作用的构件，轴力与弯矩对于构件的作用效应存在着叠加和制约的关系，亦即当给定轴力 N 时，有其唯一对应的弯矩 M，或者说构件可以在不同的 N 和 M 的组合下达到其极限承载能力。

对于偏心受压短柱，由其截面承载力的计算分析，可以得到（图 7-10）所示的偏心受压构件 M-N 相关曲线图。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

在（图 7-10）中，ab 段表示大偏心受压时的 M-N 相关曲线，为二次抛物线。随着轴向压力 N 的增大，截面能承担的弯矩也相应提高。

b 点为钢筋与受压混凝土同时达到其强度极限值的界限状态。此时，偏心受压构件承受的弯矩 M 最大。

cd 段表示小偏心受压时的 M-N 相关曲线，是一条接近于直线的二次函数曲线。由曲线走向可以看出，在小偏心受压情况下，随着轴向压力的增大，截面所能承担的弯矩反而降低。

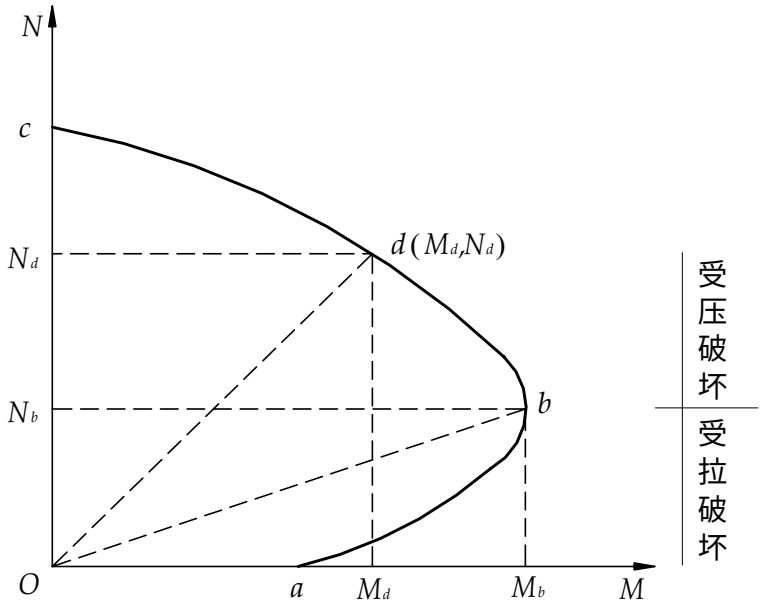



图 7-10　偏心受压构件的 *M-N* 曲线图

在（图 7-10）中，*c* 点代表轴心受压的情况，*a* 点代表受弯构件的情况。图中曲线上的任一点 *d* 的坐标就代表截面强度的一种 *M* 和 *N* 的组合。若任意点 *d* 位于曲线 *abc* 的内侧，说明截面在该点坐标给出的 *M* 和 *N* 的组合未达到承载能力极限状态；若 *d* 点位于图中曲线 *abc* 的外侧则表明截面的承载能力不足。

## 7.2　偏心受压构件的纵向弯曲

钢筋混凝土受压构件在承受偏心力作用后，将产生纵向弯曲变形，即会产生侧向变形（变位）。对于长细比小的短柱，侧向挠度小，计算时一般可忽略其影响。而对长细比较大的长柱，由于侧向变形的影响，各截面所受的弯矩不再是 $Ne_0$，而变成 $N(e_0+y)$（图 7-11），$y$ 为构件任意点的水平侧向变形。在柱高度中点处，侧向变形最大，截面上的弯矩为 $N(e_0+u)$。$u$ 随着荷载的增大而不断加大，因而弯矩的增长也越来越快。一般把偏心受压构件截面弯矩中的 $Ne_0$ 称为初始弯矩或一阶弯矩（不考虑构件侧向变形时的弯矩），将 $Nu$ 或 $Ny$ 称为附加弯矩或二阶弯矩。由于二阶弯矩的影响，将造成偏心受压构件不同的破坏类型。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

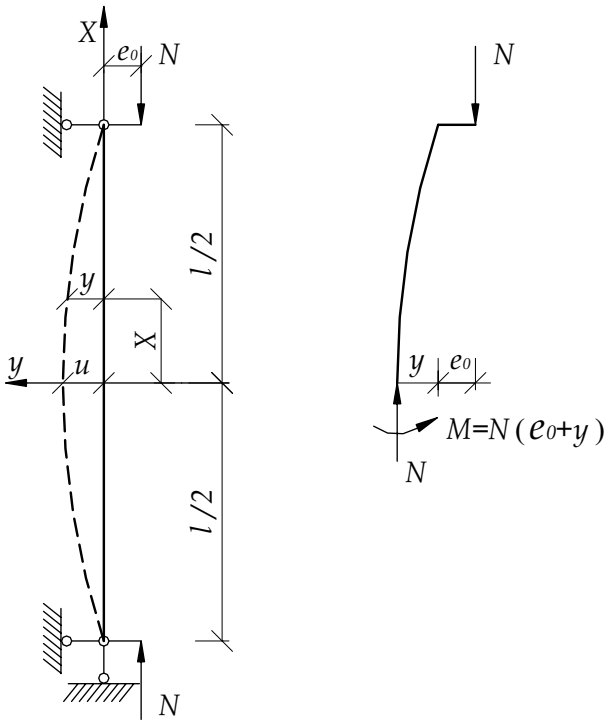



图 7-11　偏心受压构件的受力图式

### 7.2.1 偏心受压构件的破坏类型

钢筋混凝土偏心受压构件按长细比可分为短柱、长柱和细长柱。

1）短柱　偏心受压短柱中，虽然偏心力作用将产生一定的侧向变形，但其 $u$ 值很小，一般可忽略不计。即可以不考虑二阶弯矩，各截面中的弯矩均可认为等于 $Ne_0$，弯矩 $M$ 与轴向力 $N$ 呈线性关系。

随着荷载的增大，当短柱达到极限承载能力时，柱的截面由于材料达到其极限强度而破坏。在 $M$-$N$ 相关图中，从加载到破坏的路径为直线，当直线与截面承载能力线相交于 $B$ 点时，就发生材料破坏，即（图 7-12）中的 $OB$ 直线。

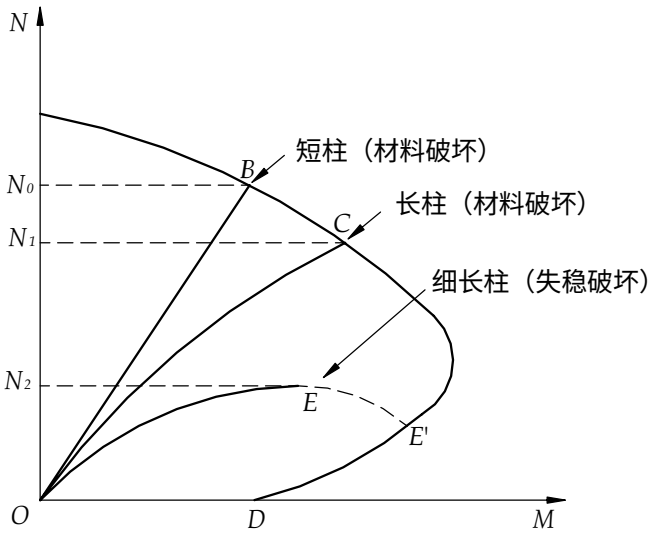



图 7-12　构件长细比的影响



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

2）长柱　矩形截面柱，当 $8<l_0/h\leq30$ 即为长柱。长柱受偏心力作用时的侧向变形 $u$ 较大，二阶弯矩影响已不可忽视，因此，实际偏心距是随荷载的增大而非线性增加，构件控制截面最终仍然是由于截面中材料达到其强度极限而破坏，属材料破坏。（图 7-13）为偏心受压长柱的试验结果。其截面尺寸、配筋与（图 7-6）所示短柱相同，但其长细比为 $l_0/h$ =15.6，最终破坏形态仍为小偏心受压，但偏心距已随荷载增加而变大。

偏心受压长柱在 *M-N* 相关图上从加荷到破坏的受力路径为曲线，与截面承载能力曲线相交于 *C* 点而发生材料破坏，即（图 7-12）中 *OC* 曲线。

3）细长柱　长细比很大的柱。当偏心压力达到最大时（图 7-12 中 *E* 点），侧向变形 $u$ 突然剧增，此时，偏心受压构件截面上钢筋和混凝土的应变均未达到材料破坏时的极限值，即压杆达到最大承载能力是发生在其控制截面材料强度还未达到其破坏强度，这种破坏类型称为失稳破坏。在构件失稳后，若控制作用在构件上的压力逐渐减小以保持构件继续变形，则随着 $u$ 增大到一定值及相应的荷载下，截面也可达到材料破坏点（点 $E'$）。但这时的承载能力已明显低于失稳时的破坏荷载。由于失稳破坏与材料破坏有本质的区别，设计中一般尽量不采用细长柱。

在（图 7-12）中，短柱、长柱和细长柱的初始偏心距是相同的，但破坏类型不同：短柱和长柱分别为 *OB* 和 *OC* 受力路径，为材料破坏；细长柱为 *OE* 受力路径，失稳破坏。随着长细比的增大，其承载力 *N* 值也不同，其值分别为 $N_0$、$N_1$ 和 $N_2$，而 $N_0 > N_1 > N_2$。

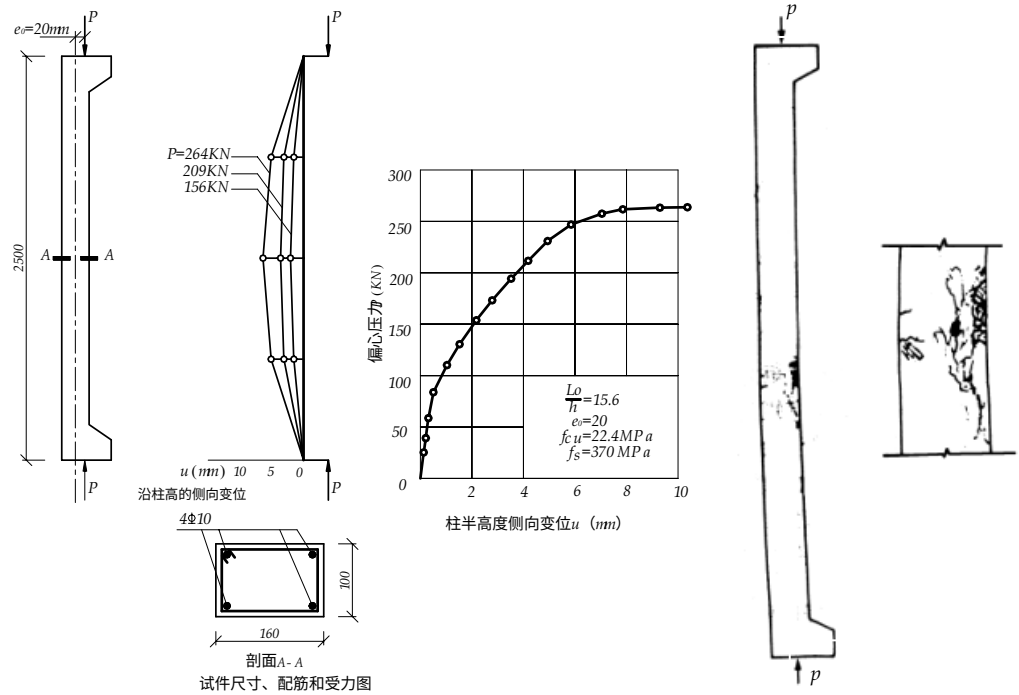



图 7-13　偏心受压长柱的试验与破坏（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

7.2.2 偏心距增大系数

实际工程中最常遇到的是长柱，由于最终破坏是材料破坏，因此，在设计计算中需考虑由于构件侧向变形（变位）而引起的二阶弯矩的影响。

偏心受压构件控制截面的实际弯矩应为：

$$M = N\left(e_0 + u\right) = N\frac{e_0 + u}{e_0}e_0$$

令

$$\eta = \frac{e_0 + u}{e_0} = 1 + \frac{u}{e_0} \tag{7-1}$$

则

$$M = N \cdot \eta e_0$$

$\eta$称为偏心受压构件考虑纵向挠曲影响的轴向力偏心距增大系数。

由式（7-1）可见，$\eta$越大表明二阶弯矩的影响越大，则截面所承担的一阶弯矩$Ne_0$在总弯矩中所占比例就相对越小。应该指出的是，当$e_0$=0 时，式（7-1）是无意义的。当偏心受压构件为短柱时，则$\eta = 1$。

《公路桥规》根据偏心压杆的极限曲率理论分析，规定偏心距增大系数$\eta$计算表达式

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400\left(e_0/h_0\right)}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2 \zeta_1\zeta_2 \tag{7-2}$$

$$\zeta_1 = 0.2 + 2.7\frac{e_0}{h_0} \le 1.0$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01\frac{l_0}{h} \le 1.0$$

式中 $l_0$——构件的计算长度，可参照表 6-1 或按工程经验确定；

$e_0$——轴向力对截面重心轴的偏心距；

$h_0$——截面的有效高度。对圆形截面取$h_0 = r + r_s$，$r$及$r_s$意义详见 7.5 节；

$h$ ——截面的高度。对圆形截面取$h = d_1$，$d_1$为圆形截面直径；

$\zeta_1$ ——荷载偏心率对截面曲率的影响系数；

$\zeta_2$ ——构件长细比对截面曲率的影响系数。

《公路桥规》规定，计算偏心受压构件正截面承载力时，对长细比$l_0/h$（或$l_0/d_1$）>5 或长细比$l_o/i$ >17.5（$i$为构件截面回转半径）的构件，应考虑构件在弯矩作用平面内的变形（变位）对轴向力偏心距的影响。此时，应将轴向力对截面重心轴的偏心距$e_0$乘以偏心距增大系数$\eta$。

偏心受压构件的弯矩作用平面的意义见（图 7-14）的示意图。应该指出的，前述偏



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

心受压构件的破坏类型及破坏形态，均指在弯矩作用平面的受力情况。

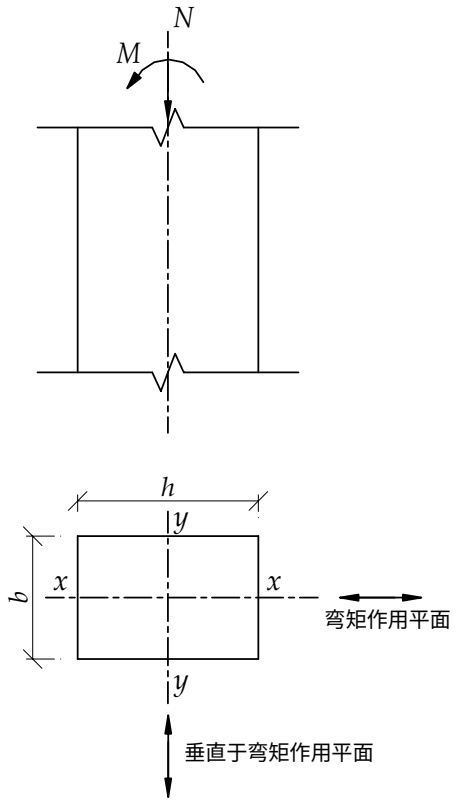



图 7-14　　矩形截面偏心受压构件的弯矩作用平面示意图

## 7.3　矩形截面偏心受压构件

钢筋混凝土矩形截面偏心受压构件是工程中应用最广泛的构件。其截面长边为 $h$，短边为 $b$，在设计中，应该以长边方向的截面主轴面 $x$-$x$ 为弯矩作用平面（图 7-14）。

矩形偏心受压构件的纵向钢筋一般集中布置在弯矩作用方向的截面两对边位置上，以 $A_s$ 和 $A_s'$ 来分别代表离偏心压力较远一侧和较近一侧的钢筋面积。当 $A_s \neq A_s'$ 时，称为非对称布筋；当 $A_s = A_s'$ 时，称为对称布筋。

### 7.3.1　矩形截面偏心受压构件正截面承载能力计算的基本公式

与受弯构件相似，偏心受压构件的正截面承载能力计算采用下列基本假定:

（1）截面应变分布符合平截面假定；

（2）不考虑混凝土的抗拉强度；

（3）受压混凝土的极限压应变 $\varepsilon_{cu} = 0.033 \sim 0.003$，详见 3.3.2 节；

（4）混凝土的压应力图形为矩形，应力集度为 $f_{cd}$，矩形应力图的高度 $x$ 取等于按平截面确定的受压区高度 $x_c$ 乘以系数 $\beta$，即 $x = \beta x_c$。

矩形截面偏心受压构件正截面承载能力计算图式如（图 7-15）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

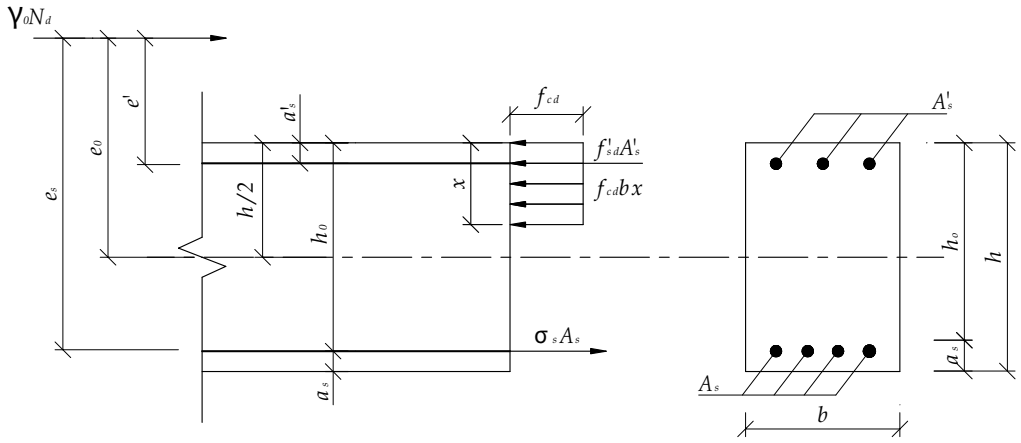



图 7-15 矩形截面偏心受压构件正截面承载能力计算图式

对于矩形截面偏心受压构件，用 $\eta e_0$ 表示纵向弯曲的影响，只要是材料破坏类型，无论是大偏心受压破坏，还是小偏心受压破坏，受压区边缘混凝土都达到极限压应变，同一侧的受压钢筋 $A_s^{'}$，一般都能达到抗压强度设计值 $f_{sd}^{'}$，而对面一侧的钢筋 $A_s$ 的应力，可能受拉（达到抗拉强度设计值 $f_{sd}$ 或未达到抗拉强度设计值 $f_{sd}$），也可能受压，故在（图 7-15）中以 $\sigma_s$ 表示 $A_s$ 钢筋中的应力，从而可以建立一种包括大、小偏心受压情况的统一正截面承载力计算图式。

沿构件纵轴方向的内外力之和为零，得

$$\gamma_0 N_d \le N_u = f_{cd} bx + f_{sd}^{'} A_s^{'} - \sigma_s A_s \tag{7-4}$$

由截面上所有对受拉钢筋 $A_s$ 合力点的力矩之和等于零，可得

$$\gamma_0 N_d e_s \le M_u = f_{cd} bx(h_0 - \frac{x}{2}) + f_{sd}^{'} A_s^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{7-5}$$

由截面上所有力对受压钢筋 $A_s^{'}$ 合力点的力矩之和等于零，可得

$$\gamma_0 N_d e_s^{'} \le M_u = -f_{cd} bx(\frac{x}{2} - a_s^{'}) + \sigma_s A_s\left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{7-6}$$

由截面上所有力对 $N_d$ 作用点力矩之和为零，可得

$$f_{cd} bx(e_s - h_0 + \frac{x}{2}) = \sigma_s A_s e - f_{sd}^{'} A_s^{'} e_s^{'} \tag{7-7}$$

式中　$x$ ——混凝土受压区高度；

$e_s$、$e_s^{'}$ ——分别为偏心压力 $N_d$ 作用点至钢筋 $A_s$ 合力作用点和钢筋 $A_s^{'}$ 合力作用点的距离；

$$e_s = \eta e_0 + h/2 - a_s \tag{7-8}$$

$$e_s^{'} = \eta e_0 - h/2 + a_s \tag{7-9}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$e_0$——轴向力对截面重心轴的偏心距，$e_0 = M_d / N_d$；

$\eta$——偏心距增大系数，按式（7-2）计算。

关于式（7-4）至式（7-7）的使用要求及有关说明如下：

（1）钢筋 $A_s$ 的应力 $\sigma_s$ 取值。

当 $\xi = x/h_0 \le \xi_b$ 时，构件属于大偏心受压构件，这时，取 $\sigma_s = f_{sd}$；

当 $\xi = x/h_0 > \xi_b$ 时，构件属于小偏心受压构件，这时，$\sigma_s$ 应按式（7-10）计算，但应满足 $-f'_{sd} \le \sigma_{si} \le f_{sd}$：

$$\sigma_{si} = \varepsilon_{cu} E_s \left( \frac{\beta h_{oi}}{x} - 1 \right) \tag{7-10}$$

式中 $\sigma_{si}$——第 $i$ 层普通钢筋的应力，按公式计算正值表示拉应力；

$E_s$——受拉钢筋的弹性模量；

$h_{oi}$——第 $i$ 层普通钢筋截面重心至受压较大边边缘的距离；

$x$——截面受压区高度。

$\varepsilon_{cu}$ 和 $\beta$ 值可按表（7-1）取用。

混凝土极限压应变 $\varepsilon_u$ 与系数 $\beta$ 值　　表 7-1

| 混凝土强度等级 | C50 以下 | C55 | C60 | C65 | C70 | C75 | C80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon_u$ | 0.0033 | 0.00325 | 0.0032 | 0.00315 | 0.0031 | 0.00305 | 0.003 |
| $\beta$ | 0.8 | 0.79 | 0.78 | 0.77 | 0.76 | 0.75 | 0.74 |

（2）为了保证构件破坏时，大偏心受压构件截面上的受压钢筋能达到抗压强度设计值 $f'_{sd}$，必须满足

$$x \ge 2a'_s \tag{7-11}$$

当 $x < 2a'_s$ 时，受压钢筋 $A'_s$ 的应力可能达不到 $f'_{sd}$。与双筋截面受弯构件类似，这时近似取 $x = 2a'_s$，截面应力分布如（图 7-16）所示。受压区混凝土所承担的压力作用位置与受压钢筋承担的压力 $f'_{sd}$ $A'_s$ 作用位置重合。由截面受力平衡条件（对受压钢筋 $A'_s$ 合力点的力矩之和为零）可写出：

$$\gamma_0 N_d e'_s \le M_u = f_{sd} A_s \left( h_0 - a'_s \right) \tag{7-12}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

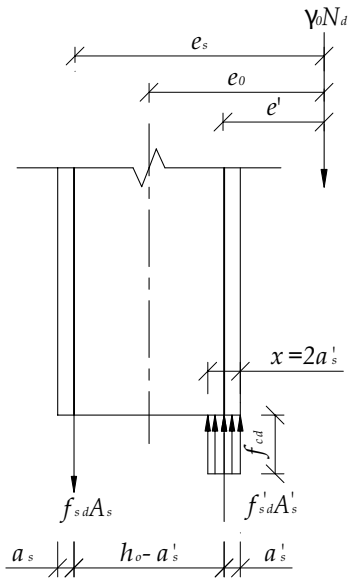



图 7-16　当 $x < 2a_s'$ 时，大偏心受压截面计算图式

（3）当偏心压力作用的偏心距很小，即小偏心受压情况下且全截面受压。若靠近偏心压力一侧的纵向钢筋 $A_s'$ 配置较多，而远离偏心压力一侧的纵向钢筋 $A_s$ 配置较少时，钢筋 $A_s$ 的应力可能达到受压屈服强度，离偏心受力较远一侧的混凝土也有可能压坏，这时的截面应力分布如（图 7-17）所示。为使钢筋 $A_s$ 数量不致过少，防止出现[图 7-8c）]所示的破坏，《公路桥规》规定：对于小偏心受压构件，若偏心压力作用于钢筋 $A_s$ 合力点和 $A_s'$ 合力点之间时，尚应符合下列条件：

$$\gamma_0 N_d e' \le M_u = f_{cd} b h \left( h_0' - \frac{h}{2} \right) + f_{sd}' A_s \left( h_0' - a_s \right) \tag{7-13}$$

式中 $h_0'$——纵向钢筋 $A_s'$ 合力点离偏心压力较远一侧边缘的距离，即 $h_0' = h - a_s'$（图 7-17）；而 $e' = h/2 - e_0 - a_s'$ 计算。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

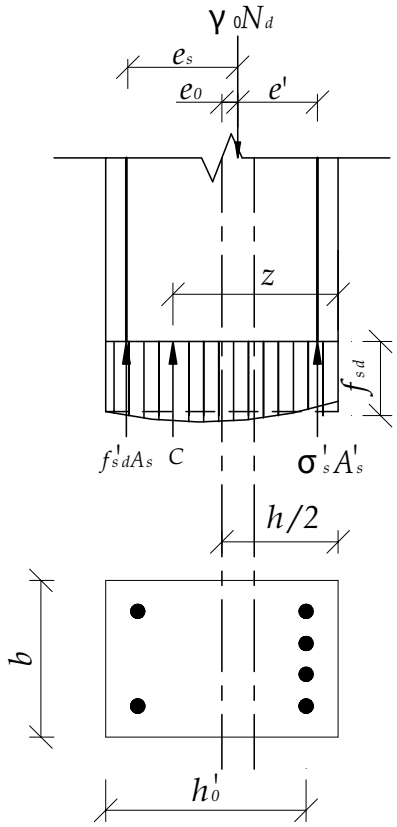



图 7-17　偏心距很小时截面计算图式

7.3.2　矩形截面偏心受压构件非对称配筋的计算方法

矩形截面偏心受压构件非对称配筋的截面设计方法介绍如下。

1）大、小偏心受压的初步判别　在进行偏心受压构件的截面设计时，通常已知轴向力组合设计值 $N_d$ 和相应的弯矩组合设计值 $M_d$，或偏心距 $e_0$，材料强度等级，截面尺寸 $b\times h$，以及弯矩作用平面内构件的计算长度，要求确定纵向钢筋数量。

首先需要判别构件截面应该按照哪一种偏心受压情况来设计。

如前所述，当 $\xi = x/h_0 \le \xi_b$ 时为大偏心受压，当 $\xi = x/h_0 > \xi_b$ 时为小偏心受压。但是，现在纵向钢筋数量未知，$\xi$ 值尚无法计算，故还不能利用上述条件进行判定。

在偏心受压构件截面设计时，可采用下述方法来初步判定大、小偏心受压的情况；

当 $\eta e_0 \le 0.3h_0$ 时，可先按小偏心受压构件进行设计计算；当 $\eta e_0 > 0.3h_0$ 时，则可按大偏心受压构件进行设计计算。

这种初步判定的方法，是对于常用混凝土强度、常用热轧钢筋级别的偏心受压在界限破坏形态计算图式基础上，进行计算分析及简化得到的近似方法，仅适用于矩形偏心受压构件截面设计时初步判断。

2）当 $\eta e_0 > 0.3h_0$ 时，可以按照大偏心受压构件来进行设计。在工程上，可分为两种情况。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（1）第一种情况：$A_s$ 和 $A_s'$ 均未知时

根据偏心受压构件计算的基本公式，独立公式为式（7-4）、式（7-5）或式（7-6），即仅有两个独立公式。但未知数却有三个，即 $A_s'$、$A_s$ 和 $x$（或 $\xi$），不能求得唯一的解，必须要补充设计条件。

与双筋矩形截面受弯构件截面设计相仿，从充分利用混凝土的抗压强度、使受拉和受压钢筋的总用量最少的原则出发，近似取 $\xi=\xi_b$，即 $x=\xi_b h_0$ 为补充条件。

由式（7-5），令 $N=\gamma_0 N_d$、$M_u=Ne$，可得到受压钢筋的截面积 $A_s'$ 为

$$A_s'=\frac{Ne_s-f_{cd}bh_0^2\xi_b(1-0.5\xi_b)}{f_{sd}'(h_0-a_s')}\geq\rho_{\min}'bh \tag{7-14}$$

$\rho_{\min}'$ 为截面一侧（受压）钢筋的最小配筋率，由附表 1-9 取 $\rho_{\min}'$ =0.2%=0.002。

当计算的 $A_s'<\rho_{\min}'bh$ 或负值时，应按照 $A_s'\geq\rho_{\min}'bh$ 选择钢筋并布置 $A_s'$，然后按 $A_s'$ 为已知的情况（后面将介绍的设计情况）继续计算求 $A_s$。

当计算 $A_s'\geq\rho_{\min}'bh$ 时，则以求得的 $A_s'$ 代入式（7-4），且取 $\sigma_s=f_{sd}$，则所需要的钢筋 $A_s$ 为

$$A_s=\frac{f_{cd}bh_0\xi_b+f_{sd}'A_s'-N}{f_{sd}}\geq\rho_{\min}bh \tag{7-15}$$

$\rho_{\min}$ 为截面一侧（受拉）钢筋的最小配筋率，按附表 1-9 选用。

（2）第二种情况：$A_s'$ 已知，$A_s$ 未知时

当钢筋 $A_s'$ 为已知时，只有钢筋 $A_s$ 和 $x$ 两个未知数，故可以用基本公式来直接求解。由式（7-5），令 $N=\gamma_0 N_d$、$M_u=Ne_s$，则可得到关于 $x$ 一元二次方程

$$Ne_s=f_{cd}bx(h_0-\frac{x}{2})+f_{sd}'A_s'(h_0-a_s')$$

解此方程，可得到受压区高度为

$$x=h_0-\sqrt{h_0^2-\frac{2[Ne_s-f_{sd}'A_s'(h_0-a_s')]}{f_{cd}b}} \tag{7-16}$$

当计算的 $x$ 满足 $2a_s'<x\leq\xi_b h_0$，则可由式（7-4），取 $\sigma_s=f_{sd}$，可得到受拉区所需钢筋数量 $A_s$ 为：

$$A_s=\frac{f_{cd}bx+f_{sd}'A_s'-N}{f_{sd}} \tag{7-17}$$

当计算的 $x$ 满足 $x\leq\xi_b h_0$，但 $x\leq 2a_s'$，则按式（7-12）来得到所需的受拉钢筋数量 $A_s$。令 $M_u=Ne'$，求得

$$A_s=\frac{Ne_s'}{f_{sd}(h_0-a_s')} \tag{7-18}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中 $N=\gamma_0 N_d$。

3）当 $\eta e_0 \leq 0.3h_0$ 时　可按照小偏心受压进行设计计算。

（1）第一种情况：$A_s^{'}$ 与 $A_s$ 均未知时

要利用基本公式进行设计，仍面临独立的基本公式只有两个，而存在 $A_s$ 、$A_s^{'}$ 和 $x$ 三个未知数的情况，不能得到唯一的解。这时，和解决大偏压构件截面设计方法一样，必须补充条件以便求解。

试验表明，对于小偏心受压的一般情况，即[图 7-8a)、b）]所示的破坏形态，远离偏心压 力一侧的纵向钢筋无论受拉还是受压，其应力一般均未达到屈服强度，显然，$A_s$ 可取等于受压构件截面一侧钢筋的最小配筋量。由附 1-9 表可得 $A_s=\rho_{\min}^{'}bh=0.002bh$。

按照 $A_s=0.002bh$ 补充条件后，剩下两个未知数 $x$ 与 $A_s^{'}$，则可利用基本公式来进行设计计算。

首先，应该计算受压区高度 $x$ 的值。令 $N=\gamma_0 N_d$。由式（7-6）和式（7-10）可得到以 $x$ 为未知数的方程

$$Ne_s^{'}=-f_{cd}bx\left(\frac{x}{2}-a_s^{'}\right)+\sigma_s A_s\left(h_0-a_s^{'}\right) \tag{7-19}$$

以及

$$\sigma_s=\varepsilon_{cu}E_s\left(\frac{\beta h_0}{x}-1\right)$$

即得到关于 $x$ 的一元三次方程

$$Ax^3+Bx^2+Cx+D=0 \tag{7-20}$$

$$A=-0.5f_{cd}b \tag{7-21a}$$

$$B=f_{cd}ba_s^{'} \tag{7-21b}$$

$$C=\varepsilon_{cu}E_s A_s\left(a_s^{'}-h_0\right)-Ne_s^{'} \tag{7-21c}$$

$$D=\beta\varepsilon_{cu}E_s A_s\left(h_0-a_s^{'}\right)h_0 \tag{7-21d}$$

而 $e_s^{'}=\eta e_0-h/2+a_s^{'}$。

由方程（式 7-20）求得 $x$ 值后，即可得到相应的相对受压区高度 $\xi=x/h_0$。

当 $h/h_0>\xi>\xi_b$ 时，截面为部分受压、部分受拉。这时以 $\xi=x/h_0$ 代入式（7-10）求得钢筋 $A_s$ 中的应力 $\sigma_s$ 值。再将钢筋面积 $A_s$，钢筋应力计算值 $\sigma_s$ 以及 $x$ 值代入式（7-4）中，即可得所需钢筋面积 $A_s^{'}$ 值且应满足 $A_s^{'}\geq\rho_{\min}^{'}bh$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

当$\xi \geq h/h_0$时，截面为全截面受压。受压混凝土应力图形渐趋丰满，但实际受压区最多也只能为截面高度$h$。所以，在这种情况下，就取$x=h$，则钢筋$A_s^{'}$可直接由下式计算：

$$A_s^{'}=\frac{Ne_s-f_{sd}bh\left(h_0-h/2\right)}{f_{sd}^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)}\geq\rho_{\min}^{'}bh$$

在上述按照小偏心受压构件进行截面设计计算中，必须先求解 $x$ 的一元三次主程[式（7-20）]，计算工作麻烦。这主要是钢筋$A_s$中应力$\sigma_s$的计算式为$\xi$的双曲线函数造成的。

下面介绍用经验公式来计算钢筋应力$\sigma_s$及求解截面混凝土受压区高度$x$的方法。

根据我国关于小偏心受压构件大量试验资料分析并且考虑边界条件：$\xi=\xi_b$时，$\sigma_s=f_{sd}$；$\xi=\beta$时，$\sigma_s=0$，可以将式（7-10）转化为近似的线性关系式

$$\sigma_s=\frac{f_{sd}}{\xi_b-\beta}\left(\xi-\beta\right)\qquad -f_{sd}^{'}\leq\sigma_s\leq f_{sd}\tag{7-22}$$

以式（7-22）代入式（7-6）可得到关于$x$的一元二次方程

$$Ax^2+Bx+C=0\tag{7-23}$$

方程中的各系数计算表达式为

$$A=-0.5f_{cd}bh_0\tag{7-24a}$$

$$B=\frac{h_0-a_s^{'}}{\xi_b-\beta}f_{sd}A_s+f_{cd}bh_0a_s^{'}\tag{7-24b}$$

$$C=-\beta\frac{h_0-a_s^{'}}{\xi_b-\beta}f_{sd}A_sh_0-Ne_s^{'}h_0\tag{7-24c}$$

式中$N=\gamma_0N_d$。

由于式（7-22）中钢筋应力$\sigma_s$与$\xi$的关系近似为线性关系，因而，利用式（7-23）来求近似解 $x$，就避免了按式（7-20）来解 $x$ 的一元三次方程的麻烦，但这种近似方法不适用$\zeta=x/h_0$接近或大于$\beta$的情况。

（2）第二种情况：$A_s^{'}$已知，$A_s$未知时

这时，欲求解的未知数（$x$和$A_s$）个数与独立基本公式数目相同，故可以直接求解。

首先，应由式(7-5)求截面受压区高度$x$，并得到截面相对受压区高度$\xi=x/h_0$。当$h/h_0>\xi>\xi_b$时，截面部分受压、部分受拉。

以计算得到的$\xi$值代入式（7-10），求得钢筋$A_s$的应力$\sigma_s$。由式（7-4）计算得到所需钢筋$A_s$的数量。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

当$\xi \geq h/h_0$时，则全截面受压。以$\xi = h/h_0$代入式（7-10），求得钢筋$A_s$的应力$\sigma_s$，再由式（7-4）可求得钢筋面积$A_{s1}$。

全截面受压时，为防止设计的小偏心受压构件可能出现[图 7-8c)]所示的破坏，钢筋数量$A_s$应当满足式（7-13）的要求，变换式（7-13）得到

$$A_s \geq \frac{Ne' - f_{cd}bh(h_0' - \frac{h}{2})}{f_{sd}'(h_0' - a_s)} \tag{7-25}$$

式中各符号意义见式（7-13），而$N = \gamma_0 N_d$。

由式（7-25）可求得截面所需一侧钢筋数量$A_{s2}$。而设计所采用的钢筋面积$A_s$应取上述计算值$A_{s1}$和$A_{s2}$中的较大值，以防止出现远离偏心压力作用点的一侧混凝土边缘先破坏的情况。

矩形截面偏心受压构件非对称配筋截面承载能力复核的方法介绍如下。

进行截面复核，必须已知偏心受压构件截面尺寸、构件的计算长度、纵向钢筋和混凝土强度设计值、钢筋面积$A_s$和$A_s'$以及在截面上的布置，并已知轴向力组合设计值$N_d$和相应的弯矩组合设计值$M_d$。然后复核偏心压杆截面是否能承受已知的组合设计值。

偏心受压构件需要进行截面在两个方向上的承载能力复核，即弯矩作用平面内和垂直于弯矩作用平面的截面承载能力复核。

1）弯矩作用平面内截面承载能力复核

（1）大、小偏心受压的判别

在偏心受压构件截面设计时，采用$\eta e_0$与$0.3h_0$之间关系来选择按何种偏心受压情况进行配筋设计，这是一种近似和初步的判定方法，并不一定能确认为大偏心受压还是小偏心受压。判定偏心受压构件是大偏心受压还是小偏心受压的充要条件是$\xi$与$\xi_b$之间的关系。即当$\xi \leq \xi_b$时，为大偏心受压；当$\xi > \xi_b$时，为小偏心受压。在截面承载能力复核中，因截面的钢筋布置已定，故必须采用这个充要条件来判定偏心受压的性质。

在截面承载能力复核时，可先假设为大偏心受压。这时，钢筋$A_s$中的应力$\sigma_s = f_{sd}$，代入式（7-7）即

$$f_{cd}bx(e_s - h_0 + \frac{x}{2}) = f_{sd}A_s e - f_{sd}'A_s'e_s' \tag{7-26}$$

解得受压区高度$x$，再由$x$求得$\xi = \frac{x}{h_0}$。 当$\xi \leq \xi_b$时，为大偏心受压；当$\xi > \xi_b$时，为小偏心受压。

（2）当$\xi \leq \xi_b$时



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

若 $2a' \le x \le \xi_b h_0$，由式（7-26）计算的 $x$ 即为大偏心受压构件截面受压区高度，然后按式（7-4）进行截面承载能力复核。

若 $2a' > x$ 时，由式（7-12）求截面承载能力 $N_u = M_u / e_s'$。

（3）当 $\xi > \xi_b$ 时

为小偏心受压构件。这时，截面受压区高度 $x$ 不能由式（7-26）来确定，因为在小偏心受压情况下，离偏心压力较远一侧钢筋 $A_s$ 中的应力往往达不到屈服强度。

这时，要联合使用式（7-10）来确定上偏心受压构件截面受压构高度 $x$，即

$$f_{cd} b x (e_s - h_0 + \frac{x}{2}) = \sigma_s A_s e_s - f_{sd}' A_s' e_s'$$

及

$$\sigma_s = \varepsilon_{cu} E_s (\frac{\beta h_0}{x} - 1)$$

可得到 $x$ 的一元三次方程：

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \qquad (7\text{-}27)$$

式（7-27）中各系数计算表达式为

$$A = 0.5 f_{cd} b \qquad (7\text{-}28a)$$

$$B = f_{cd} b (e_s - h_0) \qquad (7\text{-}28b)$$

$$C = \beta E_s A_s e_s + R_s' A_s' e_s' \qquad (7\text{-}28c)$$

$$D = -\beta \varepsilon_{cu} E_s A_s e_s h_0 \qquad (7\text{-}28d)$$

式中 $e'$ 仍按 $e' = \eta e_0 - h/2 + a_s'$ 计算。

若钢筋 $A_s$ 中的应力 $\sigma_s$ 采用 $\xi$ 的线性表达，即式（7-22），则可得到关于 $x$ 的一元二次方程

$$Ax^2 + Bx + C = 0 \qquad (7\text{-}29)$$

式（7-29）中各系数计算表达式为

$$A = 0.5 f_{cd} b \qquad (7\text{-}30a)$$

$$B = f_{cd} b h_0 (e - h_0) - \frac{f_{sd} A_s e_s}{\xi_b - \beta} \qquad (7\text{-}30b)$$

$$C = (\frac{\beta f_{sd} A_s e}{\xi_b - \beta} + f_{sd}' A_s' e_s') h_0 \qquad (7\text{-}30c)$$

由式（7-27）或者式（7-29），可得到小偏心受压构件截面受压区高度 $x$ 及相应的 $\xi$ 值。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

当 $h/h_0 > \xi > \xi_b$ 时，截面部分受压，部分受拉。将计算的 $\xi$ 值代入式（7-10）或者式（7-22），可求得钢筋 $A_s$ 的应力 $\sigma_s$ 值。然后，按照基本公式（7-4），求截面承载能力 $N_u$ 并且复核截面承载力。

当 $\xi > h/h_0$ 时，截面全部受压。这种情况下，偏心距较小。首先考虑近纵向压力作用点侧的截面边缘混凝土破坏，取 $\xi = h/h_0$ 代入式（7-10）或式（7-22）中求得钢筋 $A_s$ 中的应力 $\sigma_s$，然后由式（7-4）求得截面承载能力 $N_{u1}$。

因全截面受压，还需考虑距纵向压力作用点远侧截面边缘破坏的可能性，再由式（7-13）求得截面承载能力 $N_{u2}$。

构件承载能力 $N_u$ 应取 $N_{u1}$ 和 $N_{u2}$ 中较小值，其意义为既然截面破坏有这种可能性，则截面承载能力也可能由其决定。

2）垂直于弯矩作用平面的截面承载能力复核

偏心受压构件，除了在弯矩作用平面内可能发生破坏外，还可能在垂直于弯矩作用平面内发生破坏，例如设计轴向压力 $N_d$ 较大而在弯矩作用平面内偏心矩较小时。垂直于弯矩作用平面的构件长细比 $\lambda = l_0/b$ 较大时，有可能是垂直于弯矩作用平面的承载能力起控制作用。因此，当偏心受压构件在两个方向的截面尺寸 $b$、$h$ 及长细比 $\lambda$ 值不同时，应对垂直于弯矩作用平面进行承载能力复核。

《公路桥规》规定，对于偏心受压构件除应计算弯矩作用平面内的承载能力外，还应按轴心受压构件复核垂直于弯矩作用平面的承载能力。这时，不考虑弯矩作用，而按轴心受压构件考虑稳定系数 $\varphi$，并取 $b$（图 7-14）来计算相应的长细比。

### 7.3.3 矩形截面偏心受压构件的构造要求

矩形偏心受压构件的构造要求及其基本原则，与配有纵向钢筋及普通箍筋的轴心受压构件相仿。对箍筋直径、间距的构造要求，也适用于偏心受压构件。

1）截面尺寸

矩形截面的最小尺寸不宜小于 300mm，同时截面的长边 $h$ 与短边 $b$ 的比值常选用 $h/b$=1.5~3。为了模板尺寸的模数化，边长宜采用 50mm 的倍数。

矩形截面的长边应设在弯矩作用方向。

2）纵向钢筋的配筋率

矩形截面偏心受压构件的纵向受力钢筋沿截面短边 $b$ 配置。截面全部纵向钢筋和一侧钢筋的最小配筋率 $\rho_{\min}$ 见附表 1-9。

纵向受力钢筋的常用筋配筋率（全部钢筋截面积与构件截面积之比），对大偏心受压构



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

件宜为 $\rho=1\%\sim3\%$ ；对小偏心受压宜为 $\rho=0.5\%\sim2\%$。

当截面长边 $h\geq600$mm 时，应在长边 $h$ 方向设置直径为 10mm~16mm 的纵向构造钢筋，必要时相应地设置附加箍筋或复合箍筋，用以保持钢筋骨架刚度（图 7-18）。复合筋设置的构造要求详见 6.1.4 节。

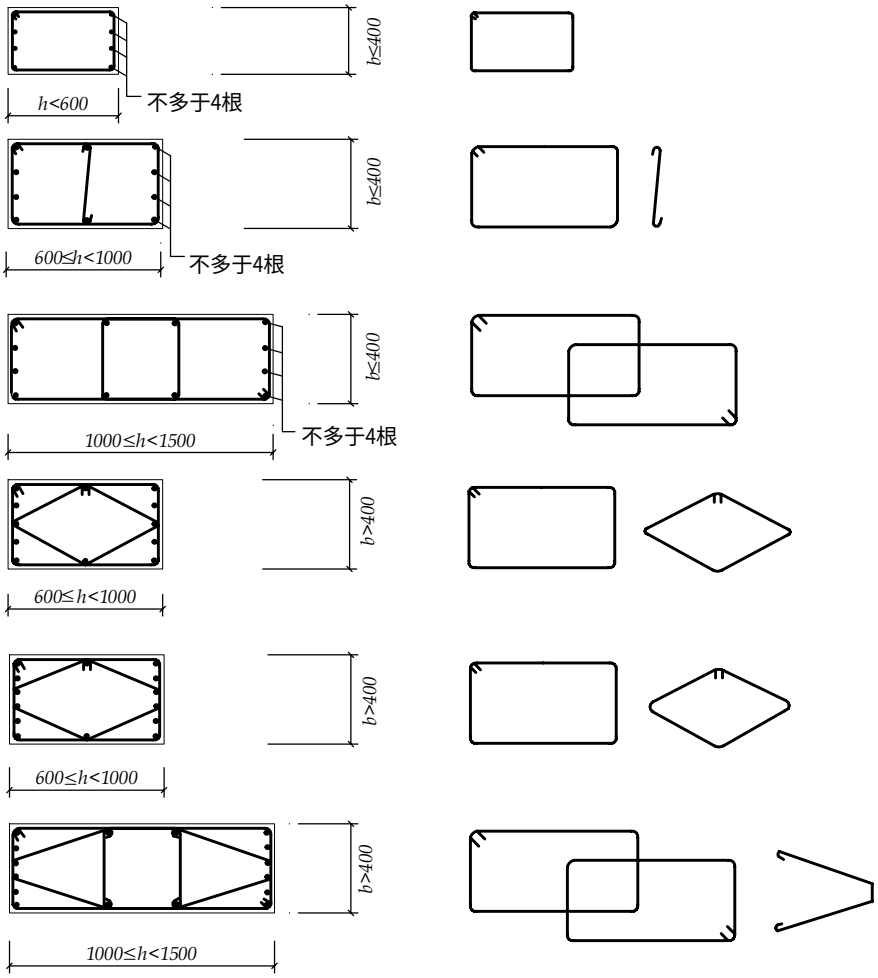



图 7-18 矩形偏心受压构件的箍筋布置形式（尺寸单位：mm）

**例 7-1** 钢筋混凝土偏心受压构件，截面尺寸为 $b\times h=320\text{mm}\times400\text{mm}$，两个方向（弯矩作用方向和垂直于弯矩作用方向）的计算长度均为 $l_0=4\text{m}$。轴向力组合设计值 $N_d=188\text{kN}$，相应弯矩组合设计值 $M_d=120\text{kN}\cdot\text{m}$。预制构件拟采用水平浇筑 C20 混凝土，纵向钢筋为 HRB335 级钢筋，I 类环境条件，安全等级为二级。试选择钢筋，并进行截面复核。

**解：** $f_{cd}$=9.2Mpa， $f_{sd}=f'_{sd}$=280 Mpa， $\xi_b=0.56$， $\gamma_0=1.0$。

截面设计

轴向力计算值 $N=\gamma_0N_d=188\text{kN}$，弯矩计算值 $M=\gamma_0M_d=120\text{kN}\cdot\text{m}$，可得到偏心距 $e_0$ 为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{120\times10^6}{188\times10^3}=638\text{mm}$$

弯矩作用平面内的长细比为 $\frac{l_0}{h}=\frac{4000}{400}=10>5$，故应考虑偏心距增大系数 $\eta$。$\eta$ 值按式（7-2）计算。设 $a_s=a_s^{'}=40\text{mm}$，则 $h_0=h-a_s=4000-40=360\text{mm}$。

$$\xi_1=0.2+2.7\frac{e_0}{h_0}=0.2+2.7\times\frac{638}{360}=4.99>1，\text{取}\xi_1=1.0；$$

$$\xi_2=1.15-0.01\frac{l_0}{h}=1.15-0.010\times10=1.05>1\ \text{取}\xi_2=1.0。$$

则

$$\eta=1+\frac{1}{1400\dfrac{e_0}{h_0}}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\xi_1\xi_2=1+\frac{1}{1400\times\dfrac{638}{360}}(10)^2=1.04$$

（1）大、小偏心受压的初步判定

$\eta e_0=1.04\times638=664\text{mm}>0.3h_0(=0.3\times360=108\text{mm})$，故可先按大偏心受压情况进行设计。

（2）计算所需的纵向钢筋面积

属于大偏心受压求钢筋 $A_s$ 和 $A_s^{'}$ 的情况。取 $\xi=\xi_b=0.56$。由式（7-14）得

$$A_s^{'}=\frac{Ne_s-\xi_b(1-0.5\xi_b)f_{cd}bh_0^2}{f_{sd}^{'}(h_0-a_s^{'})}$$

$$=\frac{188\times10^3\times824-0.56(1-0.5\times0.56)\times9.2\times300\times360^2}{280(360-40)}$$

$$=119\text{mm}^2<(0.002\times300\times400)=240\text{mm}^2，\text{取}A_s^{'}=240\text{mm}^2。$$

由式（7-15）得

$$A_s=\frac{\xi_b f_{cd}bh_0+f_{sd}^{'}A_s^{'}-N}{f_{sd}}$$

$$=\frac{0.56\times9.2\times300\times360+280\times240-188\times10^3}{280}$$

$$=1556\text{mm}^2>\rho_{\min}bh(=0.002\times300\times400=240\text{mm}^2)$$

现选用受压钢筋为 $3\underline{\phi}12$，$A_s^{'}=339\text{mm}^2$，$\rho^{'}=0.28\%>0.2\%$；受拉钢筋为 $4\underline{\phi}22$，$A_s=1520\text{mm}^2$，$\rho=1.27\%>0.2\%$，$\rho+\rho^{'}=1.55\%>0.5\%$。

设计的纵向钢筋沿截面短边 $b$ 方向布置一排（图 7-19），因偏心压杆采用水平浇筑混凝土预制构件，故纵筋最小净距采用 30mm。所需截面最小宽度 $b_{\min}=2\times30+3\times30+4\times25.1=250\text{mm}<b$ =300mm。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

设计截面中取$a_s = a_s^{'} = 43\text{mm}$。

2）截面复核

（1）垂直于弯矩作用平面的截面复核

因为长细比$l_0/b = 4000/300 = 13 > 8$，故由附表 1-10 中可查得$\varphi = 0.935$，则

$$N_u = 0.9\varphi\left[f_{cd}bh + f_{sd}^{'}\left(A_s + A_s^{'}\right)\right]$$
$$= 0.9 \times 0.935\left[9.2 \times 300 \times 400 + 280(1520 + 339)\right]$$
$$= 1367.03 \times 10^3\,\text{N} = 1367.03\text{kN} > N = 188\text{kN}$$

满足设计要求。

（2）弯矩作用平面的截面复核

截面实际有效高度$h_0 = 400 - 43 = 357\text{mm}$，计算得$\eta = 1.04$。而$\eta e_0 = 664\text{mm}$，

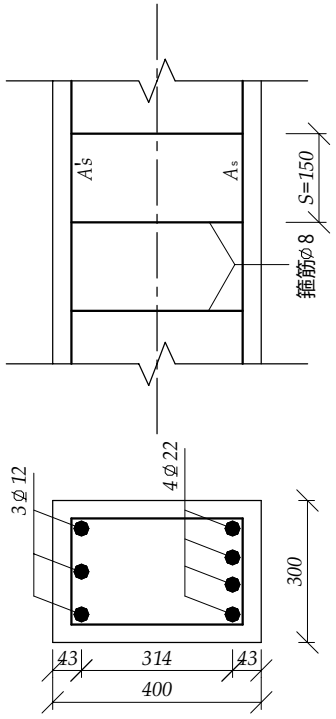



图 7-19　例 7-1 题截面配筋图（尺寸单位：mm）

$$e_s = \eta e_0 + \frac{h}{2} - a_s = 664 + \frac{400}{2} - 43 = 821\text{mm}$$
$$e_s^{'} = \eta e_0 - \frac{h}{2} + a_s = 664 - \frac{400}{2} + 43 = 507\text{mm}$$

假定为大偏心受压，即取$\sigma_s = f_{sd}$，由式（7-26）可解得混凝土受压构高度 *x* 为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$x=(h_0-e_s)+\sqrt{(h_0-e_s)^2+2\times\frac{f_{sd}A_s e_s-f_{sd}^{'}A_s^{'}e_s^{'}}{f_{cd}b}}$$

$$=(357-821)+\sqrt{(357-821)^2+2\times\frac{280\times1520\times821-280\times339\times507}{9.2\times300}}$$

$$=195\text{mm}\begin{cases}<\xi_b h_0(=0.56\times357=200\text{mm})\\ >(2a_s^{'}=2\times43=86\text{mm})\end{cases}$$

计算表明为大偏心受压

由式（7-4）可得截面承载能力

$$N_u=f_{cd}bx+f_{sd}^{'}A_s^{'}-\sigma_s A_s$$

$$=9.2\times300\times195+280\times339-280\times1520$$

$$=207.52\times10^3\text{N}=207.52\text{kN}>N(=188\text{kN})$$

满足正截面承载能力要求。

经截面复核，确认（图 7-19）的截面设计。箍筋采用 $\phi$8，间距按照普通箍筋柱构造要求选用。

**例 7-2**　钢筋混凝土偏心受压构件截面尺寸 $b\times h=400mm\times500mm$，轴向压力计算值为 $N=200\text{kN}$，弯矩计算值为 $M=120\text{kN}\cdot\text{m}$。弯矩作用方向的计算长度 $l_{oy}=4\text{m}$，垂直于弯矩作用方向的计算长度 $l_{ox}=5.71\text{m}$。I 类环境条件。截面受压区已配置 4$\underline{\Phi}$ 22（图 7-20），$A_s^{'}=1520\text{mm}^2$。采用 C25 混凝土现浇构件，纵向钢筋为 HRB335 级，试进行配筋计算，并复核偏心受压构件截面承载能力。

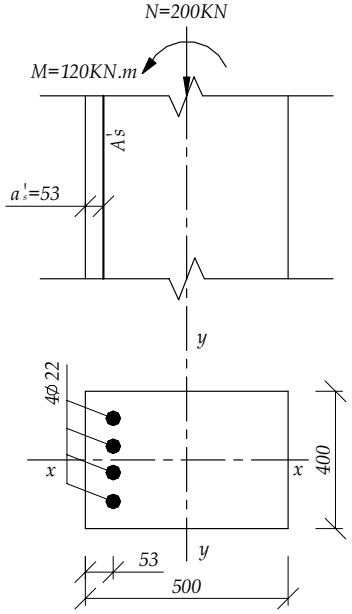



图 7-20　　例题 7-2 图　（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

**解：** $f_{cd}=11.5\text{MPa}$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}=280\text{MPa}$，$\xi_b=0.56$，$\gamma_0=1.0$。

1）截面设计

由已知 $N=200\text{kN}$，$M=120\text{kN}\cdot\text{m}$，可得到偏心距 $e_0$ 为

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{120\times10^6}{200\times10^3}=600\text{mm}$$

偏心压杆在弯矩作用方向的长细比为

$$\frac{l_0}{h}=\frac{4000}{500}=8>5$$

由(图 7-20)可知，$a_s^{'}=53\text{mm}$。现取 $a_s=53\text{mm}$，则 $h_0=h-a_s=500-53=447\text{mm}$。由式（7-2）计算得 $\eta=1.034$。

（1）大、小偏心受压的初步判定

$\eta e_0=1.034\times600=620\text{mm}>0.3h_0(=0.3\times465=140\text{mm})$，故可先按大偏心受压构件进行设计计算。

$$e_s=\eta e_0+\frac{h}{2}-a_s=620+\frac{500}{2}-53=817\text{mm}$$

$$e_s^{'}=\eta e_0-\frac{h}{2}+a_s=620-\frac{500}{2}+53=423\text{mm}$$

（2）计算所需纵向钢筋 $A_s$ 的面积

由式（7-16），计算得到受压区高度 $x=(-2)\text{mm}$。计算的受压区高度 $x$ 为负值，可以认为是 $x<2a^{'}$ 的情况。由式（7-18）可得

$$A_s=\frac{Ne_s^{'}}{f_{sd}^{'}(h_0-a_s^{'})}=\frac{200\times10^3\times423}{280(447-53)}=767\text{mm}^2$$

由此，现选择 $3\underline{\phi}18$，$A_s=942\text{mm}^2>\rho_{\min}bh(=0.002\times400\times500=400\text{mm}^2)$。设计截面的纵筋布置见（图 7-21）。经检查，纵筋间距符合构造要求，$a_s^{'}=53\text{mm}$，$a_s=53\text{mm}$。而 $\rho+\rho^{'}=(1520+942)/(400\times500)=1.23\%>0.5\%$，满足要求。截面布置见（图 7-21）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

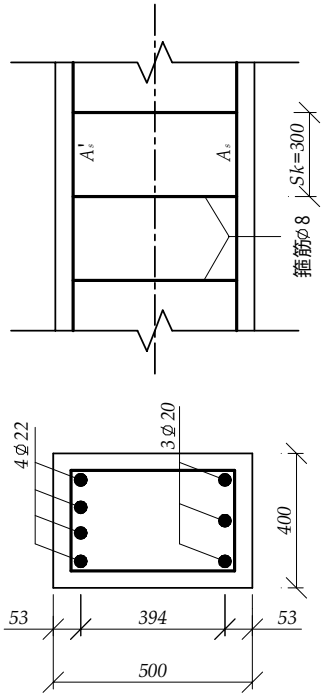



图 7-21　例题 7-2 截面配筋图

2）截面复核

（1）垂直于弯矩作用平面内的截面复核

构件在垂直于弯矩作用方向上的长细比 $l_0/b = 5710/400 = 14.3$，查附表 1-10 得到 $\varphi = 0.91$，则

$$\begin{aligned} N_u &= 0.9\varphi\left[f_{cd}bh + f_{sd}'\left(A_s + A_s'\right)\right] \\ &= 0.9\times 0.91\left[11.5\times 400\times 500 + 280\left(942 + 1520\right)\right] \\ &= 2448.29\times 10^3 N = 2448.29\text{kN} > N(= 200\text{kN}) \end{aligned}$$

满足要求。

（2）弯矩作用平面内的截面复核

由（图 7-21）可知，$a_s = 53\text{mm}$，$a_s' = 53\text{mm}$，$A_s = 942\text{mm}^3$，$A_s' = 1520\text{mm}^2$，$h_0 = 447\text{mm}$，计算得到 $\eta = 1.034$，$\eta e_0 = 620\text{mm}$，$e_s = 817\text{mm}$，$e_s' = 423\text{mm}$。

假定为大偏心受压，即取 $\sigma_s = f_{sd}$，由式（7-26）可解得混凝土受压区高度 $x = 21\text{mm} < 2a_s'(= 106\text{mm})$，计算表明确为大偏心受压，但受压区高度 $x < 2a'$，则由式（7-12）计算

$$N = \frac{f_{sd}A_s\left(h_0 - a_s'\right)}{e'} = \frac{280\times 942\left(447 - 53\right)}{423}$$

$$= 245.68\times 10^3\,\text{N} = 245.68\text{kN} > N(= 200\text{kN})$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

偏心受压构件在弯矩作用平面内的承载能力 $N_u$ 满足设计规范要求。

**例 7-3** 钢筋混凝土偏心受压构件，截面尺寸 $b\times h=400\text{mm}\times 600\text{mm}$。弯矩作用方向及垂直于弯矩作用方向的构件计算长度 $l_0$ 均为 4.5m。作用在构件截面上的计算轴向力 $N=1500\text{kN}$，计算弯矩 $M=200\text{kN}\cdot\text{m}$。I 类环境条件，现浇构件欲采用 C20 混凝土，纵向钢筋为 HRB335 级钢筋。试进行配筋设计并进行截面复核。

**解：** $f_{cd}=9.5\text{MPa}$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}=280\text{MPa}$，$E_s=2.0\times10^5\text{MPa}$，$\xi_b=0.56$，$\beta=0.8$。

1）截面设计

由 $N=1500\text{kN}$，$M=200\text{kN}\cdot\text{m}$，可得到偏心距 $e_0$ 为

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{200\times10^6}{1500\times10^3}=133\text{mm}$$

构件在弯矩作用平面内的长细比为

$$\lambda=\frac{l_0}{h}=\frac{4.5\times10^3}{600}=7.5>5$$

设 $a_s=a_s^{'}=54\text{mm}$，则 $h_0=h-a_s=600-54=546\text{mm}$，由式（7-2）计算得到 $\eta=1.142$。

（1）大、小偏心受压的初步判定

$$\eta e_0=1.142\times133=152\text{mm}<0.3h_0=164\text{mm}$$

初步判定属小偏心受压。

（2）计算所需的纵向钢筋面积

本例属于小偏心受压构件欲求钢筋 $A_s$ 和钢筋 $A_s^{'}$ 的情况。取 $A_s=0.002bh=0.002\times400\times600=480\text{mm}^2$，而

$$e_s=\eta e_0+h/2-a_s=152+600/2-54=398\text{mm}$$

$$e_s^{'}=\eta e_0-h/2+a_s^{'}=152-600/2+54=-94\text{mm}$$

下面采用式（7-20）来计算 $x$ 值。按式（7-20），有

$$Ax^3+Bx^2+cx+D=0$$

其中 $A=-0.5f_{cd}b=-0.5\times9.5\times400=-1900$

$$B=f_{cd}ba_s^{'}=9.5\times400\times54=205200$$

$$\begin{aligned}C&=\varepsilon_{cu}E_sA_s\left(a_s^{'}-h_0\right)-Ne_s^{'}\\&=0.0033\times2\times10^5\times480\left(54-546\right)-1500\times10^3\times\left(-94\right)\\&=-14865600\end{aligned}$$

（因混凝土强度等级在 C50 以下，故取 $\varepsilon_{cu}=0.0033$）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$D=\beta\varepsilon_{cu}E_sA_s\left(h_0-a_s^{'}\right)h_0$$
$$=0.8\times0.0033\times2\times10^5\times480\left(546-54\right)\times546$$
$$=6.8082\times10^{10}$$

用牛顿迭代法，可解得 $x=361\text{mm}$。

按式（7-23），解得近似值 $x\approx363\text{mm}$。与按式（7-20）解得的 $x=361\text{mm}$，误差仅为 0.55%。

现取截面受压区高度 $x=361\text{mm}$，则

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{361}{546}=0.661\quad\begin{cases}>\xi_b(=0.56)\\ <h/h_0\ (=1.099)\end{cases}$$

故可按截面部分受压的小偏心受压构件计算。

以 $\xi=0.661$ 代入式（7-10），钢筋 $A_s$ 中的应力为

$$\sigma_s=\varepsilon_{cu}E_s(\frac{\beta}{\xi}-1)$$
$$=0.0033\times2\times10^5(\frac{0.8}{0.661}-1)$$
$$=138.79\text{MPa}\ \text{（拉应力）}$$

将 $A_s=437\text{mm}^2$，$\sigma_s=138.79\text{MPa}$，$x=361\text{mm}$ 及有关已知值代入式（7-4），解得 $A_s^{'}=675\text{mm}^2>\rho_{\min}^{'}bh(=0.002\times400\times600=480\text{mm}^2)$。

现选择 $A_s$ 为 3$\underline{\Phi}$14，$A_s=462\text{mm}^2$；$A_s^{'}$ 为 3$\underline{\Phi}$18，$A_s^{'}=763\text{mm}^2$。取 $a_s=50\text{mm}$，$a_s^{'}=50\text{mm}$。设计的纵向钢筋沿截面短边 $b$ 方向布置一排（图 7-22），所需截面最小宽度

$b_{\min}=2\times40+2\times50+2\times20.5=242\text{mm}<b=400\text{mm}$

2）截面复核

（1） 垂直于弯矩作用平面内的截面复核

构件在垂直于弯矩作用方向上的长细比 $l_0/b=450/400=11.25$。查附表 1-10，得到稳定系数 $\varphi=0.96$。由式（6-7）计算得到在垂直于弯矩作用平面的正截面承载能力 $N_u=2332.91\text{kN}>N=1500\text{kN}$。满足要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

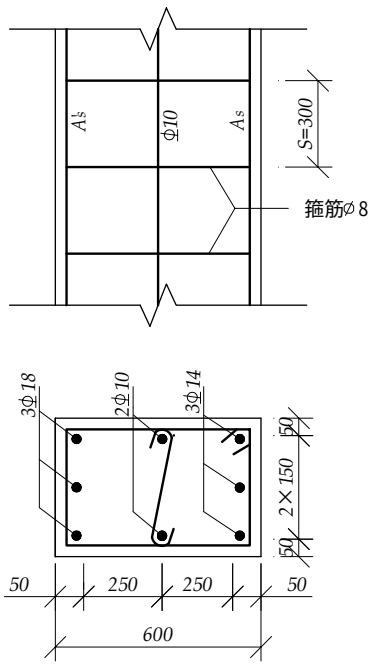



图 7-22　例 7-3 截面配筋图（尺寸单位：mm）

（2）在弯矩作用平面内的截面复核

由（图 7-22）可得，$a_s = 50\text{mm}$，$A_s = 462\text{mm}$；$a_s' = 50\text{mm}$，$A_s' = 763\text{mm}^2$，$h_0 = 600 - 50 = 550\text{mm}$。

由式（7-22）计算得到 $\eta = 1.141$，$\eta e_0 = 152\text{mm}$。$e_s = \eta e_0 + h/2 - a_s = 402\text{mm}$，$e_s' = \eta e_0 - h/2 + a_s = -98\text{mm}$。

假定为大偏心受压构件，即取 $\sigma_s = f_{sd}$。由式（7-26）可求得受压区高度 $x = 393\text{mm} > \xi_b h_0 (= 308\text{mm})$，故截面应为小偏心受压。

按小偏心受压，由式（7-27）重新计算截面受压区高度 $x$ 如下。

$$Ax^3 + Bx^2 + cx + d = 0$$

其中　$A = 0.5 f_{cd} b = 0.5 \times 9.5 \times 400 = 1900$；

$$\begin{aligned} B &= f_{cd} b(e_s - h_0) = 9.5 \times 400 \times (402 - 550) \\ &= -562400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \varepsilon_{cu} E_s A_s e_s + f_{sd}' A_s' e_s' \\ &= 0.0033 \times 2 \times 10^5 \times 462 \times 402 + 280 \times 763 \times (-98) \\ &= 10.164 \times 10^7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= -\beta \varepsilon_{cu} E_s A_s e_s h_0 \\ &= -0.8 \times 0.0033 \times 2 \times 10^5 \times 462 \times 402 \times 550 \\ &= -5.393425 \times 10^{10} \end{aligned}$$

由牛顿迭代法，解得 $x = 363\text{mm} > \xi_b h_0 (= 308\text{mm})$。而由式（7-29）解得近似解 $x = 367\text{mm}$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

现取截面受压区高度 $x=363\text{mm}$，则

$$\xi=\frac{x}{h_0}=\frac{363}{550}$$

$$=0.660\begin{cases}>\xi_b(=0.56)\\ <h/h_0\ (=1.09)\end{cases}$$

故本例为截面部分受压的小偏心受压构件。

由式（7-10）求钢筋 $A_s$ 中的应力 $\sigma_s$ 为

$$\sigma_s=\varepsilon_{cu}E_s(\frac{\beta}{\xi}-1)$$

$$=0.0033\times2\times10^5(\frac{0.8}{0.660}-1)$$

$$=140\text{MPa}\ （拉应力）$$

由式（7-4）可求得截面承载能力为

$$N_u=f_{cd}bx+f_{sd}^{'}A_s^{'}-\sigma_sA_s$$

$$=9.5\times400\times363+280\times763-140\times462$$

$$=1528.36\times10^3\text{N}=1528.36\text{kN}>N(=1500\text{kN})$$

（图 7-22）中箍筋采用 $\phi8$，间距按照普通箍筋柱构造要求选用。

### 7.3.4 矩形截面偏心受压构件对称配筋的计算方法

在实际工程中，偏心受压构件在不同荷载作用下，可能会产生相反方向的弯矩，当其数值相差不大时，或即使相反方向弯矩相差较大，但按对称配筋设计求得的纵筋总量，比按非对称设计所得纵筋的总量增加不多时，为使构造简单及便于施工，宜采用对称配筋。装配式偏心受压构件，为了保证安装时不会出错，一般也宜采用对称配筋。

对称配筋是指截面的两侧用相同钢筋等级和数量的配筋，即 $A_s=A_s^{'}$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}$，$a_s=a_s^{'}$。

对于矩形截面对称配筋的偏心受压构件计算，仍依据前述基本公式（7-4）至式（7-13）进行，也可分为截面设计和截面复核两种情况。

1）截面设计

（1）大、小偏心受压构件的判别

现假定为大偏心受压，由于是对称配筋，$A_s=A_s^{'}$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}$，相当于补充了一个设计条件，现令轴向力计算值 $N=\gamma_0N_d$，则由式（7-4）可得到：

$$N=f_{cd}bx$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

以 $x=\xi h_0$ 代入上式，整理后得到

$$\xi=\frac{N}{f_{cd}bh_0} \tag{7-31}$$

当按式（7-31）计算的 $\xi\le\xi_b$ 时，按大偏心受压构件设计；当 $\xi>\xi_b$ 时，按小偏心受压构件设计。

（2）大偏心受压构件（$\xi\le\xi_b$）的计算

当 $2a_s^{'}\le x\le\xi_b h_0$ 时，直接利用式（7-5）可得到

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne_s-f_{cd}bh_0^2\xi(1-0.5\xi)}{f_{sd}^{'}(h_0-a_s^{'})} \tag{7-32}$$

式中 $e_s=\eta e_0+\frac{h}{2}-a_s$。当 $x<2a_s^{'}$ 时，按照式（7-18）来求得钢筋。

（3）小偏心受压构件（$\xi>\xi_b$）的计算

对称配筋的小偏心受压构件，由于 $A_s=A_s^{'}$，即使在全截面受压情况下，也不会出现远离偏心压力作用点一侧混凝土先破坏的情况。

首先应计算截面受压区高度 $x$。《公路桥规》建议矩形截面对称配筋的小偏心受压构件截面相对受压区高度 $\xi$ 按下式计算：

$$\xi=\frac{N-f_{cd}bh_0\xi_b}{\dfrac{Ne-0.43f_{cd}bh_0^2}{(\beta-\xi_b)(h_0-a_s^{'})}+f_{cd}bh_0}+\xi_b \tag{7-33}$$

式中 $\beta$ 为截面受压区矩形应力图高度与实际受压区高度的比值，取值详见表 7-1。求得 $\xi$ 的值后，由式（7-32）可求得所需的钢筋面积。

2）截面复核

截面复核仍是对偏心受压构件垂直于弯矩作用方向和弯矩作用方向都进行计算，计算方法与截面非对称配筋方法相同。

**例 7-4**　钢筋混凝土偏心受压构件，截面尺寸为 $b\times h=400\text{mm}\times500\text{mm}$，构件在弯矩作用方向和垂直于弯矩作用方向上的计算长度均为 4m。I 类环境条件。轴向力计算值 $N=400\text{kN}$，弯矩计算值 $M=240\text{kN}\cdot\text{m}$。C20 级混凝土，纵向钢筋采用 HRB335 级钢筋，试求对称配筋时所需钢筋数量并复核截面。

**解：** $f_{cd}=9.2\text{MPa}$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}=280\text{MPa}$，$\xi_b=0.56$

1）截面设计

由 $N=400\text{kN}$，$M=240\text{kN}\cdot\text{m}$，可得到偏心距为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{240\times10^6}{400\times10^3}=600\text{mm}$$

在弯矩作用方向，构件长细比 $l_0/h=4000/500=8>5$。设 $a_s=a_s'=53\text{mm}$，$h_0=h-a_s=447\text{mm}$，由式（7-2）可计算得到 $\eta=1.034$，$\eta e_0=620\text{mm}$。

（1）判别大、小偏心受压　由式（7-31）可得截面相对受压区高度 $\xi$ 为

$$\xi=\frac{N}{f_{cd}bh_0}=\frac{400\times10^3}{9.2\times400\times447}$$

$$=0.243<\xi_b(=0.56)$$

故可按大偏心受压构件设计。

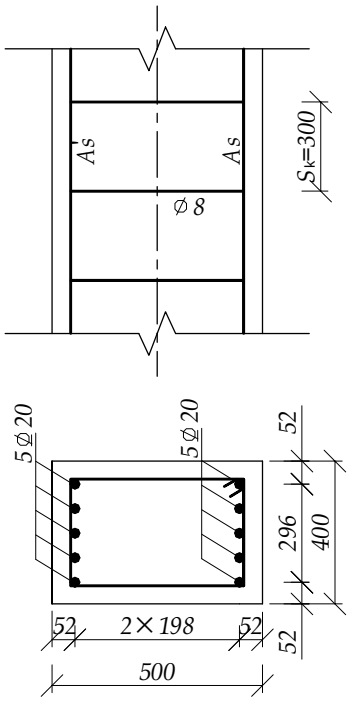



图 7-23　例题 7-4 截面配筋图（尺寸单位：mm）

（2）求纵向钢筋面积

由 $\xi=0.243$，$h_0=447\text{mm}$，得到受压区高度 $x=\xi h_0=0.243\times447=109\text{mm}>2a_s'=106\text{mm}$。

而
$$e_s=\eta e_0+\frac{h}{2}-a_s=620+\frac{500}{2}-53=817\text{mm}$$

由式（7-32）可得到所需纵向钢筋面积为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

$$A_s = A_s' = \frac{Ne_s - f_{cd}bh_0^2\xi(1-0.5\xi)}{f_{sd}(h_0 - a_s')}$$

$$= \frac{400\times10^3\times817 - 9.2\times400\times447^2\times0.243(1-0.5\times0.243)}{280(447-53)}$$

$$= 1539\text{mm}^2$$

选每侧钢筋为 5Φ20，即 $A_s = A_s' = 1570\text{mm}^2 > 0.002bh(= 0.002\times400\times500 = 368\ \text{mm}^2)$，每侧布置钢筋所需最小宽度 $b_{\min} = 2\times40 + 4\times50 + 5\times22.7 = 394\text{mm} < b(= 400\text{mm})$，而 $a_s$ 和 $a_s'$ 取为 52mm。截面布置如（图 7-23）。

2）截面复核

（1）在垂直于弯矩作用平面内的截面复核

长细比 $l_0/h = 4000/400 = 10$，由附表 1-10 查得 $\varphi = 0.98$，则由式（6-7）可求得 $N_u = 2398\text{kN} > N(= 400\text{kN})$，满足要求。

（2）在弯矩作用平面内的截面复核

由（图 7-22）可得到 $a_s = a_s' = 52\text{mm}$，$A_s = A_s' = 1570\text{mm}^2$，$h_0 = 448\text{mm}$，$e_s = 818\text{mm}$，$e_s' = \eta e_0 - h/2 + a_s' = 620 - 500/2 + 52 = 422\text{mm}$。

假定为大偏心受压，即取 $\sigma_s = f_{sd}$，由式（7-26）可解得混凝土受压区高度 $x$ 为

$$x = (h_0 - e) + \sqrt{(h_0 - e)^2 + \frac{2f_{sd}A_s(e - e')}{f_{cd}b}}$$

$$= (448 - 818) + \sqrt{(448-818)^2 + \frac{2\times280\times1570(818-422)}{9.2\times400}}$$

$$= 111\text{mm} \begin{cases} < \xi_b h_0 (= 0.56\times448 = 251\text{mm}) \\ > 2a_s' (= 2\times52 = 104mm) \end{cases}$$

故确为大偏心受压构件。

由式（7-4）可得截面承载力为

$$N_u = f_{cd}bx = 9.2\times400\times111 = 408.48\times10^3 N = 408.48KN > N(= 400KN)$$

满足要求。

**例 7-5**　已知钢筋混凝土偏心受压构件截面尺寸 $b\times h = 400\text{mm}\times600\text{mm}$，在弯矩作用平面及垂直于弯矩作用平面的计算长度均为 $l_0 = 4.5\text{m}$。I 类环境条件。承受计算轴向力 $N = 3000\text{kN}$，计算弯矩 $M = 235\text{kN}\cdot\text{m}$。采用 C35 级混凝土，纵向钢筋为 HRB335 级钢



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

筋，对称布筋。试求纵向钢筋所需面积。

**解：** $f_{cd}=16.1\text{Mpa}$，$f_{sd}=f_{sd}^{'}=280\text{MPa}$，$\xi_b=0.56$，$\beta=0.8$。

由 $N=3000\text{kN}$，$M=235\text{kN}\cdot\text{m}$，可得到偏心距 $e_0$ 为

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{235\times10^6}{3000\times10^3}=78\text{mm}$$

构件在弯矩作用方向的长细比 $l_0/h=4500/600=7.5>5$。设 $a_s=a_s^{'}=55\text{mm}$，$h_0=h-a_s=545\text{mm}$。由式（7-2）计算得到偏心距增大系数 $\eta=1.165$，则 $\eta e_0=91\text{mm}$。

（1）判别大、小偏心受压

由式（7-31）可得

$$\xi=\frac{N}{f_{cd}bh_0}=\frac{3000\times10^3}{16.1\times400\times545}$$

$$=0.855>\xi_b(=0.56)$$

故应按照小偏心受压构件设计。

（2）求纵向钢筋面积

由 $\eta e_0=91\text{mm}$，可求得 $e_s=\eta e_0+h/2-a_s=91+600/2-55=336\text{mm}$，$e_s^{'}=\eta e_0-h/2+a_s^{'}=91-600/2+55=-154\text{mm}$，按式（7-33）计算 $\xi$ 值为

$$\xi=\frac{N-f_{cd}bh_0\xi_b}{\dfrac{Ne_s-0.43f_{cd}bh_0^2}{(\beta-\xi_b)(h_0-a_s^{'})}+f_{cd}bh_0}+\xi_b$$

$$=\frac{3000\times10^3-16.1\times400\times545\times0.56}{\dfrac{3000\times10^3\times336-0.43\times16.1\times400\times545^2}{(0.8-0.56)(545-55)}+16.1\times400\times545}+\times0.56$$

$$=0.763>\xi_b(=0.56)$$

将 $\xi=0.763$ 代入式（7-32）可得

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne_s-\xi(1-0.5\xi)f_{cd}bh_0^2}{f_{sd}^{'}(h_0-a_s^{'})}$$

$$=\frac{3000\times10^3\times336-0.763(1-0.5\times0.763)\times16.1\times400\times545^2}{280\times(545-55)}$$

$$=767\text{mm}^2$$

截面每侧设置 3$\underline{\Phi}$18，$A_s=A_s^{'}=763\text{mm}^2>0.002bh_0(=448\text{mm}^2)$，截面所需最小宽度 $b_{\min}=2\times40+2\times50+3\times20.5=242\text{mm}<b(=400\text{mm})$。而 $a_s=a_s^{'}=50\text{mm}$，截面



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

布置如（图 7-24）。

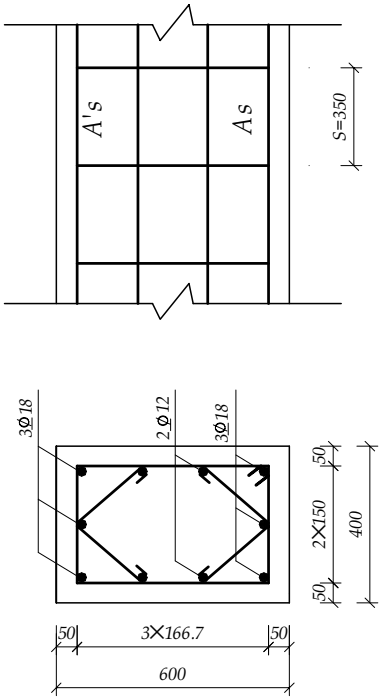



图 7-24　例题 7-5 截面配筋图（尺寸单位：mm）

## 7.4　工字形和 T 形截面偏心受压构件

为了节省混凝土和减轻自重，对于截面尺寸较大的偏心受压构件，一般采用工字形、箱形和 T 形截面，例如大跨径钢筋混凝土拱桥的拱肋、刚架桥的立柱等，常采用这些截面形式。

对于工字形、箱形和 T 形截面偏心受压构件的构造要求，与矩形偏心受压构件相同。在箍筋的布置上，应注意不允许采用有内折角的箍筋[图 7-24b）]，因为有内折角的箍筋受力后有拉直的趋势，其合力使内折角处混凝土崩裂，应采用[图 7-24a)]所示的叠套箍筋形式并要求在箍筋转角处设置纵向钢筋，以形成骨架。

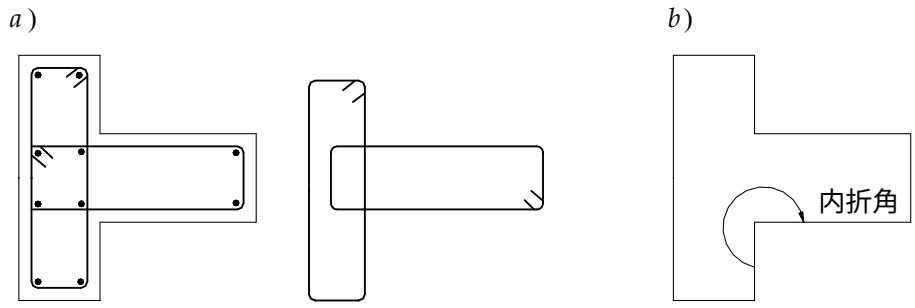



图 7-25　T 形截面偏压构件箍筋形式

a)叠套（复合）箍筋形式　b)错误的箍筋形式

试验研究和计算分析表明，工字形、箱形和 T 形截面偏心受压构件的破坏形态，计算方法及原则都与矩形截面偏心受压构件相同，也分为大偏心受压和小偏心受压两类偏心受压



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

构件，仅截面的几何特征值不同。

工字形截面除去其受拉翼板，即成为具有受压翼板的 T 形截面，而箱形截面也很容易化为等效工字形截面来计算，可以说工字形截面偏心受压构件具有 T 形截面和箱形截面偏心受压构件的共性，故本节以工字形截面偏心受压构件来介绍这一类截面型式的偏压构件计算原理。

### 7.4.1 正截面承载力基本计算公式

工字形截面偏心受压构件，也有大偏心受压和小偏心受压两种情况，取决于截面受压

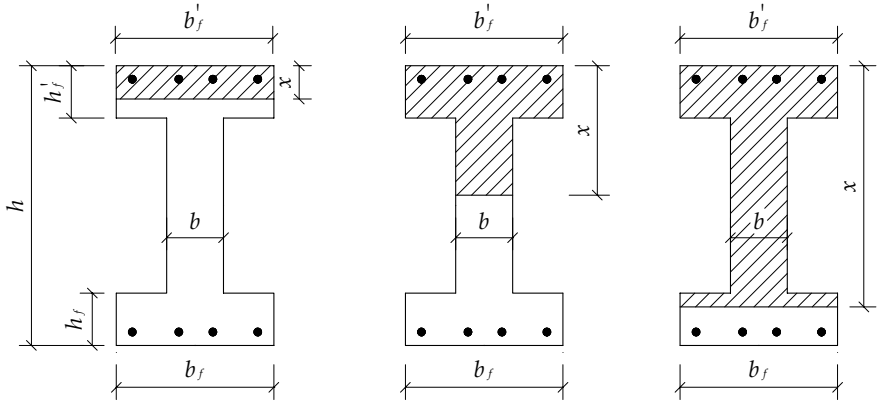



图 7-26　　不同受压区高度 $x$ 的工字形截面

区高度 $x$，但是，与矩形截面不同之处是受压区高度 $x$ 的不同，受压区的形状不同（图 7-26）因而计算公式有所不同。在下述计算公式中，N 为轴向力计算值，$N=\gamma_0 N_d$，其中 $N_d$ 为轴向力组合设计值。

1）当 $x\leq h_f'$ 时，受压区高度位于工字形截面受压翼板内（图 7-27），属于大偏心受压。这时可按照翼板有效宽度为 $b_f'$、有效高度为 $h_0$、受压区高度为 $x$ 的矩形截面偏心受压构件来计算其正截面承载能力。

基本计算公式为

$$N \leq N_u = f_{cd} b_f' x + f_{sd}' A_s' - f_{sd} A_s \tag{7-34}$$

$$Ne_s \leq M_u = f_{cd} b_f' x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f_{sd}' A_s' \left(h_0 - a_s'\right) \tag{7-35}$$

$$f_{cd} b_f' x\left(e_s - h_0 + \frac{x}{2}\right) = f_{sd} A_s e_s - f_{sd}' A_s' e_s' \tag{7-36}$$

式中的 $e_s = \eta e_0 + h_0 - y_s$，$e_s' = \eta e_0 - y_s + a_s'$。$y_s$ 为截面形心轴至截面受压边缘距离。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

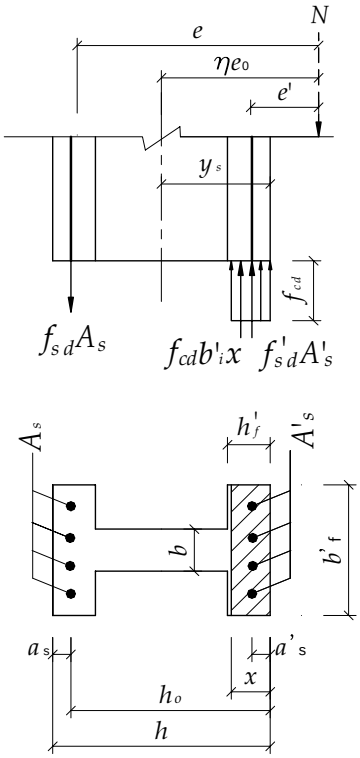



图 7-27　　$x \le h_f'$ 时截面计算图式

公式的适用条件是：

$$x \le \xi_b h_0$$

及

$$2a_s' \le x \le h_f' \tag{7-37}$$

$h_f'$ 为截面受压翼板厚度。

当 $x < 2a_s'$ 时，应按式（7-12）来进行计算。

2）当 $h_f' < x \le (h - h_f)$ 时，受压区高度 $x$ 位于腹板内（图 7-28）。基本计算公式为：

$$N \le N_u = f_{cd}\left[bx + (b_f' - b)h_f'\right] + f_{sd}'A_s' - \sigma_s A_s \tag{7-38}$$

$$Ne_s \le M_u = f_{cd}\left[bx(h_0 - \frac{x}{2}) + (b_f' - b)h_f'(h_0 - \frac{h_f'}{2})\right] + f_{sd}'A_s'(h_0 - a_s') \tag{7-39}$$

$$f_{cd}bx(e_s - h_0 + \frac{x}{2}) + f_{cd}(b_f' - b)h_f'(e_s - h_0 + \frac{h_f'}{2}) = \sigma_s A_s e_s - f_{sd}'A_s'e_s' \tag{7-40}$$

式中各符号意义相同。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

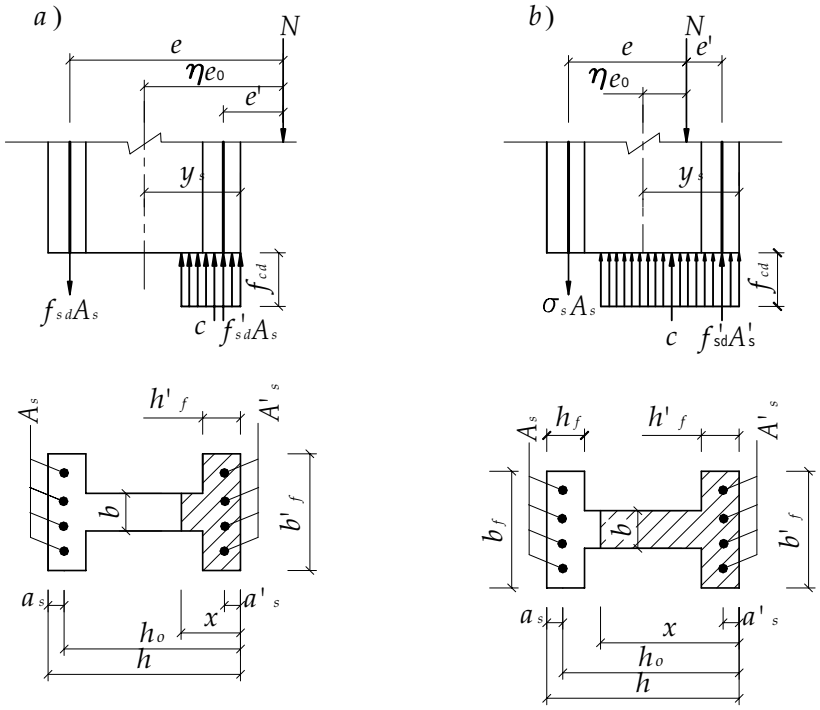



图 7-28　$h_f^{'} < x \le \left(h - h_f\right)$时截面计算图式

a) $h_f^{'} < x \le \xi_b h_0$时　b) $\xi_b h_0 < x \le \left(h - h_f\right)$时

对于式(7-38)和式(7-40)中钢筋$A_s$的应力$\sigma_s$取值规定为：当$x \le \xi_b h_0$时，取$\sigma_s = f_{sd}$；

$x > \xi_b h_0$时，取$\sigma_s = \varepsilon_{cu} E_s (\dfrac{\beta}{\xi} - 1)$计算。

3）当$\left(h - h_f\right) < x \le h$时，受压区高度$x$进入工字形截面受拉或受压较小的翼板内（图7-29）。这时，显然为小偏心受压，基本计算公式为：

$$N \le N_u = f_{cd}\left[bx + \left(b_f^{'} - b\right)h_f^{'} + \left(b_f - b\right)\left(x - h + h_f\right)\right] + f_{sd}^{'} A_s^{'} - \sigma_s A_s \qquad (7\text{-}41)$$

$$Ne_s \le M_u = f_{cd}[bx(h_0 - \frac{x}{2}) + \left(b_f^{'} - b\right)h_f^{'}(h_0 - \frac{h_f^{'}}{2})$$

$$+\left(b_f - b\right)\left(x - h + h_f\right)(h_f - a_s - \frac{x - h + h_f}{2})] + f_s^{'} A_s^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right) \qquad (7\text{-}42)$$

$$f_{cd}\Bigg[bx(e_s - h_0 + \frac{x}{2}) + (b_f^{'} - b)h_f^{'}(e_s - h_0 + \frac{h_f^{'}}{2}) + \left(b_f - b\right)\left(x - h + h_f\right)$$

$$(e_s + a_s - h_f + \frac{x - h + h_f}{2})\Bigg] = \sigma_s A_s e_s - f_{sd}^{'} A_s^{'} e_s^{'} \qquad (7\text{-}43)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

式中$e$和$e'$的物理意义同前；$\sigma_s$为钢筋应力，$\sigma_s=\varepsilon_{cu}E_s(\frac{\beta}{\xi}-1)$；$h_f$、$h_f'$、$b_f$和$b_f'$为截面的某些尺寸，见（图 7-29)。

4）当 $x>h$ 时，则全截面混凝土受压，显然为小偏心受压。这时，取 $x=h$，基本公式为

$$N\le N_u=f_{cd}\left[bh+(b_f-b)h_f'+(b_f-b)h_f\right]+f_{sd}'A_s'+\sigma_sA_s \tag{7-44}$$

$$Ne\le M_u=f_{cd}\left[bh\left(h_0-\frac{h}{2}\right)+(b_f'-b)h_f'\left(h_0-\frac{h_f'}{2}\right)+(b_f-b)h_f\left(\frac{h_f}{2}-a_s\right)\right]+f_{sd}'A_s'(h_0-a_s') \tag{7-45}$$

$$f_{cd}\left[bh(e_s-h_0+\frac{h}{2})+(b_f'-b)h_f'(e_s-h_0+\frac{h_f'}{2})+(b_f-b)h_f(e_s+a_s-\frac{h_f}{2})\right]=\sigma_sA_se_s-f_{sd}'A_s'e_s' \tag{7-46}$$

对于 $x>h$ 的小偏心受压构件，还应防止远离偏心压力作用点一侧截面边缘混凝土先压坏的可能性，即应满足

$$Ne'\le f_{cd}\left[bh\left(h_0'-\frac{h}{2}\right)+(b_f'-b)h_f'\left(\frac{h_f'}{2}-a_s'\right)\right]+f_{cd}(b_f-b)h_f\left(h_0'-\frac{h_f}{2}\right)+f_{sd}'A_s(h_0'-a_s) \tag{7-47}$$

式中$e_s'=y_s'-e_0-a_s'$，$h_0'=h-a_s'$。$y_s'$为截面形心轴至偏心压力作用一侧截面边缘的距离。

式（7-34）~式（7-47）给出了工字形偏心受压构件正截面承载能力计算公式，当$h_f=0$，$b_f=b$，即为 T 形截面承载能力计算公式；当$h_f'=h_f=0$，$b_f'=b_f=b$时，即为矩形截面承载力计算公式。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

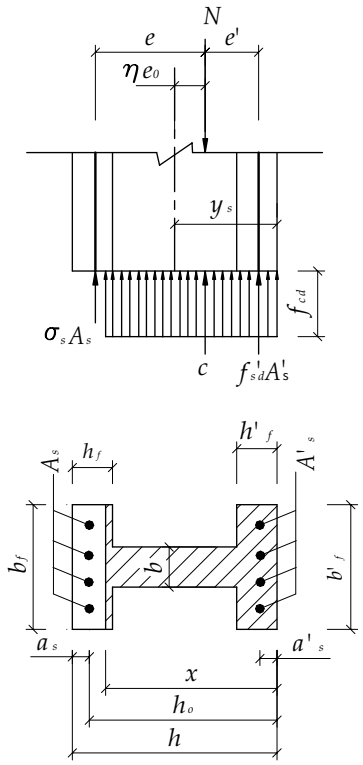



图 7-29　$(h-h_f)<x\le h$ 时截面的计算图式

### 7.4.2　计 算 方 法

工字形、箱形和 T 形截面的偏心受压构件中，T 形截面一般采用非对称配筋形式。工字形和箱形截面可采用非对称配筋形式，也可采用对称配筋形式，在实际工程中，工字形截面偏心受压构件一般采用对称配筋，因此，以下仅介绍对称配筋的工字形截面的计算方法。

对称配筋截面指的是截面对称且钢筋配置对称，对于对称配筋的工字形和箱形截面，就是 $b_f^{'}=b_f$，$h_f^{'}=h_f$，$A_s^{'}=A_s$，$f_{sd}^{'}=f_{sd}$，$a_s=a_s^{'}$。

1）截面设计

对于对称配筋截面，可由式（7-38）并且取 $\sigma_s=f_{sd}$ 得到

$$\xi=\frac{N-f_{cd}\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}}{f_{cd}bh_0} \tag{7-48}$$

当 $\xi\le\xi_b$ 时，按大偏心受压计算；当 $\xi>\xi_b$，按小偏心受压计算。

（2）当 $\xi\le\xi_b$ 时

若 $h_f^{'}<x\le\xi_b h_0$，中性轴位于腹板中，则可将 $x$ 代入式（7- 39），求得钢筋截面面积为

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne_s-f_{cd}\left[bx\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-\frac{h_f^{'}}{2}\right)\right]}{f_{sd}^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)} \tag{7-49}$$

式中　$e_s=\eta e_0+h/2-a_s$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

若 $2a_s^{'} \le x \le h_f^{'}$，中性轴位于受压翼板内，那么应该重新计算受压区高度 $x$

$$x = \frac{N}{f_{cd} b_f^{'}} \tag{7-50}$$

则所需钢筋截面为

$$A_s = A_s^{'} = \frac{Ne - f_{cd} b_f^{'} x\left(h_0 - 0.5x\right)}{f_{sd}^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)} \tag{7-51}$$

当 $x < 2a_s^{'}$ 时，则可按矩形截面方法计算，即式（7-18）来计算所需钢筋 $A_s = A_s^{'}$。

（3）当 $\xi > \xi_b$ 时

这时必须重新计算受压区高度 $x$，然后代入相应公式求得 $A_s = A_s^{'}$。

计算受压区高度 $x$ 时，采用 $\sigma_s = \varepsilon_{cu} E_s \left( \frac{\beta}{\xi} - 1 \right)$ 与相应的基本公式联立求解，例如，当 $h_f^{'} < x \le \left(h - h_f\right)$ 时，应与式（7-38）和式（7-39）联立求解；当 $\left(h - h_f\right) < x \le h$ 时，应与式（7-41）和式（7-42）联立求解，将导致关于 $x$ 的一元三次方程的求解。

在设计时，也可以近似采用下式求截面受压区相对高度系数 $\xi$

①当 $\xi_b h_0 < x \le \left(h - h_f\right)$

$$\xi = \frac{N - f_{cd}\left[\left(b_f^{'} - b\right)h_f^{'} + b\xi_b h_0\right]}{\dfrac{Ne - f_{cd}\left[\left(b_f^{'} - b\right)h_f^{'}\left(h_0 - \dfrac{h_f^{'}}{2}\right) + 0.43bh_0^2\right]}{\left(\beta - \xi_b\right)\left(h_0 - a_s^{'}\right)} + f_{cd} b h_0} + \xi_b \tag{7-52}$$

②当 $\left(h - h_f\right) < x \le h$ 时

$$\xi = \frac{N + f_{cd}\left[\left(b_f - b\right)\left(h - 2h_f\right) - b_f \xi_b h_0\right]}{\dfrac{Ne + f_{cd}\left[0.5(b_f - b)(h - 2h_f)(h_0 - a_s^{'}) - 0.43 b_f h_0^2\right]}{\left(\beta - \xi\right)\left(h_0 - a_s^{'}\right)} + f_{cd} b_f h_0} + \xi_b \tag{7-53}$$

③当 $x > h$ 时，取 $x = h$。

2）截面复核

截面复核方法与矩形截面对称配筋截面复核方法相似，唯计算公式不同。

**例 7-6** 已知工字形截面的钢筋混凝土偏心受压构件，截面尺寸如[图 7-30a）]。构件的计算长度 $l_{ox} = l_{oy} = 11.5$。计算轴向力 $N = 1700\text{kN}$，计算弯矩 $M = 700\text{kN}\cdot\text{m}$。I 类环境条件，安全等级为二级。采用 C35 级混凝土和 HRB335 级钢筋，按对称配筋进行截面设计。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

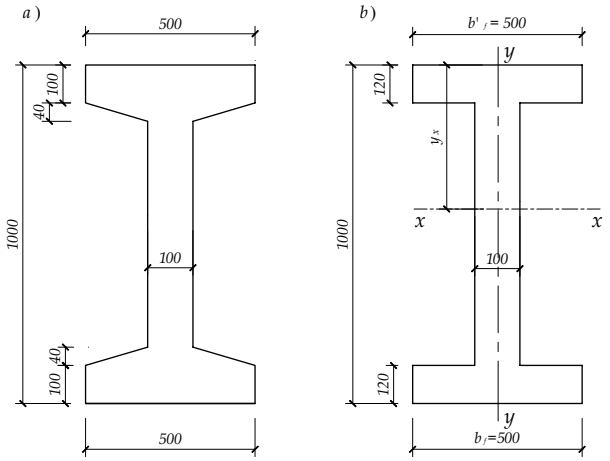



图 7-30 例题 7-6 截面尺寸图（尺寸单位：mm）

a)截面实际尺寸　b)计算时截面尺寸

解：$f_{cd}=16.1\text{MPa}$；$f_{sd}=280\text{MPa}$，$\xi_b=0.56$，$\gamma_0=1.0$。[图 7-31b)]为计算截面，$b_f=b_f^{'}=500\text{mm}$，$h_f=h_f^{'}=120\text{mm}$，$b=100\text{mm}$，$h=1000\text{mm}$。

1）截面设计

由已知 $N=1700\text{kN}$，　$M=700\text{kN}\cdot\text{m}$，得到偏心距 $e_0$ 为

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{700\times10^6}{1700\times10^3}=412\text{mm}$$

设　$a_s=a_s^{'}=50\text{mm}$　，　则　$h_0=h-a_s=1000-50=950\text{mm}$　，　长　细　比 $l_{ox}/h=11500/1000=11.5$ 则

$$\xi_1=0.2+2.7\times\frac{412}{950}$$

$$=1.37>1，\text{取}\xi_1=1$$

$$\xi_2=1.15-0.01\times\frac{11500}{1000}$$

$$=1.0357>1，\text{取}\xi_2=1$$

$$\eta=1+\frac{1}{1400\left(e_0/h_0\right)}\left(\frac{l_0}{h}\right)^2\xi_1\xi_2$$

$$=1+\frac{1}{1400\left(412/950\right)}\left(\frac{11500}{1000}\right)^2\times1\times1$$

$$=1.218$$

$$\eta e_0=1.218\times412=502\text{mm}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

（1）大、小偏心受压的初步判定

假设为大偏心受压，且中性轴在腹板内，则由式（7-48）得到

$$\xi=\frac{N-f_{cd}\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}}{f_{cd}bh_0}$$

$$=\frac{1700\times10^3-16.1\left(500-100\right)120}{16.1\times100\times950}$$

$$=0.606>\xi_b=0.56$$

故按小偏心受压构件设计。

这时，$e=\eta e_0+h/2-a_s=502+500-50=952\text{mm}$。

（2）求纵向钢筋面积

设中性轴位于工字形截面腹板内，即为$\xi_b h_0<x\leq\left(h-h_f\right)$情况。按近似公式（7-52）来计算小偏心受压的相对受压区高度$\xi$为

$$\xi=\frac{N-f_{cd}\left[\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}+b\xi_b h_0\right]}{\dfrac{Ne-f_{cd}\left[\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-\dfrac{h_f^{'}}{2}\right)+0.43bh_0^2\right]}{\left(\beta-\xi_b\right)\left(h_0-a_s^{'}\right)}+f_{cd}bh_0}+\xi_b$$

$$=\frac{1700\times10^3-16.1\left[\left(500-100\right)120+100\times0.56\times950\right]}{\dfrac{1700\times10^3\times952-16.1\left[\left(500-100\right)120\left(950-\dfrac{120}{2}\right)+0.43\times100\times(950)^2\right]}{\left(0.80-0.56\right)\left(950-50\right)}+16.1\times100\times950}+0.56$$

$$=0.584$$

受压区高度$x=\xi h_0=0.584\times950=555\text{mm}$，位于肋板内。所需的钢筋面积$A_s=A_s^{'}$由式（7-38）可求得

$$A_s=A_s^{'}=\frac{Ne-f_{cd}\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(h_0-\dfrac{h_f^{'}}{2}\right)-f_{cd}bx\left(h_0-\dfrac{x}{2}\right)}{f_{sd}^{'}\left(h_0-a_s^{'}\right)}$$

$$=\frac{1700\times10^3\times952-16.1\left(500-100\right)120\left(950-\dfrac{120}{2}\right)-16.1\times100\times555\left(950-\dfrac{555}{2}\right)}{280\left(950-50\right)}$$

$$=1308\text{mm}^2$$

取受压钢筋和受拉钢筋均为4$\underline{\Phi}$22，$A_s=A_s^{'}$=1520mm$^2$，取$a=a^{'}=53\text{mm}$，钢筋布置



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

如（图 7-31），供截面复核用。

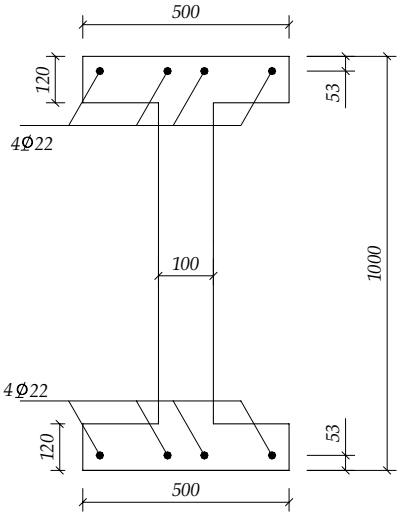



图 7-31　例题 7-6 的截面配筋图

2）截面复核

（1）在垂直于弯矩作用平面内的截面复核

对截面 *y-y* 轴的惯矩及回转半径分别为

$$I_{hy}=\frac{2\times120\times500^3}{12}+\frac{760\times100^3}{12}=2.563\times10^9$$

$$r_y=\sqrt{\frac{I_{hy}}{A}}=\sqrt{\frac{2.563\times10^9}{196000}}=114$$

长细比 $l_{oy}/r_y=11500/114=101$，查附表 1-10 可得 $\varphi=0.54$，则

$$N_u=0.9\varphi\left(f_{cd}A+2f'_{sd}A'_s\right)$$
$$=0.9\times0.54(16.1\times196000+2\times280\times1520)$$
$$=1947.3\times10^3\text{N}=1947.3\text{kN}>N=1700\text{kN}$$

（2）在弯矩作用平面内的截面复核

由截面设计及(图 7-31)可得，$\eta e_0=502\text{mm}$，$A_s=A'_s=1520\text{mm}^2$，$a_s=a'_s=53\text{mm}$，$h_0=947\text{mm}$，$e=949\text{mm}$，$e'=\eta e_0-h/2+a'_s=502-500+53=55\text{mm}$。

设为中性轴位于腹板内的大偏心受压，取 $\sigma_s=f_{sd}$，由式（7-40）计算得到 $x=796\text{mm}>\xi_b h_0=530\text{mm}$，故应为小偏心受压构件。

设小偏心受压构件的截面中性轴位于腹板内，则可由式（7-40）和式（7-22）来求解相对受压区高度系数，即



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$f_{cd}bx\left(e-h_0+\frac{x}{2}\right)+f_{cd}\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\left(e-h_0+\frac{h_f^{'}}{2}\right)=\sigma_s A_s e-f_{sd}^{'}A_s^{'}e^{'}$$

$$\sigma_s=\varepsilon_{cu}E_s(\frac{\beta}{\xi}-1)$$

则得到关于$\xi$的一元三次方程

$$A\xi^3+B\xi^2+C\xi+D=0$$

其中

$$A=0.5f_{cd}bh_0^2=0.5\times16.1\times100\times(947)^2=7.219\times10^8$$

$$\begin{aligned}B&=f_{cd}b(e-h_0)\\&=16.1\times100(949-947)\\&=0.03049\times10^8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C&=f_{cd}(b_f^{'}-b)h_f^{'}\left(e-h_0+\frac{h_f^{'}}{2}\right)+\varepsilon_{cu}E_sA_se\\&=16.1(500-100)120(949-947+\frac{120}{2})+280\times1520\times55+0.0033\times2\times10^5\times1520\times949\\&=10.23\times10^8\end{aligned}$$

$$D=-\varepsilon_{cu}E_seA_s=-0.0033\times2\times10^5\times0.8\times949\times1520=-7.616\times10^8$$

解得 $\xi=0.595>\xi_b=0.56$

且$x=\xi h_0=0.595\times947=563\text{mm}<h-h_f=1000-120=880\text{mm}$，故确定为中性轴在肋板内的小偏心受压。

钢筋$A_s$中的应力$\sigma_s$为

$$\sigma_s=\varepsilon_{cu}E_s(\frac{\beta}{\xi}-1)$$

$$=0.0033\times2\times10^5(\frac{0.8}{0.595}-1)$$

$$=227\text{MPa}\ \text{（拉应力）}$$

截面承载能力有式（7-38）求得

$$\begin{aligned}N_u&=f_{cd}\left[bx+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}\right]+\left(f_{sd}^{'}-\sigma_s\right)A_s^{'}\\&=16.1\left[100\times563+\left(500-100\right)120\right]+\left(280-227\right)\times1520\\&=1759.79\times10^3\text{N}=1761.85\text{kN}>N(=1700\text{kN})\end{aligned}$$

故满足设计要求。实际截面的钢筋布置如（图 7-32）。Φ22 为计算所得的纵向钢筋，其



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

余则为构造设置的纵向钢筋Φ10。箍筋为叠套箍筋，直径为 $\phi 8$，箍筋间距 $S=300\text{mm}$。

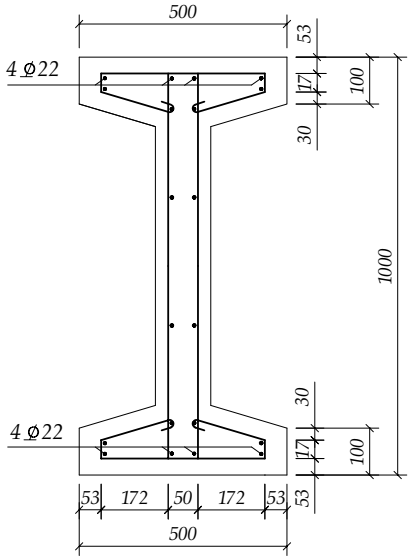



图 7-32　例题 7-6 的截面钢筋布置图（尺寸单位：mm）

## 7.5　圆形截面偏心受压构件

圆形截面偏心受压构件的纵向受力钢筋，通常是沿圆周均匀布置，其根数不少于 6 根。对于预制或现浇的一般钢筋混凝土圆形截面偏心受压构件，纵向钢筋的直径不宜小于 12mm，混凝土保护层厚度详见附表 1-10。而对于钻孔灌注桩，其截面尺寸较大（桩直径 $D$=800mm~1500mm），桩内纵向受力钢筋的直径不宜小于 14mm，根数不宜小于 8 根，钢筋间净距不宜小于 50mm，混凝土保护层厚度不小于 60mm~80mm；箍筋直径不小于 8mm，箍筋间距 200mm~400mm。

对于配有普通箍筋的圆形截面偏心受压构件[钻（挖）孔桩除外]，构造要求详见 7.1 节至 7.2 节。

### 7.5.1　正截面承载能力计算的基本假定

试验研究表明，钢筋混凝土圆形截面偏心受压构件的破坏，最终表现为受压区混凝土压碎。作用的轴向力对截面形心的偏心距不同，也会出现类似矩形截面偏心受压构件那样的“受拉破坏”和“受压破坏”两种破坏形态。但是，对于钢筋沿圆周均匀布置的圆形截面来说，构件破坏时各根钢筋的应变是不等的，应力也不完全相同。随着轴向压力的偏心距的增加，构件的破坏由“受压碎坏”向“受拉破坏”的过渡基本上是连续的。

国内外对于环形和圆形截面偏心受压构件的试验表明，均匀配筋的截面到达破坏时，其截面应变分布比集中配筋截面更为符合直线关系，相应的混凝土极限压应变实测值 0.0027~0.0046,平均值是 0.0035。考虑到极限压应变超过 0.0033 以后，其取值对正截面承载能力的影响很小，《公路桥规》根据试验研究结果，对混凝土强度等级 C50 及以下的圆形截



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

面偏心受压构件取混凝土极限压应变为 0.0033。

沿周边均匀配筋的圆形截面偏心受压构件，其正截面承载能力计算的基本假定是：

1）截面变形符合平截面假定；

2）构件达到破坏时，受压边缘处混凝土的极限压应变取为 $\varepsilon_{cu}=0.0033$；

3）受压区混凝土应力分布采用等效矩形应力图，正应力集度为 $f_{cd}$，计算高度为 $x=\beta x_0$（$x_0$ 为实际受压区高度），$\beta$ 值与实际相对受压区高度 $\xi=x_0/2r$（$r$ 为圆形截面半径）有关，即

当 $\xi<1$ 时，$\beta=0.8$

当 $1<\xi\leq1.5$ 时，$\beta=1.067-0.267\xi$。

4）不考虑受拉区混凝土参加工作，拉力由钢筋承受；

5）将钢筋视为理想的弹塑性体，应力-应变关系表达式为式（3-3）和式（3-4）。

上述假定，提供了圆形截面偏心受压构件截面的变形协调关系，和材料的应力-应变物理条件（本构关系），因而可以建立正截面承载能力的计算图式，由内外力平衡关系来推导出承载能力计算的基本公式。

对于周边均匀配筋的圆形偏心受压构件，当纵向钢筋不少于 6 根时，可以将纵向钢筋化为总面积为 $\sum_{i=1}^{n}A_{si}$（$A_{si}$ 为单根钢筋面积，$n$ 为钢筋根数），半径为 $r_s$ 的等效钢环（图 7-33），这样的处理，可为推导钢筋的抗力采用连续函数的数学方法提供很大便利。

设圆形截面的半径为 $r$，等效钢环的壁厚中心至截面圆心的距离为 $r_s$，一般 $r_s=gr$ 表示 $r_s$ 与 $r$ 之间的关系。那么等效钢环的厚度 $t_s$ 为

$$t_s=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_{si}}{2\pi r_s}=\frac{\sum_{i=1}^{n}A_{si}}{\pi r^2}\cdot\frac{r}{2g}=\frac{\rho r}{2g} \tag{7-54}$$

式中 $\rho$ 为纵向钢筋配筋率，$\rho=\sum_{i=1}^{n}A_{si}/\pi r^2$。

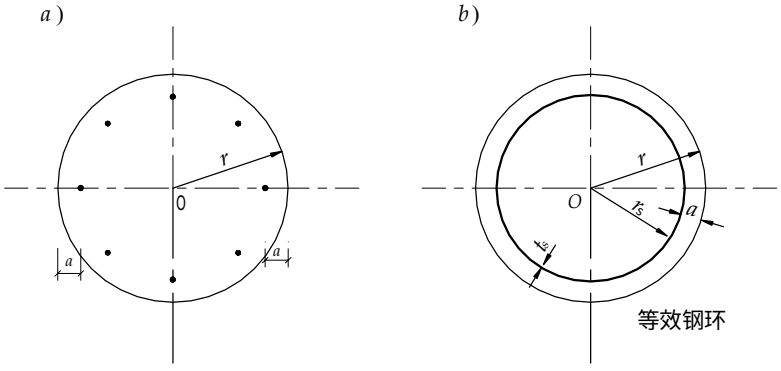



图 7-33　　等效钢环示意图

a)截面布置示意图　b) 等效钢环



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

### 7.5.2　正截面承载能力计算的基本公式

根据基本假定，可以建立圆形截面偏心受压构件正截面承载能力计算图式（图 7-34），同时，根据平衡条件可写出以下方程：

由截面上所有水平力平衡条件

$$N_u = D_c + D_s \tag{7-55}$$

由截面上所有力对截面形心轴 $y$-$y$ 的合力矩平衡条件

$$M_u = M_c + M_s \tag{7-56}$$

式中 $D_c$ 和 $D_s$ ——分别为受压区混凝土压应力的合力和所有钢筋的应力合力；

$M_c$ 和 $M_s$ ——分别为受压区混凝土应力的合力对 $y$ 轴力矩和所有钢筋应力合力对 $y$ 轴的力矩。

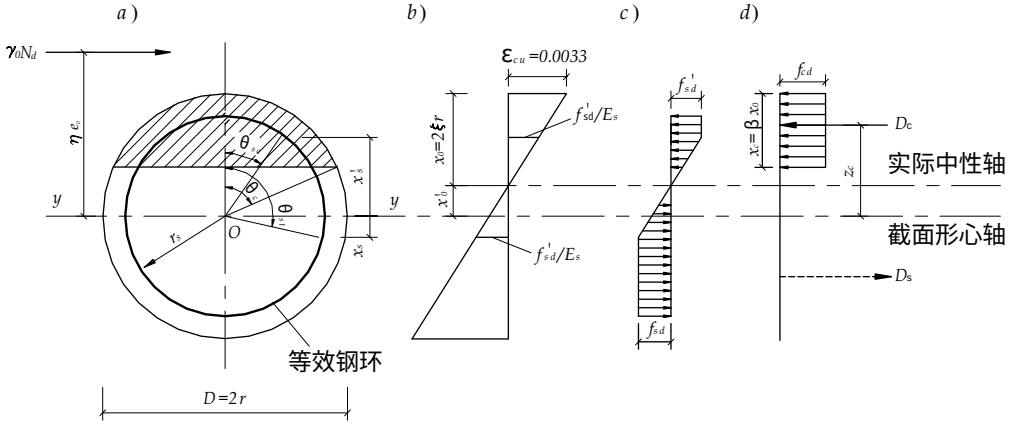



图 7-34　圆形截面偏心受压构件计算简图

a）截面　b）应变　c）钢筋应力　d）混凝土矩形应力分布

在具体求解式（7-55）和式（7-56）等号右边各项之前，将（图 7-34）中各有关直角坐标系中符号与极坐标系的相应表达式列示如下：

（1）计算中性轴位置 $x_c$，相应的圆心角之半为：

$$\theta_c = a\cos(1-2\beta\xi) \le \pi \tag{7-57}$$

（2）钢环受压进入屈服强度点坐标 $x_s^{'}$。为

$$x_s^{'} = \left[\frac{2r\xi}{\varepsilon_{cu}} \cdot \frac{f_{sd}^{'}}{E_s} + r(1-2\xi)\right] \le gr$$

相应的圆心角之半为

$$\theta_{sc} = \arccos\left[\frac{2\xi}{g\varepsilon_{cu}} \cdot \frac{f_{sd}^{'}}{E_s} + \frac{1-2\xi}{g}\right] \le \pi \tag{7-58}$$

（3）钢环受拉进入屈服强度点坐标 $x_s$ 为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

$$x_s = \left[ -\frac{2r\xi}{\varepsilon_{cu}} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} + r(1-2\xi) \right] \geq -gr$$

相应的圆心角之半为

$$\theta_{st} = \arccos\left[ -\frac{2\xi}{g\varepsilon_{cu}} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} + \frac{1-2\xi}{g} \right] \leq \pi \tag{7-59}$$

（4）钢环上任意一点的应力表达式为

$$\text{当 } 0 < \theta \leq \theta_{sc} \text{ 时，} \quad \sigma_s = f'_{sd}$$

$$\text{当 } \theta_{sc} < \theta \leq \theta_{st} \text{ 时，} \quad \sigma_s = \frac{g\cos\theta - (1-2\xi)}{g\cos\theta_{st} - (1-2\xi)} f'_{sd} \tag{7-60}$$

$$\text{当 } \theta_{st} < \theta \leq \pi \text{ 时，} \quad \sigma_s = -f_{sd}$$

式中以负号表示拉应力。

（5）实际中性轴的位置为

$$x'_c = r(1-2\xi) \tag{7-61}$$

现分别推导式（7-55）和式（7-56）中各项的具体表达式。

1）受压区混凝土的应力合力 $D_c$

根据（图 7-34）中等效矩形应力图和相应的弓形受压区面积 $A_c$ 来计算 $D_c$，即 $D_c = f_{cd} A_c$。

$$A_c = \frac{2\theta_c - \sin 2\theta_c}{2} r^2$$

若令

$$A = \frac{2\theta_c - \sin 2\theta_c}{2}$$

则

$$D_c = Ar^2 f_{cd} \tag{7-62}$$

2）受压区混凝土的应力合力对 $y-y$ 轴的力矩 $M_c$

$$M_c = f_{cd} A_c z_c$$

而

$$z_c = \frac{4\sin^3\theta_c}{3(2\theta_c - \sin 2\theta_c)} r$$

故

$$M_c = \frac{(2\theta_c - \sin 2\theta_c)}{2} r^2 \cdot f_{cd} \cdot \frac{4\sin^3\theta_c}{3(2\theta_c - \sin 2\theta_c)} r$$

$$= \frac{2}{3}\sin^3\theta \cdot r^3 f_{cdc}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

若令 $$B=\frac{2}{3}\sin^3\theta_c$$

则 $$M_c=Br^3f_{cd} \tag{7-63}$$

3）钢环（钢筋）应力合力 $D_s$

$$D_s=\sum_{i=1}^{n}\sigma_{si}A_{si}\approx 2\int_0^{\pi}\sigma_s dA_s$$

式中 $$dA_s=t_s r_s d\theta=\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta$$

故 $$D_s=2\int_0^{\theta_{sc}} f_{sd}^{'}\cdot\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta+2\int_{\theta_{sc}}^{\theta_{st}}\frac{g\cos\theta-(1-2\xi)}{g\cos\theta_{sc}-(1-2\xi)}f_{sd}^{'}\cdot\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta r+2\int_0^{\pi}(-f_{sd})\cdot\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta$$

钢筋强度设计值 $f_{sd}^{'}$ 绝对值等于 $-f_{sd}$ 的绝对值，积分结果

$$D_s=\rho r^2 f_{sd}\left\{\theta_{sc}-\pi+\theta_{st}+\frac{1}{g\cos\theta_{sc}-(1-2\xi)}\left[g(\sin\theta_{st}-\sin\theta_{sc})-(1-2\xi)\cdot(\theta_{st}-\theta_{sc})\right]\right\}$$

取上式中大括号内表示的内容为 $C$，则

$$D_s=C\rho r^2 f_{sd} \tag{7-64}$$

4）钢环（钢筋）应力合力对截面 $y-y$ 轴的力矩 $M_s$

$$M_s=\sum_{i=1}^{n}\sigma_{si}A_{si}z_{si}\approx 2\int_0^{\pi}\sigma_s x dA_s$$

式中 $$dA_s=\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta \qquad x=gr\cos\theta$$

故 $$M_s=2\int_0^{\theta_{sc}} f_{sd}(gr\cos\theta)\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta+2\int_{\theta_{sc}}^{\theta_{st}}\frac{g\cos\theta-(1-2\xi)}{g\cos\theta_{sc}-(1-2\xi)}f_{sd}\cdot(gr\cos\theta)\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta+2\int_{\theta_{st}}^{\pi}-f_{sd}(gr\cos\theta)\frac{1}{2}\rho r^2 d\theta$$

积分结果为

$$M_s=\rho g r^3 f_{sd}\{\sin\theta_{sc}-\sin\theta_{st}+\frac{1}{g\cos\theta_{st}-(1-2\xi)}$$

$$\left[g\left(\frac{\theta_{st}-\theta_{sc}}{2}+\frac{\sin2\theta_{st}-\sin2\theta_{sc}}{4}\right)-(1-2\xi)(\sin\theta_{st}-\sin\theta_{sc})\right]\}$$

令上式中大括号内表示的内容为 $D$，则

$$M_s=D\rho g r^3 f_{sd} \tag{7-65}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

将式（7-62）~式（7-65）分别代入式（7-55）和式（7-56）内，可得到圆形截面偏心受压构件正截面承载能力的计算基本公式

$$\gamma_0 N_d \le N_u = Ar^2 f_{sd} + C\rho r^2 f_{sd} \tag{7-66}$$

$$\gamma_0 N_d (\eta e_0) \le M_u = Br^3 f_{cd} + D\rho g r^3 f_{sd} \tag{7-67}$$

式中系数 $A$、$B$ 仅与 $\xi = x/D$ 有关；系数 $C$、$D$ 与 $\xi$、$E_s$ 有关，其数值已编制成表，见附表 1-11。

7.5.3 计算方法

圆形截面偏心受压构件的正截面承载能力计算方法，分为截面设计和截面复核。

1）截面设计

已知截面尺寸，计算长度，材料强度级别，轴向力计算值 $N$，弯矩计算值 $M$。求纵向钢筋面积 $A_s$。

直接采用式（7-66）和式（7-67）是无法求得纵向钢筋面积 $A_s$，一般采用试算法。

现将式（7-67）除以式（7-66），整理可得到

$$\rho = \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \cdot \frac{Br - A(\eta e_0)}{C(\eta e_0) - Dgr} \tag{7-68}$$

由已知条件求 $\eta e_0$，确定 $g$，$r_s$ 等值。

先假设 $\xi$（$\xi = x_0/2$）值，由附表 1-11 查得相应的系数 $A$、$B$、$C$、$D$，代入式（7-68）得到配筋率 $\rho$。再将系数 $A$、$C$ 和 $\rho$ 值代入式（7-66）可求得 $N_u$。若 $N_u$ 值与已知的 $N$ 基本相符，允许误差在 2%以内，则假定的 $\xi$ 值及依此计算的 $\rho$ 值即为设计用值。若两者不符，需重新假定 $\xi$ 值，重复以上步骤，直至基本相符为止。

按最后确定的 $\xi$ 值计算所得之 $\rho$ 值，代入下式，即得到所需的纵筋面积 $A_s$ 为

$$A_s = \rho \pi r^2 \tag{7-69}$$

2）截面复核

已知截面尺寸，计算长度、纵向钢筋面积 $A_s$，材料强度级别，轴向力计算值 N 和弯矩计算 M，要求复核截面承载能力。

仍需采用试算法。现将式（7-67）除以式（7-66），整理为

$$\eta e_0 = \frac{Bf_{cd} + D\rho g f'_{sd}}{Af_{cd} + c\rho f'_{sd}} \tag{7-70}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

先假设$\xi$值，由附表 1-11 查得系数 $A$、$B$、$C$ 和 $D$ 的值，代入式（7-70）算到（$\eta e_0$）。若此（$\eta e_0$）与由 $M$ 和 $N$ 并考虑偏心距增大系数后得到的$\eta e_0$基本相符（允许误差在 2%以内），则假定的$\xi$值可为计算用的$\xi$值。若两者不符，需重新假设$\xi$值，重复以上步骤，直至两者基本相符为止。

按确定的$\xi$值及其所相应的系数 $A$、$B$、$C$ 和 $D$ 的值代入式（7-66）中，则可求得截面承载能力

$$N_u = Ar^2 f_{cd} + C\rho r^2 f_{sd} \tag{7-71}$$

上述方法为《公路桥规》提出的沿周边均匀配筋的圆形截面钢筋混凝土偏心受压构件计算的查表法，需要反复试算。为了避免反复迭代的试算过程，《公路桥规》还提出了用查图法来进行圆形截面偏心受压构件截面设计和截面复核的方法，详见《公路桥规》附录。

**例 7-7**　已知柱式桥墩的柱直径$d_1 = 1.2\text{m}$，计算长度$l_0 = 7.5\text{m}$。柱控制截面的轴向力计算值$N = 6450\text{kN}$，弯矩计算值为$M = 1330.6\text{kN}\cdot\text{m}$。采用 C20 级混凝土，R235 级钢筋，试进行配筋计算。

**解：**由已知条件，得到 $f_{cd} = 9.2\text{MPa}$，$f_{sd} = 195\text{MPa}$。

（1）计算偏心距增大系数

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{1330.6\times10^6}{6450\times10^3} = 206\text{mm}$$

$\frac{l_0}{d_1} = \frac{7500}{1200} = 6.25 > 5$，应考虑纵向弯曲对偏心距的影响。取$r_s = 0.9r = 0.90\times600$

$= 540\text{mm}$，则截面有效高度$h_0 = r + r_s = 600 + 540 = 1140\text{mm}$，由式（7-2）可求得$\eta = 1.106$。

$$\eta e_0 = 1.106\times206 = 228\text{mm}$$

（2）　计算受压区高度系数

由式（7-68），可得

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{f_{cd}}{f_{sd}}\cdot\frac{Br - A(\eta e_0)}{C(\eta e_0) - Dgr} \\ &= \frac{9.2}{195}\times\frac{B\times600 - A\times228}{C\times228 - D\times0.9\times600} \\ &= \frac{5520B - 2097.6A}{44460C - 105300D}\end{aligned}$$

由式（7-66），可得



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$N_u = Ar^2 f_{cd} + C\rho r^2 f_{sd}$$
$$= A(600)^2 \times 9.2 + C\rho(600)^2 \times 195$$
$$= 3312000A + 70200000C\rho$$

以下采用试算法列表计算（各系数查附表 1-11）。

例 7-7 的查表计算　　表 7-1

| $\xi$ | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $\rho$ | $N_u(N)$ | $N(N)$ | $N_u/N$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.71 | 1.842 | 0.6483 | 1.1876 | 1.4045 | 0.003 | $6351\times10^3$ | $6450\times10^3$ | 0.98 |
| 0.73 | 1.9052 | 0.6386 | 1.2987 | 1.3358 | 0.00568 | $6828\times10^3$ | $6450\times10^3$ | 1.06 |
| 0.72 | 1.8736 | 0.6437 | 1.244 | 1.3697 | 0.0042 | $6575\times10^3$ | $6450\times10^3$ | 1.019 |

由计算表可见，当 $\xi = 0.72$ 时，计算纵向力 $N_u$ 与设计值 $N$ 相近。这时得到 $\rho = 0.0042$（表 7-1）。

（3）求所需的纵向钢筋截面积

由于 $\rho = 0.004$ 小于规定的最小配筋率 $\rho_{\min} = 0.005$，故采用 $\rho = 0.005$ 计算。由式（7-69），可得：

$$A_s = \rho\pi r^2 = 0.005 \times 3.14 \times (600)^2 = 5652\text{mm}^2$$

现选用 $18\underline{\Phi}20$，$A_s = 5654\text{mm}^2$，布置如（图 7-35）。纵向钢筋间净距为 166mm，大于规定的净距限值 50mm。

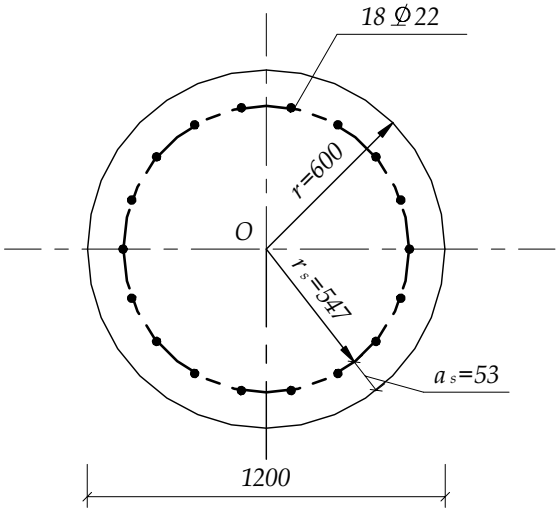



图 7-35　例题 7-7 截面配筋图 （尺寸单位：mm）

**例 7-8**　试对（图 7-35）所示柱截面进行承载能力复核。已知条件与例 7-7 相同。

**解：**由（图 7-35）计算可得：$\eta e_0 = 228\text{mm}$，$a_s = 53\text{mm}$，$r_s = 547\text{mm}$，$g = 0.912$，

实际配筋率 $\rho = 4A_s/(\pi d_1^2) = 4\times5654/(3.14\times1200^2) = 0.005$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

（1）在垂直于弯矩作用平面内

长细比 $l_0/d = 7500/1200 = 6.25 < 7$，故稳定系数 $\varphi = 1$。

混凝土截面积为 $A_c = \dfrac{\pi d^2}{4} = 3.14 \times (1200)^2/4 = 1130400\text{mm}^2$，实际纵向钢筋面积 $A_s = 5654\text{mm}^2$，则在垂直于弯矩作用平面内的承载能力为

$$\begin{aligned} N_u &= 0.9\varphi\left(f_{cd}A_c + f'_{sd}A_s\right) \\ &= 0.9 \times 1(9.2 \times 1130400 + 195 \times 5654) \\ &= 10351.989 \times 10^3\,\text{N} = 10351.99\text{kN} > N(= 6450\text{kN}) \end{aligned}$$

（2）在弯矩作用平面内

由式（7-70），得

$$\begin{aligned} \eta e_0 &= \frac{Bf_{cd} + D\beta g f_{sd}}{Af_{cd} + C\rho f_{sd}} r \\ &= \frac{B \times 9.2 + D \times 0.005 \times 0.912 \times 195}{A \times 9.2 + C \times 0.005 \times 195} \times 600 \\ &= \frac{5520B + 533.52D}{9.2A + 0.975C} \end{aligned}$$

以下采用试算法列表计算（各系数查附表 1-11）。

由计算表可见，当 $\xi = 0.73$ 时，$(\eta e_0) = 225\text{mm}$，与设计的 $\eta e_0 = 228\text{mm}$ 很接近，故取 $\xi = 0.73$ 为计算值。

例 7-8 的查表计算　　表 7-2

| $\xi$ | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $(\eta e_0)(\text{mm})$ | $\eta e_0(\text{mm})$ | $(\eta e_0)/\eta e_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.75 | 1.9681 | 0.6271 | 1.3498 | 1.3982 | 213 | 228 | 0.934 |
| 0.73 | 1.9052 | 0.6386 | 1.2987 | 1.3358 | 225 | 228 | 0.987 |

在弯矩作用平面内的承载能力为

$$\begin{aligned} \text{N}_\text{u} &= Ar^2 f_{cd} + C\rho r^2 f_{sd} \\ &= 1.9052 \times (600)^2 \times 9.2 + 1.2987 \times 0.005 \times (600)^2 \times 195 \\ &= 6765.87 \times 10^3\,\text{N} = 6765.87\text{kN} > N(= 6450\text{kN}) \end{aligned}$$

## 复习思考题与习题

7-1 钢筋混凝土偏心受压构件截面型式与纵向钢筋布置有什么特点？



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

7-2 简述钢筋混凝土偏心受压构件的破坏形态和破坏类型。

7-3 由式（7-2），偏心距增大系数 η 与哪些因素有关?

7-4 钢筋混凝土矩形截面（非对称配筋）偏心受压构件的截面设计和截面复核中，如何判断是大偏心受压还是小偏心受压？

7-5 试根据 7.3.2 节的内容，写出矩形截面偏心受压构件非对称配筋的计算流程图和截面复核的计算流程图。

7-6 矩形截面偏心受压构件的截面尺寸为 b×h=300mm×600mm，弯矩作用平面内的构件计算长度 $\ell_0$=6m。C25 混凝土，HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向力组合设计值 $N_d$=542.8KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=326.6KN.m，试按截面非对称布筋进行截面设计。

7-7 矩形截面偏心受压构件的截面尺寸为 b×h=300mm×400mm，弯矩作用平面内的构件计算长度 $\ell_0$=4m。C20 混凝土，HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向力组合设计值 $N_d$=188KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=120KN.m，现截面受压区已配置了 3 φ20 钢筋（单排），$a_s'$=40mm，试计算所需的受拉钢筋面积 $A_s$，并选择与布置受拉钢筋。

7-8 矩形截面偏心受压构件的截面尺寸为 b×h=300mm×450mm，弯矩作用平面内的构件计算长度 $\ell_{0x}$=3.5m，垂直于弯矩作用平面方向的计算长度 $\ell_{0y}$=6m。C20 混凝土，HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。截面钢筋布置如（图 7-36），$A_s$=339mm$^2$（3 φ12），$A_s' = 308\text{mm}^2$（2 φ14）。轴向力组合设计值 $N_d$=174KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=54.8KN.m。试进行截面复核。

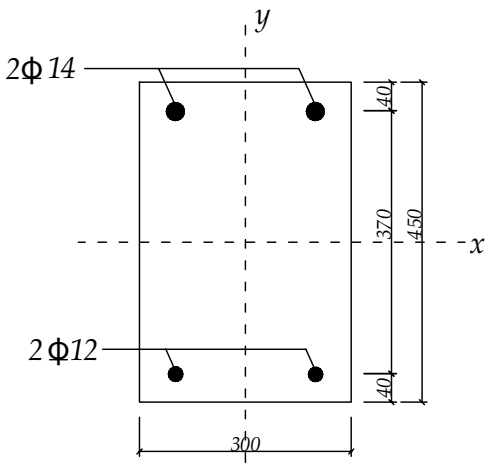



图 7-36　习题 7-8 图（尺寸单位：mm）

7-9 矩形截面偏心受压构件的截面尺寸为 b×h=300mm×600mm，弯矩作用平面内和垂直于弯



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

矩作用平面的计算长度$\ell_0$=6m。C20 混凝土和 HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为一级。轴向力组合设计值 $N_d$=2645KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=119KN.m，试按非对称布筋进行截面设计和截面复核。

7-10 与非对称布筋的矩形截面偏心受压构件相比，对称布筋设计时的大、小偏心受压的判别方法有何不同之处？

7-11 矩形截面偏心受压构件的截面尺寸为 b×h=250mm×300mm，弯矩作用平面内和垂直于弯矩作用平面的计算长度均为$\ell_0$=2.2m。C25 混凝土和 HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向力组合设计值 $N_d$=122KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=58.5KN.m，试按对称布筋进行截面设计和截面复核。

7-12 工字形截面偏心受压构件的截面如，弯矩作用平面内的计算长度$\ell_{0x}$=5.5m，垂直于弯矩作用平面方向的计算长度$\ell_{0y}$=7.0m。C20 混凝土和 HRB335 级钢筋。$A_s$= $A_s'$=1257mm$^2$（4φ20）。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向力组合设计值 $N_d$=552KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=750KN.m，试进行截面复核。

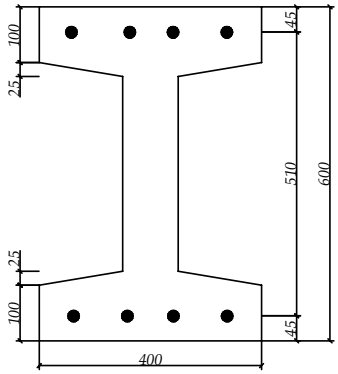



图 7-37 习题 7-12 图（尺寸单位：mm）

7-13 圆形截面偏心受压构件的纵向受力钢筋布置有何特点和要求？箍筋布置有何构造要求？能不能设计为类似于第 6.2 节介绍的螺旋箍筋受压构件？为什么？

7-14 试根据（图 7-33）的计算简图，考察式（7-57）～式（7-61）。

7-15 圆形截面偏心受压构件的截面半径 r=400mm，计算长度$\ell_0$=8.8m。C20 混凝土和 HRB335 级钢筋。Ⅰ类环境条件，安全等级为二级。轴向力组合设计值 $N_d$=969KN，相应弯矩组合设计值 $M_d$=310KN.m，试按查表法进行截面设计和截面复核。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 8 章　受拉构件的承载能力计算

## 8.1 概述

当纵向拉力作用线与构件截面形心轴线相重合时，此构件为轴心受拉构件。当纵向拉力作用线偏离构件截面形心轴线时，或者构件上既作用有拉力，同时又作用有弯矩时，则为偏心受拉构件。

在钢筋混凝土桥中，常见的受拉构件有桁架拱、桁梁中的拉杆和系杆拱的系杆等。

钢筋混凝土受拉构件需配置纵向钢筋和箍筋，箍筋直径应不小于 8mm，间距一般为 150mm~200mm（图 8-1）。由于混凝土的抗拉强度很低，所以，钢筋混凝土受拉构件即使在外力不甚大时，混凝土就会出现表面裂缝。为此，可对受拉构件施加一定的预应力而形成预应力混凝土受拉构件，以改善受拉构件的抗裂性能。

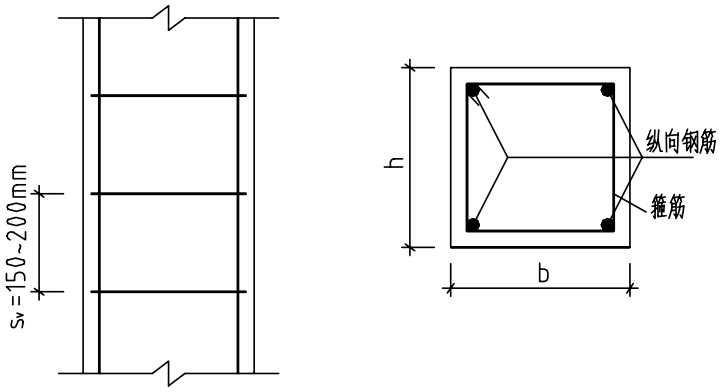



图8-1 受拉构件钢筋布置图

## 8.2　轴心受拉构件的承载能力计算

在轴心受拉构件，开裂以前，混凝土与钢筋共同负担拉力。当构件破坏前，混凝土早已开裂而退出工作，纵向外拉力全部由钢筋承担。而当钢筋到达抗拉强度设计值时，构件也到达其极限承载能力，轴心受拉构件的正截面受拉承载能力计算公式为

$$\gamma_0 N_d \le N_u = f_{sd} A_s \qquad (8\text{-}1)$$

式中　$N_d$ ——轴向拉力设计值；

$f_{sd}$ ——钢筋抗拉强度设计值；

$A_s$ ——受拉通钢筋截面面积。

取轴向力计算值 $N = \gamma_0 N_d$，则由式（8－1）可得轴心受拉构件的纵向钢筋面积计算公式

$$A_s = \frac{N}{f_{sd}} > \rho_{\min} bh$$

《公路桥规》规定轴心受拉构件一侧纵筋的配筋率（%）应按毛截面面积计算，其值应不小于 $45 f_{td} / f_{sd}$，同时不小于 0.2。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 8.3　偏心受拉构件的正截面承载能力计算

偏心受拉构件的正截面承载能力计算，按纵向拉力组合设计值 $N_d$ 的作用位置可分为两种情况：当 $\gamma_o N_d$ 作用在钢筋 $A_s$ 合力点与 $A_s'$ 合力点之间时，属于小偏心受拉情况；当 $\gamma_o N_d$ 作用在钢筋 $A_s$ 合力点与 $A_s'$ 合力点范围以外时，属于大偏心受拉情况。

本节讨论的偏心受拉构件的承载能力计算，均指的正截面承载能力计算。由于目前对斜截面承载能力计算研究得不够，故在《公路桥规》中未对偏心受拉构件的斜截面承载能力计算问题提出规定。

### 8.3.1　小偏心受拉构件的正截面承载能力计算

在小偏心受拉情况下，构件临破坏前截面已全部裂通，拉力完全由钢筋承担（图 8-2）。

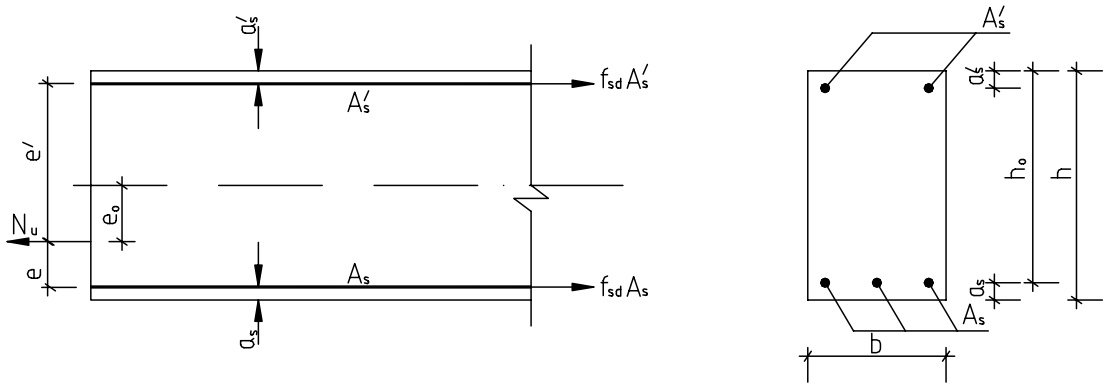



图 8-2 小偏心受拉构件计算示意图

对于小偏心受拉构件的正截面承载能力计算图式，不考虑混凝土的受拉工作；构件破坏时，钢筋 $A_s$ 及 $A_s'$ 的应力均达到抗拉强度设计值 $f_{sd}$。

由截面上所有对钢筋 $A_s$ 的合力点力矩之和等于零，可得到

$$\gamma_0 N_d e \le N_u e = f_{sd} A_s' \left(h_0 - a_s'\right) \tag{8-2}$$

由截面上所有对钢筋 $A_s'$ 的合力点力矩之和等于零，可得到

$$\gamma_0 N_d e' \le N_u e' = f_{sd} A_s \left(h_0' - a_s\right) \tag{8-3}$$

式(8-2)和式(8-3)中的 $e$ 和 $e'$ 分别根据下式计算

$$e = \frac{h}{2} - e_0 - a_s \tag{8-4}$$

$$e' = e_0 + \frac{h}{2} - a_s' \tag{8-5}$$

式(8-2)和式(8-3)中的符号意义详见（图 8-2）。

对于偏心拉力的作用，可看成是轴向拉力和弯矩的共同作用，在设计中如有若干组不同的内力组合（$M_d$、$N_d$）时，应按最大的轴向拉力组合设计值 $N_d$ 与相应的最大弯矩组



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

合设计值 $M_{d\max}$ 计算钢筋面积 $A_s$，而按最大的轴向拉力组合设计值 $N_d$ 与相应的最小弯矩组合设计值 $M_{d\min}$ 计算钢筋面积 $A_s^{'}$。

《公路桥规》规定小偏心受拉构件一侧受拉纵筋的配筋率（%）应按构件毛截面面积计算，其值应不小于 $45f_{td}/f_{sd}$，同时不小于 0.2。

**例 8.1** 已知一偏心受拉构件，承受轴向拉力组合设计值 $N_d=672kN$，弯矩组合设计值 $M_d=60.5kN\cdot m$。I 类环境条件，结构安全等级为 II 级（$\gamma_0$=1.0），截面尺寸为 $b\times h=300mm\times 450mm$，$a_s=a_s'=40mm$，$h_0=h_0^{'}=h-a_s=450-40=410mm$，采用 C20 混凝土和 HRB335 级钢筋，$f_{td}$=1.06MPa，$f_{sd}$=280MPa，求截面配筋。

**解：**1) 判断偏心情况

$$e_0=\frac{60.5\times10^4}{672000}=90mm<\frac{h}{2}-a_s=\frac{450}{2}-40=185mm$$

表明纵向力作用在钢筋 $A_s$ 和 $A_s^{'}$ 合力点之间，属小偏心受拉。

2)计算 $A_s$ 和 $A_s^{'}$

由式（8-4）和式（8-5）得到

$$e^{'}=90+\frac{450}{2}-40=275mm$$

$$e=\frac{450}{2}-90-40=95mm$$

$$h_0=h_0^{'}=h-a_s=450-40=410mm$$

由式（8-2）得

$$A_s^{'}=\frac{\gamma_0N_d\cdot e}{f_{sd}\left(h_0-a_s^{'}\right)}=\frac{1.0\times672000\times95}{280\times(410-40)}=616mm^2$$

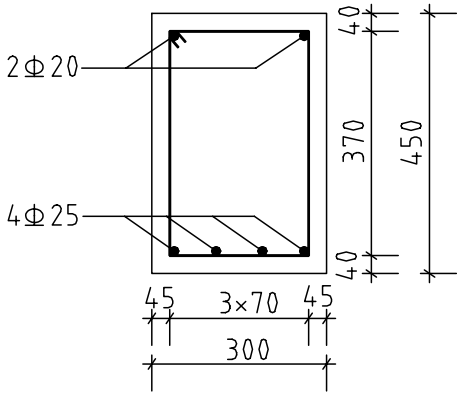


图8-3 例8-1
〈尺寸单位：mm〉

选用 2Φ20，$A_s^{'}=628mm^2$

由式（8-3）得

$$A_s=\frac{\gamma_0N_d\cdot e^{'}}{f_{sd}\left(h_0^{'}-a_s\right)}=\frac{1.0\times672000\times275}{280\times(410-40)}\approx1784mm^2$$

选用 4Φ25（图 8-3），$A_s=1964mm^2$。

《公路桥规》规定的一侧受拉钢筋最小配筋百分率 $\rho_{\min}=45f_{td}/f_{sd}$=45×



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

1.06/280=0.17，故取 $\rho_{\min}$ ＝0.2，一侧纵筋最小配筋面积为 0.2%×$bh$=0.2%×300×450=270$mm^2$。（图 8-3）的设计表明，每侧钢筋面积满足要求。

### 8.3.2 大偏心受拉构件的正截面承载能力计算

大偏心受拉构件的破坏形态与大偏心受压构件基本相似，在荷载作用下截面部分受拉，部分受压。拉区出现裂缝以后，随着荷载的增加，裂缝开始延伸，使压区面积减少，最后受拉钢筋 $A_s$ 的应力首先达到屈服强度，继而受压区边缘混凝土达到极限压应变后压碎，构件破坏。破坏时受压钢筋 $A_s'$ 的应力也达到屈服强度。

（图 8-4）为矩形截面大偏心受拉构件的计算图式，正截面抗拉承载能力计算基本公式

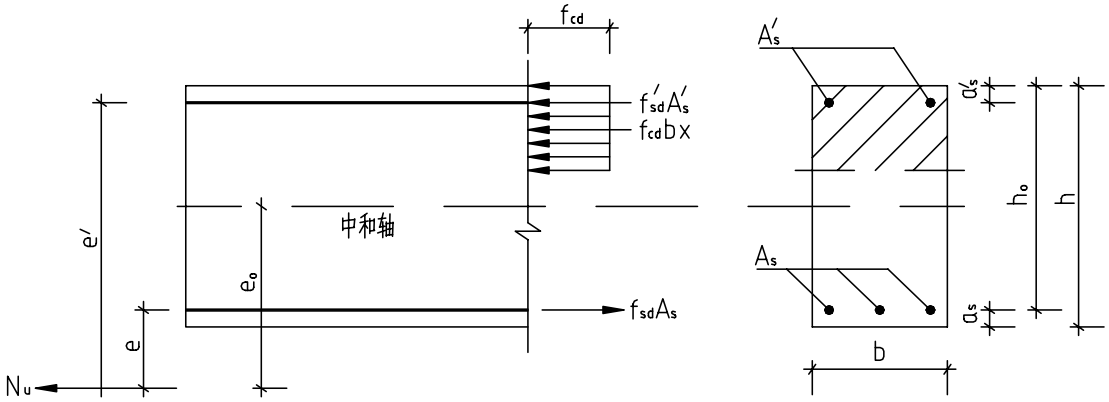



图 8-4 大偏心受拉构件计算图式

由构件截面力的平衡，可得到

$$\gamma_0 N_d \le N_u = f_{sd} A_s - f_{sd}' A_s' - f_{cd} bx \tag{8-6}$$

由截面钢筋 $A_s$ 合力点的力矩之和等于零，可得到

$$\gamma_0 N_d e \le N_u e = f_{cd} bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + f_{sd}' A_s'\left(h_0 - a_s'\right) \tag{8-7}$$

$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a_s \tag{8-8}$$

由截面对纵向力 $N_u$ 作用点的力矩之和等于零式

$$f_{sd} A_s e - f_{sd}' A_s' e' = f_{cd} bx(e + h_0 - \frac{x}{2}) \tag{8-9}$$

公式的适用是条件

$$x \le \xi_b h_0 \tag{8-10}$$

式中 $\xi_b$ 为混凝土相对界限受压区高度界，其值见表 3-2。

$$x \ge 2a_s' \tag{8-11}$$

不满足式（8-11）要求时，因受压钢筋离中和轴距离很近,破坏时其应力不能达到抗压强



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

度设计值。此时，可假定混凝土合力中心与受压钢筋 $A_s^{'}$ 重合，即近似地取 $x=2a_s^{'}$ 进行承载能力计算，计算公式为

$$\gamma_0 N_d e^{'} \le N_u = f_{sd} A_s \left(h_0 - a_s^{'}\right) \tag{8-12}$$

在大偏心受拉构件设计时，为了能充分发挥材料的强度，宜取 $x=\xi_b h_0$，此时的设计当最为经济。由此，从式（8-6）或式（8-7）可得

$$A_s^{'} = \frac{\gamma_0 N_d e - f_{cd} b h_0^2 \xi_b \left(1-0.5\xi_b\right)}{f_{sd}^{'}\left(h_0 - a_s^{'}\right)} \tag{8-13}$$

$$A_s = \frac{\gamma_0 N_d + f_{sd}^{'} A_s^{'} + f_{cd} b h_0 \xi_b}{f_{sd}} \tag{8-14}$$

当为对称配筋的大偏心受拉构件时，由于 $f_{sd}=f_{sd}^{'}$，$A_s=A_s^{'}$，若将上述各值代入式（8-6）后，必然会求得负值 $x$，亦即属于 $x<2a^{'}$ 的情况。此时可按式（8-12）求得 $A_s$ 值，。对于大偏心受拉构件的具体计算方法可参照大偏心受压构件的计算，所不同的是将轴向压力改为轴向拉力组合设计值 $\gamma_o N_d$。

《公路桥规》规定大偏心受拉构件一侧受拉纵筋的配筋率（%）为 $100A_s/bh_0$，其值应不小于 $45f_{td}/f_{sd}$，同时不小于 0.2。受拉的。

**例 8.2**　已知偏心受拉构件的截面尺寸为 $b\times h=350mm\times 600mm$，采用 C20 混凝土和 R235 级钢筋，承受轴拉力组合设计值 $N_d=140.6kN$，弯矩组合设计值 $M_d=115kN\cdot m$，I 类环境条件，结构安全等级为 II 级（$\gamma_0$=1.0）。

**解：**1) 判定纵向力位置

设 $\gamma_0=1.0$，$a_s=a_s^{'}=40mm$，则偏心距为

$$e_0=\frac{M_d}{N_d}=\frac{115\times10^6}{140.6\times10^3}=818mm>\frac{h}{2}-a_s\left(=\frac{600}{2}-40=260mm\right)$$

表明纵向力不作用在 $A_s$ 合力点与 $A_s^{'}$ 合力点之间，属于大偏心受拉构件。由式（8-8）和式（8-5）得到



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$e = e_0 - \frac{h}{2} + a_s = 818 - \frac{600}{2} + 40$$
$$= 558mm$$
$$e' = e_0 + \frac{h}{2} - a_s' = 818 + \frac{600}{2} - 40$$
$$= 1078mm$$
$$h_0 = h - a_s = 600 - 40 = 560mm$$

2) 计算所需纵向钢筋截面面积

为充分利用受压区混凝土抗压强度，设 $x = \xi_b \cdot h_0 = 0.62 \times 560 = 347.2mm$，由式（8-7）得

$$A_s' = \frac{\gamma_0 N_d e - f_{cd} bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right)}{f_{sd}'\left(h_0 - a'\right)}$$
$$= \frac{1.0 \times 140600 \times 558 - 9.2 \times 350 \times 347.2\left(558 - \frac{347.2}{2}\right)}{195 \times (558 - 40)}$$
$$= -3478mm^2$$

得 $A_s'$ 为负值，表明此时可不必配置受压钢筋，但为满足构造要求，最小配筋面积为 $A_s' = 0.002bh = 0.002 \times 350 \times 600 = 420mm^2 = 4.2cm^2$，选用 $3\phi14$，$A_s' = 4.62cm^2$。

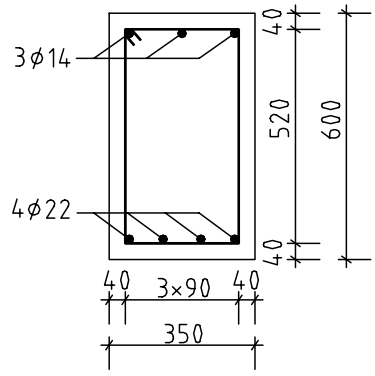


图8-5 例8-2(尺寸单位：mm)

根据式（8-7）计算混凝土受压区高度

$$x = h_0 - \sqrt{h_0^2 - 2 \times \frac{\gamma_0 N_d e - f_{sd}' A_s' \left(h_0 - a_s'\right)}{f_{cd} b}}$$
$$= 560 - \sqrt{560^2 - 2 \times \frac{1.0 \times 140600 \times 558 - 195 \times 462 \times (560 - 40)}{9.2 \times 350}}$$

$$= 17.8mm < 2a_s' (= 2 \times 40 = 80mm)$$

此时应按式（8-12）计算所需的 $A_s$ 值。

$$A_s = \frac{\gamma_0 N_d \cdot e'}{f_{sd}\left(h_0 - a_s'\right)} = \frac{1.0 \times 140600 \times 1078}{195 \times (560 - 40)} = 1494.7mm^2$$

选用 $4\phi22$，$A_s = 15.2cm^2$。见（图 8-5）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 复习思考题与习题

8-1 大、小偏心受拉构件的界限如何区分？它们的受力特点与破坏特征各有何不同 ？

8-2 试从破坏形态、截面应力、计算公式及计算步骤来分析大、小偏心受拉与受压有什么不同之处？

8-3 《公路桥规》对大、小偏心受拉构件纵向钢筋的最小配筋率有哪些要求？

8-4 分析矩形截面受弯构件、偏心受压构件和偏心受拉构件正截面承载能力基本计算公式的异同性。

8-5 一钢筋混凝土偏心受拉构件，$b\times h$=250mm×450mm，$a_s=a'_s$=35mm。I 类环境条件，结构安全等级为二级，混凝土用 C25，纵筋用 HRB335 级，箍筋用 R235 级。已知 $N_d$=500kN，$e_0$=150mm，求不对称配筋时的钢筋面积。

8-6 在题 8-5 中，若 $e_0$=300mm，其它条件不变，求非对称配筋时的钢筋面积。

8-7 条件同题 8-6，求对称配筋时的钢筋面积。

8-8 试对例题 8-2 进行截面复核。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 9 章 钢筋混凝土受弯构件的应力、裂缝和变形计算

## 9.1 概 述

在前面几章里，根据持久状况承载能力极限状态计算原则，已详细介绍了钢筋混凝土构件的承载能力计算及设计方法。但是，钢筋混凝土构件除了可能由于材料强度破坏或失稳等原因达到承载能力极限状态以外，还可能由于构件变形或裂缝过大影响了构件的适用性及耐久性，而达不到结构正常使用要求。因此，钢筋混凝土构件除要求进行持久状况承载能力极限状态计算外，还要对钢筋混凝土构件，进行持久状况正常使用极限状态的计算，以及短暂状况的构件应力计算。

本章以钢筋混凝土受弯构件为，介绍《公路桥规》对钢筋混凝土构件进行这类计算的要求与方法。

对于钢筋混凝土受弯构件，《公路桥规》规定必须进行使用阶段的变形和弯曲裂缝最大裂缝宽度验算，除此之外，还应进行受弯构件在施工阶段的混凝土和钢筋应力验算。

与承载能力极限状态计算相比，钢筋混凝土受弯构件在使用阶段的计算有如下特点：

1) 钢筋混凝土受弯构件的承载能力极限状态是取构件破坏阶段，例如，其正截面承载能力计算即取（图 3-10）所示的 IIIa 状态为计算图式基础。而使用阶段一般取（图 3-10）所示的第 II 阶段，即梁带裂缝工作阶段。

2) 在钢筋混凝土受弯构件的设计中，其承载能力计算决定了构件设计尺寸、材料、配筋数量及钢筋布置，以保证截面承载能力要大于最不利荷载效应：$\gamma_0 M_d \le M_u$；计算内容分为截面设计和截面复核部分。使用阶段计算是按照构件使用条件对已设计的构件进行计算，以保证在正常使用状态下的应力、裂缝和变形小于正常使用极限状态的限值，这种计算称为“验算”。当构件验算不满足要求时，必须按承载能力极限状态要求对已设计好的构件进行修正、调整，直至满足两种极限状态的设计要求。

3) 承载能力极限状态计算时汽车荷载应计入动力系数，作用（或荷载）效应及结构构件的抗力均应采用考虑了分项系数的设计值；在多种作用（或荷载）效应情况下，应将各设计值效应进行最不利组合，并根据参与组合的作用（或荷载）效应情况，取用不同的效应组合系数。

正常使用极限状态计算时作用（或荷载）效应应取用短期效应和长期效应的一种或两种组合，并且《公路桥规》明确规定这时汽车荷载是不计动力系数的。

所谓短期效应组合就是永久作用（结构自重）标准值与可变作用频遇值效应的组合；长期效应组合则为永久作用标准值与可变作用准永久值效应的组合，并且该效应组合仅包括恒载效应和直接施加于结构的活载效应，而不考虑间接施加的其它作用效应。

有关作用短期效应组合和作用长期效应组合的要求参见第 2 章所述。

在钢筋混凝土受弯构件正常使用阶段的计算中，例如应力验算和变形验算，要用到“换算截面”的概念，因此，本章将先介绍受弯构件的换算截面，然后介绍正常使用阶段施工阶段各项验算的方法。

## 9.2 换算截面

钢筋混凝土受弯构件受力进入第 II 工作阶段，其特征是弯曲竖向裂缝已形成并开展，中性轴以下大部分混凝土已退出工作，由钢筋承受拉力，应力为 $\sigma_s$，但还远小于屈服强度，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

受压区混凝土的压应力图形大致是抛物线形。而受弯构件的荷载-挠度（跨中）关系曲线是一条接近于直线的曲线。因而，钢筋混凝土受弯构件的第 II 工作阶段又可称为开裂后弹性阶段。

对于第 II 工作阶段的计算，一般有下面的三项基本假定。

（1）平截面假定，即认为梁的正截面在梁受力并发生弯曲变形以后，仍保持为平面。

根据平截面假定，平行于梁中性轴的各纵向纤维的应变与其到中性轴的距离成正比。同时，由于钢筋与混凝土之间的粘结力，钢筋与其同一水平线的混凝土应变相等，因此，由（图 9-1）可得

$$\varepsilon_c / x = \varepsilon_c^{'} / (h_0 - x) \tag{9-1}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c^{'} \tag{9-2}$$

式中 $\varepsilon_c^{'}$、$\varepsilon_c$ ——分别为混凝土的受拉和受压平均应变；

$\varepsilon_s$ ——与混凝土的受拉平均应变为 $\varepsilon_c^{'}$ 的同一水平位置处的钢筋平均拉应变；

$x$ ——受压区高度；

$h_0$ ——截面有效高度。

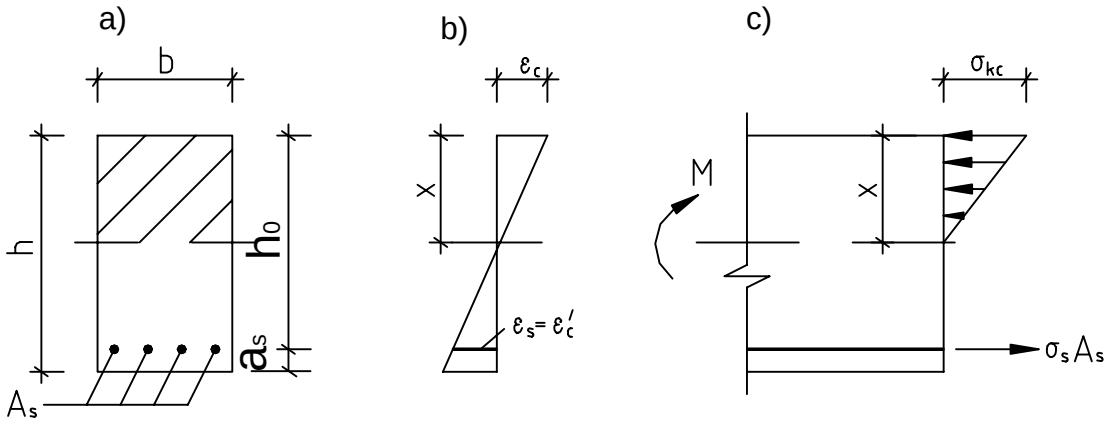



图 9-1 受弯构件的开裂截面

a) 开裂截面　　b)应变分布　　c)开裂截面的计算图式

（2）弹性体假定。钢筋混凝土受弯构件在第 II 工作阶段时，混凝土受压区的应力分布图形是曲线形，但此时曲线并不丰满，与直线形相差不大，可以近似地看作直线分布，即受压区混凝土的应力与平均应变成正比。故有

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_c \tag{9-3}$$

同时，假定在受拉钢筋水平位置处混凝土的平均拉应变与应力成正比，即

$$\sigma_c^{'} = \varepsilon_c^{'} E_c \tag{9-4}$$

（3）受拉区混凝土完全不能承受拉应力。拉应力完全由钢筋承受。

由上述三个基本假定作出的钢筋混凝土受弯构件在第 II 工作阶段的计算图式见（图 9-1）。由式（9-2）、式（9-3）可得



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_c^{'} = \varepsilon_c^{'} E_c = \varepsilon_s E_c$$

因为 $$\varepsilon_s = \sigma_s / E_s$$

故有 $$\sigma_c^{'} = \frac{\sigma_s}{E_s} E_c = \sigma_s / \alpha_{Es} \qquad (9\text{-}5)$$

式中的$\alpha_{Es}$称为钢筋混凝土构件截面的换算系数，等于钢筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值，$\alpha_{Es} = E_s / E_c$。

式（9-5）表明，在钢筋同一水平位置处混凝土拉应力$\sigma_c^{'}$为钢筋应力$\sigma_s$的$1/\alpha_{Es}$倍，换言之，钢筋的拉应力$\sigma_s$是同一水平位置处混凝土拉应力$\sigma_c^{'}$的$\alpha_{Es}$倍。

由钢筋混凝土受弯构件第 II 工作阶段计算假定而得到的计算图式，与材料力学中匀质梁计算图式非常接近，主要区别是钢筋混凝土梁的受拉区混凝土不参予工作。因此，如果能将钢筋和受压区混凝土两种材料组成的实际截面换算一种拉压性能相同的假想材料组成的匀质截面（称换算截面），这样一来，换算截面可以看作是由匀质弹性材料组成的截面，从而能采用材料力学公式进行截面计算。

通常，将钢筋截面积$A_s$换算成假想的受拉混凝土截面积$A_{sc}$，位于钢筋的重心处（图 9-2）。

假想的混凝土所承受的总拉力应该与钢筋承受的总拉力相等，故

$$A_s \sigma_s = A_{sc} \sigma_c^{'}$$

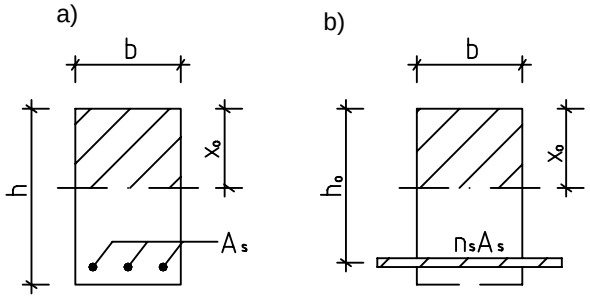



图 9-2 换算截面图

a) 原截面　　b)换算截面

又由式（9-5）知$\sigma_c^{'} = \sigma_s / \alpha_{Es}$，则

$$A_{sc} = A_s \sigma_s / \sigma_c^{'} = \alpha_{Es} A_s \qquad (9\text{-}6)$$

将$A_{sc} = \alpha_{Es} A_s$称为钢筋的换算面积，而将受压区的混凝土面积和受拉区的钢筋换算面积所组成的截面称为钢筋混凝土构件开裂截面的换算截面（图 9-2）。这样就可以按材料力学的方法来计算换算截面的几何特性。

对于（图 9-2）所示的单筋矩形截面，换算截面的几何特性计算表达式如下。

换算截面面积$A_0$ $$A_0 = bx_0 + \alpha_{Es} A_s \qquad (9\text{-}7)$$

换算截面对中性轴的静矩$S_0$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

受压区 $$S_{oc}=\frac{1}{2}bx_0^2 \tag{9-8}$$

受拉区 $$S_{ot}=\alpha_{E_s}A_s\left(h_0-x_0\right) \tag{9-9}$$

换算截面惯性矩 $I_o$ $$I_o=\frac{1}{3}bx_0^3+\alpha_{E_s}A_s\left(h_0-x\right)^2 \tag{9-10}$$

对于受弯构件，开裂截面的中性轴通过其换算截面的形心轴，即 $S_{oc}=S_{ot}$，得到

$$\frac{1}{2}bx_o^2=\alpha_{E_s}A_s\left(h_0-x_0\right)$$

化简后解得

$$x_o=\frac{\alpha_{E_s}A_s}{b}\left[\sqrt{1+\frac{2bh_0}{\alpha_{E_s}A_s}}-1\right] \tag{9-11}$$

（图 9-3）是受压翼缘有效宽度为 $b_f^{'}$ 时，T 形截面的换算截面计算图式。

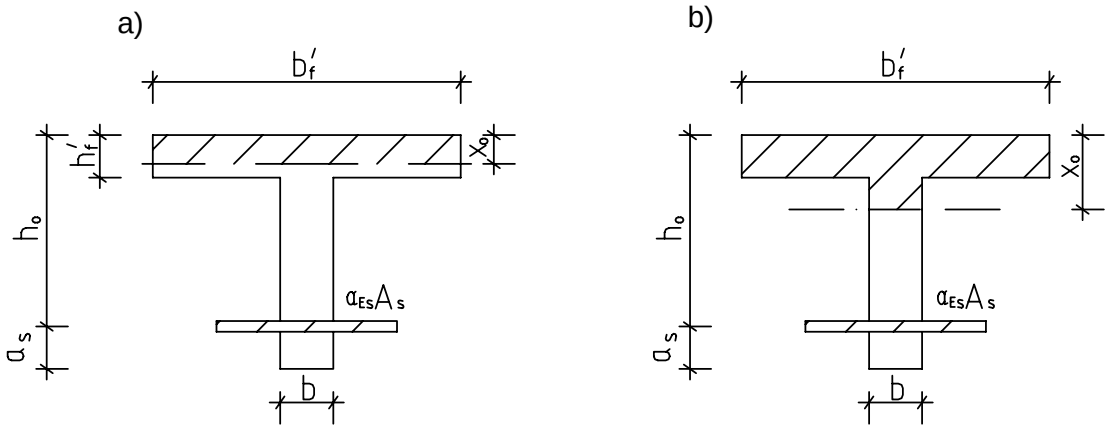



图 9-3　T 形截面换算法计算图式

a)第一类 T 型截面　　b)第二类 T 型截面

当受压区高度 $x_0$≤受压翼板高度 $h_f^{'}$ 时，为第一类 T 型截面，可按宽度为 $b_f^{'}$ 的矩形截面，应用式（9-7）至式（9-11）来计算开裂截面的换算截面几何特性。

当受压区高度 $x_0\geq h_f^{'}$，表明中性轴位于 T 形截面的肋部，为第二类 T 型截面。这时，换算截面的受压区高度 $x_0$ 计算式为

$$x_o=\sqrt{A^2+B}-A \tag{9-12}$$

$$A=\frac{\alpha_{E_s}A_s+\left(b_f^{'}-b\right)h_f^{'}}{b},\quad B=\frac{2\alpha_{E_s}A_sh_0+\left(b_f^{'}-b\right)\left(h_f^{'}\right)^2}{b}$$

换算截面对其中性轴的惯性 $I_0$ 为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$I_0=\frac{b_f^{'}x_0^3}{3}-\frac{\left(b_f^{'}-b\right)\left(x_0-h_f^{'}\right)^3}{3}+\alpha_{Es}A_s\left(h_0-x_0\right)^2 \tag{9-13}$$

换算截面的计算式中的比值$\alpha_{Es}=E_s/E_c$，《公路桥规》规定取值为：当为 C20 混凝土时，$\alpha_{Es}=20$；当为 C25~C35 混凝土时，$\alpha_{Es}=15$；当为 C40~C60 混凝土时，$\alpha_{Es}=10$。

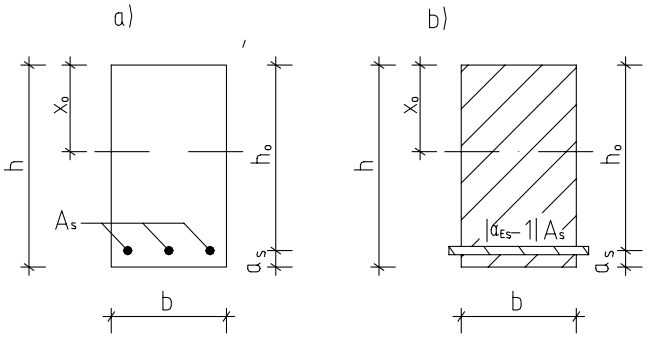



图 9-4 全截面换算示意图

a)原截面　　b)换算截面

在钢筋混凝土受弯构件的使用阶段和施工阶段的计算中，有时会遇到全截面换算截面的概念。

全截面的换算截面是混凝土全截面面积和钢筋的换算面积所组成的截面。对于（图 9-4）所示的矩形截面，全截面的换算截面几何特性计算式如下

换算截面面积

$$A_0=bh+\left(\alpha_{Es}-1\right)A_s \tag{9-14}$$

受压区高度

$$x_o=\frac{\frac{1}{2}bh^2+\left(\alpha_{Es}-1\right)A_sh_0}{A_0} \tag{9-15}$$

换算截面对中性轴的惯性矩

$$I_o=\frac{1}{12}bh^3+bh\left(\frac{1}{2}h-x_0\right)^2+\left(\alpha_{Es}-1\right)A_s\left(h_0-x_o\right)^2 \tag{9-16}$$

## 9.3 应力计算

对于钢筋混凝土受弯构件，《公路桥规》要求进行施工阶段的应力计算，即短暂状况的应力力验算。

钢筋混凝土梁在施工阶段，特别是梁的运输、安装过程中，梁的支承条件、受力图式会发生变化。例如，[图 9-5b)]所示简支梁的吊装，吊点的位置并不在梁设计的支座截面，当吊点位置 *a* 较大时，将会在吊点截面处引起较大负弯矩。又如[图 9-5c)]所示，采用“钩鱼法”架设简支梁，在安装施工中，其受力简图不再是简支体系。因此，应该根据受弯构件在施工中的实际受力体系进行正截面和斜截面的应力计算。

《公路桥规》规定进行施工阶段验算，施工荷载除有特别规定外均采用标准值，当有组合时不考虑荷载组合系数。构件在吊装时，构件重力应乘以动力系数 1.2 或 0.85，并可视构件具体情况适当增减。当用吊机(吊车)行驶于桥梁进行安装时，应对已安装的构件进行验算，吊机（车）应乘以 1.15 的荷载系数，但当由吊机（车）产生的效应设计值小于按持久状况承载能力极限状态计算的荷载效应设计值时，则可不必验算。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

对于钢筋混凝土受弯构件施工阶段的应力计算，可按第 II 工作阶段进行。《公路桥规》规定受弯构件正截面应力应符合下列条件

（1）受压区混凝土边缘纤维应力　　$\sigma_{cc}^{t} \le 0.80 f_{ck}^{'}$

（2）受拉钢筋应力　　$\sigma_{si}^{t} \le 0.75 f_{sk}$

式中的 $f_{ck}$ 和 $f_{sk}$ 分别为施工阶段相应的混凝土轴心抗压强度标准值和普通钢筋的抗拉强度标准值，详见附表 1-1 和附表 1-3，$\sigma_{si}^{t}$ 为按短暂状况计算时受拉区第 i 层钢筋的应力。

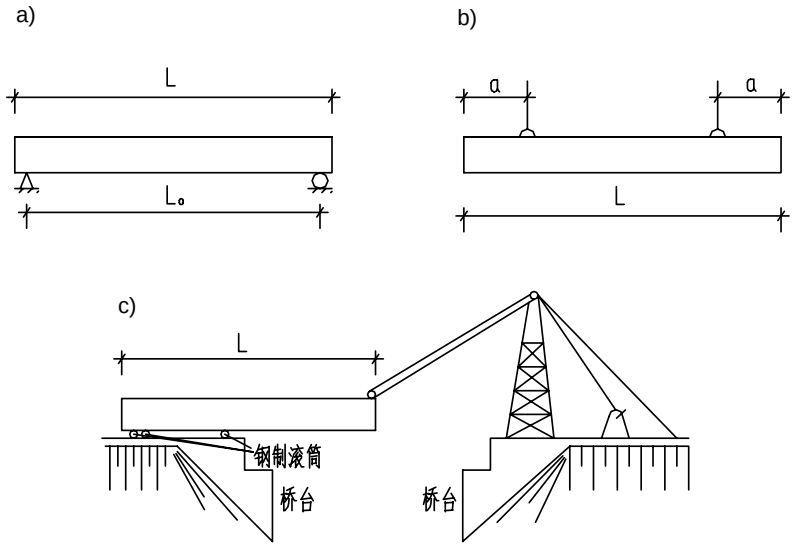



图 9-5 施工阶段受力图

a)简支梁图　b)梁吊点位置图　c)梁“钓鱼法”安装图

对于钢筋的应力计算，一般仅需验算最外排受拉钢筋的应力，当内排钢筋强度小于外排钢筋强度时，则应分排验算。

受弯构件截面应力计算，应已知梁的截面尺寸、材料强度、钢筋数量及布置，以及梁在施工阶段控制截面上的内力 $M_k^t$。下面按照换算截面法分别介绍矩形截面和 T 形截面正应力验算方法。

1) 矩形截面（图 9-2）

按照式（9-11）计算受压区高度 $x_0$，再按式（9-10）求得换算截面惯性矩 $I_o$。

截面应力验算按式(9-17)和式(9-18)进行

（1）受压区混凝土边缘　　$\sigma_{cc}^{t} = \dfrac{M_k^t x_o}{I_{cr}} \le 0.80 f_{ck}^{'}$　　（9-17）

（2）受拉钢筋的面积重心处　$\sigma_{si}^{t} = \alpha_{E s} \dfrac{M_k^t (h_{oi} - x_o)}{I_{cr}} \le 0.75 f_{sk}$　　（9-18）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

式中 的$M_k^t$是由临时的施工荷载标准值产生的弯矩值。

2) T 形截面

在施工阶段，T 形截面在弯矩作用下，其翼板可能位于受拉区[图 9-6a）]，也可能位于受压区[图 9-6b)、图 9-6c)]。

当翼板位于受拉区时，按照宽度为 *b*、高度为 *h* 的矩形截面进行应力验算。

当翼板位于受压区时，则先应按下式进行计算判断

$$\frac{1}{2}b_f^{'}x_0^{\ 2}=\alpha_{Es}A_s\left(h_0-x_0\right) \tag{9-19}$$

式中 $b_f^{'}$——受压翼缘有效宽度；

$\alpha_{Es}$——截面换算系数。

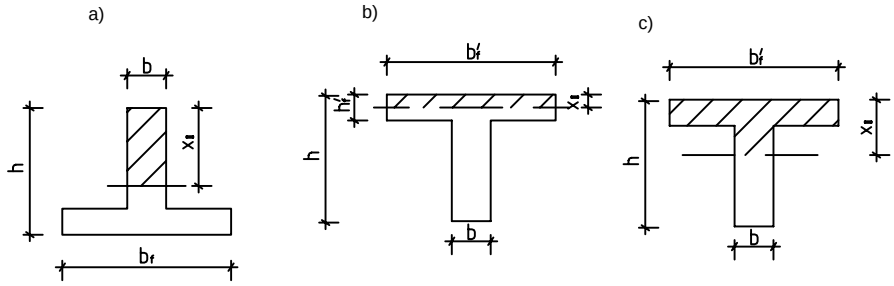



图 9-6　T 形截面梁受力状态图

a)倒 T 形截面　b)第一类 T 形截面　c)第二类 T 形截面

若按式（9-19）计算的$x_0\le h_f^{'}$，表明中性轴在翼板中，为第一类 T 形截面，则可按宽度为$b_f^{'}$的矩形梁计算。

若按式（9-19）计算的$x_0>h_f^{'}$，为第二类 T 形截面，这时应按式（9-12）重新计算受压区高度$x_0$，再按式（9-13）计算换算截面惯性矩$I_o$。

截面应力验算表达式及应满足的要求，仍按式（9-17）和（9-18）进行。

当钢筋混凝土受弯构件施工阶段应力验算不满足时，应该调整施工方法，或者补充、调整某些钢筋。

对于钢筋混凝土受弯构件在施工阶段的主应力验算详见《公路桥规》规定，这里不再复述。

## 9.4　受弯构件的裂缝及最大裂缝宽度验算

混凝土的抗拉强度很低，在不大的拉应力作用下就可能出现裂缝。

钢筋混凝土结构的裂缝，按其产生的原因可分为以下几类

1) 作用效应（如弯矩、剪力、扭矩及拉力等）引起的裂缝，其裂缝形态如前面第 3 章、第 4 章、第 5 章和第 8 章所述。由直接作用引起的裂缝一般是与受力钢筋以一定角度相交的横向裂缝。但是，应该指出的是，由于局部粘结应力过大引起的，沿钢筋长度出现的粘结裂缝（图 4-31）也是由直接作用引起的一种裂缝，这种缝通常是针脚状及劈裂裂缝。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

2) 由外加变形或约束变形引起的裂缝。外加变形一般有地基的不均匀沉降、混凝土的收缩及温度差等。约束变形越大，裂缝宽度也越大。例如在钢筋混凝土薄腹 T 梁的肋板表面上出现中间宽两端窄的竖向裂缝，这是混凝土结硬时，肋板混凝土受到四周混凝土及钢筋骨架约束而引起的裂缝。

3) 钢筋锈蚀裂缝。由于保护层混凝土碳化或冬季施工中掺氯盐（这是一种混凝土促凝、早强剂）过多导致钢筋锈蚀。锈蚀产物的体积比钢筋被侵蚀的体积大（2~3）倍，这种体积膨胀使外围混凝土产生相当大的拉应力，引起混凝土开裂，甚至保护层混凝土剥落。钢筋锈蚀裂缝是沿钢筋长度方向劈裂的纵向裂缝。

过多的裂缝或过大的裂缝宽度会影响结构的外观，造成使用者不安。从结构本身来看，某些裂缝的发生或发展，将影响结构的使用寿命。为了保证钢筋混凝土构件的耐久性，必须在设计、施工等方面控制裂缝。

对外加变形或约束变形引起的裂缝，往往是在构造上提出要求和在施工工艺上采取相应的措施予以控制。例如，混凝土收缩引起的裂缝，往往发生在混凝土的结硬初期，因此需要良好的初期养护条件和合适的混凝土配合比设计，所以在施工规程中，提出要严格控制混凝土的配合比，保证混凝土的养护条件和时间。同时，《公路桥规》还规定，为防止过宽的收缩裂缝，对于钢筋混凝土薄腹梁，应沿梁肋的两侧分别设置直径为（6~8）mm 的水平纵向钢筋，并且具有规定的配筋率（0.001~0.002）$bh$，其中 $b$ 为肋板宽度，$h$ 为梁的高度，其间距在受拉区不应大于肋板宽度，且不大于 200mm；在受压区不应大于 300mm。在支点附近剪力较大区段，肋板两侧纵向钢筋截面面积应予增加，纵向钢筋间距宜为 100~150mm。

对于钢筋锈蚀裂缝，由于它的出现将影响结构的使用寿命，危害性较大，故必须防止其出现。钢筋锈蚀裂缝是目前正处于研究的一种裂缝，在实际工程中，为了防止它的出现，一般认为必须有足够厚度的混凝土保护层和保证混凝土的密实性，严格控制早凝剂的掺入量。一旦钢筋锈蚀裂缝出现，应当及时处理。

在钢筋混凝土结构的使用阶段，直接作用引起的混凝土裂缝，只要不是沿混凝土表面延伸过长或裂缝的发展处于不稳定状态，均属正常的（指一般构件）。但在直接作用下，若裂缝宽度过大，仍会造成裂缝处钢筋锈蚀。

钢筋混凝土构件在荷载作用下产生的裂缝宽度，主要通过设计计算进行验算和构造措施上加以控制。由于裂缝发展的影响因素很多，较为复杂，例如荷载作用及构件性质、环境条件、钢筋种类等，因此，本节将主要介绍钢筋混凝土受弯构件弯曲裂缝宽度的验算及控制方法。

### 9.4.1 受弯构件弯曲裂缝宽度计算理论和方法简介

裂缝宽度是指混凝土构件裂缝的横向尺寸。对于钢筋混凝土受弯构件弯曲裂缝宽度问题，各国均做了大量的试验和理论研究工作，提出了各种不同的裂缝宽度计算理论和方法，总的来说，可以归纳为两大类：第一类是计算理论法。它是根据某种理论来建立计算图式，最后得到裂缝宽度计算公式，然后对公式中一些不易通过计算获得的系数，利用试验资料加以确定。第二类是分析影响裂缝宽度的主要因素，然后利用数理统计方法来处理大量的试验资料而建立计算公式。

下面介绍三种计算理论法。

1) 粘结滑移理论法。

由 D . Watstein 等人在（1940~1960）年代建立和发展起来的裂缝计算理论，一直被认为是“ 经典的裂缝理论 ”。这个理论认为裂缝控制主要取决于钢筋和混凝土之间的粘结性能。其理论要点是钢筋应力通过钢筋与混凝土之间的粘接应力传给混凝土，当混凝土裂缝出现以后，由于钢筋和混凝土之间产生了相对滑移，变形不一致而导致裂缝开展。因此，在一个裂

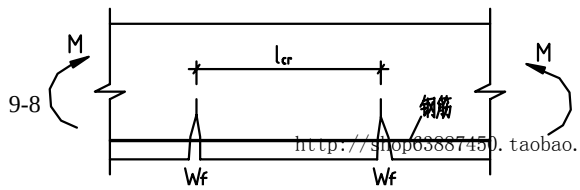



图 9-7 粘结滑移理论示意图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)
http://shop63887450.taobao.com/

缝区段（裂缝间距$l_{cr}$）内， 钢筋伸长和混凝土伸长之差就是裂缝开展平均宽度$W_f$，而且还意味着混凝土表面裂缝宽度与钢筋表面处的裂缝宽度是一样的。

按这一理论建立的裂缝平均宽度$W_f$的计算式为

$$W_f = l_{cr}\left(\overline{\varepsilon_s} - \overline{\varepsilon_c}\right)$$

$$= l_{cr}\overline{\varepsilon_s}\left(1 - \overline{\varepsilon_c}\Big/\overline{\varepsilon_s}\right)$$

$$= l_{cr}\overline{\varepsilon_s}\alpha \qquad (9\text{-}20a)$$

式中 $l_{cr}$为平均裂缝间距，与钢筋直径$d$和配筋率有关；$\overline{\varepsilon_s}$、$\overline{\varepsilon_c}$为分别为裂缝间的钢筋和混凝土的平均应变。

在式（9-20a）中的钢筋平均应变$\overline{\varepsilon_s}$进一步可表达为$\overline{\varepsilon_s} = \dfrac{\sigma_{ss}}{E_s}\psi$，$\psi$为裂缝间混凝土参予受拉工作的程度，即裂缝间距内受拉钢筋应变不均匀系数，$\psi \leq 1.0$。另外，由于$\overline{\varepsilon_c}$通常远远小于$\overline{\varepsilon_s}$，常可忽略不计。由此得到裂缝平均宽度为

$$W_f = \psi \cdot \frac{\sigma_{ss}}{E_s} l_{cr} \qquad (9\text{-}20b)$$

式中 $\sigma_{ss}$－钢筋在裂缝处的应力；

$\psi$－钢筋应变不均匀系数。

2）无滑移理论

1966 年英国水泥混凝土学会 G .D.Base、J.b.Read 等人提出了无滑移理论。这一理论认为，在通常允许的裂缝宽度范围内，钢筋与混凝土之间的粘结力并不破坏，相对滑移很小可以忽略不计，钢筋表面处裂缝宽度要比构件表面裂缝宽度小得多，这表明裂缝的形状如（图 9-8）所示。此理论要点是表面裂缝宽度是由钢筋至构件表面的应变梯度控制的，即裂缝宽度随着离钢筋距离的增大而增大，钢筋的混凝土保护层厚度是影响裂缝宽度的主要因素。

G.D.Base 等学者通过理论与试验导出钢筋侧面的最大裂缝宽度$W_{f\max}$为

$$W_{f\max} = kc\frac{\sigma_{ss}}{E_s} \qquad (9\text{-}21)$$

式中 $c$——为裂缝观测点离最近一根钢筋表面的距离，若$c$点位于构件表面，则$c$为保护层

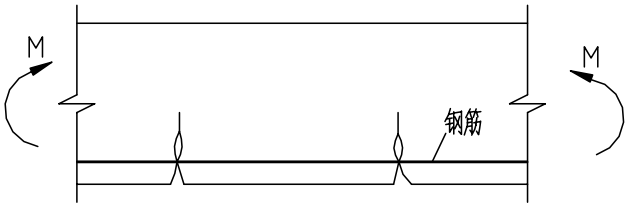



图 9-8 无滑移理论示意图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

厚度；

$k$ ——为最大裂缝宽度与平均裂缝宽度的扩大倍数。

3) 综合理论

即为粘结滑移理论和无滑移理论的综合。1971 年日本的 Y.Goto 在轴心拉杆的钢筋周围预埋导管并用墨水注入，试验后剖开试件发现在主裂缝附近变形钢筋周围形成（图 9-9）所示的内部微裂，主裂缝附近区段粘结力遭到破坏，同时证明裂缝宽度在构件外表处最大，钢筋表面处最小。这为综合理论的研究提供了试验观察现象。综合理论既考虑了保护层厚度对裂缝宽度$W_f$的影响，也考虑了钢筋和混凝土之间可能出现的滑移，这无疑比前两种理论更为合理。

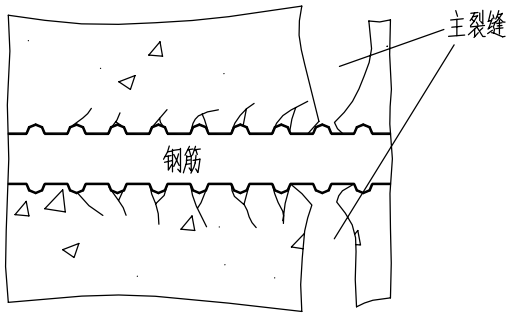



图 9-9 综合理论示意图

我国《混凝土结构设计规范》（GBJ50010-2002）采用综合理论进行裂缝宽度计算式如下

$$W_{f\max}=2.1\varphi\frac{\sigma_{ss}}{E_s}(1.9c+0.08\frac{d_{eq}}{\rho_{te}}) \tag{9-22}$$

$$\varphi=1.1-0.65\frac{f_{tk}}{\rho_{te}\sigma_{sk}} \tag{9-22a}$$

$$d_{eq}=\frac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i \nu_i d_i} \tag{9-22b}$$

$$\rho_{te}=\frac{A_s}{A_{te}} \tag{9-22c}$$

$$\sigma_{sk}=\frac{M_k}{0.87h_0A_s} \tag{9-22d}$$

式中 $M_K$——按荷载效应的标准组合计算的弯矩值；

$\sigma_{sk}$ ——按荷载短期效应标准组合计算的受弯构件纵向受拉钢筋的应力；

$\varphi$ ——裂缝间纵向受拉钢筋应变不均匀系数，当$\varphi$<0.2 时，取$\varphi$=0.2；当$\varphi$>1.0 时，取$\varphi$=1.0；对直接承受重复荷载的构件，取$\varphi$=1.0；

$c$ ——最外一排纵向受拉钢筋保护层厚度（以 mm 计），当$c$＜20 时，取$c$=20，当$c$>65 时，取$c$=65；

$A_{te}$ ——按有效受拉混凝土面积。对轴拉构件为构件截面面积，对受弯构件则取$\frac{1}{2}$梁高以下的混凝土截面面积。当$\rho_{te}$<0.01 时，取$\rho_{te}$=0.01；

$A_s$ ——纵向受拉钢筋截面面积；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$d_{eq}$ ——纵向受拉钢筋等效直径(mm)；

$d_i$ ——第 $i$ 种纵向受拉钢筋的公称直径；

$n_i$ ——第 $i$ 种纵向受拉钢筋的根数；

$v_i$ ——第 $i$ 种纵向受拉钢筋的相对粘结特征系数，对带肋钢筋取 1.0，对光面钢筋取 0.7。

$\alpha_{cr}$ ——构件受力特征系数。对钢筋混凝土受弯和偏心受压构件，$\alpha_{cr}$ =2.1。

在式（9-22）中的括号内数值相当于平均裂缝间距，其第一项反映保护层厚度 $c$ 的影响，一般指主筋侧面的保护层厚度；第二项反映钢筋与混凝土相对滑移对裂缝宽度的影响。这些都反映了综合理论方法的特点。

影响裂缝宽度的因素很多，裂缝机理也十分复杂。近数十年来人们已积累了相当多的研究裂缝问题的试验资料，利用这些已有的试验资料，分析影响裂缝宽度的各种因素，找出主要的因素，舍去次要因素，再用数理统计方法给出简单适用而又有一定可靠性的裂缝宽度计算公式，这种方法称为数理统计方法。我国大连理工大学研究并提出了按数理统计方法得出的裂缝宽度公式。

根据大连理工大学和东南大学的试验结果分析，影响裂缝宽度的主要因素有：钢筋应力 $\sigma_{ss}$、钢筋直径 $d$、配筋率 $\rho$、保护层厚度 $c$、钢筋外形、荷载作用性质（短期、长期、重复作用）、构件受力性质（受弯、受拉、偏心受拉等）。

欲建立的裂缝宽度计算公式考虑因素分析如下：

（1）混凝土强度等级（或抗拉强度）的影响　国内外资料大多认为混凝土强度对裂缝宽度影响不大，计算公式中可不考虑此项因素。

（2）钢筋保护层厚度 $c$ 的影响　保护层厚度 $c$ 对裂缝间距 $l_{cr}$ 和表面裂缝宽度 $W_f$ 均有影响。保护层愈厚，裂缝宽度愈宽。但是，从另一方面讲，容许裂缝宽度如规定为使用年限内钢筋不致锈蚀的开展宽度，则也与保护层厚度密切有关，即保护层愈厚，钢筋锈蚀的可能性愈小。因此，保护层厚度对计算裂缝宽度和容许裂缝宽度的影响可大致抵消，同时，一般构件保护层厚度与截面有效高度之比变异范围不大（$c/h_0 = 0.05 \sim 0.10$），故在裂缝宽度计算公式中，暂时也可以不考虑保护层厚度的影响。

（3）受拉钢筋应力 $\sigma_{ss}$ 的影响　在国外文献中，一致认为受拉钢筋应力 $\sigma_{ss}$ 是影响裂缝开展宽度的最主要因素。但裂缝宽度与 $\sigma_{ss}$ 的关系则有不同的表达形式。采用在使用荷载作用下裂缝最大宽度 $W_{f\max}$ 与 $\sigma_{ss}$ 成线性关系的形式是最简单的表达形式。

（4）钢筋直径 $d$ 的影响　试验表明，在受拉钢筋配筋率和钢筋应力大致相同的情况下，裂缝宽度随 $d$ 的增大而增大。

（5）受拉钢筋配筋率 $\rho$ 的影响　试验表明，当钢筋直径相同、钢筋应力大致相同的情况下，裂缝宽度随着 $\rho$ 值的增加而减小，当 $\rho$ 接近某一数值（如 $\rho \geq 0.02$ 时），裂缝宽度接近不变。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

（6）钢筋外形的影响　　在裂缝宽度计算公式中，引用不同的系数$c_1$来考虑钢筋外形的影响，例如对螺纹钢筋取$c_1$=1.0。

（7）直接作用性质的影响　在裂缝宽度计算公式中，引用不同的系数$c_2$来考虑荷载作用性质的影响，例如对短期荷载作用取$c_2=1.0$。

（8）构件受力性质的影响　　用不同的参数$c_3$来考虑构件受力性质对最大裂缝宽度的影响，例如对受弯构件取$c_3$=1.0。

从以上分析，在选取统计参数时，舍去次要因素，考虑主要参数，得到最大裂缝宽度计算公式形式为

$$W_{f\max}=c_1c_2c_3\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{c_4+c_5d}{c_6+c_7\rho}\right)$$

在做数理统计分析时，先取常用的螺纹钢筋$c_1=1.0$，短期荷载作用$c_2=1.0$，常用的受弯构件$c_3=1.0$，于是

$$W_{f\max}=\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{c_4+c_5d}{c_6+c_7\rho}\right)=\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{\frac{c_4}{c_5}+d}{\frac{c_6}{c_5}+\frac{c_7}{c_5}\rho}\right)=\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{c_1'+d}{c_2'+c_3'\rho}\right)$$

式中 $c_1'$、$c_2'$和$c_3'$是由试验数据决定的参数。上式是多变量的曲线方程。用常规的最小二乘方法进行直接的回归统计来确定各待定参数是困难的，因此采用变换参数逐步逼近目标函数的方法，利用电子计算机寻找最佳参数值。计算的目标函数是要求$x=W_{f\max}^t/W_{f\max}$的平均值$\bar{x}\to1$，且使$W_{f\max}^t/W_{f\max}$的变异系数趋于最小，$W_{f\max}^t$为试验观测值。

经过用电子计算机进行统计计算，并取用工程设计中习用的取整数字，给出$c_1'=30$，$c_2'=0.28$，$c_3'=10$，再根据轴心受拉、偏心受压、偏心受拉构件裂缝宽度的试验资料和以往的设计经验，统计出各种情况下$c_1$、$c_2$和$c_3$，由此给出矩形、T 形、倒 T 形、工字形截面受弯、轴心受拉、偏心受压、偏心受拉构件的最大裂缝宽度$W_{f\max}$(mm)的计算公式为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$W_{fk} = c_1 c_2 c_3 \frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d}{0.28+10\rho}\right) \qquad (9\text{-}23)$$

式中 $c_1$——考虑钢筋表面形状的系数，对带肋钢筋，取$c_1$=1.0；对光圆钢筋，取$c_1$=1.4；

$c_2$——考虑荷载作用的系数，短期静力荷载作用时，取$c_2$=1.0；荷载长期或重复作用时,取$c_2$=1.5;

$c_3$——考虑构件受力特征的系数，对受弯构件，取$c_3$=1.0；对大偏心受压构件，取$c_3$=0.9；对偏心受拉构件，取$c_3$=1.1；对轴心受拉构件，取$c_3$=1.2;

$d$——纵向钢筋直径（mm）；

$\rho$——截面配筋率；

$\sigma_{ss}$——按构件短期效应组合计算的构件裂缝处纵向受拉钢筋应力（MPa）；

$E_s$——受拉钢筋弹性模量（MPa）。

9.4.2 《公路桥规》关于最大裂缝宽度计算方法和裂缝宽度限值

《公路桥规》对于钢筋混凝土构件的最大裂缝宽度计算公式，是以式（9-23）为基础加以修订提出的。

在研究分析中，选用了包括式（9-23）在内的国内外 6 个裂缝宽度计算公式，对 40 根公路钢筋混凝土 T 形简支梁受拉主筋（采用螺纹钢筋）进行计算，并以 CEB—FIP《国际标准规范》公式为准绳进行比较。其结论是式（9-23）的计算值接近于《国际标准规范》值，但略大。同时，对钢筋混凝土其他构件的试验资料进行对比后，对式（9-23）系数进行了修正。《公路桥规》规定矩形、T 形和工字形截面的钢筋混凝土构件，其最大裂缝宽度$W_{fk}$可按下式计算

$$W_{fk} = c_1 c_2 c_3 \frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d}{0.28+10\rho}\right) \quad (\text{mm}) \qquad (9\text{-}24)$$

式中 $c_1$——考虑钢筋表面形状的系数。对于光面钢筋，$c_1$=1.4；对于带肋钢筋，$c_1$=1.0；

$c_2$——作用（或荷载）长期效应影响系数。$c_2 = 1 + 0.5\frac{N_l}{N_s}$，其中$N_l$和$N_s$分别为按作用（或荷载）长期效应组合和短期效应组合计算的内力值（弯矩或轴力）；

$c_3$——与构件受力性质有关的系数。当为钢筋混凝土板式受弯构件时，$c_3$=1.15；其他受弯构件时，$c_3$=1.0，偏心受拉构件时，$c_3$=1.1；偏心受压构件时，$c_3$=0.9；轴心受拉构件时，$c_3$=1.2；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$d$ ——纵向受拉钢筋的直径（mm）。当用不同直径的钢筋时，改用换算直径 $d_e$，

$d_e=\dfrac{\sum n_i d_i^2}{\sum n_i d_i}$，式中对钢筋混凝土构件，$n_i$ 为受拉区第 $i$ 种普通钢筋的根数，

$d_i$ 为受拉区第 $i$ 种普通钢筋的公称直径。对于焊接钢筋骨架，式(9-24)中的 $d$ 或 $d_e$ 应乘以 1.3 的系数；

$\rho$ ——纵向受拉钢筋配筋率，$\rho=\dfrac{A_s}{bh_0+(b_f-b)h_f}$。对钢筋混凝土构件，当 $\rho>$ 0.02 时，取 $\rho=0.02$；当 $\rho<0.006$ 时，取 $\rho=0.006$；对于轴心受拉构件，$\rho$ 按全部受拉钢筋截面面积 $A_s$ 的一半计算；

$b_f$、$h_f$ ——受拉翼缘的宽度与厚度；

$h_0$ ——有效高度；

$\sigma_{ss}$ ——由作用（或荷载）短期效应组合引起的开裂截面纵向受拉钢筋在使用荷载作用下的应力（MPa），对于钢筋混凝土受弯构件，$\sigma_{ss}=\dfrac{M_s}{0.87A_s h_0}$；其它受力性质构件的 $\sigma_{ss}$ 计算式参见《公路桥规》；

$E_s$ ——钢筋弹性模量（MPa）。

《公路桥规》规定，在正常使用极限状态下钢筋混凝土构件的裂缝宽度，应按作用（或荷载）短期效应组合并考虑长期效应组合影响进行验算，且不得超过规范规定的裂缝限值。在Ⅰ类和Ⅱ类环境条件下的钢筋混凝土构件，算得的裂缝宽度不应超过 0.2mm；处于Ⅲ类和Ⅳ类环境下的钢筋混凝土受弯构件，容许裂缝宽度不应超过 0.15mm。应该强调的是，《公路桥规》规定的裂缝宽度限值，是指在作用（或荷载）短期效应组合并考虑长期效应组合影响下构件的垂直裂缝，不包括施工中砼收缩、养护不当等引起的其他非受力裂缝。

## 9.5 受弯构件的变形（挠度）验算

钢筋混凝土受弯构件在使用阶段，因作用（或荷载）将产生挠曲变形，而过大的挠曲变形将影响结构的正常使用。因此，为了确保桥梁的正常使用，受弯构件的变形计算列为持久状况正常使用极限状态计算的一项主要内容，要求受弯构件具有足够刚度，使得构件在使用荷载作用下的最大变形（挠度）计算值不得超过容许的限值。

受弯构件在使用阶段的挠度应考虑作用（或荷载）长期效应的影响，即按作用（或荷载）短期效应组合和给定的刚度计算的挠度值，再乘以挠度长期增长系数 $\eta_\theta$。挠度长期增长系数取用规定是：当采用 C40 以下混凝土时，$\eta_\theta$=1.65；当采用 C40~C80 混凝土时，$\eta_\theta$=1.



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

5~1.4，中间强度等级可适当插入取用。

《公路桥规》规定，钢筋混凝土受弯构件按上述计算的长期挠度值，在消除结构自重产生的长期挠度后不应超过以下规定的限值

梁式桥主梁的最大挠度处　　$l/600$

梁式桥主梁的悬臂端　　$l_1/300$

此处，$l$ 为受弯构件的计算跨径，$l_1$ 为悬臂长度。

本节将介绍《公路桥规》关于受弯构件在使用阶段变形验算的方法。

9.5.1 受弯构件的刚度及挠度

在使用阶段，钢筋混凝土受弯构件是带裂缝工作的。对这个阶段的计算，前已介绍有三个基本假定，即平截面假定、弹性体假定和不考虑受拉区混凝土参与工作，故可以采用材料力学或结构力学中关于受弯构件变形处理的方法，但应考虑到钢筋混凝土构件在第 II 阶段的工作特点。

钢筋混凝土梁在弯曲变形时，纯弯段的各横截面将绕中性轴转动一个角度 $\varphi$，但截面仍保持平面（图 9-10）。这时，按材料力学可得到挠度曲线的曲率

$$\varphi=\frac{1}{\rho}=\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{B} \tag{9-25}$$

挠度计算公式为

$$y=\delta=\alpha\frac{ML^2}{B} \tag{9-26}$$

式中 $B$ ——抗弯刚度。对匀质弹性梁，抗弯刚度 $B=EI$ （截面和材料确定后，截面刚度就是常数）。

构件截面抵抗弯曲变形的能力称为抗弯刚度。构件截面的弯曲变形是用曲率 $\varphi$ 来度量的，$\varphi=\frac{1}{\rho}$，$\rho$ 是变形曲线（指平均中和轴）在该截面处的曲率半径，因此，曲率 $\varphi$ 也就等于构件单位长度上两截面间的相对转角（图 9-10）。

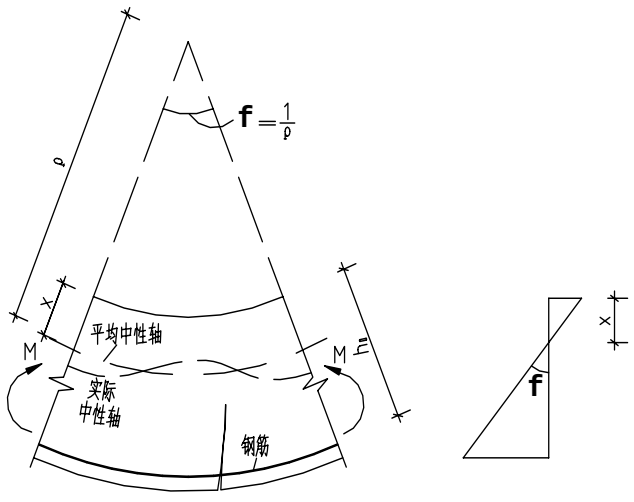



图 9-10 平截面假定示意图

但是，钢筋混凝土受弯构件各截面的配筋不一样，承受的弯矩也不相等，弯矩小的截面可能不出现弯曲裂缝，其刚度要较弯矩大的开裂截面大得多，因此沿梁长度的抗弯刚度是个变值。如（图 9-12）所示，将一根带裂缝的受弯构件视为一根不等刚度的构件，裂缝处刚度小，两裂缝间截面刚度大，图中实线表示截面刚度变化规律。为简化起见，把图中变刚度构件等效为[图 9-12c)]中的等刚度构件，采用结构力学方法，按在两端部弯矩



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

作用下构件转角相等的原则，则可求得等刚度受弯构件的等效刚度 B，即为开裂构件等效截面的抗弯刚度。

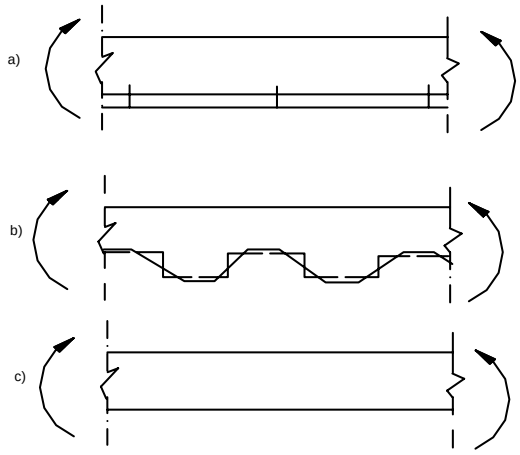



图 9-11 构件截面等效示意图

a) 带裂缝的受弯构件 b)不等刚度的受弯构件 c)等刚度受弯构

对钢筋混凝土受弯构件，《公路桥规》规定计算变形时的抗弯刚度为

$$B=\frac{B_0}{(\frac{M_{cr}}{M_s})^2+\left[1-(\frac{M_{cr}}{M_s})^2\right]\frac{B_0}{B_{cr}}} \tag{9-27}$$

式中 $B$ ——开裂构件等效截面的抗弯刚度；

$B_0$ ——全截面的抗弯刚度，$B_0=0.95E_cI_0$ ；

$B_{cr}$ ——开裂截面的抗弯刚度，$B_{cr}=E_cI_{cr}$ ；

$E_c$ ——混凝土的弹性模量；

$I_0$ ——全截面换算截面惯性矩；

$I_{cr}$ ——开裂截面的换算截面惯性矩。

$M_s$ ——按短期效应组合计算的弯矩值；

$M_{cr}$ ——开裂弯矩，$M_{cr}=\gamma f_{tk}W_0$ ；

$f_{tk}$ ——混凝土轴心抗压强度标准值；

$\gamma$ ——构件受拉区混凝土塑性影响系数，$\gamma=2S_0/W_0$ ；

$S_0$ ——全截面换算截面重心轴以上（或以下）部分面积对重心轴的面积矩；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$W_0$——全截面换算截面抗裂验算边缘的弹性抵抗矩；

9.5.2　预拱度的设置

对于钢筋混凝土梁式桥，梁的变形是由结构重力（恒载）和可变荷载两部分荷载作用产生的。

在前面已经介绍，《公路桥规》对受弯构件主要计算作用（或荷载）短期效应组合并考虑作用（或荷载）长期效应影响的长期挠度值(扣除结构重力产生的影响值)并满足限值。对结构重力引起的变形，一般采用设置预拱度来加以消除。

《公路桥规》规定：当由作用（或荷载）短期效应组合并考虑作用（或荷载）长期效应影响产生的长期挠度不超过 $l/1600$（$l$ 为计算跨径）时，可不设预拱度；当不符合上述规定时则应设预拱度。钢筋混凝土受弯构件预拱度值按结构自重和 $\frac{1}{2}$ 可变荷载频遇值计算的长期挠度值之和采用，即

$$\Delta = \delta_G + \frac{1}{2}\delta_Q \tag{9-28}$$

式中 $\Delta$ ——预拱度值；

$\delta_G$ ——结构重力产生的长期竖向挠度；

$\delta_Q$ ——可变荷载频遇值产生的长期竖向挠度。

需要注意的是，预拱的设置按最大的预拱值沿顺桥向做成平顺的曲线。

**例 9-1**　钢筋混凝土简支 T 梁梁长 $L_0 = 19.96mm$，计算跨径 $L = 19.50m$。C25 混凝土，$f_{ck} = 16.7MPa$，$f_{tk} = 1.78MPa$，$E_c = 2.80\times10^4 MPa$。

主梁截面尺寸如[图 9-12a)]。跨中截面主筋面积 $A_s = 6837mm^2\left(8\underline{\phi}32 + 2\underline{\phi}16\right)$，$a_s = 104mm$，$E_s = 2\times10^5 MPa$，$f_{sk} = 335MPa$。

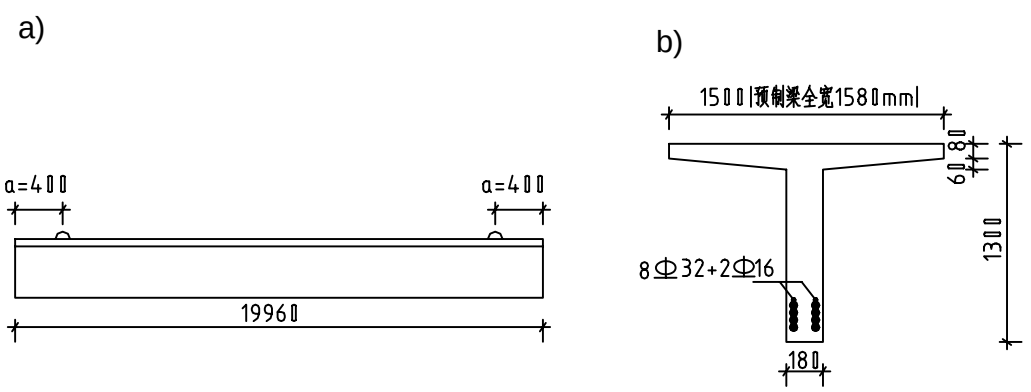



图 9-12 例 9-1 图（尺寸单位：mm）

a)梁立面图　b)梁跨中截面图

简支梁吊装时，其吊点设在距梁端 $a = 400mm$ 处[图 9-12a）]，梁自重在跨中截面引起



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

的弯矩 $M=505.69kN\cdot m$。

T 梁跨中截面使用阶段可变作用(汽车荷载)标准值产生的弯矩为 $M_{Q1k}=596.04kN\cdot m$（未计入汽车冲击系数），永久作用(恒载)标准值产生的弯矩 $M_{GK}=751kN\cdot m$；可变作用(人群荷载)标准值产生的弯矩 $M_{Q2K}=55.30kN\cdot m$。I 类环境条件。

试进行钢筋混凝土简支 T 梁的验算。

**解**：1) 施工吊装时的正应力验算

根据[图 9-13a）]所示梁的吊点位置及主梁自重（看作均布荷载），可以看到在吊点截面处有最大负弯矩，在梁跨中截面有最大正弯矩，均为正应力验算截面。本例以梁跨中截面正应力验算为例介绍计算方法。

（1）梁跨中截面惯性矩 $I_{cr}$ 的计算

根据《公路桥规》规定计算得到梁受压翼板的有效宽度为 $b_f^{'}=1500mm$，而受压翼板平均厚度为 110mm。有效高度 $h_0=h-a_s=1300-104=1196mm$。

由 C25 混凝土，得到 $\alpha_{Es}=15$。由式（9-19）计算截面混凝土受压区高度

$$\frac{1}{2}\times1500\times x_0^{\ 2}=15\times68.37\times10^2(1300-104-x_0)$$

得到

$$x_0=342mm>h_f^{'}(=110mm)$$

故为第二类 T 形截面。

这时，换算截面受压区高度 $x_o$ 应由式（9-12）确定

$$A=\frac{\alpha_{Es}A_s+h_f^{'}(b_f^{'}-b)}{b}$$
$$=\frac{15\times68.37\times10^2+110(1500-180)}{180}$$
$$=1376mm$$
$$B=\frac{2\alpha_{Es}A_sh_0+(b_f^{'}-b)h_f^{'2}}{b}$$
$$=\frac{2\times15\times68.37\times10^2\times1196+(1500-180)110^2}{180}$$
$$=1451575mm^2$$

故

$$x_0=\sqrt{A^2+B}-A$$
$$=\sqrt{1376^2+1451575}-1376$$
$$=452.9mm>h_f^{'}(=110mm)$$

按式（9-13）计算开裂截面的换算截面的惯性矩 $I_{cr}$：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$I_{cr}=\frac{b_f^{'}x_0^3}{3}-\frac{\left(b_f^{'}-b\right)\left(x_0-h_f^{'}\right)^3}{3}+\alpha_{Es}A_s\left(h_0-x_0\right)^2$$

$$=\frac{1500\times(453)^3}{3}-\frac{(1500-180)(453-110)^3}{3}+15\times6837(1196-453)^2$$

$$=85339.64\times10^6\,mm^4$$

（2）正应力验算

吊装时动力系数为 1.2（起吊时主梁超重），则跨中截面计算弯矩为 $M_k^t=1.2M=1.2\times505.69\times10^6=606.828\times10^6\,N\cdot mm$。

由式（9-17）算得受压区混凝土边缘正应力为

$$\sigma_{cc}^t=\frac{M_k^t x_0}{I_{cr}}=\frac{606.828\times10^6\times453}{85339.64\times10^6}$$

$$=3.22MPa<0.8f_{ck}^{'}(=0.8\times16.7=13.36MPa)$$

由式（9-18）算得受拉钢筋的面积重心处的应力为

$$\sigma_s^t=\alpha_{Es}\frac{M_k^t\left(h_0-x_0\right)}{I_{cr}}=15\frac{606.828\times10^6\times(1196-453)}{85339.64\times10^6}$$

$$=79.25MPa<0.75f_{sk}(=0.75\times335=251MPa)$$

最下面一层钢筋（$2\underline{\phi}32$）重心距受压边缘高度为 $h_{01}=1300-(\frac{32}{2}+30)=1254mm$，则钢筋应力为

$$\sigma_s=\alpha_{Es}\frac{M_k^t}{I_{cr}}\left(h_{01}-x_0\right)$$

$$=15\times\frac{606.828\times10^6}{85339.64\times10^6}(1254-453)$$

$$=85.3MPa<0.75f_{sk}(=251MPa)$$

验算结果表明，主梁吊装时混凝土和钢筋的正应力小于规范限值，可取[图 9-13a)]的吊点位置。

2)裂缝宽度 $W_{fk}$ 的验算

（1）系数 $c_1$ 带肋钢筋 $c_1=1.0$；

短期荷载效应组合弯矩计算值为

$$M_s=M_{GK}+\psi_{11}\times M_{Q1K}+\psi_{12}\times M_{Q2K}$$

$$=751+0.7\times596.04+55.30$$

$$=1223.53kN.m$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

荷载长期效应组合弯矩计算值为

$$M_s = M_{GK} + \psi_{21} \times M_{Q1K} + \psi_{22} \times M_{Q2K}$$

$$=751+0.4\times 596.04+0.4\times 55.30$$

$$=1011.54kN.m$$

系数 $c_2 = 1+0.5\frac{M_l}{M_s} = 1+0.5\frac{1011.54}{1223.53} = 1.41$；

系数 $c_3$ 非板式受弯构件 $c_3 = 1.0$。

（2）钢筋应力 $\sigma_{ss}$ 的计算

$$\sigma_{ss} = \frac{M_s}{0.87h_0A_s} = \frac{1223.53\times 10^6}{0.87\times 1196\times 6837} = 171.98MPa$$

（3）换算直径 $d$

因为受拉区采用不同的钢筋直径，按式（9-24）要求，$d$ 应取用换算直径 $d_e$，则

$$d = d_e = \frac{8\times 32^2 + 2\times 16^2}{8\times 32 + 2\times 16} = 30.2mm$$

（4）纵向受拉钢筋配筋率 $\rho$

$$\rho = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{6837}{180\times 1196}$$

$$= 0.0318 > 0.02$$

取 $\rho$ =0.02。

（5）最大裂缝宽度 $W_{fk}$

由式（9-24）得

$$W_{fk} = c_1c_2c_3\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d}{0.28+10\rho}\right)$$

$$=1\times 1.42\times 1\times\frac{171.98}{2\times 10^5}\left(\frac{30+30.2}{0.28+10\times 0.02}\right)$$

$$=0.15mm \le [W_f] = 0.2mm$$，满足要求。

3) 梁跨中挠度的验算

在进行梁变形计算时，应取梁与相邻梁横向联接后截面的全宽度受压翼板计算，即为 $b_{f1}^{'} = 1600mm$，而 $h_f^{'}$ 仍为 110$mm$。

（1）T 梁换算截面的惯性矩 $I_0$ 计算



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

由式（9-19）得到

$$\frac{1}{2}\times 1600\times x_0{}^2=15\times 68.37\times 10^2\left(1300-104-x_0\right)$$

$$x_0=333mm>h_f^{'}(=110mm)$$

梁跨中截面为第二类 T 形截面。这时，受压区 $x$ 高度由式（9-12）确定

$$\begin{aligned}A&=\frac{\alpha_{Es}A_s+h_f^{'}\left(b_{f1}^{'}-b\right)}{b}\\&=\frac{15\times 6837+110\left(1600-180\right)}{180}\\&=1437.5mm\approx 1438mm\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B&=\frac{2\alpha_{Es}A_sh_0+\left(b_{f1}^{'}-b\right)h_f^{'2}}{b}\\&=\frac{2\times 15\times 6837\times 1196+\left(1600-180\right)110^2}{180}\\&=1458297mm^2\end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned}x_0&=\sqrt{A^2+B}-A\\&=\sqrt{\left(1438\right)^2+1458297}-1438\\&=439mm>h_f^{'}(=110mm)\end{aligned}$$

全截面换算惯性矩 $I_0$ 为

$$\begin{aligned}I_0&=\frac{1}{12}bh^3+bh(\frac{h}{2}-x_0)^2+(b'_{f1}-b)h'_f\cdot(\frac{h}{2}-\frac{h'_f}{2})^2+(\alpha_{ES}-1)A_s(h_0-x_0)^2\\&=\frac{1}{12}\times 180\times 1300^3+180\times 1300\times(\frac{1300}{2}-439)^2\\&\quad+(1600-180)\times 110\times(\frac{1300}{2}-\frac{110}{2})^2+(15-1)\times 6837\times(1196-439)^2\\&=1.54\times 10^{11}mm^4\text{。}\end{aligned}$$

开裂截面的换算截面惯性矩 $I_{cr}$ 为

$$\begin{aligned}I_{cr}&=\frac{1600\times\left(439\right)^3}{3}-\frac{\left(1600-180\right)\left(439-110\right)^3}{3}+15\times 6837\left(1196-439\right)^2\\&=87035.44\times 10^6mm^4\end{aligned}$$

（2）计算开裂构件的抗弯刚度

全截面抗弯刚度 $B_0=0.95E_cI_0=0.95\times 2.8\times 10^4\times 1.54\times 10^{11}=4.096\times 10^{15}N.mm^2$ ；

开裂截面抗弯刚度 $B_{cr}=E_cI_{cr}=2.8\times 10^4\times 87035.44\times 10^6=2.44\times 10^{15}\ N.mm^2$ ；

全截面换算截面受拉区边缘的弹性抵抗矩



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$W_0=\frac{I_0}{h-x_0}=\frac{1.54\times10^{11}}{1300-439}=1.79\times10^8 mm^3\ ;$$

全截面换算截面的面积矩 $S_0=\frac{1}{2}b'_{f1}x_0{}^2-\frac{1}{2}(b'_{f1}-b)(x_0-h'_f)^2$

$$=\frac{1}{2}\times1600\times439^2-\frac{1}{2}\times(1600-180)\times(439-110)^2$$
$$=7.73\times10^7 mm^3\ ;$$

塑性影响系数 $\gamma=\frac{2S_0}{W_0}=\frac{2\times7.73\times10^7}{1.79\times10^8}=0.86$ ；

开裂弯矩 $M_{cr}=\gamma f_{tk}W_0=0.86\times1.78\times1.79\times10^8=2.753\times10^8 N.mm=275.3kN.m$ ；

开裂构件的抗弯刚度为 $B=\frac{B_0}{(\frac{M_{cr}}{M_s})^2+\left[1-(\frac{M_{cr}}{M_s})^2\right]\frac{B_0}{B_{cr}}}$

$$=\frac{4.096\times10^{15}}{(\frac{275.3}{1223.53})^2+\left[1-(\frac{275.3}{1223.53})^2\right]\frac{4.096\times10^{15}}{2.44\times10^{15}}}$$

$$=2.49\times10^{15} N.mm^2$$

（3）受弯构件跨中截面处的长期挠度值

短期荷载效应组合下跨中截面弯矩标准值 $Ms$=1223.53$kN.m$，结构自重作用下跨中截面弯矩标准值 $M_{GK}$=751$kN.m$。对 C20 混凝土，挠度长期增长系数 $\eta_\theta=1.65$。

受弯构件在使用阶段的跨中截面的长期挠度值为

$$\delta_l=\frac{5}{48}\times\frac{M_sL^2}{B}\times\eta_\theta$$
$$=\frac{5}{48}\times\frac{1223.53\times10^6\times\left(19.5\times10^3\right)^2}{2.49\times10^{15}}\times1.65$$
$$=32mm$$

在结构自重作用下跨中截面的长期挠度值为

$$\delta_g=\frac{5}{48}\times\frac{M_{Gk}L^2}{B}\times\eta_\theta$$

$$=\frac{5}{48}\times\frac{751\times10^6\times(19.5\times10^3)^2}{2.49\times10^{15}}\times1.65$$

=20mm

长期挠度计算值 $\delta_q$ 为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\delta_q = \delta_l - \delta_g = 32 - 20 = 12mm < \frac{L}{600}(= \frac{19.5\times10^3}{600} = 33mm)$$

符合《公路桥规》的规范要求。

(4) 预拱度设置

因为在荷载短期效应组合并考虑荷载长期效应影响产生的长期挠度为 $\delta_l = 32mm > \frac{L}{1600} = \frac{19.5\times10^3}{1600} = 12mm$，故跨中截面需设置预拱度。

根据《公路桥规》对预拱度设置的规定，由公式(19-28)得到梁跨中截面的预拱为

$$\Delta = \delta_g + \frac{1}{2}\delta_q = 20 + \frac{1}{2}\times12 = 26mm$$

## 9.6 混凝土结构的耐久性

在钢筋混凝土应用于土木工程结构至今的 150 年间，大量的钢筋混凝土结构由于各种各样的原因而提前失效，达不到规定的服役年限。这其中有的是由于结构设计的抗力不足造成的，有的是由于使用荷载的不利变化引起的，但更多的是由于结构的耐久性不足导致的，例如，钢筋混凝土梁的过宽裂缝；混凝土中钢筋锈蚀，严重时会造成混凝土剥落；钢筋混凝土梁下挠变形过大等等，虽不会立即造成桥梁安全性问题，但会降低使用性能。许多工程实践表明，早期损坏的结构需要花费大量的财力进行修补，造成了巨大的经济损失。因此，保证混凝土结构能在自然和人为的化学和物理环境下满足耐久性的要求，是一个十分迫切和重要的问题。在设计桥梁混凝土结构时，除了进行承载能力计算、变形和裂缝验算外，还应在设计上考虑耐久性问题。

### 9.6.1 结构耐久性的基本概念

所谓混凝土结构的耐久性，是指混凝土结构在自然环境、使用环境及材料内部因素的作用下，在设计要求的目标使用期内，不需要花费大量资金加固处理而保持安全、使用功能和外观要求的能力。

通过对大量结构提前失效的实例分析表明，引起结构耐久性失效的原因存在于结构设计、施工及维护的各个环节。

首先，虽然在许多国家的规范中都明确规定钢筋混凝土结构必须具备安全性、适用性与耐久性，但是，这一宗旨并没有充分地体现在具体的设计条文中，使得在以往的乃至现在的工程结构设计中普遍存在着重承载力设计而轻耐久性设计的现象。尽管以往设计规范提出一些保证混凝土结构耐久性构造措施之外，只是在正常使用极限状态验算中控制了一些与耐久性设计有关的参数，如混凝土结构的裂缝宽度等，但这些参数的控制对混凝土结构耐久性设计并不起决定性的作用，并且这些参数也会随时间而变化。同时，不合格的施工也会影响混凝土结构的耐久性，常见的混凝土施工质量不合格、钢筋保护层不足都有可能导致钢筋提前锈蚀。另外，在桥梁混凝土结构的使用过程中，由于没有合理的维护而导致结构耐久性的降低也是不容忽视的，如对桥梁结构的碰撞、磨损以及使用环境的劣化，都会使混凝土结构无法达到预定的使用年限。

因此，钢筋混凝土结构耐久性问题是一个十分迫切需要加以解决的问题，通过对钢筋混凝土结构耐久性的研究，一方面能对已有的混凝土桥梁进行科学的耐久性评定和剩余寿命预测，以选择对其正确的处理方法；另一方面也可对新建工程项目进行耐久性设计与研究，揭示影响结构寿命的内部与外部因素，从而提高工程的设计水平和施工质量，确保混凝土结构



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

生命全过程的正常工作。因此，它既有服务于已建桥梁的现实意义，又有指导待建桥梁进行耐久性设计的重要指导作用。

9.6.2 影响混凝土结构耐久性的主要因素

影响混凝土结构耐久性的因素主要有内部和外部两个方面。内部因素主要有混凝土的强度，渗透性，保护层厚度，水泥品种，标号和用量，外加剂用量等，外部条件则有环境温度、湿度、$CO_2$ 含量等。耐久性问题往往是内部存在不完善、外部不利因素综合作用的结果。而造成结构不足之处或有缺陷往往是设计不周、施工不良引起的，也有因使用维修不当引起的。现将常见的耐久性问题列举如下。

l) 混凝土冻融破坏

混凝土水化硬结后内部有很多毛细孔。在浇筑混凝土时，为了得到必要的和易性，往往会比水泥水化所需要的水要多些。这部分多余的水以游离水的形式滞留于混凝土毛细孔中。这些在毛细孔中的水遇到低温就会结冰，结冰时体积膨胀约 9%，引起混凝土内部结构的破坏。但一般混凝土中水的冰点温度要低一点。如果毛细孔中的水不超过 91.7%时，毛细孔中空气可起缓冲调节作用，将一部分未结冰的水挤入胶凝孔，从而减少膨胀压力。在胶凝孔中处于过冷状态的水分因其蒸汽压高于同温下冰(冰核)的蒸汽压而向毛细孔中冰的界面处渗透，在毛细孔中产生渗透压力。由此可见，处于饱水状态(含水量达 91.7%的极限值)的混凝土受冻时，毛细孔中同时受到膨胀压力和渗透压力，使混凝土结构产生内部裂缝和损伤，经多次反复，损伤积累到一定程度就引起结构破坏。

由上所述，要防止混凝土冻融循环破坏．主要措施有：降低水灰比，减少混凝土中的自由游离水。另一方面是在浇筑混凝土时加入引气剂，使混凝土中形成微细气孔，这对提高抗冻性是很有作用的。采用引气剂时应注意施工质量，使气孔在混凝土中分布均匀。混凝土早期受冻可用加强养护、掺入防冻剂等方法防止。

2) 混凝土的碱骨料反应

混凝土集料中某些活性矿物与混凝土微孔中的碱性溶液产生化学反应称为碱骨料反应。碱骨料反应产生碱－硅酸盐凝胶，并吸水膨胀，体积可增大 3～4 倍，从而引起混凝土剥落、开裂、强度降低，甚至导致破坏。

引起破骨料反应有三个条件。(1)混凝土中凝胶中有碱性物质。这种碱性物质主要来自于水泥，若水泥中含碱且($Na_2O$，$K_2O$)大于 0.6%以上时则会很快析出到水溶液中，遇到活性骨料可产生反应；(2)骨科中有活性骨料，如蛋白石、黑硅石、燧石，玻璃质火山石，安山岩等含 $SiO_2$ 的骨料；(3)水分。碱骨料反应的充分条件是有水分，在干燥状态下很难发生碱骨料反应。

碱骨料反应进展缓慢，要经多年时间才造成破坏，故常列入耐久性破坏之中。

防止碱骨料反应的主要措施是采用低碱水泥，或掺用粉煤灰等掺合料降低泥凝土中的碱性。对含活性成分的骨料加以控制。

3) 侵蚀性介质的腐蚀

化学介质对混凝土的侵蚀在石化、化学、轻工、冶金及港湾建筑中很普遍。有的工厂建了几年就濒临破坏，我国五六十年代在海港建造的码头几乎都已遭到不同程度的破坏。有些化学介质侵入造成混凝土中一些成分被溶解，流失，引起裂缝、孔隙、松散破碎；有的化学介质侵入与混凝土中一些成分反应生成物体积膨胀，引起混凝土结构破坏。常见的一些主要侵蚀性介质有：

(1)硫酸盐腐蚀

硫酸盐溶液和水泥石中的氢氧化钙及水化铝酸钙发生化学反应，生成石膏和硫铝酸钙，产生体积膨胀，使混凝土破坏。

硫酸盐除一些工业企业存在外，在海水及一些土壤中也存在。当硫酸盐的浓度(以 $SO_2$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

的含量表示)达 0.2%时，就会产生严重的腐蚀。

(2)酸腐蚀

因混凝土是碱性材料，遇到酸性物质会产生反应致破坏。而使混凝土产生裂缝并导致破坏。

酸存在于化工企业。此外，在地下水，持别在沼泽地区或泥炭地区广泛存在碳酸及溶有 $CO_2$ 的水。除硫酸、硝酸、碳酸外，有些油脂、腐植质也呈酸性，对混凝土有侵蚀作用。

(3)海水腐蚀

在海港、近海结构中的混凝土建筑物，经常受到海水的侵蚀。海水中的 NaCl，$MgCl_2$，$MgSO_4$，$K_2SO_4$ 等成分，尤其是 $CL^{\sim}$及硫酸镁对混凝土有强的化学侵蚀作用。在海岸的飞溅区受到干湿的物理作用，也有利于 $CL^{\sim}$及 $SO_4^{2-}$ 的渗入，造成钢筋锈蚀。

(4)盐类结晶型腐蚀。

一些盐类与水泥石一些成分发生反应，生成物或者失去脱凝性，或者体积膨胀，使混凝土破坏。对化学介质侵入破坏应采取特殊措施。

4) 机械磨损

机械磨损常见于工业地面、公路路面、桥面、飞机跑道等。

5) 混凝土的碳化

混凝土的碳化是指大气中的二氧化碳与混凝土中的碱性物质氢氧化碳发生反应使混凝土的 PH 值下降。其它物质为二氧化琉($SO_2$)，硫化氢($H_2S$)也能与混凝土中碱性物质发生类似反应，使混凝土中性化, pH 值下降。混凝土碳化对混凝土本身无破坏作用，其主要危害是使混凝土中钢筋的保护膜受到破坏，引起钢筋锈蚀。混凝土碳化是混凝土耐久性的重要问题之一。

6) 钢筋锈蚀

钢筋锈蚀使混凝土保护层脱落，钢筋有效面积减小，导致承载力下降甚至结构破坏。因此，钢筋锈蚀是影响钢筋混凝土结构耐久性的关键问题。

### 9.6.3 混凝土结构耐久性设计基本要求

混凝土结构在预期的自然环境的化学和物理作用下，应能满足设计工作寿命要求,亦即混凝土结构在正常维护下应具有足够的耐久性。为此，对混凝土结构，除了进行承载能力极限状态和正常使用极限状态计算外，还应充分重视对结构耐久性的规定和要求。

混凝土结构的耐久性应根据使用环境类别和设计使用年限进行设计。根据工程经验，并参考国外有关规范，《公路桥规》将混凝土结构的使用环境分为 4 类，并按表 9-1 的规定确定。

表 9-1 中使用除冰盐环境是指我国北方城市依靠喷洒盐水除冰化雪的且构件受到侵蚀的环境；滨海环境是指在海水浪溅区以外且其前面无建筑物遮挡的环境；海水环境是指潮汐区、浪溅区及海水中的环境；受侵蚀性物质影响的环境是指某些化学工业和石油化工工厂的气态、液态和固态侵蚀性物质影响的环境。

表 9-1 中严寒地区是指累年最冷月平均温度低于-10℃地区；寒冷地区是指累年最冷月平均温度高于-10℃、低于或等于 0℃的地区。“ 累年 ”是指近期 30 年，不足 30 年的取实际年数，但不得少于 10 年。《公路桥规》还规定钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵结构的设计基准期为 100 年。

基于环境类别和使用年限，《公路桥规》对混凝土桥梁结构的耐久性在设计上有如下规定：

1) 结构混凝土材料耐久性的基本要求应符合表 9-2 的规定。

2) 对于预应力混凝土构件，混凝土材料中的最大氯离子含量为 0.6%，最小水泥用量为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

350$kg/m^3$，最低混凝土强度等级为C40；

3) 特大桥和大桥的混凝土最大含碱量宜降至 1.8$kg/m^3$，当处于III类、IV类或使用除冰盐和滨海环境时，宜使用非碱活性骨料。

4) 处于III类或IV类环境的桥梁，当耐久性确实需要时，其主要受拉钢筋宜采用环氧树脂涂层钢筋；预应力钢筋、锚具及连接器应采取专门防护措施。

5) 水位变动区有抗冻要求的结构混凝土，其抗冻等级应符合有关标准的规定。

6) 有抗渗要求的混凝土结构，混凝土的抗渗等级应符合有关标准的要求。

最后，还须指出，未经技术鉴定或设计许可，不得改变结构的使用环境和用途。

桥梁结构的环境类别　　表 9-1

| 环境类别 | 环境条件 |
|---|---|
| I | 温暖或寒冷地区的大气环境；与无侵蚀性的水或土接触的环境 |
| II | 严寒地区的大气环境、使用除冰盐环境、滨海环境 |
| III | 海水环境 |
| IV | 受人侵蚀性物质影响的环境 |

桥梁结构混凝土材料耐久性的基本要求　　表 9-2

| 环境类别 | 最大水灰比 | 最小水泥用量 ($kg/m^3$) | 最低混凝土强度等级 | 最大氯离子含量 (%) | 最大碱含量(%) |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 0.55 | 275 | C25 | 0.30 | 3.0 |
| II | 0.50 | 300 | C30 | 0.15 | 3.0 |
| III | 0.45 | 300 | C35 | 0.10 | 3.0 |
| IV | 0.40 | 325 | C35 | 0.10 | 3.0 |

注：(1)有关现行规范对海水环境结构混凝土中最大水灰比和水小水泥用量有更详细规定时，可参照执行；

(2)表中氯离子含量系指其与水泥用量的百分率；

(3)当有工程经验时，处于Ⅰ类环境中结构混凝土的最低强度等级可比表中降低一个等级。

《混凝土结构耐久性设计与施工指南》提出混凝土结构的耐久性设计应包括以下主要内容：

1) 耐久混凝土的选用。提出混凝土原材料选用原则的要求(水泥品种、标号、掺合料种类、骨料品种、质量等)和混凝土配比的主要参数(最大水胶比、最大水泥用量、最小胶凝材料用量等)及引气要求等，根据需要提出混凝土的扩散系数、抗冻等级、抗裂性等具体指标；在设计施工图和相应说明中，必须标明水胶比等与耐久混凝土相关的参数和要求；

2) 与结构耐久性有关的结构构造措施与裂缝控制措施；

3) 为使用过程中的必要检测、维修和部件更换设置通道和空间，并作出修复施工荷载作用下的结构承载力核算；

4) 与结构耐久性有关的施工质量要求，特别是混凝土的养护（包括温度和湿度控制）方法与期限以及保护层厚度的质量要求与质量保证措施；在设计施工图上应标明不同钢筋（如主筋或箍筋）的混凝土保护层厚度及施工允差。

5) 结构使用阶段的定期维修与检测要求；

6) 对于可能遭受氯盐引起钢筋锈蚀的重要混凝土工程，宜根据具体环境条件和材料劣化模型，根据本指南的要求进行结构使用年限的验算。

由以上所述可知，混凝土耐久性设计可能与混凝土材料、结构构造和裂缝控制措施、施工要求、定期检测和必要的防腐蚀附加措施等内容有关，并且混凝土结构的耐久性在很大程度上取决于结构施工过程中的质量控制与质量保证以及结构使用过程中的正确维修与例行



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

检测，单独采取某一种措施可能效果不理想，需要根据混凝土结构物的使用环境、使用年限作出综合的防治措施，结构才能取得较好的耐久性。

## 复习思考题与习题

9-1 对于钢筋混凝土构件，为什么《公路桥规》规定必须进行持久状况正常使用极限状态计算和短暂状况应力计算？与持久状况承载能力极限状态计算有何不同之处？

9-2 什么是钢筋混凝土构件的换算截面?将钢筋混凝土截面开裂化为等效的换算截面基本前提是什么？

9-3 钢筋混凝土梁的自重作用为均布荷载 q，试画出[图 9-5a）和 b）]的换算截面基本前提是什么？

9-4 影响钢筋混凝土构件裂缝宽度的主要因素在哪些？

9-5 影响混凝土结构耐久性的主要因素有哪些？混凝土结构耐久性设计应考虑哪些问题？

9-6 已知矩形截面简支梁的截面尺寸为 $b\times h$=200mm×500mm，$a_s$ =40mm。C25 混凝土。HRB335 级钢筋，配有纵向受拉钢筋 $3\underline{\phi}16$ ($A_s$=603mm$^2$)，永久作用(恒载)产生的弯矩标准值 $M_{GK}=40kN\cdot m$，汽车荷载产生的弯矩标准值为 $M_{Q1k}=15kN\cdot m$（未计入汽车冲击系数），I 类环境条件，若不考虑长期荷载的作用，试求：

(1) 构件的最大裂缝宽度；

当配筋改为 $2\underline{\phi}20$ ($A_s$=628mm$^2$)的，梁的最大裂缝宽度。

图 9-13 习题 9-6 图（尺寸单位：mm）

9-7 已知一钢筋混凝土 T 形截面梁截面尺寸为 $b_f'=1580mm$ , $h_f'=110mm$ ,$b$=180mm, $h$=1300mm, $h_0$=1180mm。 混凝土用 C25。HRB335 级钢筋，纵向受拉钢筋为（$6\underline{\phi}32+6\underline{\phi}16$ ） ($A_s$=6031mm$^2$),。受永久作用(恒载)产生的弯矩 标准值 $M_{GK}=750kN\cdot m$，汽车荷载产生的弯矩标准值为 $M_{Q1k}=710kN\cdot m$ （未计入汽车冲击系数），I 类环境条件，试验算此梁跨中



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

挠度并确定是否应设计预拱。

图 9-14　习题 9-7 图（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 10 章　局　部 承 压

局部承压是指构件表面，仅有部分面积承受压力的受力状态（图 10-1）。

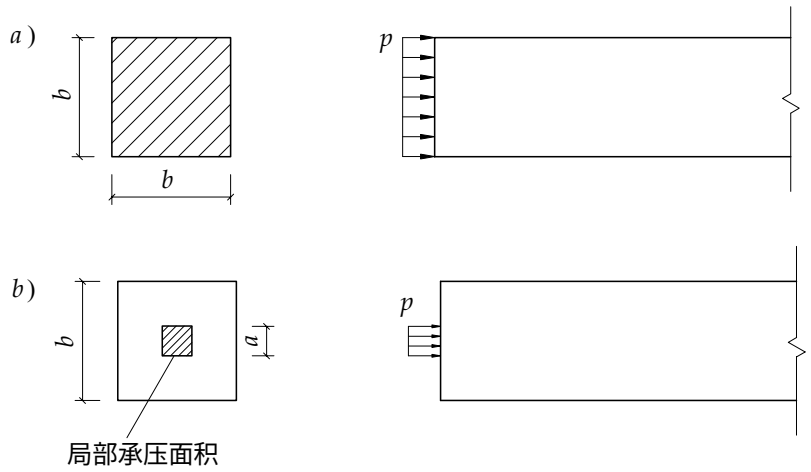



图 10-1　　全部受压和局部承压

a）全截面受压　　b）局部承压

如（图 10-2）所示，设构件截面积为 $A$，正方形截面的宽度为 $b$。在构件端面 $AB$ 中心部分的较小面积 $A_c$（宽度为 $a$）上作用有压力 $N$，其平均压应力为 $p_1$，此应力从构件端面向构件内逐步扩散到一个较大的截面面积上。分析表明，在离端面距离 $H$ 约等于 $b$ 处的横截面 $CD$ 上，压应力基本上已均匀分布，其压应力集度为 $p < p_1$。也就是说，构件的 $CD$ 面以下截面已属于全截面受压。一般把[图 10-2b）]中所示的 $ABCD$ 区称为局部承压区。

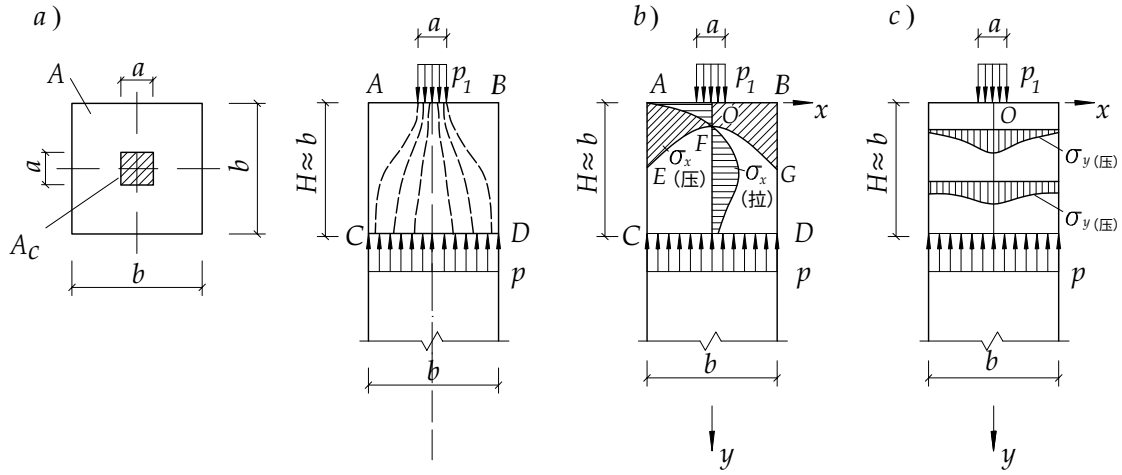



图 10-2　　构件端部的局部承受压区

a）局部承压区　　b）横向正应力分布示意　　c）截面纵向正应力分布示意

局部承压区的应力状态较为复杂。当近似按平面应力问题分析时，局部承压区中任何一



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

点将产生三种应力，即$\sigma_x$、$\sigma_y$和$\tau$。$\sigma_x$为沿$x$方向（图10-2所示试件横向）的正应力，在局部承压区的$AOBGFE$部分，$\sigma_x$为压应力，在其余部分为拉应力（图10-2b），最大横向拉应力$\sigma_{x\max}$发生在局部承压区$ABCD$的中点附近。$\sigma_y$为沿$y$方向的正应力。在局部承压区内，绝大部分的$\sigma_y$都是压应力，$OY$轴处的压应力$\sigma_y$较大，其中又以$O$点处为最大，即等于$p_1$。当$b/a$值较大时，在试件$A$、$B$点附近，$\sigma_x$和$\sigma_y$都为拉应力，但其值都不大。

局部受压区内混凝土的抗压强度情况，可用（图 10-3）所示承压面积相同（150mm×150mm），而试件外形尺寸不同的混凝土轴心受压试验的抗压强度对比来说明，其中局部承压试件尺寸为450mm×450mm×450mm，局部承压面积（以钢垫板计）为150mm×150mm。试验结果表明，局部承压试件的抗压强度，远高于同样承压面积的棱柱体抗压强度（全截面受压），这主要是垫板下直接受压的混凝土的横向变形，不仅受钢垫板与试件表面之间摩擦力的约束，而且更主要的是受试件外围混凝土的约束，中间部分混凝土纵向受压引起的横向扩张，使外围混凝土受拉，其反作用力又使中间混凝土侧向受压，限制了纵向裂缝的开展，因而其强度比棱柱体抗压强度大很多。

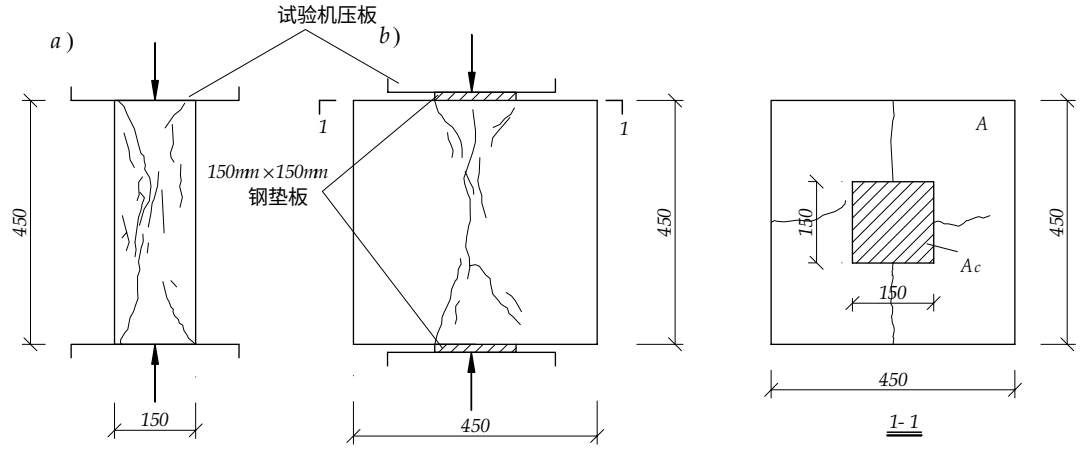



图 10-3　局部承压试件破坏图（尺寸单位：mm）

a）全截面受压构件破坏（$f_{cu}^0=16MPa$）　b）局部承压试件破坏（$\beta f_{cu}^0=60MPa$）

综合上述可知，与全面积受压相比，混凝土构件局部承压有如下特点：(1）构件表面受压面积小于构件截面积；(2）局部承压面积部分的混凝土抗压强度，比全面积受压时混凝土抗压强度高；(3）在局部承压区的中部有横向拉应力$\sigma_x$（图10-2），这种横向拉应力可使混凝土产生裂缝。

局部承压是混凝土和钢筋混凝土结构中常见的受力形式之一。例如：桥梁墩（台）帽直接承受由支座垫板传来的局部集中荷载；拱或刚架的铰接支承点；后张法预应力混凝土构件端部锚固区等。在工程实践中，因局部承压区混凝土开裂或局部承压能力不足而引起的事故也屡有发生，因此，局部承压的计算是工程设计中必须予以注意的问题之一。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

## 10.1　局部承压的破坏形态和破坏机理

对于混凝土局部承压的破坏形态，国内外进行了大量的研究。研究表明，混凝土局部承压的破坏形态主要与 $A_l/A$（$A_l$ 为局部承压面积，$A$ 为试件截面面积）以及 $A_l$ 在表面上的位置有关。对于 $A_l$ 对称布置于构件端面上的轴心局部承压，其破坏形态主要有三种：

（1）先开裂后破坏。当试件截面积与局部承压面积比较接近时（一般 $A/A_l$ ＜9），在约为 50%~90%破坏荷载时，试件某一侧面首先出现纵向裂缝。随着荷载增加，裂缝逐渐延伸，其它侧面也相继出现类似裂缝。最后承压面下的混凝土被冲切出一个楔形体（图 10-4a），试件被劈成数块而发生劈裂破坏。

（2）一开裂即破坏。当试件截面积与局部承压面积相比较大时（一般 9＜ $A/A_l$ ＜36），试件一开裂就破坏，破坏很突然，裂缝从顶面向下发展，裂缝宽度上大下小，局部承压面积外围混凝土被劈成数块，而局部承压面下的混凝土被冲剪成一个楔形体（图 10-4b）。

（3）局部混凝土下陷。当试件的截面积与局部承压面积相比很大（一般 $A/A_l$ ＞36）时，在试件整体破坏前，局部承压面下的混凝土先局部下陷，沿局部承压面四周的混凝土出现剪切破坏，但此时外围混凝土尚未劈裂，荷载还可以继续增加，直至外围混凝土被劈成数块而最终破坏。

在实际工程中，前两种破坏形态较多。在局部承压试验中，试验荷载是通过局部承压钢垫板作用在试件上，这是与实际工程中局部承压作用形式是一致的。局部承压板与混凝土接触面间有摩擦阻力，在破坏时，承压垫板下将出现楔形体。当 $A/A_l$ ＞36 时，破坏是由于这个楔形体下陷而破坏，但这时试件并未劈裂；当 9＜ $A/A_l$ ＜36 时，试件因楔形体的滑移使试件劈裂破坏；当 $A/A_l$ ＜9 时，横向拉应力先使试件表面形成裂缝，然后形成楔形体，最后，试件由楔形体劈裂而破坏。

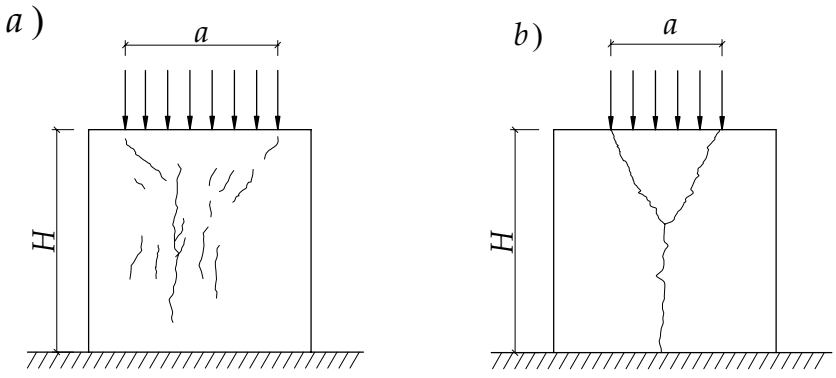



图 10-4　局部承压的破坏形态

a〕当 $A/A_l$ ＜9 时 b〕当 9＜ $A/A_l$ ＜36 时

关于混凝土局部承压的工作机理，国内外学者提出过许多看法，主要有两种理论：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（1）套箍理论　这个理论认为，局部承压区的混凝土可看作是承受侧压力作用的混凝土芯块。当局部荷载作用增大时，受挤压的混凝土向外膨胀，而周围混凝土起着套箍作用而阻止其横向膨胀，因此，挤压区混凝土处于三向受压状态，提高了芯块混凝土的抗压强度。当周围混凝土环向拉应力达到抗拉极限强度时，试件即告破坏，其受力模型如（图 10-5）所示。

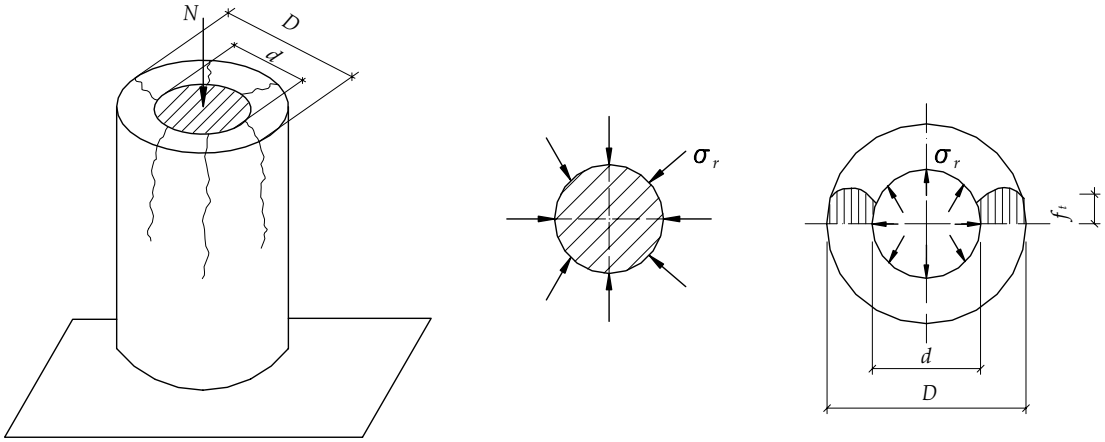



图 10-5　套箍理论的局部承压受力模型

（2）剪切理论　这个理论认为，在局部荷载作用下，局部承压区的受力特性，犹如一个带多根拉杆的拱结构（图 10-6a）。紧靠承压板下面的混凝土，亦即位于拉杆部位的混凝土，承受横向拉力。当局部承压荷载达到开裂荷载时，部分拉杆由于局部承压区中横向拉应力 $\sigma_x$ 大于混凝土极限抗拉强度 $f_t$ 而断裂，从而产生了局部纵向裂缝，但此时尚未形成破坏机构（图 10-6b）。随着荷载继续增加，更多的拉杆被拉断，裂缝进一步增多和延伸，内力进一步重分配。当达到破坏荷载时，承压板下的混凝土在剪压作用下形成楔形体，产生剪切滑移面，楔形体的劈裂为最终导致拱机构破坏（图 10-6c）。

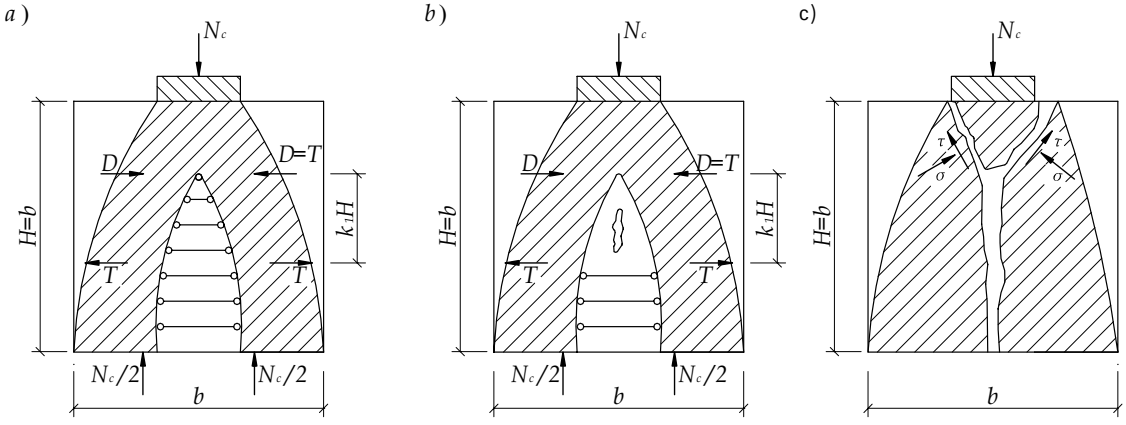



图 10-6　剪切理论的局部承压受力模型

a)多根拉杆拱结构模型 b)部分拉杆断裂后的拱结构 c)拱结构破坏

剪切理论较合理地反映了混凝土局部承压的破坏机理及受力过程。由这种理论建立的受力模型可以看到，局部承压区在不同受力阶段存在着两种类型的劈裂力。第一种是拱作用引



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

起的横向劈裂拉力，它作用在拱拉杆部位，这种拉力自加载开始至破坏前都存在；第二种劈裂力是楔形体形成时引起的，它仅仅在接近破坏阶段才产生，作用部位在楔形体高度范围内。

## 10.2　混凝土局部承压强度提高系数

1）混凝土局部承压提高系数 $\beta$

局部承压时，混凝土的抗压强度高于棱柱体抗压强度，试验与研究表明，轴心局部承压混凝土强度提高系数 $\beta$（即混凝土局部承压强度与混凝土棱柱体抗压强度之比），与局部承压的分布面积 $A_b$ 和局部承压面积 $A_l$ 之比 $A_b/A_l$ 有重要关系。$\beta$ 值随 $A_b/A_l$ 增加而增大，但不按线性增大，而是接近二次曲线的规律增大。因而，《公路桥规》规定 $\beta$ 按下式计算

$$\beta=\sqrt{\frac{A_b}{A_l}} \tag{10-1}$$

式中　$A_l$ ——局部承压面积（考虑在钢垫板中沿 45° 刚性角扩大的面积），当有孔道时（对圆形承压面积而言）不扣除孔道面积；

$A_b$ ——局部承压的计算底面积，可根据（图 10-7）来确定。

关于局部承压计算底面积 $A_b$ 的确定，是采用“同心对称有效面积法”，即 $A_b$ 应与局部承压面积 $A_l$ 具有相同的形心位置，且要求相应对称。具体计算时，规定沿 $A_l$ 各边向外扩大的有效距离，不超过 $A_l$ 窄边尺寸 $b$（矩形）或直径 a（圆形）等，详见（图 10-7）。

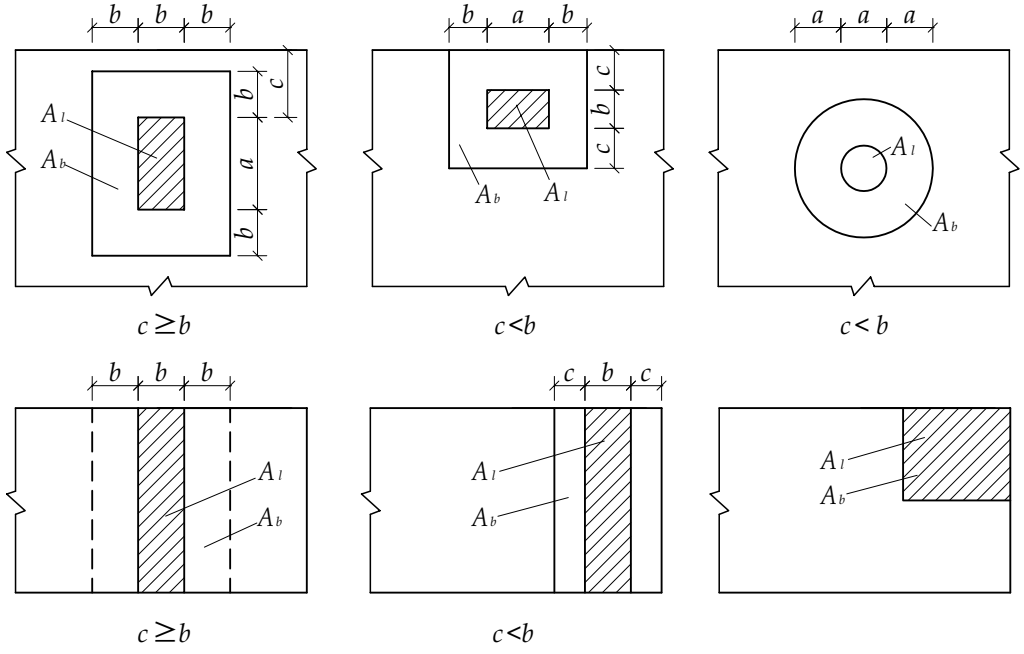



图 10-7　局部承压时计算底面积 $A_b$ 的示意图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

2）配置间接钢筋的混凝土局部承压强度提高系数 $\beta_{cor}$

在实际工程中，遇到混凝土局部承压时，一般都要求在局部承压区内配置间接钢筋。大量试验证明，这样的配筋措施能使局部承压的抗裂性和极限承载能力都有显著提高。

局部承压区内配置间接钢筋可采用方格钢筋网或螺旋式钢筋（图 10-8）两种形式。

间接钢筋宜选 I 级钢筋，其直径一般为 6mm~10mm。间接钢筋应尽可能接近承压表面布置，其距离不宜大于 35mm。

间接钢筋体积配筋率 $\rho_v$ 是指核心面积数 $A_{cor}$ 范围内单位体积所含间接钢筋的体积，应按下列公式计算。

（1）当间接钢筋为方格钢筋网时[图 10-8a）]

$$\rho_v = \frac{n_1 A_{s1} l_1 + n_2 A_{s2} l_2}{l_1 l_2 s} \tag{10-2}$$

式中 $s$ ——钢筋网片间距；

$n_1$，$A_{s1}$ ——分别是单层钢筋网沿 $l_1$ 方向的钢筋根数和单根钢筋截面面积；

$n_2$，$A_{s2}$ ——分别是单层钢筋网沿 $l_2$ 方向的钢筋根数和单根钢筋截面面积。

此时，在钢筋网两个方向的钢筋截面面积相差不应大于 50%，且不应少于 4 层钢筋网。

（2）当间接钢筋为螺旋形钢筋时[图 10-8b)]

$$\rho_v = \frac{4A_{ss1}}{d_{cor} s} \tag{10-3}$$

式中 $A_{ss1}$ ——单根螺旋形钢筋的截面面积；

$d_{cor}$ ——螺旋形钢筋圈的直径；

$s$ ——螺旋形钢筋的间距。

螺旋形钢筋不应少于 4 圈。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

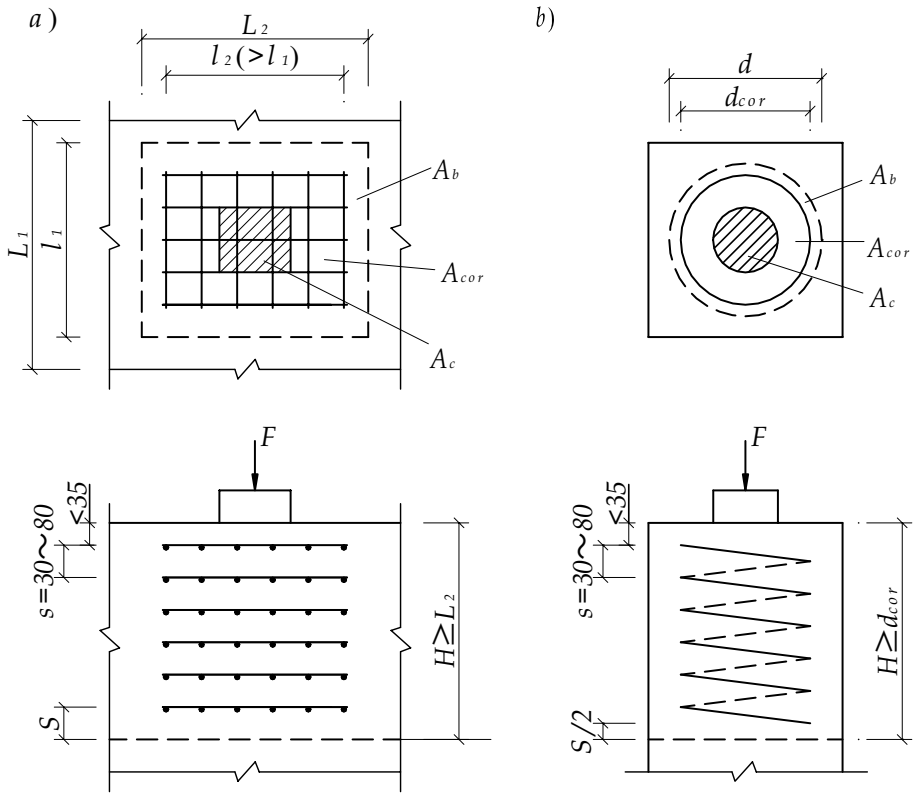



图 10-8　局部承压区内的间接钢筋配筋形式（尺寸单位：mm）

a)方格网钢筋 b)螺旋形钢筋

在局部承压区中配置间接钢筋，其作用类似于螺旋箍筋柱中螺旋箍筋的作用，使得核心混凝土的抗压强度增加。采用 $\beta_{cor}$ 来反映配置间接钢筋后混凝土局部承压强度提高的程度，《公路桥规》规定按下式计算 $\beta_{cor}$

$$\beta_{cor}=\sqrt{\frac{A_{cor}}{A_l}}\geq 1 \tag{10-4}$$

式中的 $A_{cor}$ 为间接钢筋网或螺旋钢筋范围内混凝土核心面积，其值可参照（图 10-8）所示进行计算，但是，应满足 $A_b > A_{cor} > A_l$ 且 $A_{cor}$ 的面积重心应与 $A_l$ 的面积重心重合。在实际工程中，若为 $A_{cor} > A_b$ 情况，则应取 $A_{cor} = A_b$。

## 10.3　局部承压区的计算

《公路桥规》要求必须进行局部承压区承载能力和抗裂性计算。

1）局部承压区的承载能力计算

对于配置间接钢筋的局部承压区，当符合 $A_{cor} > A_l$ 且 $A_{cor}$ 的重心与 $A_l$ 的重心相重合的条件时，其局部承压承载能力可按下式计算



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\gamma_0 F_{ld} \le F_u = 0.9\left(\eta_s \beta f_{cd} + k\rho_v \beta_{cor} f_{sd}\right) A_{\ln} \qquad (10\text{-}5)$$

式中 $F_{ld}$ ——局部受压面积上的局部压力设计值。对后张法预应力混凝土构件的锚头局部受压区，可取 1.2 倍张拉时的最大压力。

$\eta_s$ ——混凝土局部承压修正系数，按表 10-1 采用；

$\beta$ ——混凝土承压强度的提高系数，按形式（10-1）计算；

$k$ ——间接钢筋影响系数，混凝土强度等级 C50 及以下时，取 $k = 2.0$；C50~C80 取 $k = 2.0 \sim 1.70$，中间直接插值取用。

$\rho_v$ ——间接钢筋的体积配筋率。当为方格钢筋网时，按式（10-2）计算；当为螺旋形钢筋时，按式（10-3）计算；

$\beta_{cor}$ ——配置间接钢筋时局部承压承载能力提高系数，按式（10-4）计算；

$f_{sd}$ ——间接钢筋的抗拉强度设计值；

$A_{\ln}$ ——当局部受压面有孔洞时，扣除孔洞后的混凝土局部受压面积（计入钢垫板中按 45° 刚性角扩大的面积）。即 $A_{\ln}$ 为局部承压面积 $A_l$ 减去孔洞的面积。

混凝土局部承压修正系数　　表 10-1

| 混凝土强度等级 | C50≤ | C55 | C60 | C65 | C70 | C75 | C80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\eta_s$ | 1.0 | 0.96 | 0.92 | 0.88 | 0.84 | 0.80 | 0.76 |

2）局部承压区的抗裂性计算

为了防止局部承压区段出现沿构件长度方向的裂缝，保证局部承压区混凝土的防裂要求，对于在局部承压区中配有间接钢筋的情况，《公路桥规》规定按下列公式进行局部承压区混凝土抗裂性计算

$$F_{lk} \le F_{cr} = 0.8\eta_s \beta f_{ck} A_{\ln} \qquad (10\text{-}6)$$

式中 $F_{lk}$ ——局部受压面积上的局部压力标准值。对后张法预应力混凝土构件的锚头局部承压区，取钢束张拉时最大压力；

$f_{ck}$ ——混凝土轴心抗压强度标准值。

其余符号的意义与式 10-5 相同。

**例 10-1**　某钢筋混凝土双铰桁架拱桥，台帽承受主拱拱脚作用的支承力设计值 $F_{ld} = 2200KN$，标准值 $F_{lk} = 1700KN$ 其局部承压面积为 250mm×300mm（已考虑了矩形钢垫板厚度且沿 45° 刚性角扩大的后面积），如（图 10-9）所示。台帽采用 C25 混凝土，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$f_{cd}=11.5\text{MPa}$，$f_{ck}=16.7\text{MPa}$。配置方格网的间接钢筋采用 R235 级钢筋，$f_{sd}=195\text{MPa}$。试进行台帽的局部承压计算。

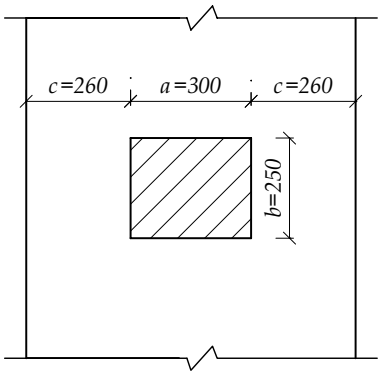



图 10-9 例 10-1 示意图

解：由（图 10-9）可知，矩形局部承压面积 $A_l$ 的长边边长 $a=300\text{mm}$，短边边长 $b=250\text{mm}$，而矩形局部承压面积边缘至台帽边缘的最小距离 $c=260\text{mm}>b$，故由[图 10-7a)]可得到局部承压时的计算底面积 $A_b$ 及边长为

$$L_1=250+2\times250=750\text{mm}$$
$$L_2=300+2\times250=800\text{mm}$$
$$A_b=750\times800=6\times10^5\text{mm}^2$$

而局部承压面积 $A_l=250\times300=0.75\times10^5\text{mm}^2$。

根据（图 10-8）的规定，设间接钢筋的网格核心混凝土面积尺寸为 $l_1=500\text{mm}$，$l_2=600\text{mm}$，$A_{cor}=500\times600=3\times10^5\text{mm}^2>A_l=0.75\times10^5\text{mm}^2$

由式（10-1）求混凝土局部承压强度提高系数 $\beta$

$$\beta=\sqrt{\frac{A_b}{A_l}}=\sqrt{\frac{6\times10^5}{0.75\times10^5}}=2.83$$

因采用 C25 级混凝土，由表 10-1 可查得 $\eta_s=1$，故 $\eta_s\beta=2.83$。

由式（10-4）求配置间接钢筋时局部承压强度提高系数 $\beta_{cor}$

$$\beta_{cor}=\sqrt{\frac{A_{cor}}{A_l}}=\sqrt{\frac{3\times10^5}{0.75\times10^5}}=2$$

设焊接钢筋网片沿 $l_1$ 方向的钢筋根数 $n_1=6$（间距为 100mm）；沿 $l_2$ 方向的钢筋数



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$n_2 = 7$（间距为 100mm）。而单根钢筋为 $\phi$6 的面积 $A_{s1} = A_{s2} = 28.3\text{mm}^2$。根据（图 10-8）规定，间接钢筋设置情况见（图 10-10）。

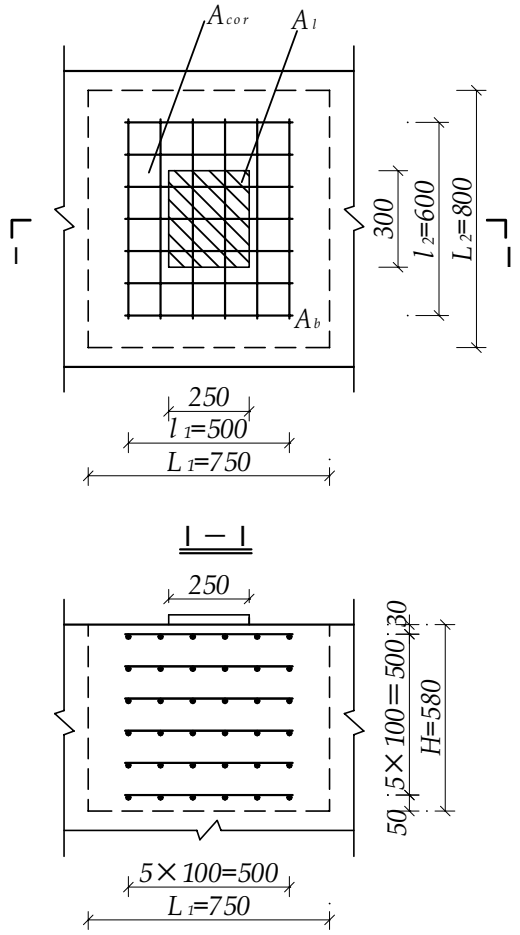



图 10-10　间接钢筋设置情况（尺寸单位：mm）

（图 10-10）中，顶层钢筋网片距局部承压面为 30mm，各网片的层距 $s$ 取 100mm，间接钢筋网片的设置深度 $H = 500\text{mm} > l_2$，布置层数为 $m = 5$，则间接钢筋的配筋率 $\rho_v$ 为

$$\rho_v = \frac{n_1 A_{s1} l_1 + n_2 A_{s2} l_2}{l_1 l_2 s} = \frac{6 \times 28.3 \times 500 + 7 \times 28.3 \times 600}{500 \times 600 \times 100} = 0.0068$$

且

$$\frac{n_1 A_{s1}}{n_2 A_{s2}} = \frac{6 \times 28.3}{7 \times 28.3} = 0.86 > 0.5$$

1）局部承压区混凝土抗裂性验算



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

由式（10-6）不等号右部分

$$0.8\eta_s\beta f_{ck}A_{\ln}=0.8\times2.83\times16.7\times0.75\times10^5=2835.66\text{kN}>F_{lk}=1700\text{kN}$$

局部承压区混凝土不会开裂。

2）局部承压承载力计算：

由式（10-5）不等号右部分

$$0.9(\eta_s\beta f_{cd}+2\rho_v\beta_{cor}f_{sd})A_{\ln}$$
$$=0.9(2.83\times11.5+2\times0.0068\times2\times195)0.75\times10^5$$
$$=2554.81\text{kN}>F_{ld}=2200\text{kN}$$

局部承压区承载能力满足要求。

## 复习思考题与习题

10-1 什么叫做混凝土构件的局部受压？试说明符号β、β $_{cor}$、$A_b$、$A_l$、$A_{cor}$的意义。

10-2 局部承压区段混凝土内设置间接钢筋的作用是什么？常用的间接钢筋有哪几种配筋形式？

10-3 对局部承压的承载力计算包括哪些计算内容？

10-4 预应力混凝土简支T形梁在支点处设置板式橡胶支座（图10-11）。对梁的支承反力设计值为$F_{ld}$=602．47KN,标准值$F_{lk}$=547．7KN。橡胶板式支座对梁底面的局部承压作用面积为200mm×350mm，C40混凝土，梁体在支承位置处未设间接钢筋。试对梁支承处混凝土局部承压进行复核计算。

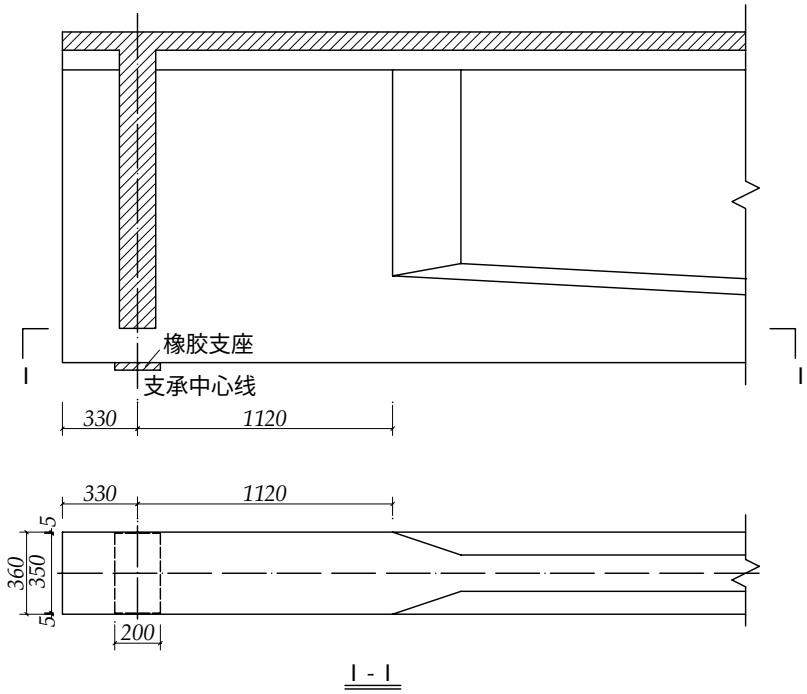



图10-11　习题10-4的图　（尺寸单位：mm）

10-5 预应力混凝土梁端锚具布置如（图10-12）。梁体混凝土为C40，张拉预应力钢束



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

时对梁体最大压力值 $F_{lk}$ =534.68KN。

锚具直径 D=110mm，孔道直径 $d_1$=50mm,锚具下钢板厚度 t=20mm。

端部锚下混凝土中设置有二种间接钢筋；一种是方格钢筋网，共设 4 片，S=100mm；另一种设置的是螺旋钢筋，螺旋圈直径 d=90mm,螺距 S=30mm,埋置深度 $h_1$=210mm。间接钢筋均为 R235 级钢筋，直径 8mm。试进行主梁端部锚下混凝土局部承压承载力计算。

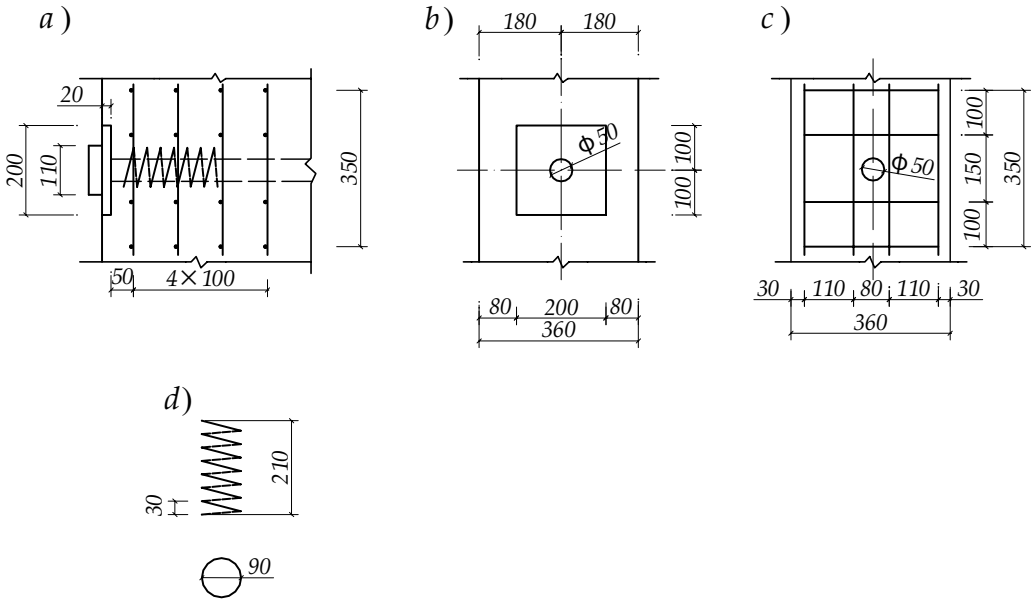



图 10-12　习题 10-5 示意图　（尺寸单位：mm）

a)锚固区段侧面　b)梁端钢板位置　c) 方格网钢筋片　d)螺旋筋



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 11 章　深受弯构件

钢筋混凝土深受弯构件是指跨度与其截面高度之比较小的梁。按照《公路桥规》的规定，梁的计算跨径 $l$ 与梁的高度 $h$ 之比 $l/h\leq5$ 的受弯构件称为深受弯构件。深受弯构件又可分为短梁和深梁；$l/h\leq2$ 的简支梁和 $l/h\leq2.5$ 的连续梁定义为深梁；$2<l/h\leq5$ 和简支梁和 $2.5<l/h\leq5$ 的连续梁称为短梁。

钢筋混凝土深受弯构件因其跨高比较小，且在受弯作用下梁正截面上的应变分布和开裂后的平均应变分布不符合平截面假定，故钢筋混凝土深受弯构件的破坏形态、计算方法与普通梁（定义为跨高比 $l/h>5$ 的受弯构件）有较大差异。

## 11.1　深受弯构件的破坏形态

### 11.1.1 深梁的破坏形态

简支梁主要有以下三种破坏形态。

1）弯曲破坏

当纵向钢筋配筋率 $\rho$ 较低时，随着荷载的增加，一般在最大弯矩作用截面附近首先出现垂直于梁底的弯曲裂缝并发展成为临界裂缝，纵向钢筋首先达到屈服强度，最后，梁顶混凝土被压碎，深梁即丧失承载力，被称为正截面弯曲破坏[图 11-1a)]。

当纵向钢筋配筋率 $\rho$ 稍高时，在梁跨中出现垂直裂缝后，随着荷载的增加，梁跨中垂直裂缝的发展缓慢，在弯剪区段内由于斜向主拉应力超过混凝土的抗拉强度出现斜裂缝。梁腹斜裂缝两侧混凝土的主压应力，由于主拉应力的卸荷作用而显著增大，梁内产生明显的应力重分布，形成以纵向受拉钢筋为拉杆，斜裂缝上部混凝土为拱腹的拉杆拱受力体系[图 11-1c )]。在此拱式受力体系中，受拉钢筋首先达到屈服而使梁破坏，这种破坏被称为斜截面弯曲破坏[图 11-1b)]。

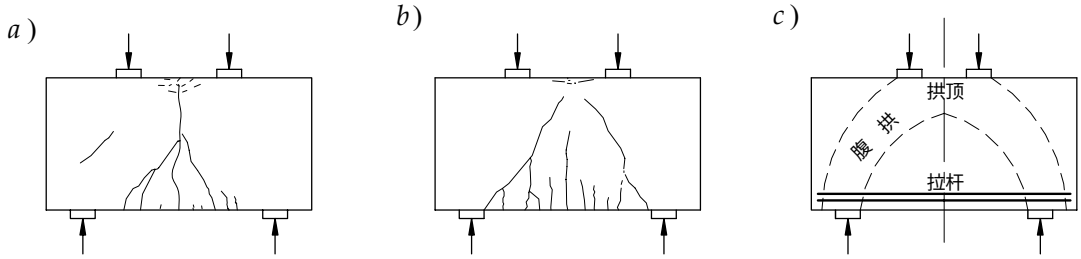



图 11-1　简支深梁的弯曲破坏

a)正截面弯曲破坏 b)斜截面弯曲破坏 c)拉杆拱受力图式

2）剪切破坏

当纵向钢筋配筋率较高时，拱式受力体系形成后，随着荷载的增加，拱腹和拱顶（梁顶受压区）的混凝土压应力亦随之增加，在梁腹出现许多大致平行于支座中心至加载点连线的斜裂缝。最后梁腹混凝土首先被压碎，这种破坏称为斜压破坏[图 11-2a)]。

深梁产生斜裂缝之后，随着荷载的增加，主要的一条斜裂缝会继续斜向延伸。临近破坏时，在主要斜裂缝的外侧，突然出现一条与它大致平行的通长劈裂裂缝，随之深梁破坏。这种破坏被称为劈裂破坏[图 11-2b)]。

3）局部承压破坏和锚固破坏

深梁的支座处于竖向压应力与纵向受拉钢筋锚固区应力组成的复合应力作用区，局部应力很大。试验表明，在达到受弯和受剪承载能力之前，深梁发生局部承压破坏的可能性比普通梁要大得多。深梁在斜裂缝发展时，支座附近的纵向受拉钢筋应力增加迅速，因此，深



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

梁支座处容易发生纵向钢筋锚固破坏。

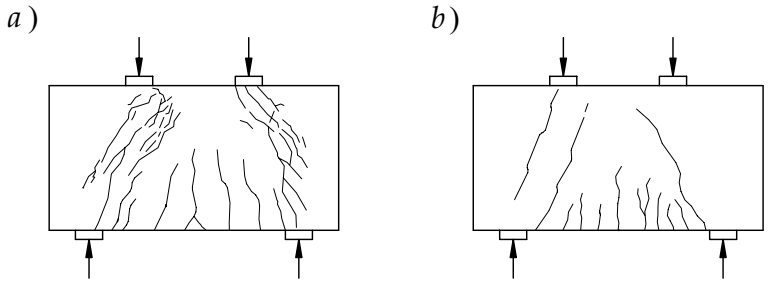



图 11-2　深梁的剪切破坏

a)斜压破坏 b)劈裂破坏

11.1.2 短梁的破坏形态

钢筋混凝土短梁的破坏形态主要有弯曲破坏、剪切破坏两种形态，也可能发生局部受压和锚固破坏。

1）弯曲破坏

短梁发生弯曲破坏时，随其纵向钢筋配筋率不同，会发生以下破坏形态。

（1）超筋破坏。短梁与深梁不同，当纵向钢筋配筋率较大时，会发生纵向受拉钢筋未屈服之前，梁的受压区混凝土先被压坏的超筋破坏现象。

（2）适筋破坏。当钢筋混凝土短梁纵向钢筋配筋率适当时，纵向受拉钢筋首先屈服，而后受压区混凝土被压坏，短梁即告破坏，其破坏形态类似于普通梁的适筋破坏。

（3）少筋破坏。当纵向钢筋配筋率较少时，短梁受拉区出现弯曲裂缝，纵向受拉钢筋即屈服，但受压混凝土未被压碎，短梁由于挠度过大或裂缝过宽而失效。

2）剪切破坏

根据斜裂缝发展的特征，钢筋混凝土短梁会发生斜压破坏、剪压破坏和斜拉破坏的剪切破坏形态。集中荷载作用钢筋混凝土短梁的试验与分析表明，当剪跨比小于 1 时，一般发生斜压破坏；当剪跨比为 1~2.5 时，一般发生剪压破坏；当剪跨比大于 2.5 时，一般发生斜拉破坏。

短梁的局部受压破坏和锚固破坏情况与深梁相似。

综上所述，可见短梁的破坏特征基本上介于深梁和普通梁之间。

## 11.2　深受弯构件的计算

因钢筋混凝土深受弯构件具有与普通钢筋混凝土梁不同的受力特点和破坏特征，因此，对于跨高比 $l/h<5$ 的钢筋混凝土梁要按深受弯构件进行设计计算，同时，对于钢筋混凝土深梁，除应符合深受弯构件的设计计算一般规定外，还必须满足深梁的设计构造上的规定，详见《混凝土结构设计规范》（GB50010-200）。

广泛用于公路桥梁的钢筋混凝土排架墩台在横桥向是由钢筋混凝土盖梁与柱（桩）组成的刚架结构（图 11-3），实际工程中，往往按简化图式来计算钢筋混凝土盖梁。当盖梁的线刚度（$EI/l$）与柱的线刚度之比大于 5 时，双柱式墩台盖梁可按简支梁计算，多柱式墩台盖梁可按连续计算；当盖梁的线刚度与柱的线刚度之比等于或小于 5 时，可按刚构计算。符号 E、I 和 $l$ 分别为梁或柱混凝土的弹性模量、毛截面惯性矩、计算跨径或高度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

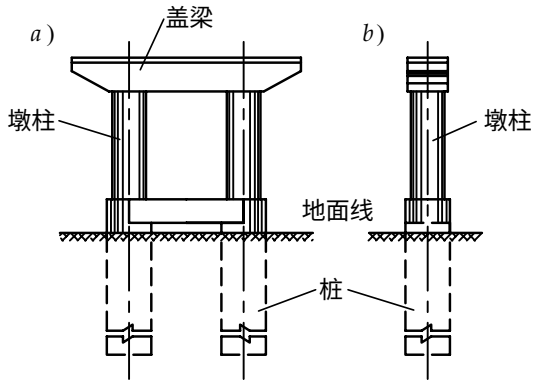



图 11-3　柱式墩台示意图

a)正面图　b)侧面图

盖梁的计算跨径 $l$ 取 $l_c$ 和 $1.15l_n$ 两者较小者，其中 $l_c$ 为盖梁支承中心之间的距离，$l_n$ 为盖梁的净跨径。在确定盖梁的净跨径时，圆形截面柱可换算为边长等于 0.8 倍直径的方形截面柱。当盖梁作为刚构分析时，盖梁跨径可取支承中心的距离。

《公路桥规》规定，当钢筋混凝土盖梁计算跨径 $l$ 与盖梁高度 $h$ 之比 $l/h>5$ 时，按钢筋混凝土一般受弯构件进行承载能力计算；当盖梁的跨高比 $l/h$ 为：简支梁 $2<l/h\leq5$；连续梁 $2.5<l/h\leq5$ 时，钢筋混凝土盖梁应作为深受弯构件（短梁）进行承载能力计算。

### 11.2.1 深受弯构件（短梁）的计算

以桥梁墩台钢筋混凝土盖梁为例，介绍深受弯构件（短梁）的截面计算方法。

1）深受弯构件的正截面抗弯承载能力计算

钢筋混凝土盖梁作为深受弯构件(短梁)，当正截面受弯破坏时，取受力隔离体如图 11-4 所示。因此，可得到正截面抗弯承载能力 $M_u$ 及满足设计要求的计算式

$$\gamma_0 M_d \leq M_u = f_{sd} A_s z \tag{11-1}$$

$$z = (0.75 + 0.05\frac{l}{h})(h_0 - 0.5x) \tag{11-2}$$

式中　$M_d$ ——盖梁最大弯矩组合设计值；

$x$　——截面受压区高度，按一般钢筋混凝土受弯构件计算；

$h_0$ ——截面有效高度。

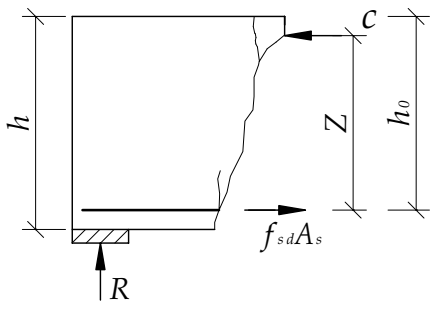



图 11-4　深受弯构件正截面承载力的计算图式

2）斜截面抗剪承载能力计算

《公路桥规》根据有关试验资料及有关设计规范资料，对作为深受弯构件（短梁）的



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

钢筋混凝土盖梁进行斜截面抗剪承载能力计算的公式为：

$$\gamma_0 V_d \le \alpha_1 (\frac{14 - l/h}{20}) \left(10^{-3}\right) b h_0 \sqrt{(2 + 0.6P)\sqrt{f_{cu,k}}\,\rho_{sv} f_{vd}} \qquad (11\text{-}3)$$

式中$V_d$——验算截面处的剪力组合设计值（kN）；

$\alpha_1$——连续梁异号弯矩影响系数，计算近边支点梁段的抗剪承载力时，取$\alpha_1$=1.0；计算中间支点梁段时，取$\alpha_1$=0.9；刚构各节点附近时，$\alpha_1$=0.9；

$P$——受拉区纵向受拉钢筋的配筋百分率，$P$=100$\rho$，$\rho = A_s / bh_0$，当$P > 2.5$时，取$P = 2.5$；

$\rho_{sv}$——箍筋配筋率，$\rho_{sv} = A_{sv} / bS_v$。此处，$A_{sv}$为同一截面内的箍筋各肢的总截面面积，$S_v$为箍筋间距，箍筋配筋率应符合第 4.5.2 节介绍要求；

$f_{vd}$——箍筋的抗拉强度设计值（MPa），取值不宜大于 280MPa；

$b$ ——盖梁的截面宽度（mm）；

$h_0$——盖梁的截面有效高度（mm）。

由式（11-3）可见，影响深受弯构件截面承载能力的主要因素为截面尺寸、混凝土强度等级、跨高比、箍筋配筋率和纵向钢筋配筋率。应该注意的是，作为短梁设计计算的钢筋混凝土盖梁的纵向受拉钢筋，一般均应沿盖梁长度方向通长布置，中间不要切断或弯起。

按深受弯构件（短梁）计算的钢筋混凝土盖梁，依受剪要求，其截面应符合下式要求：

$$\gamma_0 V_d \le \frac{\left(l/h\right) + 10.3}{30} \left(10^{-3}\right) \sqrt{f_{cu,k}}\, b h_0 \qquad (11\text{-}4)$$

式中 $V_d$——验算截面处的剪力组合设计值（kN）；

$b$ ——盖梁的截面宽度（mm）；

$h_0$——盖梁的截面有效高度（mm）；

$f_{cu,k}$——边长 150mm 的混凝土立方体抗压强度标准值（MPa），取设计的混凝土强度等级。

3）深受弯构件的最大裂缝宽度的主体

按深受弯构件（短梁）计算的钢筋混凝土盖梁，要对其正常使用阶段进行裂缝宽度的验算。最大裂缝宽度$w_{fk}$的计算公式见式（9—24），但式中的系数$C_3$（$C_3$为与构件受力性质有关的系数）应取为$C_3 = (\frac{0.4l}{h} + 1) \Big/ 3$。$l$ 和 $h$ 分别为钢筋混凝土盖梁的计算跨径和截面高度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

计算的最大裂缝宽度不应超过《公路桥规》规定的限值。

11.2.2 悬臂深受弯构件的计算

公路桥梁柱式墩台的钢筋混凝土盖梁，除墩台柱之间盖梁外，往往还向柱外悬臂伸出（图 11-3）。钢筋混凝土盖梁两端位于柱外的悬臂部分上设置有桥梁上部结构的外边梁时（图 11-5），当外边梁作用点至柱边缘的距离（圆形截面柱可换算为边长等于 0.8 倍直径的方形柱）大于盖梁截面高度时，属于一般的钢筋混凝土悬臂梁，其正截面和斜截面的持久状况承载能力计算按第 3 章和第 4 章介绍的方法计算。但是，当外边梁的作用点至柱边缘的距离等于或小于盖梁截面高度时，这时其受力具有悬臂深梁的受力特征，应按悬臂深受弯构件计算。

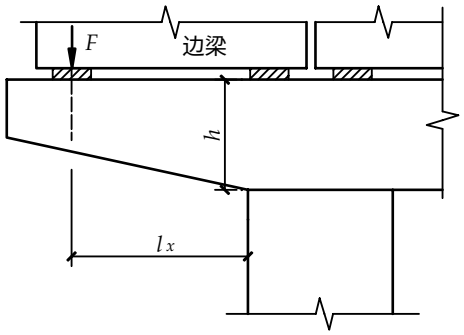



图 11-5 钢筋混凝土盖梁外悬臂示意图

1）正截面抗弯承载能力计算

钢筋混凝土深受弯构件的受力特性是混凝土的平均应变不符合平截面假定，而解决这类问题的有力方法是“ 撑杆—系杆体系 ”的计算方法。它假定不考虑混凝土的抗拉作用，把一个不满足伯努利假设的混凝土构件，模拟成在结点处互相连接的钢系杆（主钢筋）和混凝土抗压撑杆的组合，以形成能将全部施加的外力传送到各支承上的桁架。图 11-6 为钢筋混凝土简支深梁的“ 撑杆—系杆 ”模型示意图。其优点是模型简单，受力清晰，计算简单，而且可以综合考虑钢筋和混凝土的作用。常用于混凝土结构中不满足平截面假设的构件分析计算。

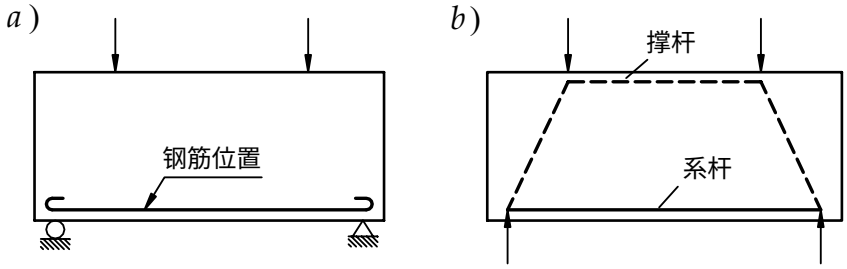



图 11-6 由简支深梁转化的撑杆-系杆模型

a）简支深梁 b）简支深梁的撑杆系杆模型

（1）悬臂深受弯构件的“ 撑杆—系杆 ”模型及作用效应计算

图 11-6 为由图 11-4 得到的“ 撑杆—系杆 ”计算图式。其中 $\gamma_0 N_d$ 为外边梁最外侧支座处的压力设计值，由混凝土做为斜向撑杆与纵向受拉钢筋 $A_s$ 做为系杆组成的“ 撑杆—系杆 ”体系承受其作用。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

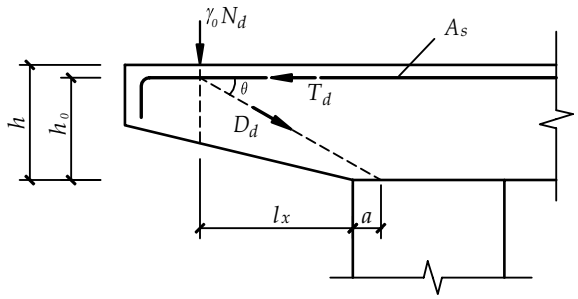



图 11-7　盖梁悬臂段“撑杆—系杆”计算图式

由图 11-7 所示“撑杆—系杆”计算图式，可再平衡条件求得混凝土撑杆承受的压力设计值 $\gamma_0 D_d$ 和纵向钢筋系杆承受的拉力设计值 $\gamma_0 T_d$ 如下

$$\gamma_0 D_d = \gamma_0 N_d \Big/ \sin\theta \tag{11-5}$$

$$\gamma_0 T_d = \gamma_0 N_d \Big/ \tan\theta \tag{11-6}$$

式中的 $\theta$ 为撑杆压力线与系杆拉力线的夹角，《公路桥规》建议的计算式为

$$\theta = \tan^{-1}\frac{h_0}{a + l_x} \tag{11-7}$$

式中　$h_0$ ——盖梁截面的有效高度；

$a$ ——撑杆压力线在盖梁底面的作用点至柱边缘的距离取 $a = 0.5h_0$ ；

$l_x$ ——外边梁外侧支座中心至柱边缘的距离。

（2）抗弯承载能力计算

对悬臂深受弯构件采用“撑杆—系杆体系”，则对悬臂深受弯构件的抗弯承截能力计算转化为对混凝土撑杆抗压承载能力计算和钢系杆抗拉承载能力计算。

对混凝土撑杆的计算必须知道其计算截面尺寸。混凝土撑杆的计算宽度 $b_s$ 可取盖梁截面宽度 $b$ ，撑杆的计算高度 $t$ （图 11-8），《公路桥规》规定按下式计算

$$t = b' \sin\theta + h_a \cos\theta \tag{11-8}$$

式中　$b'$ ——边梁的支座宽度（图 11-8）；

$h_a$ ——$h_a = s + 6d$ ，其中 $s$ 为系杆钢筋的底层钢筋中心至盖梁顶面的距离；$d$ 为系杆钢筋的直径，当采用不同直径的钢筋时，$d$ 取加权平均值。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

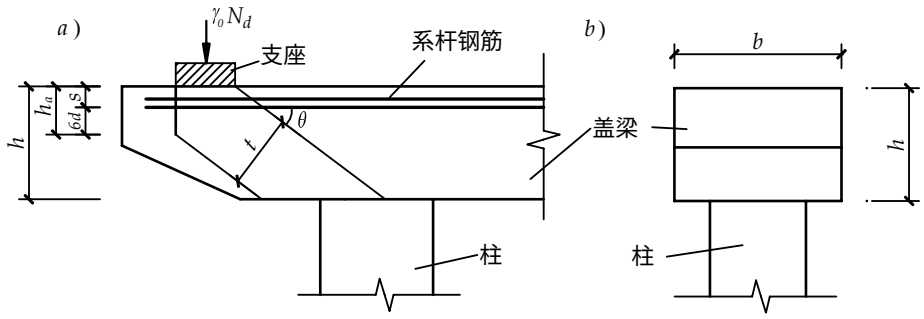



图 11-8 撑杆计算高度

a)盖梁　面示意图 b)盖梁侧面示意图

混凝土撑杆抗压承载能力计算式为

$$\gamma_0 D_d \le t b_s f_{sd,s} \tag{11-9}$$

$$f_{sd,s} = \frac{f_{cu,k}}{1.43 + 304\varepsilon_1} \le 0.48\ f_{cu,k}$$

$$\varepsilon_1 = \left( \frac{T_d}{A_s E_s} + 0.002 \right) \cot^2 \theta$$

式中　$A_s$，$E_s$ ——分别为在撑杆计算宽度 $b_s$ 范围内纵向受拉钢筋的截面面积和弹性模量；

$f_{cu,k}$ ——边长为 150mm 的混凝土立方体抗压强度标准值；

$f_{sd,s}$ ——撑杆混凝土轴心抗压强度设计值。

其余符号意义详见式（11-5）至式（11-8）。

对系杆抗拉承载能力计算式为

$$\gamma_0 T_d \le f_{sd} A_s \tag{11-10}$$

式中 $f_{sd}$ 为纵向受拉钢筋的抗拉强度设计值。

（3）抗剪承载能力计算

《公路桥规》规定可按一般钢筋混凝土受弯构件计算，计算方法详见第 4 章。

## 复习思考题

11-1 什么叫做深受弯构件？《公路桥规》是如何划分深受弯构件和普通受弯构件的？

11-2 试从正截面应变分布及破坏形态等方面阐述深受弯构件和普通受弯构件的受力特性不同之处。

11-3 深受弯构件的设计计算一般都包括哪些内容？



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

11-4 对截面尺寸、材料强度和最大弯矩组合设计值已知的钢筋混凝土盖梁（短梁），试根据式（11-1）和式（11-2），写出进行截面设计的方法步骤。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 12 章　　预应力混凝土结构的基本概念及其材料

## 12.1　概　述

钢筋混凝土构件由于混凝土的抗拉强度低，而采用钢筋来代替混凝土承受拉力。但是，混凝土的极限拉应变也很小，每米仅能伸长 0.10~0.15mm，若伸长值超过该极限混凝土就要出现裂缝。如果要求构件在使用时混凝土不开裂，则钢筋的拉应力只能达到 20~30MPa；即使允许开裂，为了保证构件的耐久性，常需将裂缝宽度限制在 0.2~0.25mm 以内，此时钢筋拉应力也只能达到 150~250MPa，可见高强度钢筋是无法在钢筋混凝土结构中充分发挥其抗拉强度的。

由上可知，钢筋混凝土结构在使用中存在如下两个问题：一是需要带裂缝工作。裂缝的存在，不仅使构件刚度下降，而且使得钢筋混凝土构件不能应用于不允许开裂的结构中；二是无法充分利用高强材料的强度。当荷载增加时，靠增加钢筋混凝土构件的截面尺寸或增加钢筋用量的方法来控制构件的裂缝和变形是不经济的，因为这必然使构件恒载（自重）增加，特别是对于桥梁结构，随着跨度的增大，自重的比例也增大。这使得钢筋混凝土结构在桥梁工程中的使用范围受到很大限制。要使钢筋混凝土结构得到进一步的发展，就必须克服混凝土抗拉强度低这一缺点，于是人们在长期的工程实践及研究中，创造出了预应力混凝土结构。

### 12.1.1　预应力混凝土结构的基本原理

所谓预应力混凝土，就是事先人为地在混凝土或钢筋混凝土中引入内部应力，且其数值和分布恰好能将使用荷载产生的应力抵消到一个合适程度的配筋混凝土。例如，对混凝土或钢筋混凝土梁的受拉区预先施加压应力，使之建立一种人为的应力状态，这种应力的大小和分布规律，能有利于抵消使用荷载作用下产生的拉应力，因而使混凝土构件在使用荷载作用下不致开裂，或推迟开裂，或者使裂缝宽度减小。这种预先给混凝土引入内部应力的结构，就称为预应力混凝土结构。

现以图 12-1 所示的简支梁为例，进一步说明预应力混凝土结构的基本原理。

设混凝土梁跨径为 $L$，截面为 $b\times h$，承受均布荷载 $q$（含自重在内），其跨中最大弯矩为 $M=qL^2/8$，此时跨中截面上、下缘的应力（图 12-1c)）为

$$\text{上缘：}\sigma_{cu}=6M/bh^2\text{（压应力）}$$

$$\text{下缘：}\sigma_{cb}=-6M/bh^2\text{（拉应力）}$$

假如预先在离该梁下缘 $h/3$（即偏心距 $e=h/6$）处，设置高强钢丝束，并在梁的两端对拉锚固（图 12-1a)），使钢束中产生拉力 $N_p$，其弹性回缩的压力将作用于梁端混凝土截面与钢束同高的水平处（图 12-1b)），回缩力的大小亦为 $N_p$，。如令 $N_p=3M/h$，则同样可求得 $N_p$ 作用下，梁上、下缘所产生的应力（图 12-1d)）为

$$\text{上缘：}\sigma_{cpu}=\frac{N_p}{bh}-\frac{N_p\cdot e}{bh^2/6}=\frac{3M}{bh^2}-\frac{1}{bh^2/6}\cdot\frac{3M}{h}\cdot\frac{h}{6}=0$$

$$\text{下缘：}\sigma_{cpb}=\frac{N_p}{bh}+\frac{N_p\cdot e}{bh^2/6}=\frac{6M}{bh^2}\text{（压应力）}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

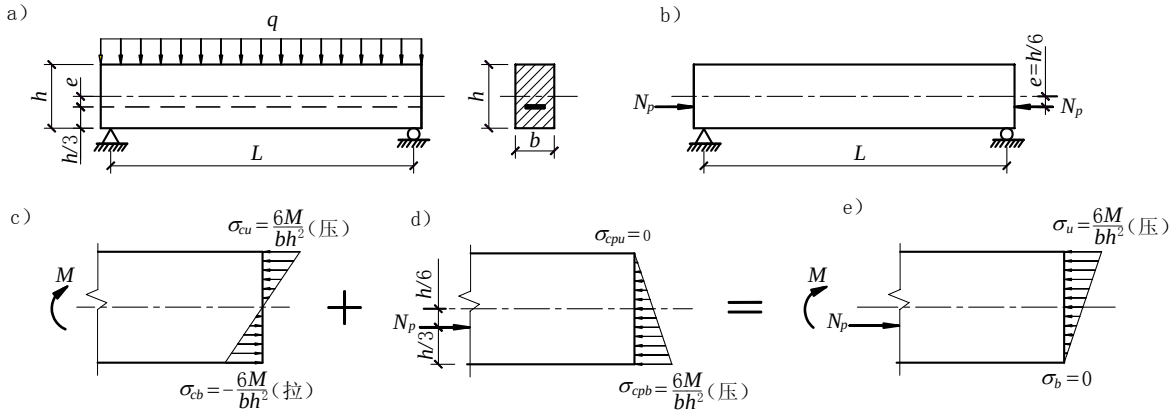



图 12-1　预应力混凝土结构基本原理图

a）简支梁受均布恒载 $q$ 作用；b）回缩力 $N_p$ 作用于梁上；c）外荷载 $q$ 作用下的跨中截面应力分布图；

d）回缩力 $N_p$ 作用下的跨中截面应力分布图；e）梁在 $q$ 和 $N_p$ 共同作用下的跨中截面应力分布图

现将上述两项应力叠加，即可求得梁在 $q$ 和 $N_p$ 共同作用下，跨中截面上、下缘的总应力（图 12-1e)）为

$$\text{上缘：}\ \sigma_u=\sigma_{cu}+\sigma_{cpu}=0+\frac{6M}{bh^2}=\frac{6M}{bh^2}\text{（压应力）}$$

$$\text{下缘：}\ \sigma_b=\sigma_{cb}+\sigma_{cpb}=\frac{6M}{bh^2}-\frac{6M}{bh^2}=0$$

由此说明：由于预先给混凝土梁施加了预压应力，使混凝土梁在均布荷载 $q$ 作用下在下边缘所产生的拉应力全部被抵消，因而可避免混凝土出现裂缝，混凝土梁可以全截面参加工作。这就相当于改善了梁中混凝土的抗拉性能，而且可以达到充分利用高强钢材性能的目的。上述概念就是预应力混凝土结构的基本原理。其实，预应力原理的应用早就有了，而且在日常事物中的例子也很多。例如在建筑工地用砖钳装卸砖块，被钳住的一叠水平砖块不会掉落；用铁箍紧箍木桶，木桶盛水而不漏等，这些都是运用预应力原理的浅显事例。

从图 12-1 还可看出，预压力 $N_p$ 必须针对外荷载作用下可能产生的应力状态有计划地施加。因为要有效地抵消外荷载作用所产生的拉应力，这不仅与 $N_p$ 的大小有关，而且也与 $N_p$ 所施加的位置(即偏心距 $e$ 的大小)有关。预加力 $N_p$ 所产生的反弯矩与偏心距 $e$ 成正比例，为了节省预应力钢筋的用量，设计中常常尽量减小 $N_p$ 值，因此在弯矩最大的跨中截面就必须尽量加大偏心距 $e$ 值。如果沿全梁 $N_p$ 值保持不变，对于外弯矩较小的截面，则需将 $e$ 值相应地减小，以免由于预加力弯矩过大，使梁的上缘出现拉应力，甚至出现裂缝。预加力 $N_p$ 在各截面的偏心距 $e$ 值的调整工作，在设计时通常是通过曲线配筋的形式来实现的，这在后面的受弯构件设计中将作进一步介绍。

### 12.1.2　配筋混凝土结构的分类

国内通常把全预应力混凝土、部分预应力混凝土和钢筋混凝土结构总称为配筋混凝土结构系列。

**1）国外配筋混凝土结构的分类**

1970 年国际预应力混凝土协会（FIP）—欧洲混凝土委员会（CEB）建议，将配筋混凝土按预加应力的大小划分为如下四级：

I 级：全预应力—在全部荷载最不利组合作用下，正截面上混凝土不出现拉应力；

II 级：有限预应力—在全部荷载最不利组合作用下，正截面上混凝土允许出现拉应力，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

但不超过其抗拉强度（即不出现裂缝）；在长期持续荷载作用下，混凝土不出现拉应力；

III 级：部分预应力—在全部荷载最不利组合作用下，构件正截面上混凝土允许出现裂缝，但裂缝宽度不超过规定容许值；

IV 级：普通钢筋混凝土结构。

这一分类方法，由于对部分预应力混凝土结构的优越性强调不够，容易给人们造成误解，认为这是质量的分等，似乎 I 级比 II 级好，II 级比 III 级好等，形成盲目去追求 I 级的不正确倾向。事实上应根据结构使用的要求，区别情况选用不同的预应力度。针对这种分类方法存在的缺点，国际上已逐步改用按结构功能要求合理选用预应力度的分类方法。

2）国内配筋混凝土结构的分类

我国根据国内工程习惯，对以钢材为配筋的配筋混凝土结构系列，采用按其预应力度分成全预应力混凝土、部分预应力混凝土和钢筋混凝土等三种结构的分类方法。

（1）预应力度的定义

《公路桥规》将受弯构件的预应力度（$\lambda$）定义为由预加应力大小确定的消压弯矩 $M_0$ 与外荷载产生的弯矩 $M_s$ 的比值，即

$$\lambda = M_0 / M_s$$

式中：$M_0$—— 消压弯矩，也就是构件抗裂边缘预压应力抵消到零时的弯矩。

$M_s$—— 按作用（或荷载）短期效应组合计算的弯矩值；

$\lambda$ —— 预应力混凝土构件的预应力度。

（2）配筋混凝土构件的分类

全预应力混凝土构件 —— 在作用（荷载）短期效应组合下正截面的受拉边缘不出现拉应力，即 $\lambda \geqslant 1$。

部分预应力混凝土构件 —— 在作用（荷载）短期效应组合下正截面受拉边缘出现拉应力或出现不超过规定宽度的裂缝，即 $1 > \lambda > 0$；

钢筋混凝土构件 —— 不预加应力的混凝土构件，即 $\lambda = 0$。

（3）部分预应力混凝土构件的分类

由上可知，部分预应力混凝土构件，就是指其预应力度介于以全预应力混凝土构件和钢筋混凝土构件为两个极端的中间广阔领域内的预应力混凝土构件。这一定义是采用了包括 CEB/FIP 规范中的有限预应力和部分预应力这两个部分的广义的定义。可以看出，对于部分预应力混凝土构件，如何根据结构使用要求，合理地确定构件的预应力度（$\lambda$）是一个非常重要的问题。

为了设计的方便，《公路桥规》又将在作用（荷载）短期效应组合下控制截面受拉边缘允许出现拉应力的部分预应力混凝土构件分为以下两类：

A 类：当拉应力加以限制时，为部分预应力混凝土 A 类构件；

B 类：当拉应力超过限值或出现不超过限值的裂缝时，为部分预应力混凝土 B 类构件。

4）配筋混凝土结构的其它分类方法

配筋混凝土结构的分类，除以上方法外，在国内外尚有建议按照配筋情况来分类的。即认为结构构件中同时配有一部分预应力钢筋和另一部分非预应力钢筋的混合配筋混凝土结构，才是部分预应力混凝土结构。当构件中全部配置预应力钢筋，而没有按受力配置的非预应力钢筋时，则为全预应力混凝土结构；当构件中的预应力钢筋为零，而仅有非预应力钢筋时，则为普通钢筋混凝土结构等。

但上述这种分类方法，因为没有明确规定预应力钢筋中的预拉应力值，构件实际预加力的大小很不明确，也无法定义构件在使用阶段的受力性能（如拉应力大小和裂缝宽度等），



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

所以国内一般不采用这种分类方法。

### 12.1.3 预应力混凝土结构的优缺点

预应力混凝土结构具有下列主要优点：

（1）提高了构件的抗裂度和刚度。对构件施加预应力后，使构件在使用荷载作用下可不出现裂缝，或可使裂缝大大推迟出现，有效地改善了构件的使用性能，提高了构件的刚度，增加了结构的耐久性。

（2）可以节省材料，减少自重。预应力混凝土由于采用高强材料，因而可减少构件截面尺寸，节省钢材与混凝土用量，降低结构物的自重。这对自重比例很大的大跨径桥梁来说，更有着显著的优越性。大跨度和重荷载结构，采用预应力混凝土结构一般是经济合理的。

（3）可以减小混凝土梁的竖向剪力和主拉应力。预应力混凝土梁的曲线钢筋（束），可使梁中支座附近的竖向剪力减小；又由于混凝土截面上预压应力的存在，使荷载作用下的拉应力也相应减小。这有利于减小梁的腹板厚度，使预应力混凝土梁的自重可以进一步减小。

（4）结构质量安全可靠。施加预应力时，钢筋（束）与混凝土都同时经受了一次强度检验。如果在张拉钢筋时构件质量表现良好，那么，在使用时也可以认为是安全可靠的。因此有人称预应力混凝土结构是经过预先检验的结构。

（5）预应力可做为结构构件连接的手段，促进了桥梁结构新体系与施工方法的发展。

此外，预应力还可以提高结构的耐疲劳性能。因为具有强大预应力的钢筋，在使用阶段由加荷或卸荷所引起的应力变化幅度相对较小，所以引起疲劳破坏的可能性也小。这对承受动荷载的桥梁结构来说是很有利的。

预应力混凝土结构也存在着一些缺点：

（1）工艺较复杂，对施工质量要求甚高，因而需要配备一支技术较熟练的专业队伍。

（2）需要有一定的专门设备，如张拉机具、灌浆设备等。先张法需要有张拉台座；后张法还要耗用数量较多、质量可靠的锚具等。

（3）预应力反拱度不易控制。它随混凝土徐变的增加而加大，如存梁时间过久再进行安装，就可能使反拱度很大，造成桥面不平顺。

（4）预应力混凝土结构的开工费用较大，对于跨径小、构件数量少的工程，成本较高。

但是，以上缺点是可以设法克服的。例如应用于跨径较大的结构，或跨径虽不大，但构件数量很多时，采用预应力混凝土结构就比较经济了。总之，只要从实际出发，因地制宜地进行合理设计和妥善安排，预应力混凝土结构就能充分发挥其优越性。所以它在近数十年来得到了迅猛的发展，尤其对桥梁新体系的发展起了重要的推动作用。这是一种极有发展前途的工程结构。

### 12.1.4 预应力混凝土在桥梁中的应用及其使用范围

预应力混凝土结构成功的历史，至今不到 70 年，但由于它具有许多优点，使其在国内外得到了广泛应用，尤其是在大跨度或重荷载结构，以及不允许开裂的结构中应用更为普遍。

我国 50 年代开始试验研究预应力混凝土结构。1956 年在东陇海线成功地建成了一座 28 孔，跨径为 23.8m 跨新沂河的预应力混凝土铁路梁桥。1957 年京周公路上也修建了跨径为 20m 的预应力混凝土简支 T 梁桥。此后，预应力混凝土结构在我国桥梁建筑中的应用迅速发展。预应力混凝土空心板、 槽形梁、T 形梁等早已被普遍应用，并编制了相应的标准设计图纸。近十多年来，由于交通事业的大力发展，使预应力混凝土桥梁应用更为普及，跨径越来越大，连续梁桥达到主孔 165m（南京长江二桥北汊桥）；T 形刚构桥达到主孔 174m（重



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

庆长江大桥）；连续刚构桥主孔 270m（虎门大桥辅航道桥）；预应力混凝土斜拉桥主跨 400m 以上的就有 6 座，其中最大跨径为 444m（重庆长江二桥）。虎门桥的连续刚构，其悬臂浇筑长度长达 134m，为世界首例。预应力混凝土结构的设计与施工也形式多样：由全预应力发展到除受拉区施加预压应力外，同时在受压区施加预压应力的双预应力混凝土结构，等等。随着社会主义建设事业的不断发展，预应力混凝土结构的应用范围更广，它将在公路、铁路桥梁，各种屋架，道路立体交叉建筑，塔桅结构，飞机跑道，蓄液池，压力管道，预应力混凝土船体结构，以及原子能反应堆容器和海洋工程结构等方面，得到广泛的应用。

## 12.2 预加应力的方法与设备

### 12.2.1 预加应力的主要方法

#### 1）先张法

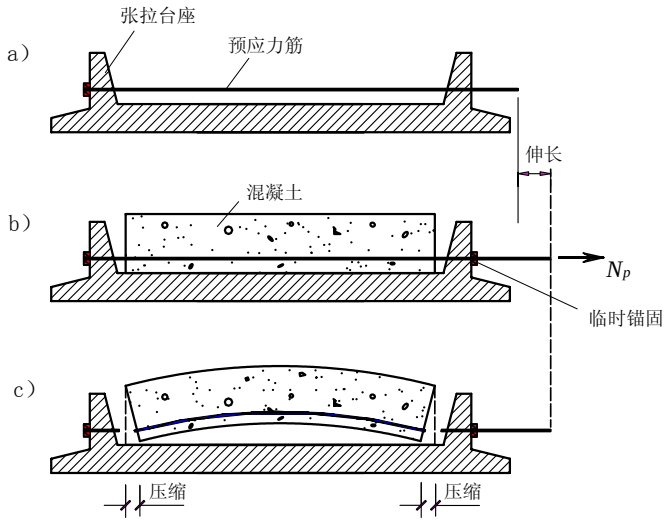



图 12-2 先张法工艺流程示意图

a)预应力钢筋就位，准备张拉；b)张拉并锚固，浇筑构件混凝土；c)松锚，预应力钢筋回缩，制成预应力混凝土构件

先张法，即先张拉钢筋，后浇筑构件混凝土的方法，如图 12-2 所示。先在张拉台座上，按设计规定的拉力张拉预应力钢筋，并进行临时锚固，再浇筑构件混凝土，待混凝土达到要求强度（一般不低于设计强度的 70%）后，放张（即将临时锚固松开，缓慢放松张拉力），让预应力钢筋的回缩，通过预应力钢筋与混凝土间的粘结作用，传递给混凝土，使混凝土获得预压应力。

先张法所用的预应力钢筋，一般可用高强钢丝、钢绞线等，不专设永久锚具（见下），借助与混凝土的粘结力，以获得较好的自锚性能。

先张法施工工序简单，预应力钢筋靠粘结力自锚，不必耗费特制的锚具，临时固定所用的锚具，都可以重复使用，一般称为工具式锚具或夹具。在大批量生产时，先张法构件比较经济，质量也比较稳定。但先张法一般仅宜生产直线配筋的中小型构件，大型构件因需配合弯矩与剪力沿梁长度的分布而采用曲线配筋，这将使施工设备和工艺复杂化，且需配备庞大的张拉台座，同时构件尺寸大，起重、运输也不方便。

#### 2）后张法

后张法，是先浇筑构件混凝土，待混凝土结硬后，再张拉预应力钢筋的方法，如图 12-3 所示。先浇筑构件混凝土，并在其中预留孔道（或设套管），待混凝土达到要求强度后，将预应力钢筋穿入预留的孔道内，将千斤顶支承于混凝土构件端部，张拉预应力钢筋，使构件也同时受到反力压缩。待张拉到控制拉力后，即用特制的锚具将预应力钢筋锚固于混凝土构



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

件上，使混凝土获得并保持其预压应力。最后，在预留孔道内压注水泥浆，以保护预应力钢筋不致锈蚀，并使预应力钢筋与混凝土粘结成为整体。

由上可知，施工工艺不同，建立预应力的方法也不同。后张法是靠工作锚具来传递和保持预加应力的；先张法则是靠粘结力来传递并保持预加应力的。

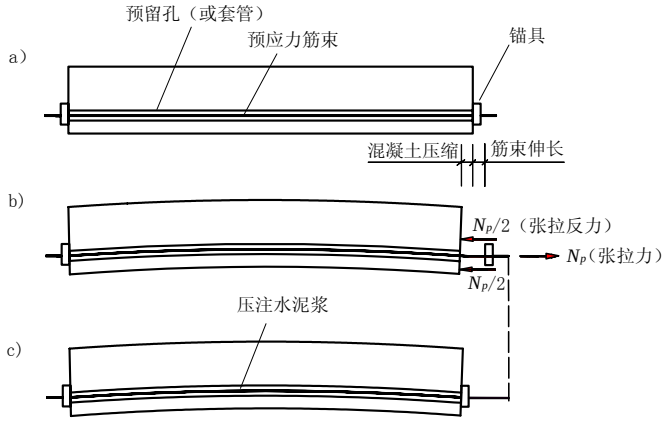



图 12-3　后张法工艺流程示意图

a)浇筑构件混凝土，预留孔道，穿入预应力钢筋；b)千斤顶支于混凝土构件上，张拉预应力钢筋；c)用锚具将预应力钢筋锚固，并在孔道内压浆

### 12.2.2　锚具

#### 1）对锚具的要求

无论是先张法所用的临时夹具，还是后张法所用的永久性工作锚具，都是保证预应力混凝土施工安全、结构可靠的关键设备。因此，在设计、制造或选择锚具时，应注意满足下列要求：

受力安全可靠；预应力损失要小；构造简单、紧凑，制作方便，用钢量少；张拉锚固方便迅速，设备简单。

#### 2）锚具的分类

锚具的型式繁多，按其传力锚固的受力原理，可分为：

（1）依靠摩阻力锚固的锚具。如楔形锚、锥形锚和用于锚固钢绞线的 JM 锚与夹片式群锚等，都是借张拉预应力钢筋的回缩或千斤顶压，带动锥销或夹片将预应力钢筋楔紧于锥孔中而锚固的。

（2）依靠承压锚固的锚具。如镦头锚、钢筋螺纹锚等，是利用钢丝的镦粗头或钢筋螺纹承压进行锚固。

（3）依靠粘结力锚固的锚具。如先张法的预应力钢筋锚固，以及后张法固定端的钢绞线压花锚具等，都是利用预应力钢筋与混凝土之间的粘结力进行锚固的。

对于不同形式的锚具，往往需要配套使用专门的张拉设备。因此，在设计施工中，锚具与张拉设备的选择，应同时考虑。

#### 3）目前桥梁结构中几种常用的锚具

（1）锥形锚

锥形锚（又称为弗式锚），主要用于钢丝束的锚固。它由锚圈和锚塞（又称锥销）两个部分组成。

锥形锚是通过张拉钢束时顶压锚塞，把预应力钢丝楔紧在锚圈与锚塞之间，借助摩阻力锚固的（图 12-4）。在锚固时，利用钢丝的回缩力带动锚塞向锚圈内滑进，使钢丝被进一步



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

楔紧。此时，锚圈承受着很大的横向（径向）张力（一般约等于钢丝束张拉力的 4 倍），故对锚圈的设计、制造应足够的重视。锚具的承载力，一般不应低于钢丝束的极限拉力，或不低于钢丝束控制张拉力的 1.5 倍，可在压力机上试验确定。此外，对锚具的材质、几何尺寸，加工质量，均必须作严格的检验，以保证安全。

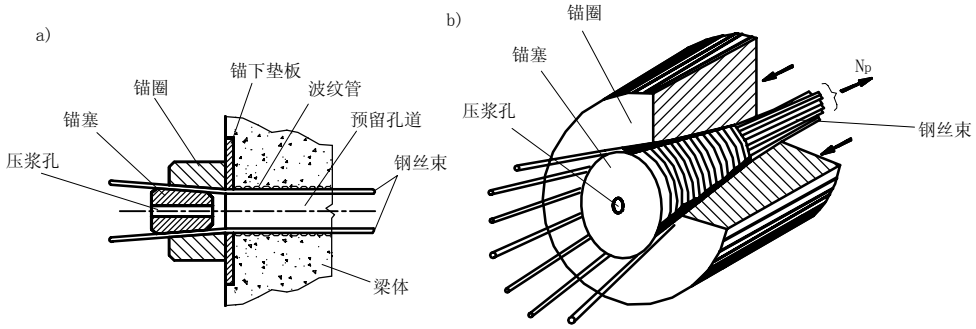



图 12-4　锥形锚具

a）锥形锚具工作示意图；b）锥形锚具剖面图

目前在桥梁中常用的锥形锚，有锚固 18$\phi^w$5mm 和锚固 24$\phi^w$5mm 的钢丝束等两种，并配用 600kN 双作用千斤顶或 YZ85 型三作用千斤顶张拉。锚塞用 45 号优质碳素结构圆钢经热处理制成，其硬度一般要求为洛氏硬度 HRC55～58 单位，以便顶塞后，锚塞齿纹能稍微压入钢丝表面，而获得可靠的锚固。锚圈用 5 号或 45 号钢冷作旋制而成，不作淬火处理。

锥形锚的优点是：锚固方便，锚具面积小，便于在梁体上分散布置。但锚固时钢丝的回缩量较大，应力损失较其它锚具大。同时，它不能重复张拉和接长，使预应力钢筋设计长度受到千斤顶行程的限制。为防止受震松动，必须及时给预留孔道压浆。

国外同类型的弗式锚具，已有较大改进和发展，不仅能用于锚固钢丝束，而且也能锚固钢绞线束，其最大锚固能力已达到 10000kN。

（2）镦头锚

镦头锚主要用于锚固钢丝束，也可锚固直径在 14mm 以下的预应力钢筋。钢丝的根数和锚具的尺寸，依设计张拉力的大小选定。钢丝束镦头锚具是 1949 年由瑞士 4 名工程师研制而成的，并以他们名字的头一个字母命名为 BBRV 体系锚具。国内镦头锚首先是由同济大学研制成功的。目前有锚固 12~133 根$\phi^w$5mm 和 12~84 根$\phi^w$7mm 两种锚具系列，配套的镦头机有 LD—10 型和 LD—20 型两种型式。

镦头锚的工作原理如图 12-5 所示。先以钢丝逐一穿过锚杯的蜂窝眼，然后用镦头机将钢丝端头镦粗如蘑菇形，借镦头直接承压将钢丝锚固于锚杯上。锚杯的外圆车有螺纹，穿束后，在固定端将锚圈（大螺帽）拧上，即可将钢丝束锚固于梁端。在张拉端，先将与千斤顶连接的拉杆旋入锚杯内，用千斤顶支承于梁体上进行张拉，待达到设计张拉力时，将锚圈（螺帽）拧紧，再慢慢放松千斤顶，退出拉杆，于是钢丝束的回缩力就通过锚圈、垫板，传递到梁体混凝土而获得锚固。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

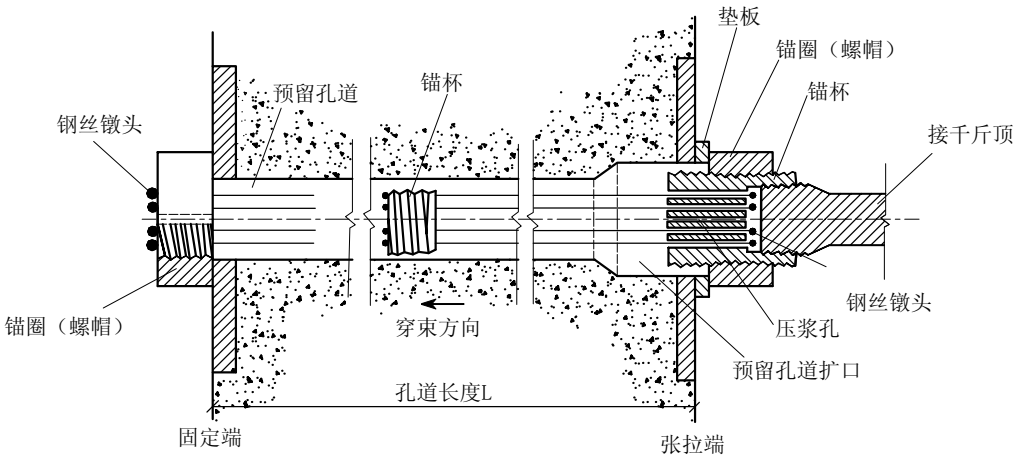



图 12-5　镦头锚锚具工作示意图

镦头锚锚固可靠，不会出现锥形锚那样的“滑丝”问题；锚固时的应力损失很小；镦头工艺，操作简便迅速。但预应力钢筋张拉吨位过大，钢丝数很多，施工亦显麻烦，故大吨位镦头锚宜加大钢丝直径，由$\phi^s$5mm 改为用$\phi^s$7mm，或改用钢绞线夹片锚具。此外，镦头锚对钢丝的下料长度要求很精确，误差不得超过 1/300。误差过大，张拉时可能由于受力不均匀发生断丝现象。

镦头锚适于锚固直线式配束，对于较缓和的曲线预应力钢筋也可采用。目前斜拉桥中锚固斜拉索的高振幅锚具—HiAm 式冷铸镦头锚，因锚杯内填入了环氧树脂、锌粉和钢球的混合料，使之具有较好的抗疲劳性能。

（3）钢筋螺纹锚具

当采用高强粗钢筋作为预应力钢筋时，可采用螺纹锚具固定。即借粗钢筋两端的螺纹，在钢筋张拉后直接拧上螺帽进行锚固，钢筋的回缩力由螺帽经支承垫板承压传递给梁体而获得预应力（图 12-6）。

螺纹锚具的制造关键在于螺纹的加工。为了避免端部螺纹削弱钢筋截面，常采用特制的钢模冷轧而成，使其阴纹压入钢筋圆周之内，而阳纹则挤到钢筋原圆周之外，这样可使平均直径与原钢筋直径相差无几（约小 2%），而且冷轧还可以提高钢筋的强度。由于螺纹系冷轧而成，故又将这种锚具称为轧丝锚。目前国内生产的轧丝锚有两种规格，可分别锚固$\phi$25mm 和$\phi$32mm 两种 IV 级圆钢筋。

70 年代以来，国内外相继采用可以直接拧上螺帽和连接套筒（用于钢筋接长）的高强精轧螺纹钢筋，它沿通长都具有规则、但不连续的凸形螺纹，可在任何位置进行锚固和连接，故可不必再在施工时临时轧丝。国际上采用的迪维达格（Dywidag）锚具（图 12-6b），就是采用特殊的锥形螺帽和钟式垫板来锚固这种钢筋的螺纹锚具。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

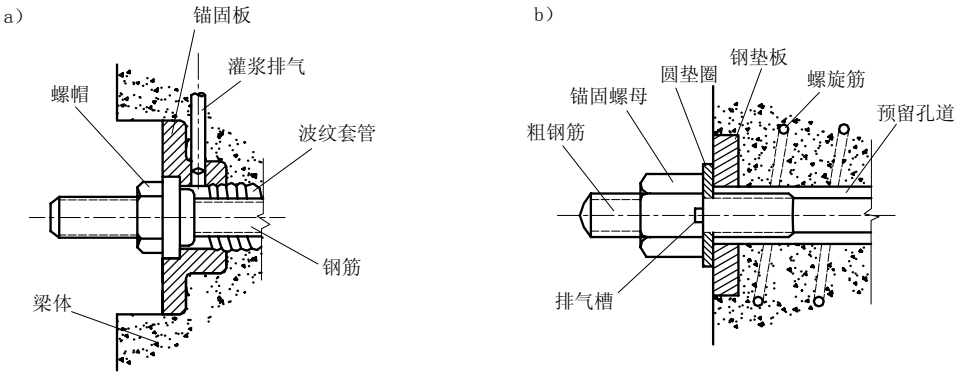



图 12-6　钢筋螺纹锚具

a）轧丝锚具；b）迪维达格锚具

螺纹锚具，受力明确，锚固可靠；构造简单，施工方便；预应力损失小，在短构件中也可使用，并能重复张拉、放松或拆卸；还可以简便地采用套筒接长。

（4）夹片锚具

夹片锚具体系主要作为锚固钢绞线之用。由于钢绞线与周围接触的面积小，且强度高、硬度大，故对其锚具的锚固性能要求很高，JM 锚是我国 60 年代研制的钢绞线夹片锚具。随着钢绞线的大量使用和钢绞线强度的大幅度提高，仅 JM 锚具已难以满足要求。80 年代，除进一步改进了 JM 锚具的设计外，特别着重进行钢绞线群锚体系的研究与试制工作。中国建筑科学研究院先后研制出了 XM 锚具和 QM 锚具系列；中交公路规划设计院研制出了 YM 锚具系列；继之柳州建筑机械总厂与同济大学合作，在 QM 锚具系列的基础上又研制出了 OVM 锚具系列等。这些锚具体系都经过严格检测、鉴定后定型，锚固性能均达到国际预应力混凝土协会（FIP）标准，并已广泛地应用于桥梁、水利、房屋等各种土建结构工程中。

① 钢绞线夹片锚

夹片锚具的工作原理如图 12-7 所示。夹片锚由带锥孔的锚板和夹片所组成。张拉时，

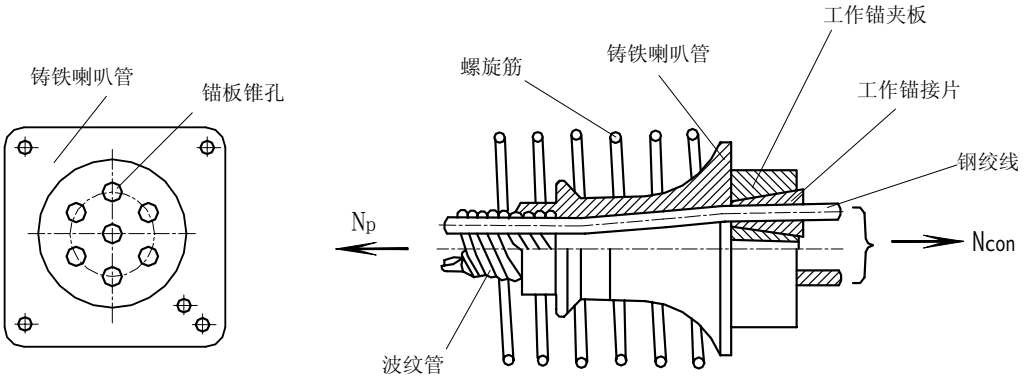



图 12-7　夹片锚具配套示意图

每个锥孔放置 1 根钢绞线，张拉后各自用夹片将孔中的该根钢绞线抱夹锚固，每个锥孔各自成为一个独立的锚固单元。每个夹片锚具一般是由多个独立锚固单元所成，它能锚固由 1~55 根不等的 $\phi^S$ 15.2mm 与 $\phi^S$ 12.7mm 钢绞线所组成的预应力钢束，其最大锚固吨位可达到 11000kN，故夹片锚又称为大吨位钢绞线群锚体系。其特点是各根钢绞线均为单独工作，即 1 根钢绞线锚固失效也不会影响全锚，只需对失效锥孔的钢绞线进行补拉即可。但预留孔端部，因锚板锥孔布置的需要，必须扩孔，故工作锚下的一段预留孔道一般需设置成喇叭形，或配套设置专门的铸铁喇叭形锚垫板。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

② 扁型夹片锚具

扁型夹片锚具是为适应扁薄截面构件(如桥面板梁等)预应力钢筋锚固的需要而研制的，简称扁锚。其工作原理与一般夹片锚具体系相同，只是工作锚板、锚下钢垫板和喇叭管，以及形成预留孔道的波纹管等均为扁形而已。每个扁锚一般锚固 2~5 根钢绞线，采用单根逐一张拉，施工方便。其一般符号为 BM 锚。

③ 固定端锚具

采用一端张拉时，其固定端锚具，除可采用与张拉端相同的夹片锚具外，还可采用挤压锚具和压花锚具。

挤压锚具是利用压头机，将套在钢绞线端头上的软钢（一般为 45 号钢）套筒，与钢绞线一起，强行顶压通过规定的模具孔挤压而成（图 12-8）。为增加套筒与钢绞线间的摩阻力，挤压前，在钢绞线与套筒之间衬置一硬钢丝螺旋圈，以便在挤压后使硬钢丝分别压入钢绞线与套筒内壁之内。

压花锚具是用压花机将钢绞线端头压制成梨形花头的一种粘结型锚具（图 12-9），张拉前预先埋入构件混凝土中。

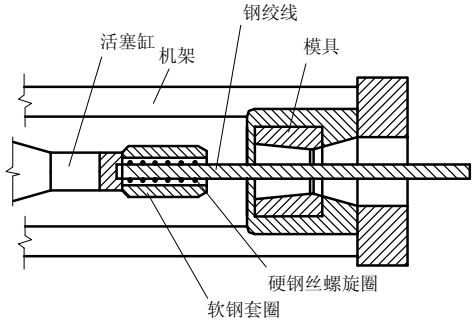



图 12-8　压头机的工作原理

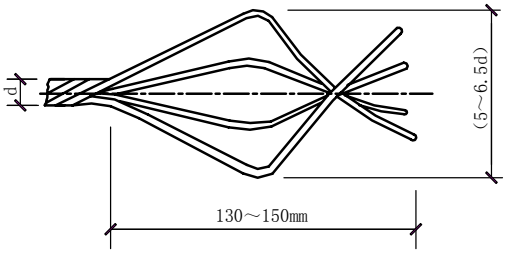



图 12-9　压花锚具

④ 连接器

连接器有两种：钢绞线束 $N_1$ 锚固后，需要再连接钢绞线束 $N_2$ 的，叫锚头连接器（图 12-10a）；当两段未张拉的钢绞线束 $N_1$、$N_2$ 需直接接长时，则可采用接长连接器（图 12-10b）。

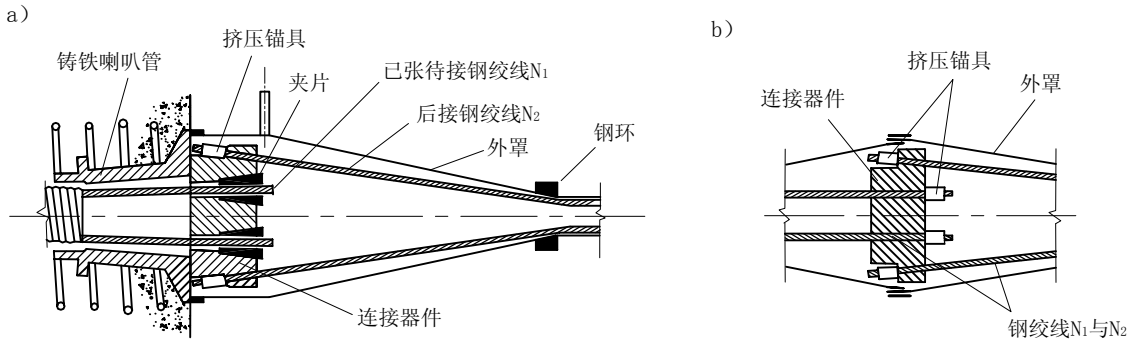



图 12-10　连接器构造

a）锚头连接器；b）接长连接器

以上锚具的设计参数和锚具、锚垫板、波纹管及螺旋筋等的配套尺寸，可参阅各生产厂家的“产品介绍”选用。

应当特别指出：为保证施工与结构的安全，锚具必须按规定程序（见国家标准《预应力筋用锚具、夹具和连接器》（GB/T14370—93）进行试验验收，验收合格者方可使用。工作锚具使用前，必须逐件擦洗干净，表面不得残留铁屑、泥砂、油垢及各种减摩剂，防止锚具回松和降低锚具的锚固效率。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

### 12.2.3 千斤顶

各种锚具都必须配置相应的张拉设备，才能顺利地进行张拉、锚固。与夹片锚具配套的张拉设备，是一种大直径的穿心单作用千斤顶（图 12-11）。它常与夹片锚具配套研制。其它各种锚具也都有各自适用的张拉千斤顶。现将与国产锚具常用的千斤顶设备列如表 12-1 中，以便选用，由于篇幅，未将各千斤顶列全，需要时可查各生产厂家的产品目录。

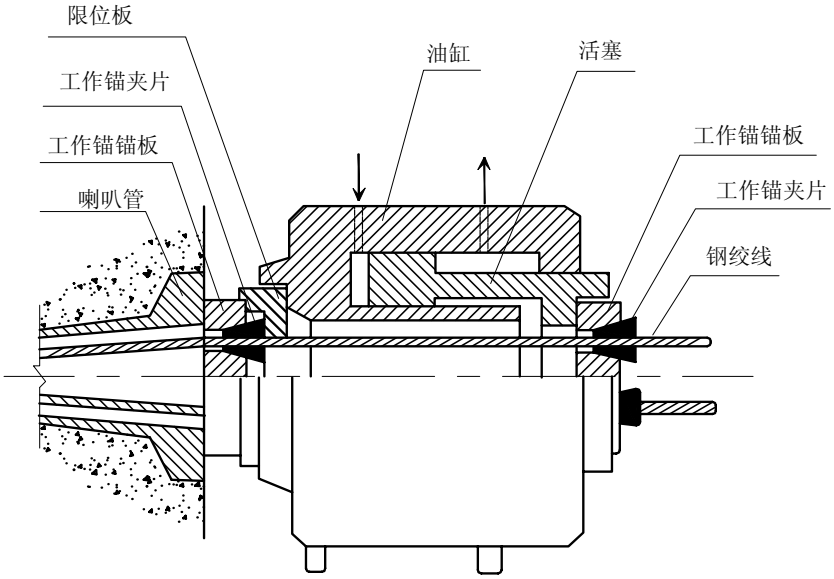



图 12-11　夹片锚张拉千斤顶安装示意图

与国产常用锚具配套的千斤顶设备　　表 12-1

| 锚具型号 | 千斤顶型号 | 主要技术参数与结构特点 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 张拉力（kN） | 张拉行程（mm） | 穿心孔径(mm) | 外形尺寸（mm） | 特点 |
| LM 锚具（螺纹锚） | YC60<br>YC60A | 600 | 150<br>200 | 55 | $\phi$195×765 | 亦适于配有专门锚具的钢丝束与钢绞线束 |
| GZM 锚具（钢质锥形锚） | YZ85（或 YC60A） | 850 | 250~600 | | $\phi$326×（840~1190） | 适于 $\phi^d$5、$\phi^d$7mm 钢丝束；丝数不同，仅需变换卡丝盘及分丝头。 |
| DM 锚具（镦头锚） | YC60A<br>YC100<br>YC200 | 1000<br>2000 | 200<br>400 | 65<br>104 | $\phi$243×830<br>$\phi$320×1520 | |
| JM 锚具 | YCL120 | 1200 | 300 | 75 | $\phi$250×1250 | |
| BM 锚具（扁锚)或单根钢绞线张拉 | QYC230<br>YCQ25<br>YC200D<br>YCL22 | 238<br>250<br>255<br>220 | 150~200<br>150~200<br>200<br>100 | 18<br>18<br>31<br>25 | $\phi$160×565<br>$\phi$110×400<br>$\phi$116×387<br>$\phi$100×500 | 属前卡式，将工具锚移至前端靠近工作锚。 |
| XM 锚具 | YCD1200<br>YCD2000<br>（或 YCW、YCT） | 1450<br>2200 | 180<br>180 | 128<br>160 | $\phi$315×489<br>$\phi$398×489 | 前端设顶压器，夹片属顶压锚固 |
| QM 锚具 | YCQ100<br>YCQ200<br>（YCL、YCW 等） | 1000<br>2000 | 150<br>150 | 90<br>130 | $\phi$258×440<br>$\phi$340×458 | 前端设限位板，夹片属无顶压自锚 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| OVM 锚具 | YCW100<br>YCW150<br>YCW250<br>（或 YCT） | 1000<br>1500<br>2500 | 150<br>150<br>150 | 90<br>130<br>140 | $\phi$250×480<br>$\phi$310×510<br>$\phi$380×491 | 前端设限位板，夹片属无顶压自锚 |
| YM 锚具 | YCT70<br>YCT120<br>YCT200<br>YCT270 | 700<br>1200<br>2000<br>2700 | 150<br>150<br>150<br>150 | 68<br>95<br>124<br>136 | $\phi$190×378<br>$\phi$260×382<br>$\phi$330×425<br>$\phi$370×427 | 前端设限位板，夹片属无顶压自锚 |
| XYM 锚具 | YDC800<br>YDC1500<br>YDC2500<br>（或 YCT、YCW） | 800<br>1500<br>2500 | 180<br>180<br>160 | 80<br>120<br>150 | $\phi$240×430<br>$\phi$310×435<br>$\phi$390×450 | 前端设限位板，夹片属无顶压自锚 |
| LZM 锚具<br>（冷铸锚） | YCW、YC<br>YCL120<br>YQL600 | 同前<br><br>5880 | 同前<br><br>150 | 同前<br><br>190 | <br><br>$\phi$430×600 | |

注：（1）表中所列千斤顶型号，均为推力在 3000kN 以下的常用型号；（2）千斤顶型号一般根据所需张拉力选择。

### 12.2.4 预加应力的其它设备

按照施工工艺的要求，预加应力尚需有以下一些设备或配件。

1）制孔器

预制后张法构件时，需预先留好待混凝土硬结后预应力钢筋穿入的孔道。目前，国内桥梁构件预留孔道所用的制孔器主要有两种：抽拔橡胶管与螺旋金属波纹管。

（1）抽拔橡胶管。在钢丝网胶管内事先穿入钢筋（称芯棒），再将胶管（连同芯棒一起）放入模板内，待浇筑混凝土达到一定强度后，抽去芯棒，再拔出胶管，则预留孔道形成。

（2）螺旋金属波纹管（简称波纹管）。在浇筑混凝土之前，将波纹管按预应力钢筋设计位置，绑扎于与箍筋焊连的钢筋托架上，再浇筑混凝土，结硬后即可形成穿束的孔道。使用波纹管制孔的穿束方法，有先穿法与后穿法两种。先穿法即在浇筑混凝土之前将预应力钢筋穿入波纹管中，绑扎就位后再浇筑混凝土；后穿法即是浇筑混凝土成孔之后再穿预应力钢筋。金属波纹管是用薄钢带经卷管机压波后卷成，其重量轻，纵向弯曲性能好，径向刚度较大，连接方便，与混凝土粘结良好，与预应力钢筋的摩阻系数也小，是后张法预应力混凝土构件一种较理想的制孔器。

目前，在一些桥梁工程中已经开始采用塑料波纹管作为制孔器，这种波纹管由聚丙烯或高密度聚乙烯制成。使用时，波纹管外表面的螺旋肋与周围的混凝土具有较高的粘结力。这种塑料波纹管具有耐腐蚀性能好、孔道摩擦损失小以及有利于提高结构抗疲劳性能的优点。

2）穿索机

在桥梁悬臂施工和尺寸较大的构件中，一般都采用后穿法穿束。对于大跨桥梁有的预应力钢筋很长，人工穿束十分吃力，故采用穿索（束）机。

穿索（束）机有两种类型：一是液压式；二是电动式，桥梁中多用前者。它一般采用单根钢绞线穿入，穿束时应在钢绞线前端套一子弹形帽子，以减小穿束阻力。穿索机由马达带动用四个托轮支承的链板，钢绞线置于链板上，并用四个与托轮相对应的压紧轮压紧，则钢绞线就可借链板的转动向前穿入构件的预留孔中。最大推力为 3kN，最大水平传送距离可达 150m。

3）灌孔水泥浆及压浆机



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

（1）水泥浆

在后张法预应力混凝土构件中，预应力钢筋张拉锚固后必须给预留孔道压注水泥浆，以免钢筋锈蚀，并使预应力钢筋与梁体混凝土结合为一整体。为保证孔道内水泥浆密实，应严格控制水灰比，一般以 0.40~0.45 为宜，如加入适量的减水剂，则水灰比可减小到 0.35；水泥浆的泌水率最大不得超过 3%，拌和后 3h 泌水率宜控制在 2%，泌水应在 24h 内重新全部被浆吸回；另外可在水泥浆中掺入适量膨胀剂，使水泥浆在硬化过程中膨胀，但其自由膨胀率应小于 10%。所用水泥宜采用硅酸盐水泥或普通水泥，水泥强度等级不宜低于 42.5 号，水泥不得含有团块。拌和用的水不应含有对预应力筋或水泥有害的成分，每升水不得含 500mg 以上的氯化物离子或任何一种其它有机物，可采用清洁的饮用水。水泥浆的强度应符合设计规定，无具体规定时应不低于 30MPa（70×70×70mm 立方体试件 28 天龄期抗压强度标准值）。

（2）压浆机是孔道灌浆的主要设备。它主要由灰浆搅拌桶、贮浆桶和压送灰浆的灰浆泵以及供水系统组成。压浆机的最大工作压力可达到约 1.50MPa（15 个大气压），可压送的最大水平距离为 150m，最大竖直高度为 40m。

4）张拉台座

采用先张法生产预应力混凝土构件时，则需设置用作张拉和临时锚固预应力钢筋的张拉台座。它因需要承受张拉预应力钢筋巨大的回缩力，设计时应保证它具有足够的强度、刚度和稳定性。批量生产时，有条件的尽量设计成长线式台座，以提高生产效率。张拉台座的台面，即预制构件的底模，为了提高产品质量，有的构件厂已采用了预应力混凝土滑动台面，可防止在使用过程中台面开裂。

## 12.3 预应力混凝土结构的材料

### 12.3.1 混凝土

1）强度要求

用于预应力结构的混凝土，必须抗压强度高。《公路桥规》规定：预应力混凝土构件的混凝土强度等级不宜低于 C40 号。而且，钢材强度越高，混凝土强度级别也相应要求提高。只有这样才能充分发挥高强钢材的抗拉强度，有效地减小构件截面尺寸，因而也可减轻结构自重。

预应力混凝土结构的混凝土不仅要求高强度，而且还要求能快硬、早强，以便能及早施加预应力，加快施工进度，提高设备、模板等的利用率。

混凝土的设计强度和标准强度见附表 1-1；混凝土的弹性模量见附表 1-2。

近年在预应力混凝土结构设计中，存在着采用高强混凝土的趋向，以使结构设计达到技术先进、经济合理、安全适用、确保质量的目的。目前所说的高强混凝土，一般系指采用水泥、砂石原料和常规工艺配制，依靠添加高效减水剂和掺加粉煤灰、磨细矿渣、*F* 矿粉或硅粉等活性矿物材料，使新拌混凝土具有良好的工作性能，并在硬化后具有高强度、高密实性的强度等级为 C50 及以上的混凝土。高强混凝土的抗渗性和抗冻性均优于普通混凝土，其力学性能与普通混凝土相比也有所不同。在使用高强混凝土材料时，所取的计算参数，应能反映高强混凝土比普通混凝土具有较小的塑性和更大的脆性的特点，以保证结构安全。

2）收缩、徐变的影响及其计算

预应力混凝土构件，除了混凝土在结硬过程中会产生收缩变形外，由于混凝土长期承受着预压应力，还要产生徐变变形。混凝土的收缩和徐变，使预应力混凝土构件缩短，因而将引起预应力钢筋中的预拉应力的下降，通常称此为预应力损失。显然，预应力钢筋的预应力



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

损失，也相应地使混凝土中的预压应力减小。混凝土的收缩、徐变值越大，则预应力损失值就越大，对预应力混凝土结构就越不利。因此，在预应力混凝土结构的设计、施工中，应尽量减少混凝土的收缩和徐变，并应尽量准确地确定混凝土的收缩变形与徐变变形值。

（1）混凝土徐变变形

混凝土产生徐变形的原因，已于第 1 章述及，但目前的解释也不尽相同。因而其计算理论有多种，计算方法也不一。影响混凝土徐变值大小的主要因素是荷载应力、持荷时间、混凝土的品质与加载龄期、以及构件尺寸和工作的环境等。混凝土徐变试验的结果表明：当混凝土所承受的持续应力 $\sigma_c \leqslant 0.5 f_{ck}$ 时，其徐变应变值 $\varepsilon_c$ 与混凝土应力 $\sigma_c$ 之间，存在着线性关系，在此范围内的徐变变形则称为线性徐变，即 $\varepsilon_c = \varphi\varepsilon_e$，或写成

$$\varphi = \varepsilon_c / \varepsilon_e \qquad (12\text{-}1)$$

式中：$\varepsilon_c$——所计算的徐变值；

$\varepsilon_e$——加载（$\sigma_c$ 作用）时的弹性应变（即急变）值；

$\varphi$——徐变应变与弹性应变的比例系数，一般称为徐变系数（亦称徐变特征值）。

徐变系数与徐变变形的大小有关。在影响徐变值的众多因素中，时间是更主要的因素。徐变是随时间延续而增加的，但又随加载龄期 $t_0$ 的增大而减小，故一般将其表示为 $\phi(t,t_o)$。即加载时混凝土龄期 $t_0$，计算所考虑时刻的混凝土龄期为 $t$ 的徐变系数。

由式（12-1）可知，只要知道徐变系数 $\phi(t,t_o)$，就可以算出在混凝土应力 $\sigma_c$ 作用下的徐变应变值 $\varepsilon_c$。《公路桥规》建议的徐变系数计算式为：

$$\phi(t,t_o) = \phi_o \cdot \beta_c(t - t_o) \qquad (12\text{-}2)$$

式中的 $\phi(t,t_o)$ 称为加载龄期为 $t_o$，计算考虑龄期为 $t$ 时的混凝土徐变系数；$\phi_o$ 为混凝土名义徐变系数，按式（12-3）计算：

$$\phi_o = \phi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_o) \qquad (12\text{-}3)$$

其中

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/RH_o}{0.46(h/h_o)^{\frac{1}{3}}} \qquad (12\text{-}4)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{5.3}{(f_{cm}/f_{cmo})^{0.5}} \qquad (12\text{-}5)$$

$$\beta(t_o) = \frac{1}{0.1 + (t_o/t_1)^{0.2}} \qquad (12\text{-}6)$$

式中：$RH$ ——环境年平均相对湿度（%）；$RH_0$=100%；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$h$ ——构件理论厚度（mm），$h=2A_c/u$ （mm），$A_c$ 为构件截面面积，$u$ 为构件与大气接触的周边长度；取 $h_0$ =100mm；

$f_{cm}$——强度等级 C20~C50 混凝土在 28 天龄期时的平均立方体抗压强度（MPa），

$f_{cm}=0.8f_{cu,k}+8MPa$；取 $f_{cmo}=100MPa$；

$f_{cu,k}$—— 龄期为 28 天，具有 95%保证率的混凝土立方体抗压强度标准值（MPa）；

$t_o$——加载时的混凝土龄期（天）；

$t$——计算考虑时刻的混凝土龄期（天）；

$t_1$——$t_1$ =1 天；

$\beta_c$ 为加载后徐变随时间发展的系数，按式（12-7）计算：

$$\beta_c(t-t_o)=\left[\frac{(t-t_o)/t_1}{\beta_H+(t-t_o)/t_1}\right]^{0.3} \qquad (12\text{-}7)$$

$$\beta_H=150\left[1+(1.2\frac{RH}{RH_o})^{18}\right]\frac{h}{h_o}+250\le 1500 \qquad (12\text{-}8)$$

式（12-7）和式（12-8）的符合意义与式（12-4）～式（12-6）相同。

在实际桥梁设计中需考虑徐变影响或计算阶段预应力损失时，强度等级 C20~C50 混凝土的名义徐变系数 $\phi_o$，可按由公式（12-3）算得的表 12-2 值采用。混凝土的徐变系数值可按下列步骤计算：

① 按公式（12-8）计算 $\beta_H$，计算时公式中的年平均相对湿度 *RH*，当在 40%≤RH＜70%时，取 *RH*=55%；当 70%≤RH＜90%时，取 *RH*=80%；

② 根据计算徐变所考虑的龄期 *t*、加载龄期 $t_o$ 及已算得的 $\beta_H$，按公式（12-7）计算徐变发展系数 $\beta_c(t-t_o)$；

③ 根据 $\beta_c(t-t_o)$ 和表 12-2 所列名义徐变系数（必要时用内插求得），按公式（12-2）计算徐变系数 $\phi(t,t_o)$。

当实际的加载龄期超过表 12-2 给出的 90 天时，其混凝土名义徐变系数可按 $\phi_o'=\phi_o\cdot\beta(t_o')/\beta(t_o)$ 求得，式中 $\phi_o$ 为表 12-2 所列名义徐变系数，$\beta(t_o')$ 和 $\beta(t_o)$ 按公式（12-6）计算，其中 $t_o$ 为表列加载龄期，$t_o'$ 为 90 天以外计算所需的加载龄期。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

一般当混凝土应力$\sigma_c$>0.6 $f_{ck}$，则徐变应变不再与$\sigma_c$成正比例关系，此时称为非线性徐变。在非线性徐变范围内，如果$\sigma_c$过大，则徐变应变急剧增加，不再收敛，将导致混凝土破坏。铁道科学研究院曾作过这样一个试验，将混凝土试件加压至应力为0.8 $f_{ck}$，持续6h后，试件突然爆裂破坏。说明混凝土构件长期处于高压状态是很危险的，故一般取（0.75～0.80）$f_{ck}$作为混凝土的长期极限强度（也称为徐变极限强度）。这说明预应力混凝土构件的预压应力不是越高越好，压应力过高对结构安全不利。

混凝土名义徐变系数$\phi_o$　　表12-2

| 加载龄期（天） | 40%≤RH＜70% | | | | 70%≤RH＜90% | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 理论厚度 *h*(mm) | | | | 理论厚度 *h*(mm) | | | |
| | 100 | 200 | 300 | ≥600 | 100 | 200 | 300 | ≥600 |
| 3 | 3.90 | 3.50 | 3.31 | 3.03 | 2.83 | 2.65 | 2.56 | 2.44 |
| 7 | 3.33 | 3.00 | 2.82 | 2.59 | 2.41 | 2.26 | 2.19 | 2.08 |
| 14 | 2.92 | 2.62 | 2.48 | 2.27 | 2.12 | 1.99 | 1.92 | 1.83 |
| 28 | 2.56 | 2.30 | 2.17 | 1.99 | 1.86 | 1.74 | 1.69 | 1.60 |
| 60 | 2.21 | 1.99 | 1.88 | 1.72 | 1.61 | 1.51 | 1.46 | 1.39 |
| 90 | 2.05 | 1.84 | 1.74 | 1.59 | 1.49 | 1.39 | 1.35 | 1.28 |

注：（1）本表适用于一般硅酸盐类水泥或快硬水泥配制而成的混凝土；

（2）本表适用于季节性变化的平均温度-20℃~+40℃；

（3）对高强混凝土（C50及以上），表列数值应乘以$\sqrt{\frac{32.4}{f_{ck}}}$，式中$f_{ck}$为混凝土轴心抗压强度标准值（MPa）；

（4）构件的实际理论厚度和加载龄期为表列中间值时，混凝土名义徐变系数可按直线内插法求得。

在桥梁结构中，混凝土的持续应力一般都小于0.5 $f_{ck}$，而不会因徐变造成破坏，且可按线性关系计算徐变应变。考虑到在露天环境下工作的桥梁结构，影响混凝土徐变的各项因素不易确定，因此，对于用硅酸盐水泥配制的中等稠度的普通混凝土，在要求不十分精确时，其徐变系数终极值$\phi(t_u,t_o)$，可按表12-4取用。

（2）混凝土的收缩变形

混凝土的硬化收缩应变是非受力变形。它的变形规律和徐变相似，也是随时间延续而增加，初期硬化时收缩变形明显，以后逐渐变缓。一般第一年的应变可达到（0.15~0.4）×$10^{-3}$，收缩变形可延续至数年，其终值可达（0.2~0.6）×$10^{-3}$。

混凝土收缩应变可按下式计算：

$$\varepsilon_{cs}(t,t_s)=\varepsilon_{cso}\cdot\beta_s(t-t_s) \qquad (12\text{-}9)$$

式中：$\varepsilon_{cs}(t,t_s)$—— 收缩开始时的龄期为$t_s$，计算考虑的龄期为$t$时的收缩应变；

$t$ —— 计算所考虑时刻的混凝土龄期（天）；

$t_s$ —— 收缩开始时的混凝土龄期（天），可假定为3~7天；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$\varepsilon_{cso}$ —— 名义收缩系数；

$$\varepsilon_{cso}=\varepsilon_s\left(f_{cm}\right)\cdot\beta_{RH} \tag{12-10}$$

$$\varepsilon_s\left(f_{cm}\right)=[160+10\beta_{sc}(9-f_{cm}/f_{cmo})]\cdot10^{-6} \tag{12-11}$$

$\beta_{sc}$ —— 依水泥种类而定的系数，对一般的硅酸盐类水泥或快硬水泥，$\beta_{sc}$ = 5.0；

$\beta_{RH}$ —— 与年平均相对湿度相关的系数，

当 40%≤RH＜99% 时，$\beta_{RH}=1.55\left[1-\left(RH/RH_o\right)^3\right]$ （12-12）

$\beta_s$ —— 收缩随时间发展的系数；

$$\beta_s\left(t-t_s\right)=\left[\frac{\left(t-t_s\right)/t_1}{350\left(h/h_o\right)^2+\left(t-t_s\right)/t_1}\right]^{0.5} \tag{12-13}$$

其余符号同徐变计算公式。

在桥梁设计中当需考虑收缩影响或计算阶段预应力损失时，混凝土收缩应变值可按下列步骤计算：

① 按公式（12-13）计算从 $t_s$ 到 $t$ 、$t_s$ 到 $t_o$ 的收缩应变发展系数 $\beta_s\left(t-t_s\right)$、$\beta_s\left(t_o-t_s\right)$，当计算 $\beta_s\left(t_o-t_s\right)$ 时，公式中的 $t$ 均改用 $t_o$ 。其中 $t$ 为计算收缩应变考虑时刻的混凝土龄期（天），$t_o$ 为桥梁结构开始受收缩影响时刻或预应力钢筋传力锚固时刻的混凝土龄期（天），$t_s$ 为收缩开始时（养护期结束时）的混凝土龄期，设计时可取 3~7 天， $t>t_o\geqslant t_s$；

② 按下列公式计算自 $t_o$ 至 $t$ 时的收缩应变值 $\varepsilon_{cs}\left(t,t_o\right)$：

$$\varepsilon_{cs}\left(t,t_o\right)=\varepsilon_{cso}[\beta_s(t-t_s)-\beta_s(t_o-t_s)] \tag{12-14}$$

式中的名义收缩系数 $\varepsilon_{cso}$ 对于强度等级 C20~C50 混凝土，可按表 12-3 所列数值采用。

混凝土名义收缩系数 $\varepsilon_{cso}\times(10^{-3})$ 表 12－3

| 40%≤RH＜70% | 70%≤RH＜90% |
|---|---|
| 0.529 | 0.310 |

注：（1）本表适用于一般硅酸盐类水泥或快硬水泥配制而成的混凝土；

（2）本表适用于季节性变化的平均温度-20℃~+40℃；

（3）对高强混凝土（C50 及以上），表列数值应乘以 $\sqrt{\frac{32.4}{f_{ck}}}$，式中 $f_{ck}$ 为混凝土轴心抗压强度标准值（MPa）。

同样的，对于用硅酸盐水泥配制的中等稠度的普通混凝土，在要求不十分精确时，其收缩应变终极值 $\varepsilon_{cs}\left(t_u,t_o\right)$，可按表 12-4 取用。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

混凝土徐变系数终极值 $\phi(t_u,t_0)$ 和收缩应变终极值 $\varepsilon_{cs}(t_u,t_0)$　　表 12-4

| 项目 \ 大气条件 / 构件理论厚度(mm) / 加载时混凝土龄期(d) $(t_0)$ | | 40%≤RH＜70% | | | | 70%≤RH＜99% | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $h=2A_c/u$（mm） | | | | $h=2A_c/u$（mm） | | | |
| | | 100 | 200 | 300 | ≥600 | 100 | 200 | 300 | ≥600 |
| 徐变系数终极值 $\phi(t_u,t_0)$ | 3 | 3.78 | 3.36 | 3.14 | 2.79 | 2.73 | 2.52 | 2.39 | 2.20 |
| | 7 | 3.23 | 2.88 | 2.68 | 2.39 | 2.32 | 2.15 | 2.05 | 1.88 |
| | 14 | 2.83 | 2.51 | 2.35 | 2.09 | 2.04 | 1.89 | 1.79 | 1.65 |
| | 28 | 2.48 | 2.20 | 2.06 | 1.83 | 1.79 | 1.65 | 1.58 | 1.44 |
| | 60 | 2.14 | 1.91 | 1.78 | 1.58 | 1.55 | 1.43 | 1.36 | 1.25 |
| | 90 | 1.99 | 1.76 | 1.65 | 1.46 | 1.44 | 1.32 | 1.26 | 1.15 |
| 收缩应变终极值 $\varepsilon_{cs}(t_u,t_0)\times(10^{-3})$ | 3~7 | 0.50 | 0.45 | 0.38 | 0.25 | 0.30 | 0.26 | 0.23 | 0.15 |
| | 14 | 0.43 | 0.41 | 0.36 | 0.24 | 0.25 | 0.24 | 0.21 | 0.14 |
| | 28 | 0.38 | 0.38 | 0.34 | 0.23 | 0.22 | 0.22 | 0.20 | 0.13 |
| | 60 | 0.31 | 0.34 | 0.32 | 0.22 | 0.18 | 0.20 | 0.19 | 0.12 |
| | 90 | 0.27 | 0.32 | 0.30 | 0.21 | 0.16 | 0.19 | 0.18 | 0.12 |

注：（1）表中 RH 代表桥梁所处环境的年平均相对湿度（%）；

（2） 表中理论厚度 $h=2A_c/u$，$A_c$ 为构件截面面积，$u$ 为构件与大气接触的周边长度。当构件为变截面时，$A_c$ 和 $u$ 均可取其平均值；

（3）本表适用于由一般的硅酸盐类水泥或快硬水泥配制而成的混凝土，对高强混凝土（C50 及以上），表列数值应乘以 $\sqrt{\frac{32.4}{f_{ck}}}$，式中 $f_{ck}$ 为混凝土轴心抗压强度标准值（MPa）；

（4）本表适用于季节性变化的平均温度-20℃~+40℃；

（5）构件的实际传力锚固龄期、加载龄期或理论厚度为表列数值中间值时，收缩应变和徐变系数终极值可按直线内插法取值；

（6）在分阶段施工或结构体系转换中，当需计算阶段收缩应变和徐变系数时，可按前面介绍提供的方法进行。

### 3）混凝土的配制要求与措施

为了获得强度高和收缩、徐变小的混凝土，应尽可能地采用高标号水泥，减少水泥用量，降低水灰比，选用优质坚硬的骨料，并注意采取以下措施：

（1） 严格控制水灰比。高强混凝土的水灰比一般宜在 0.25~0.35 范围之内。为增加和易性，可掺加适量的高效减水剂。掺加高效减水剂的混凝土，虽早期收缩值略大，但后期相同，而且对徐变值减小较明显，还可增加强度。

（2） 注意选用高标号水泥，并宜控制水泥用量不大于 500kg/m$^3$。水泥品种，以硅酸盐水泥为宜，不得已需要采用矿碴水泥时，则应适当掺加早强剂，以改善其早期强度较低的缺点。火山灰水泥不适于拌制预应力混凝土，因为早期强度过低，收缩率又大。

（3） 注意选用优质活性掺合料，如硅粉、*F* 矿粉等，尤其是硅粉混凝土不仅可使收缩减小，特别可使徐变显著减小。

（4） 加强振捣与养护。

同时，混凝土在材料选择、拌制以及养护过程中还应考虑混凝土耐久性的要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

### 12.3.2　预应力钢材

预应力混凝土构件中，有预应力钢筋和非预应力钢筋（即普通钢筋）。普通钢筋已在前面中作了介绍，这里主要对预应力钢筋再作一简要介绍。

**1）对预应力钢筋的要求**

（1）强度要高。预应力钢筋必须采用高强度钢材，这已从预应力混凝土结构本身的发展历史作了极好的说明。早在一百余年前，就有人提出了在钢筋混凝土梁中建立预应力的设想，并进行了试验。但当时采用的是普通钢筋，强度不高，经过一段时间，由于混凝土的收缩、徐变等原因，所施加的预应力丧失殆尽，使这种努力一度遭到失败。又过了约半个世纪，直到 1928 年，法国工程师 *E*·弗莱西奈采用高强钢丝进行试验才获得成功，并使预应力混凝土结构有了实用的可能。这说明，不采用高强度预应力筋，就无法克服由于各种因素所造成的应力损失（见第 13 章），也就不可能有效地建立预应力。

（2）有较好的塑性和焊接性能。高强度钢材，其塑性性能一般较低，为了保证结构物在破坏之前有较大的变形能力，必须保证预应力钢筋有足够的塑性性能；而良好的焊接性能则是保证钢筋加工质量的重要条件。

（3）要具有良好的粘结性能。

（4）应力松弛损失要低。

预应力钢材今后发展的总要求就是高强度、粗直径、低松弛和耐腐蚀。

**2）预应力钢筋的种类**

《公路桥规》推荐使用的几种预应力筋为高强度钢丝、钢绞线和精轧螺纹钢筋，以下对各材料作一简要介绍如下：

（1）高强度钢丝

预应力混凝土结构常用的高强钢丝（图 12-12），是用高碳镇静钢（含碳量为 0.7%~1.4%）轧制成盘圆，加热至 850℃~950℃，再经（500~600）℃的铅浴淬火，并经酸洗冷拔而成的碳素钢丝。冷拔后还需经过回火矫直处理，以消除钢丝在冷拔中所存在的内部应力，提高钢丝的比例极限、屈服强度和弹性模量。《公路桥规》中采用的高强钢丝有消除应力光圆钢丝、螺旋肋钢丝和消除应力刻痕钢丝。这类钢丝强度高，但较脆，极限拉应变小。

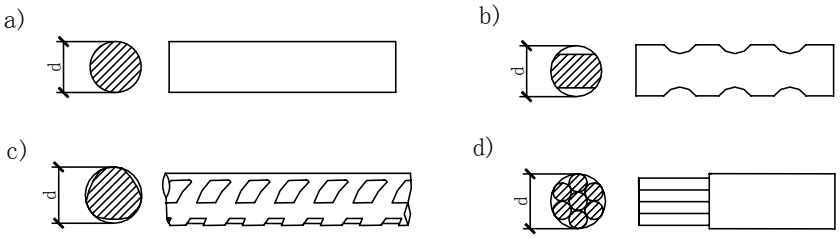



图 12-12　几种常见的预应力高强钢丝

a）光圆钢丝；b）两面刻痕钢丝；c）三面刻痕钢丝；d）无粘结钢丝束

（2）钢绞线

钢绞线是由 2、3、或 7 根高强钢丝扭结而成的一种高强预应力钢材（图 12-13）。用得最多的是由 6 根钢丝围绕一根芯丝顺一个方向扭结而成的 7 股钢绞线。芯丝直径常比外围钢丝直径大 5%～7%，以使各根钢丝紧密接触，钢丝扭距一般为 12～16d。

《公路桥规》根据国家标准《GB/T 5224—1995》选用的钢绞线有两股钢绞线、三股钢绞线和七股钢绞线三种规格，其强度为 1470~1860 MPa，并依松弛性能不同分成普通钢绞线和低松弛钢绞线两种。普通钢绞线工艺较简单，钢绞线绞捻而成后，仅需在 400℃左右的熔铅中进行回火处理；而低松弛钢绞线则需进行稳定化处理，即在（350~400）℃的温度下进行热处理的同时，还给钢绞线施加一定的拉力，使其达到兼有热处理与预拉处理的效果，不



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

仅可以消除内应力，而且可以提高其强度，使结构紧密，切断后断头不松散，特别可使应力松弛损失率大大降低，伸直性好。

钢绞线具有截面集中，比较柔软、盘弯运输方便，与混凝土粘结性能良好等特点，可大大简化现场成束的工序，是一种较理想的预应力钢筋。普通钢绞线的强度与弹性模量均较单根钢丝略小，但低松弛钢绞线已有改变。据国外统计，钢绞线在预应力筋中的用量约占 75%，而钢丝与粗钢筋共约占 25%。国内使用高强度、低松弛钢绞线也已经成为主流。

英国和日本还研究生产了一种“模拔成型钢绞线”，它是在捻制成型时通过模孔拉拔而成。它可使钢丝互相挤紧成近于六边形，使钢绞线的内部空隙和外径大大减小，在相同预留孔道的条件下，可增加预拉力约 20%，且周边与锚具接触的面积增加，有利于锚固。

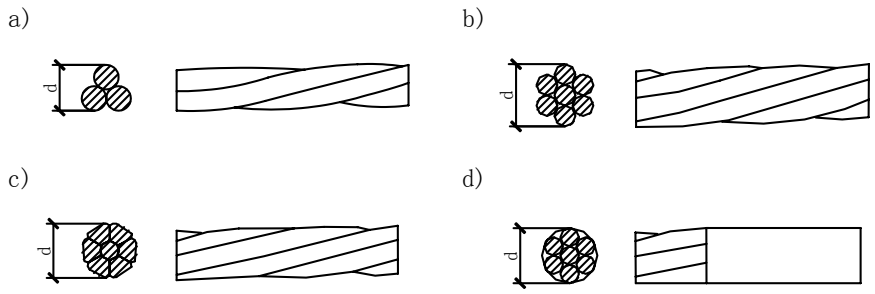



图 12-13　几种常见的预应力钢绞线

a）三丝钢绞线；b）七丝钢绞线；c）七丝拔模钢绞线；d）无粘结钢绞线

（3）精轧螺纹钢筋

精轧螺纹粗钢筋，在轧制时沿钢筋纵向全部轧有规律性的螺纹肋条，可用螺丝套筒连接和螺帽锚固，因此不需要再加工螺丝，也不需要焊接。这种高强钢筋常用于对预应力筋有接长要求的结构，并可连续多次施加预应力。

《公路桥规》对预应力筋设计强度和标准强度的规定如附表 2-1；预应力钢筋的弹性模量见附表 2-2；预应力高强钢丝有关技术标准见附表 2-3。

值得一提的是，近年来，非金属材料制成的预应力筋，如玻璃纤维增强塑料（GFRP）、芳纶纤维增强塑料（AFRP）及碳纤维增强塑料（CFRP）等几种材料制成的预应力筋已开始在处于某些特殊环境和条件下的桥梁中使用。这些材料的特点是：强度高、重量轻、抗腐蚀、抗磁性、耐疲劳、热膨胀系数与混凝土接近、弹性模量低、抗剪强度低等。目前，FRP 预应力筋以及 FRP 预应力混凝土结构的力学性能仍处于研究和试用阶段，但可以预言，FRP 预应力筋在未来将具有广阔的应用前景。

## 12.4　预应力混凝土结构的几种概念

为了全面理解预应力混凝土的基本概念，可以引用林同炎提出的下述 3 种不同的概念来分析预应力混凝土结构

### 1）预加应力的目的是将混凝土变成弹性材料

预加应力的目的只是为了改变混凝土的性能，变脆性材料为弹性材料。这种概念认为预应力混凝土与普通钢筋混凝土是两种完全不同的材料，预应力钢筋的作用不是配筋，而是施加预压应力以改变混凝土性能的一种手段。如果预压应力大于荷载产生的拉应力，则混凝土就不承受拉应力。这种概念要求将无应力或零应力作为预应力混凝土设计准则。这样可以用材料力学公式计算混凝土的应力、应变和挠度、反拱，并在需要时可采用叠加原理，计算十分方便。

现就其最简单的型式来考察一简支矩形梁。预应力钢筋的重心与梁的重心轴重合，通



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

过预应力钢筋使梁预受应力（图 12-14），梁上同时作用有外荷载。预应力钢筋中的预拉力 $F$ 在混凝土中产生一大小相等的预压力 $F$，此压力也作用在预应力钢筋的重心处，作用线通过截面的重心。预拉力和预压力是成对存在的，分别作用于预应力钢筋和混凝土截面，它们通常也被称为预加力。由于预压力 $F$ 的作用，在面积为 $A$ 的截面上将产生一均匀压应力

$$\sigma = \frac{F}{A} \tag{12-15}$$

如果 $M$ 为梁上荷载及自重在某一截面处所引起的外弯矩，则该截面任意一点处由 $M$ 引起的应力为

$$\sigma = \frac{My}{I} \tag{12-16}$$

其中 $y$ 为该点到截面重心轴的距离，$I$ 为截面的惯性矩。因此，叠加后的应力分布表示为

$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{My}{I} \tag{12-17}$$

如图 12-14 所示。

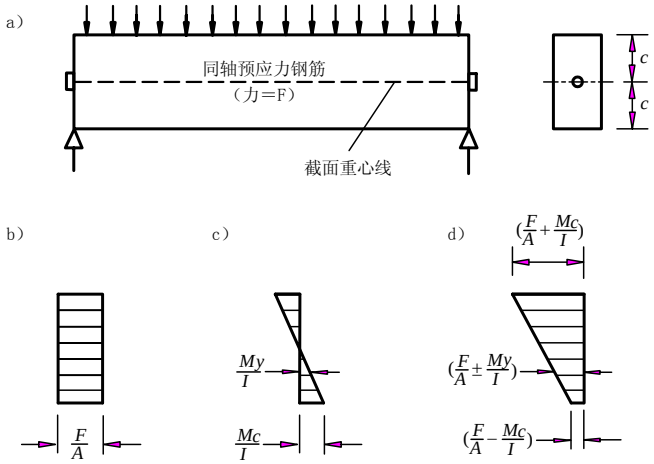



图 12-14　同轴预应力混凝土截面的应力分布

a）加有预应力及外荷载的梁；b）由于预压力 F 作用；c）由于外弯矩 M 作用；d）由于 F 及 M 共同作用

如果预应力钢筋偏离混凝土截面重心布置（图 12-15），其解稍复杂。预压力 $F$ 作用在预应力钢筋的重心处，离梁重心轴的距离为 $e$。由于是偏心的预压力，混凝土截面除承受轴压作用外还要承受弯矩作用。预压力产生的弯矩为 $Fe$，此弯矩在混凝土截面上任意一点处引起的应力为：

$$\sigma = \frac{Fey}{I} \tag{12-18}$$

而叠加后的应力表示为：

$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{Fey}{I} \pm \frac{My}{I} \tag{12-19}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

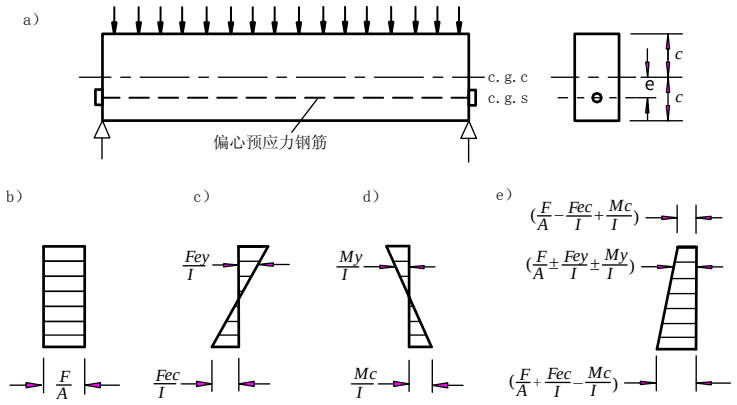



图 12-15　偏心预应力混凝土截面的应力分布

a）偏心预应力及加外荷载的梁；b）由于预压力 $F$ 轴压作用；c）由于预压力偏心矩作用；

d）由于外弯矩 $M$ 作用；e）由于偏心预压力及外弯矩共同作用

如果预应力钢筋是弯曲的或弯折的，图 12-16（$a$），为了方便，常常取构件的左边或右边部分作为分离体来计算预应力效应。此时，混凝土上的预压力和作用在偏心距为 $e$ 处的预应力钢筋的预拉力 $F$ 相等。因此，在图 12-16（$b$）中，可由水平力平衡条件得出，混凝土所受的压力等于钢筋中的预拉力 $F$，因此偏心力 $F$ 在混凝土内引起的应力可表示为

$$\sigma = \frac{F}{A} \pm \frac{F \cdot e \cdot y}{I} \qquad (12\text{-}20)$$

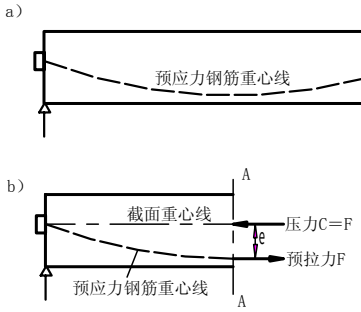



图 12-16　预应力效应

a）预应力梁；b）预应力效应

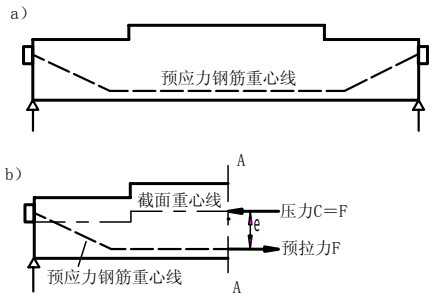



图 12-17　对于静定构件，预应力效应和截面以外的变化无关

a）预应力梁；b）分离体

所以，预应力在任一截面处引起的混凝土应力仅取决于 $F$ 在该截面处的大小和位置，而与预应力钢筋沿梁在其它纵断面上的位置无关。例如，若图 12-17 所示梁的截面 $A-A$ 和图 12-16 中梁的截面 $A-A$ 相等，则这两个截面上由偏心距为 $e$ 的预加力引起的混凝土应力是相同的，而不管 $A-A$ 截面以外梁形状或预应力钢筋沿纵断面如何变化（这仅对静定结构构件才正确，在静定结构中构件支承反力不受内部预加应力的影响）。

**2） 预加应力的目的是使高强度钢筋和混凝土能够共同工作。**

这种概念是将预应力混凝土看作是高强钢筋与混凝土两种材料组成的一种特殊的钢筋混凝土。预先将预应力钢筋张拉到一定的应力状态，在使用阶段预应力钢筋的应力（应变）增加的幅度较小，混凝土不开裂或裂缝较细，这样高强钢材就可以与混凝土一起正常工作。

在钢筋混凝土梁中，用钢筋承受拉力、混凝土承受压力，以形成一抵抗外弯矩的力偶，如图 12-18（a）。在预应力混凝土中也存在同样的性能,如图 12-19（b）。在预应力混凝土中，采用的是高强度钢筋，在其强度被充分利用之前将必须有很大的伸长。若此高强度钢筋还像在普通混凝土那样简单地埋置在混凝土内，周围的混凝土必将在钢筋全部被利用之前非常严重地开裂，如图 12-19（a）。因此需要将高强钢筋相对于混凝土预张拉。抵着混凝土张拉钢筋并加以锚固，就可以在结构中产生预期的应力和应变：混凝土中的压应力和压应变及钢筋中的拉应力和拉应变。这样就可以防止荷载作用下裂缝的出现，使结构的挠度得以控制，如



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

图 12-19（b）。这种联合作用使得有可能安全经济地利用两种材料，而这是把钢筋简单地埋于混凝土之中所不能达到的。

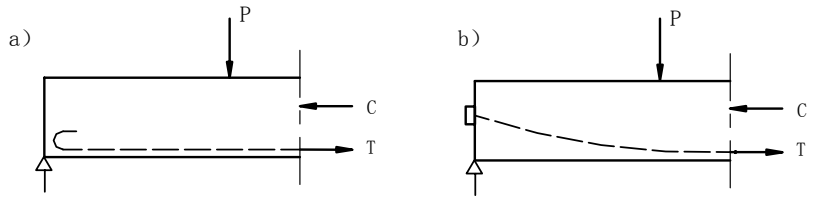



图 12-18　预应力混凝土梁和钢筋混凝土梁的内部抵抗力矩

a）　钢筋混凝土梁的隔离体；b）预应力梁的隔离体

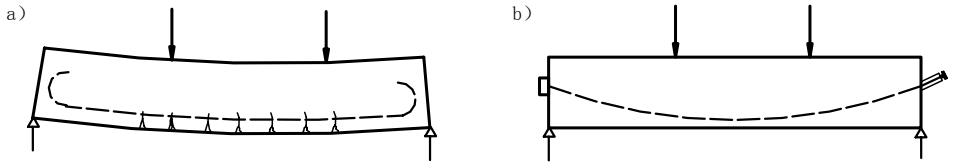



图 12-19　采用高强度钢筋的混凝土梁

a）普通钢筋的—— 裂缝及过度的挠度；b）预应力的—— 无裂缝及很小的挠度

从这一观点看，预应力混凝土可以看成是钢筋混凝土应用的扩大和改进。虽然在预应力混凝土结构的合理和经济设计中可以有很多创造性，但是不能避免最终必须由一内力偶来承担外弯矩。所以，预应力混凝土并不能创造超越其本身材料强度能力的奇迹。无论是预应力的还是普通配筋的混凝土结构，其内部抵抗力偶都必须由钢筋受拉和混凝土受压来提供。这种概念已很好地被利用来确定预应力混凝土梁的极限强度，而且也能适用于梁的弹性状态。

根据这种观点，可以得出预应力混凝土和钢筋混凝土之间的基本相似性。这样，就可以大大简化预应力结构的设计和计算。同时，根据两者的相似性，可以将预应力钢筋与普通钢筋作等强代换，减少用钢量，这在很多情况下是经济可行的。

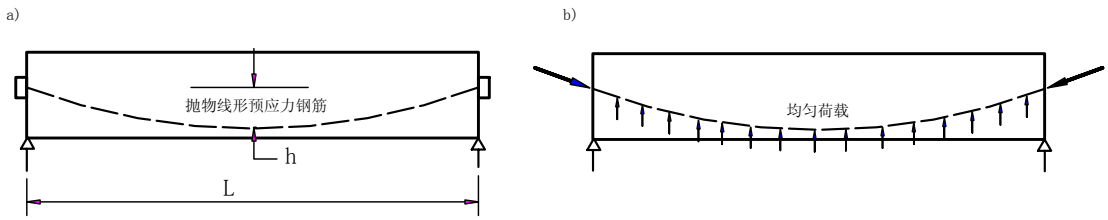
3）预加应力的目的是实现荷载平衡

预加应力可认为是对混凝土构件预先施加与使用荷载相反的荷载，以抵消部分或全部工作荷载，使受弯构件（如板、梁及主梁）在给定的荷载条件下不受挠曲应力。这就能把一挠曲构件转换成一受轴向力的构件，大大简化结构的设计和计算。

用荷载平衡的概念调整预应力与外荷载的关系，概念清晰，计算简单。应用这个概念，要求以混凝土为分离体，并且用一些力来代替预应力钢筋沿跨度的作用。例如，取一采用抛物线形预应力钢筋的简支梁（图 12-20），设 $F$=预张拉力；$L$=跨长；$h$=抛物线垂度； 则预应力钢筋向上作用的均匀荷载可以用式（12-21）表示

$$w_b = \frac{8Fh}{L^2} \qquad (12\text{-}21)$$

因而，对于一给定向下的均匀荷载 $w$，由于预应力钢筋作用在梁上产生的横向荷载而得到平衡，使梁仅受轴力 $F$，它在混凝土内产生均匀的应力 $\sigma=F/A$。从这个平衡条件出发，应力改变可以很容易地用普通力学公式计算，$\sigma=M\cdot y/I$。在此情况下的弯矩是由未被平衡的荷载（$w-w_b$）所引起的。






公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

图 12-20　具有抛物线力筋的预应力梁

a）配抛物线形预应力钢筋的预应力梁；b）把混凝土看作分离体

对于用折线力筋的梁，如图 12-21，由力筋加于混凝土的荷载可以容易地按照静力学方法确定。这种方法对于一些简单情况显然有些多余，而对于复杂的结构常常变得很有效，例如对于连续梁、刚架、平板、格子板以及某些薄壳。若进一步推广，它可以用于自锚预应力混凝土桥的设计和分析，由钢索作用在混凝土桥面及梁上的力能预先确定，混凝土内的应力也就不难分析出来了。

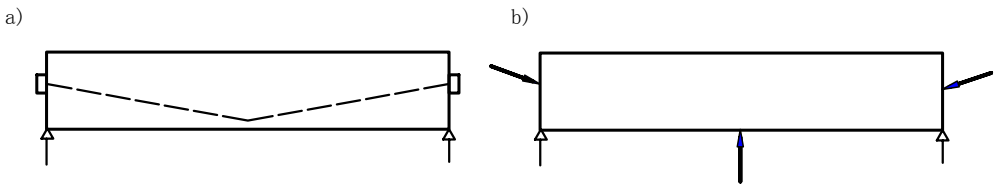



图 12-21　具有抛物线力筋的预应力梁

a）　配弯折形预应力钢筋的预应力梁；b）把混凝土看作分离体，用力来代替预应力钢筋



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 复习思考题

12-1 何谓预应力混凝土？为什么要对构件施加预应力？其主要优点是什么？其基本原理是什么？

12-2 什么是预应力度？《公路桥规》对预应力混凝土构件如何分类？

12-3 预应力混凝土结构有什么优缺点？

12-4 什么是先张法？先张法构件的按什么样的工序施工？先张法构件如何实现预应力筋的锚固？先张法构件有何优缺点？

12-5 什么是后张法？后张法构件的按什么样的工序施工？后张法构件如何实现预应力筋的锚固？后张法构件有何优缺点？

12-6 预应力混凝土构件对锚具有何要求？按传力锚固的受力原理，锚具如何分类？

12-7 公路桥梁中常用的制孔器有哪些？

12-8 预应力混凝土结构对所使用的混凝土有何要求？何谓高强混凝土？

12-9 混凝土的收缩、徐变对预应力混凝土构件有何影响？如何配制收缩、徐变小的混凝土？

12-10 什么是混凝土的线性徐变？什么是混凝土的非线性徐变？影响徐变的主要因素有哪些？

12-11 预应力混凝土结构对所使用的预应力钢筋有何要求？公路桥梁中常用的预应力钢筋有哪些？



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 13 章　　预应力混凝土受弯构件的设计与计算

## 13.1　概　述

预应力混凝土结构由于事先被施加了一个预加力 $N_p$，使其在受力方面具有许多和普通钢筋混凝土结构不同的特点，因此在具体设计计算之前，须对各受力阶段进行分析，以便了解其相应的计算目的、内容与方法。

预应力混凝土受弯构件，从预加应力到承受外荷载，直至最后破坏，主要可分为两个阶段，即施工阶段和使用阶段。这两个阶段又各包括若干不同的受力过程，现分别叙述如下。

### 13.1.1　施工阶段

预应力混凝土构件在制作、运输和安装过程中，将承受不同的荷载。在这一过程中，构件在预应力作用下，全截面参与工作，一般处于弹性工作状态，可采用材料力学的方法，并根据《公路桥规》的要求进行设计计算。但计算中应注意采用构件混凝土的实际强度和相应的截面特性。如后张法构件，在灌浆前应按混凝土净截面计算；孔道灌浆并结硬后，则可按换算截面计算。施工阶段依构件受力条件不同，又可分为预加应力阶段和运输、安装阶段等两个阶段。

1）预加应力阶段

预加应力阶段系指从预加应力开始，至预加应力结束（即传力锚固）为止。构件所承受的荷载主要是偏心预压力（即预加应力的合力）$N_p$；对于简支梁，由于 $N_p$ 的偏心作用，构件将产生向上的反拱，形成以梁两端为支点的简支梁，因此梁的一期荷载（自重荷载）$G_1$ 也在施加预加力 $N_p$ 的同时一起参加作用（图 13-1）。

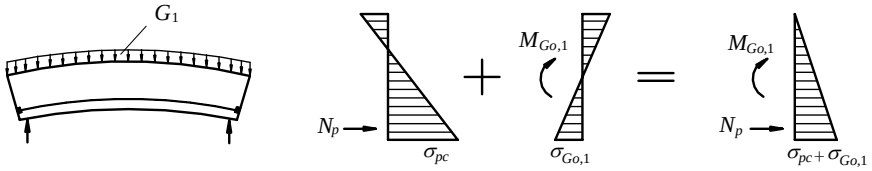



图 13-1　预加应力阶段截面应力分布

本阶段的设计计算要求是：（1）控制受弯构件截面上、下缘混凝土的最大拉应力和压应力，以及梁腹的主应力，都不应超出《公路桥规》的规定值；（2）控制预应力筋的最大张拉应力；（3）保证锚固区混凝土局部承压承载能力大于实际承受的压力并有足够的安全度，以保证梁体不出现水平纵向裂缝。

由于各种因素的影响，预应力钢筋中的预拉应力将产生部分损失，通常把扣除应力损失后的预应力筋中实际存余的应力，称为本阶段的有效预应力 $\sigma_{pe}$。

2）运输、安装阶段

在运输安装阶段，混凝土梁所承受的荷载，仍是预加力 $N_p$ 和梁的一期荷载。但由于引起预应力损失的因素相继增加，使 $N_p$ 要比预加应力阶段小；同时梁的一期荷载应根据《公路桥规》的规定计入 1.20 或 0.85 的动力系数。构件在运输中的支点或安装时的吊点位置常与正常支承点不同，故应按梁起吊时一期荷载作用下的计算图式进行验算，特别需注意验算构件支点或吊点截面上缘混凝土的拉应力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 13.1.2 使用阶段

使用阶段是指桥梁建成通车后整个使用阶段。构件除承受偏心预加力 $N_p$ 和梁的一期荷载 $G_1$ 外，还要承受桥面铺装、人行道、栏杆等后加的二期恒载 $G_2$ 和车辆、人群等活荷载 Q。此时，梁截面的正应力为偏心预加力 $N_p$ 与以上各项荷载所产生的应力之和（图 13-2）。

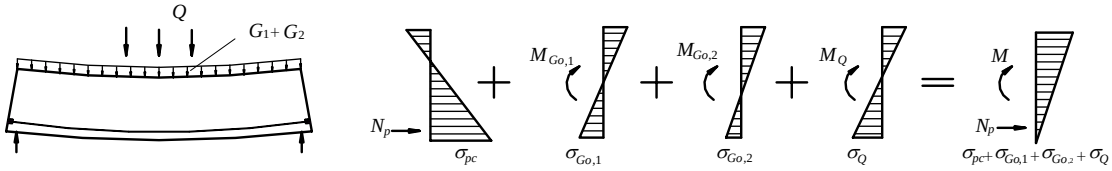



图 13-2 使用阶段截面应力分布

本阶段各项预应力损失将相继发生并全部完成，最后在预应力钢筋中建立相对不变的预拉应力（即扣除全部预应力损失后所存余的预应力）$\sigma_{pe}$，这即为永存预应力。显然，永存预应力要小于施工阶段的有效预应力值。根据构件受力后的特征，本阶段又可分为如下几个受力过程：

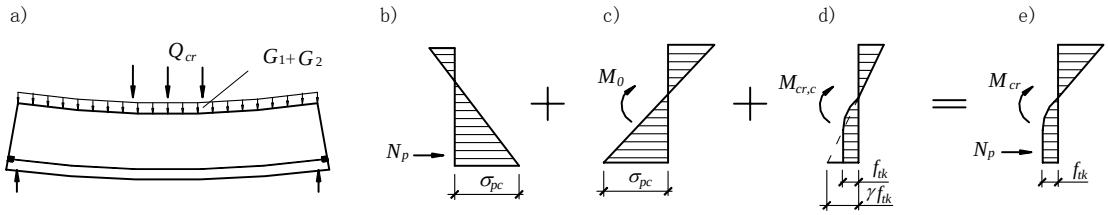



图 13-3 各种作用下的截面应力分布

a）荷载作用下的梁；b）预加力 $N_p$ 下作用的应力；c）消压弯矩 $M_o$ 作用下的应力；

d）$M_{cr,c}$ 作用下的应力；e）裂缝即将出现时的截面应力

### 1）加载至受拉边缘混凝土预压应力为零

构件仅在永存预加力 $N_p$（即永存预应力 $\sigma_{pe}$ 的合力）作用下，其下边缘混凝土的有效预压应力为 $\sigma_{pc}$（图 13-3b）。当构件加载至某一特定荷载，其下边缘混凝土的预压应力 $\sigma_{pc}$ 恰被抵消为零，此时在控制截面上所产生的弯矩 $M_0$ 称为消压弯矩（图 13-3c），则有：

$$\sigma_{pc} - M_0/W_o = 0 \qquad (13\text{-}1)$$

或写成：

$$M_0 = \sigma_{pc} \cdot W_o \qquad (13\text{-}2)$$

式中：$\sigma_{pc}$ ——由永存预加力 $N_p$ 引起的梁下边缘混凝土的有效预压应力；

$W_o$ ——换算截面对受拉边的弹性抵抗矩。

一般把在 $M_0$ 作用下控制截面上的应力状态，称为消压状态。应当注意，受弯构件在消压弯矩 $M_0$ 和预加力 $N_p$ 的共同作用下，只有控制截面下边缘纤维的混凝土应力为零（消压），



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

而截面上其它点的应力都不为零（都不消压）。

2）加载至受拉区裂缝即将出现

当构件在消压后继续加载，并使受拉区混凝土应力达到抗拉极限强度 $f_{tk}$ 时的应力状态，即称为裂缝即将出现状态（图 13-3e）。此时荷载产生的弯矩就称为开裂弯矩 $M_{cr}$。如果把受拉区边缘混凝土应力从零增加到应力为 $f_{tk}$ 所需的外弯矩用 $M_{cr,c}$（图 13-3d）表示，则 $M_{cr}$ 为 $M_0$ 与 $M_{cr,c}$ 之和，即：

$$M_{cr} = M_0 + M_{cr,c} \tag{13-3}$$

式中：$M_{cr,c}$——相当于同截面钢筋混凝土梁的开裂弯矩。

可以看出，在消压状态出现后，预应力混凝土梁的受力情况，就如同普通钢筋混凝土梁一样了。但是由于预应力混凝土梁的开裂弯矩 $M_{cr}$ 要比同截面、同材料的普通钢筋混凝土梁的开裂弯矩 $M_{cr,c}$ 大一个消压弯矩 $M_0$，这说明了预应力混凝土梁的优越性——在外荷载作用下可以大大推迟裂缝的出现。

3）加载至构件破坏

对于只在受拉区配置预应力钢筋且配筋率适当的受弯构件（适筋梁），在荷载作用下，受拉区全部钢筋（包括预应力钢筋和非预应力钢筋）将先达到屈服强度，裂缝迅速向上延伸，而后受压区混凝土被压碎，构件即告破坏。破坏时，截面的应力状态与钢筋混凝土受弯构件相似，其计算方法也基本相同。

试验表明，在正常配筋的范围内，预应力混凝土梁的破坏弯矩，主要与构件的组成材料受力性能有关，其破坏弯矩值与同条件普通钢筋混凝土梁的破坏弯矩值几乎相同，而是否在受拉区钢筋中施加预拉应力对梁的破坏弯矩的影响很小。这说明预应力混凝土结构并不能创造出超越其本身材料强度能力之外的奇迹，而只是大大改善了结构在正常使用阶段的工作性能。

## 13.2 预加力的计算与预应力损失的估算

设计预应力混凝土受弯构件时，需要事先根据承受外荷载的情况，估定其预加应力的大小。由于施工因素、材料性能和环境条件等的影响，钢筋中的预拉应力会逐渐减少，这种减少的应力就称为预应力损失。设计中所需的钢筋预应力值，应是扣除相应阶段的应力损失后，钢筋中实际存余的预应力（即有效预应力 $\sigma_{pe}$）值。如果钢筋初始张拉的预应力（一般称为张拉控制应力）为 $\sigma_{con}$，相应的应力损失值为 $\sigma_l$，则它们与有效预应力 $\sigma_{pe}$ 间的关系为

$$\sigma_{pe} = \sigma_{con} - \sigma_l \tag{13-4}$$

由此看出，要确定张拉控制应力 $\sigma_{con}$，除了需要根据承受外荷载的情况事先估定有效预应



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

力$\sigma_{pe}$外，还需要估算出各项预应力损失值。

### 13.2.1 钢筋的张拉控制应力

张拉控制应力$\sigma_{con}$是指预应力钢筋锚固前张拉钢筋的千斤顶所显示的总拉力，除以预应力钢筋截面积，所求得的钢筋应力值。对于有锚圈口摩阻损失的锚具，$\sigma_{con}$应为扣除锚圈口摩擦损失后的锚下拉应力值，故《公路桥规》特别指出，$\sigma_{con}$为张拉钢筋的锚下控制应力。

从提高预应力钢筋的利用率来说，张拉控制应力$\sigma_{con}$应尽量定高些，使构件混凝土获得较大的预压应力值，以提高构件的抗裂性，同时可以减少钢筋用量。但$\sigma_{con}$又不能定得过高，以免个别钢筋在张拉或施工过程中被拉断；而且$\sigma_{con}$值增高，钢筋的应力松弛损失也将增大。另外，高应力状态使构件预压区可能出现纵向裂缝；并且过高的应力也降低了构件的延性。因此，$\sigma_{con}$不宜定得过高，一般宜定在钢筋的比例极限以下。不同性质的预应力筋应分别确定其$\sigma_{con}$值，对于钢丝与钢绞线，因塑性较差，无明显的屈服台阶，其$\sigma_{con}$与抗拉强度标准值$f_{pk}$的比值应相应地定得低些；而精轧螺纹钢筋，一般具有较明显的屈服台阶，塑性性能较好，故其比值可相应地定得高些。《公路桥规》规定，构件预加应力时，预应力钢筋在构件端部（锚下）的控制应力$\sigma_{con}$应符合下列规定：

对于钢丝、钢绞线

$$\sigma_{con} \leqslant 0.75\, f_{pk} \qquad (13\text{-}5)$$

对于精轧螺纹钢筋

$$\sigma_{con} \leqslant 0.90\, f_{pk} \qquad (13\text{-}6)$$

式中$f_{pk}$为预应力钢筋的抗拉强度标准值。

在实际设计中，对于仅需在短时间内保持高应力的钢筋，例如为了减少一些因素引起的应力损失，而需要进行超张拉的钢筋，可以适当提高张拉应力，但在任何情况下，钢筋的最大张拉控制应力，对于钢丝、纲绞线不应超过$0.8\, f_{pk}$；对于精轧螺纹钢筋不应超过$0.95\, f_{pk}$。

### 13.2.2 钢筋预应力损失的估算

预应力损失与施工工艺、材料性能及环境影响等有关，影响因素复杂，一般应根据实验



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

数据确定，如无可靠试验资料，则可按《公路桥规》的规定估算。

一般情况下，可主要考虑以下六项应力损失值。但对于不同锚具、不同施工方法，可能还存在其它预应力损失，如锚圈口摩阻损失等，应根据具体情况逐项考虑其影响。

1）预应力筋与管道壁间摩擦引起的应力损失（$\sigma_{l1}$）

后张法的预应力筋，一般由直线和曲线两部分组成。张拉时，预应力筋将沿管道壁滑移而产生摩擦力（图 13-4a），使钢筋中的预拉应力形成张拉端高，向跨中方向逐渐减小（图 13-4b）的情况。钢筋在任意两个截面间的应力差值，就是这两个截面间由摩擦所引起的预应力损失值。从张拉端至计算截面的摩擦应力损失值，以$\sigma_{l1}$表示。

摩擦损失主要由管道的弯曲和管道位置偏差引起的。对于直线管道，由于施工中位置偏差和孔壁不光滑等原因，在钢筋张拉时，局部孔壁也将与钢筋接触从而引起摩擦损失，一般称此为管道偏差影响（或称长度影响）摩擦损失，其数值较小；对于弯曲部分的管道，除存在上述管道偏差影响之外，还存在因管道弯转，预应力筋对弯道内壁的径向压力所起的摩擦损失，将此称为弯道影响摩擦损失，其数值较大，并随钢筋弯曲角度之和的增加而增加。曲线部分摩擦损失是由以上两部分影响构成的，故要比直线部分摩擦损失大得多。

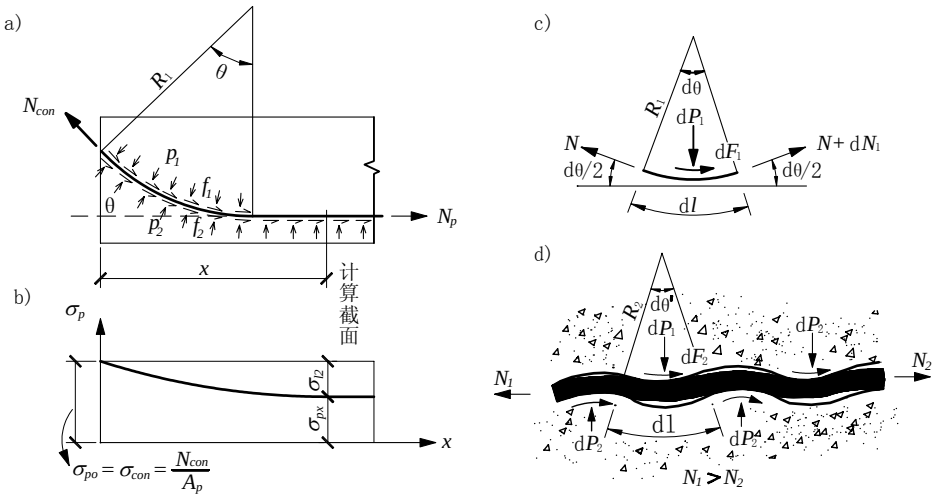



图 13-4　管道摩阻引起的钢筋预应力损失计算简图

a）管道压力和摩阻力；b）钢筋应力沿轴线分布图；c）弯道钢筋微段受力分析；d）管道偏差引起的摩阻分析

（1）弯道影响引起的摩擦力

设钢筋与曲线管道内壁相贴，并取微段钢筋 d$l$ 为脱离体（图 13-4c），其相应的弯曲角为$\mathrm{d}\theta$，曲率半径为$R_1$，则$\mathrm{d}l = R_1\mathrm{d}\theta$。由此求得微段钢筋与弯道壁间的径向压力$\mathrm{d}P_1$为：

$$\mathrm{d}P_1 = P_1\mathrm{d}l = N\sin\frac{\mathrm{d}\theta}{2} + (N+\mathrm{d}N_1)\sin\frac{\mathrm{d}\theta}{2} \approx Nd\theta$$

钢筋与管道壁间的摩擦系数设为$\mu$，则微段钢筋 d$l$ 的弯道影响摩擦力$\mathrm{d}F_1$为：

$$\mathrm{d}F_1 = f_1\cdot\mathrm{d}l = p_1\mu\mathrm{d}l = \mu\mathrm{d}P_1 \approx \mu N\mathrm{d}\theta$$

由图（13-4c）得：

$$N + \mathrm{d}N_1 + \mathrm{d}F_1 = N$$

故

$$dF_1 = -dN_1 \approx \mu N d\theta$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

式中：$N$——预应力筋的张拉力；

$P_1$——单位长度内预应力筋对弯道内壁的径向压力；

$f_1$——单位长度内预应力筋对弯道内壁的摩擦力（由 $P_1$ 引起）。

（2）管道偏差影响引起的摩擦力

假设管道具有正负偏差，并假定其平均曲率半径为 $R_2$（图 13-4d）。同理，假定钢筋与平均曲率半径为 $R_2$ 的管道壁相贴，且与微段直线钢筋 $\mathrm{d}l$ 相应的弯曲角为 $\mathrm{d}\theta'$，则钢筋与管壁间在 $dl$ 段内的径向压力 $dP_2$ 为

$$\mathrm{d}P_2 = P_2\mathrm{d}l \approx N\mathrm{d}\theta' = N\frac{\mathrm{d}l}{R_2} \tag{13-7}$$

故 $\mathrm{d}l$ 段内的摩擦力 $\mathrm{d}F_2$ 为

$$\mathrm{d}F_2 = \mu\cdot\mathrm{d}P_2 \approx \mu\cdot N\frac{\mathrm{d}l}{R_2} \tag{13-8}$$

令 $k = \mu/R_2$ 为管道的偏差系数，则

$$\mathrm{d}F_2 = k\cdot N\cdot\mathrm{d}l = -\mathrm{d}N_2$$

（3）弯道部分的总摩擦力

预应力钢筋在管道弯曲部分微段 $\mathrm{d}l$ 内的摩擦力为上述两部分之和，即

$$\mathrm{d}F = \mathrm{d}F_1 + \mathrm{d}F_2 = N\cdot(\mu\mathrm{d}\theta + k\mathrm{d}l)$$

（4）钢筋计算截面处因摩擦力引起的应力损失值 $\sigma_{l1}$

由微段钢筋轴向力的平衡可得

$$\mathrm{d}N_1 + \mathrm{d}N_2 + \mathrm{d}F_1 + \mathrm{d}F_2 = 0$$

故 $$\mathrm{d}N = \mathrm{d}N_1 + \mathrm{d}N_2 = -\mathrm{d}F_1 - \mathrm{d}F_2 = -N(\mu\mathrm{d}\theta + k\mathrm{d}l)$$

或写成 $$\frac{\mathrm{d}N}{N} = -(\mu\mathrm{d}\theta + k\mathrm{d}l) \tag{13-9}$$

将上式两边同时积分得 $\ln N = -(\mu\theta + kl) + c$

由张拉端边界条件：$\theta = \theta_0 = 0$，$L = L_0 = 0$ 时，则 $N = N_{\mathrm{con}}$，代入上式可得 $c = \ln N_{\mathrm{con}}$，

于是 $$\ln N = -(\mu\theta + kl) + \ln N_{\mathrm{con}}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

亦即 $$\ln\frac{N}{N_{\text{con}}}=-(\mu\theta+kl)$$

故 $$N=N_{\text{con}}\cdot e^{-(\mu\theta+\text{kl})} \qquad (13\text{-}10)$$

为计算方便，式中 $l$ 近似地用其在构件纵轴上的投影长度 $x$ 代替，则上式为

$$N_x=N_{\text{con}}\cdot e^{-(\mu\theta+kx)} \qquad (13\text{-}11)$$

式中 $N_x$ 为距张拉端为 $x$ 的计算截面处，钢筋实际的张拉力。

由此可求得因摩擦所引起的预应力损失值 $\sigma_{l1}$ 为

$$\sigma_{l1}=\frac{N_{\text{con}}-N_x}{A_p}=\sigma_{con}\left[1-e^{-(\mu\theta+kx)}\right] \qquad (13\text{-}12)$$

式中：$A_p$ ——预应力钢筋的截面面积；

$\sigma_{con}$ ——锚下张拉控制应力，$\sigma_{con}=N_{\text{con}}/A_p$，$N_{\text{con}}$ 为钢筋锚下张拉控制力；

$\theta$ ——从张拉端至计算截面间，管道平面曲线的夹角（图 13-4a）之和，即曲线包角，按绝对值相加，单位以弧度计，如管道为竖平面内和水平面内同时弯曲的三维空间曲线管道，则 $\theta$ 可按下式计算：

$$\theta=\sqrt{\theta_H^2+\theta_V^2} \qquad (13\text{-}13)$$

其中：$\theta_H$、$\theta_V$ 分别为在同段管道水平面内的弯曲角与竖向平面内的弯曲角；

$x$ ——从张拉端至计算截面的管道长度在构件纵轴上的投影长度；或为三维空间曲线管道的长度，以 m 计；

$k$ ——管道每米长度的局部偏差对摩擦的影响系数，可按附表 2-5 采用；

$\mu$ ——钢筋与管道壁间的摩擦系数，可按附表 2-5 采用。

为减少摩擦损失，一般可采用如下措施：

（1）采用两端张拉，以减小 $\theta$ 值及管道长度 $x$ 值；

（2）采用超张拉。对于后张法预应力钢筋，其张拉工艺按下列要求进行：

对于钢绞线束

$$0\rightarrow\text{初应力}(0.1\sim0.15\sigma_{con}\text{左右})\rightarrow1.05\sigma_{con}(\text{持荷}2\,\text{min})\rightarrow\sigma_{con}(\text{锚固})$$

对于钢丝束

$$0\rightarrow\text{初应力}(0.1\sim0.15\sigma_{con}\text{左右})\rightarrow1.05\sigma_{con}(\text{持荷}2\,\text{min})\rightarrow0\rightarrow\sigma_{con}(\text{锚固})$$

由于超张拉 5%~10%，使构件其它截面应力也相应提高，当张拉力回降至 $\sigma_{con}$ 时，钢筋因要回缩而受到反向摩擦力的作用，对于简支梁来说，这个回缩影响一般不能传递到受力最大的跨中截面（或者影响很小），这样跨中截面的预加应力也就因超张拉而获得了稳定的提高。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

应当注意，对于一般夹片式锚具，不宜采用超张拉工艺。因为它是一种钢筋回缩自锚式锚具，超张拉后的钢筋拉应力无法在锚固前回降至$\sigma_{con}$，一回降钢筋就回缩，同时就会带动夹片进行锚固。这样就相当于提高了$\sigma_{con}$值，而与超张拉的意义不符。

2）锚具变形、钢筋回缩和接缝压缩引起的应力损失（$\sigma_{l2}$）

后张法构件，当张拉结束并进行锚固时，锚具将受到巨大的压力，使锚具自身及锚下垫板压密而变形，同时有些锚具的预应力钢筋还要向内回缩；此外，拼装式构件的接缝，在锚固后也将继续被压密变形，所有这些变形都将使锚固后的预应力钢筋放松，因而引起应力损失，用$\sigma_{l2}$表示，可按下式计算：

$$\sigma_{l2}=\frac{\Sigma\Delta l}{l}E_P \qquad (13\text{-}14)$$

式中：$\Sigma\Delta l$——张拉端锚具变形、钢筋回缩和接缝压缩值之和（以 mm 计），应根据试验确定，当无可靠资料时，可按附表 2-6 采用；

$l$——张拉端至锚固端之间的距离（以 mm 计）；

$E_P$——预应力钢筋的弹性模量。

从上式看出，该式未考虑钢筋回缩时的摩擦影响，所以$\sigma_{l2}$沿钢筋全长不变，这种计算方法只能近似适用于直线管道的情况，而对于曲线管道则与实际情况不符，应考虑摩擦影响。《公路桥规》指出：后张法预应力混凝土构件应计算由锚具变形、钢筋回缩等引起反摩擦后的预应力损失。反向摩擦的管道摩擦系数可假定与正向摩擦的相同。

显然，考虑反摩阻作用的预应力钢筋，由于张拉端截面处的反摩阻力为零，将使钢筋回缩的应变最大，$\sigma_{l2}$值也最大；离张拉端距离逐渐增大，钢筋回缩所受到的反摩阻力也增大，钢筋的回缩应变则变小，$\sigma_{l2}$值也变小。可以想象，当钢筋自张拉端向跨中方向回缩到某一长度$l_f$后，钢筋的回缩力将与反摩阻力达到平衡，钢筋回缩应变为零，其$\sigma_{l2}$值亦变为零。这个长度$l_f$，一般就称为预应力钢筋的反摩擦影响长度（图 13-5）。

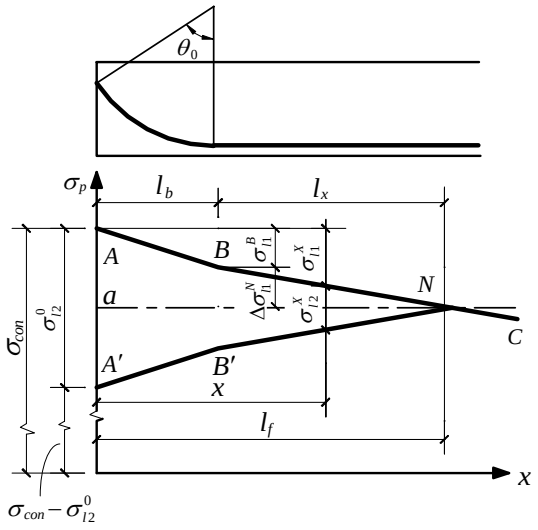



图 13-5　考虑反摩阻后钢筋预应力损失计算简图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

现假定反摩阻作用与张拉时的摩阻作用相同，并将式(13-12）中的$e^x$部分按泰勒级数展开，近似取$e^x \approx 1+x$，则式（13-12）可近似地写成：

$$\sigma_{l1}^x = \sigma_{con}(\mu\theta + kx) \tag{13-15}$$

设$\sigma_{l1}^x$的变化曲线如图 13-5 的折线 *ABNC* 所示。设张拉端由锚具变形、钢筋回缩等引起的应力损失为$\sigma_{l2}^0$，使张拉端预应力钢筋中的拉应力相应地由 A 点（应力为$\sigma_{con}$）下降至$\mathrm{A}'$点（应力为$\sigma_{con}-\sigma_{l2}^0$）。因假定正、反摩阻力相同，则回缩后的预应力钢筋沿其长度的应力变化如图中的$A'B'N$所示，且与折线 *ABN* 以水平线$aN$为对称。折线 *ABN* 与$A'B'N$在竖向的插值，就是该截面由锚具变形与钢筋回缩等引起的应力损失$\sigma_{l2}^x$。由变形协调条件可知：

$$\sum \Delta l = \int_0^{l_f} \frac{\sigma_{l2}^x}{E_p} dx$$

或写成

$$E_p \cdot \sum \Delta l = \int_0^{l_f} \sigma_{l2}^x dx \tag{13-16}$$

根据式（13-16）就以下各种配筋情况导出$\sigma_{l2}^x$的计算公式。

（1）对于曲线接直线，但$l_f$小于或等于曲线水平投影长度$l_b$的情况，

即 $\dfrac{\sum \Delta l \cdot E_p}{\sigma_{con}} \le (\mu\theta_0 + kl_b)\cdot l_b$ 时，

$$l_f = \sqrt{\frac{\sum \Delta l \cdot E_p}{\sigma_{con}} \cdot \frac{1}{(k+\mu\theta_0/l_b)}} \tag{13-17}$$

$$\sigma_{l2}^x = 2\sigma_{con}(k+\mu\theta_0/l_b)(l_f - x) \tag{13-18}$$

如令$x=0$,即可求得$\sigma_{l2}^0$。

（2）对于曲线接直线，但$l_f$大于曲线水平投影长度$l_b$的情况，

即 $\dfrac{\sum \Delta l \cdot E_p}{\sigma_{con}} > (\mu\theta_0 + kl_b)\cdot l_b$ 时，

$$l_f = \sqrt{l_b^2 - C} \tag{13-19}$$

式中：$C = [\dfrac{\sum \Delta l \cdot E_p}{\sigma_{con}} - (\mu\theta_0 + kl_b)\cdot l_b] \Big/ (\mu\theta_0 + kl_b - 1)k$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

当 $x \le l_b$ 时

$$\sigma_{l2}^{x} = 2\sigma_{con}\{(k+\mu\theta_0/l_b)(l_b-x)+[1-(\mu\theta_0+kl_b)]\cdot kl_x\} \qquad (13\text{-}20a)$$

如令 $x=0$,即可求得 $\sigma_{l2}^{0}$。

当 $l_f \ge x > l_b$ 时

$$\sigma_{l2}^{x} = 2\sigma_{con}\{[1-(\mu\theta_0+kl_b)]\cdot k(l_f-x)\} \qquad (13\text{-}20b)$$

当一端张拉时，锚具变形等引起的应力损失 $\sigma_{l2}$，仅需计算张拉端的锚具变形，而不考虑固定端的锚具变形。因为固定端锚具的变形已在张拉过程中（即锚固之前）完成。

减小 $\sigma_{l2}$ 值的方法：

（1）采用超张拉；

（2）注意选用 $\Sigma\Delta l$ 值小的锚具，对于短小构件尤为重要。

3）钢筋与台座间的温差引起的应力损失（$\sigma_{l3}$）

此项应力损失，仅在先张法构件采用蒸汽或其它加热方法养护混凝土时才予以考虑。

假设张拉时钢筋与台座的温度均为 $t_1$，混凝土加热养护时的最高温度为 $t_2$，由于此时钢筋尚未与混凝土粘结，温度由 $t_1$ 升为 $t_2$ 后可在混凝土中自由变形，钢筋将产生一温差变形 $\Delta l_t$：

$$\Delta l_t = \alpha\cdot(t_2-t_1)\cdot l \qquad (13\text{-}21)$$

式中：$\alpha$——钢筋的线膨胀系数，一般可取 $\alpha = 1\times10^{-5}$；

$l$——钢筋的有效长度；

$t_1$——张拉钢筋时，制造场地的温度（以℃计）；

$t_2$——混凝土加热养护时，已张拉钢筋的最高温度（以℃计）。

如果在对构件加热养护时，台座长度也能因升温而相应地伸长一个 $\Delta l_t$，则锚固于台座上的预应力钢筋的拉应力将保持不变，仍与升温之前的拉应力相同。但是，张拉台座一般埋置于土中，其长度并不会因对构件加热而伸长，而是保持原长不变，并约束预应力钢筋的伸长，这就相当于将预应力钢筋压缩了一个 $\Delta l_t$ 长度，使其应力下降。当停止升温养护时，混凝土已与钢筋粘结在一起，钢筋和混凝土将同时随温度变化而共同伸缩，因养护升温所降低的应力已不可恢复，于是形成温差应力损失 $\sigma_{l3}$，即



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_{l3}=\frac{\Delta l_t}{l}\cdot E_p=\alpha(t_2-t_1)\cdot E_p \qquad (13\text{-}22)$$

取预应力钢筋的弹性模量 $E_p=2\times10^5\text{MPa}$，则有

$$\sigma_{l3}=2(t_2-t_1)\quad (\text{MPa})$$

为了减小温差应力损失，一般可采用二次升温的养护方法，即第一次由常温 $t_1$ 升温至 $t_2'$ 进行养护。初次升温的温度一般控制在 20℃以内，待混凝土达到一定强度（例如 7.5~10Mpa）能够阻止钢筋在混凝土中自由滑移后，再将温度升至 $t_2$ 进行养护。此时，钢筋将和混凝土一起变形，不会因第二次升温而引起应力损失，故计算 $\sigma_{l3}$ 的温差只是（$t_2'-t_1$），比（$t_2-t_1$）小很多（因为 $t_2>t_2'$），所以 $\sigma_{l3}$ 也可小多了。

如果张拉台座与被养护构件是共同受热、共同变形时，则不应计入此项应力损失。

4）混凝土弹性压缩引起的应力损失（$\sigma_{l4}$）

当预应力混凝土构件受到预压应力而产生压缩变形时，则对于已张拉并锚固于该构件上的预应力钢筋来说，将产生一个与该预应力钢筋重心水平处混凝土同样大小的压缩应变 $\varepsilon_p=\varepsilon_c$，因而也将产生预拉应力损失，这就是混凝土弹性压缩损失 $\sigma_{l4}$。它与构件预加应力的方式有关。

（1）先张法构件

先张法构件的预应力钢筋张拉，与对混凝土施加预压应力，是先后完全分开的两个工序。当预应力钢筋被放松（称为放张）对混凝土预加压力时，混凝土所产生的全部弹性压缩应变，将引起预应力钢筋的应力损失，其值为：

$$\sigma_{l4}=\varepsilon_p\cdot E_p=\varepsilon_c\cdot E_p=\frac{\sigma_{pc}}{E_c}\cdot E_p=\alpha_{Ep}\cdot\sigma_{pc} \qquad (13\text{-}23)$$

式中：$\alpha_{Ep}$——预应力钢筋弹性模量 $E_p$ 与混凝土弹性模量 $E_c$ 的比值；

$\sigma_{pc}$——在先张法构件计算截面的预应力钢筋重心处，由预加力 $N_{p0}$ 产生的混凝土预压应力，可按下式计算 $\sigma_{pc}=\dfrac{N_{p0}}{A_o}+\dfrac{N_{p0}e_p^2}{I_o}$；

$N_{p0}$——混凝土应力为零时的预应力钢筋的预加力（扣除相应阶段的预应力损失）；

$A_o$、$I_o$——预应力混凝土构件的换算截面面积和换算截面惯性矩；

$e_p$——预应力钢筋重心至换算截面重心轴间的距离。

（2）后张法构件



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

后张法构件预应力钢筋张拉时混凝土所产生的弹性压缩，是在张拉过程中完成的，故对于一次张拉完成的后张法构件，混凝土弹性压缩不会引起应力损失。但是，由于后张法构件预应力钢筋的根数往往较多，一般是采用分批张拉锚固，并且多数情况是采用逐束进行张拉锚固的。这样，当张拉后批钢筋时所产生的混凝土弹性压缩变形，将使先批已张拉并锚固的预应力钢筋产生应力损失。通常称此为分批张拉应力损失，也以$\sigma_{l4}$表示。《公路桥规》规定，$\sigma_{l4}$可按下式计算：

$$\sigma_{l4}=\alpha_{Ep}\Sigma\Delta\sigma_{pc} \qquad (13\text{-}24)$$

式中：$\alpha_{Ep}$——预应力钢筋弹性模量与混凝土的弹性模量的比值；

$\Sigma\Delta\sigma_{pc}$——在计算截面上先张拉的钢筋重心处，由后张拉各批钢筋所产生的混凝土法向应力之和。

后张法构件多为曲线配筋，钢筋在各截面的相对位置不断变化，使各截面的“$\Sigma\Delta\sigma_{pc}$”也不相同，要详细计算，非常麻烦。为使计算简便，对简支梁，可采用如下近似简化方法进行：

①取按应力计算需要控制的截面作为全梁的平均截面进行计算，其余截面不另计算，简支梁可以取$l/4$截面。

②假定同一截面（如$l/4$截面）内的所有预应力钢筋，都集中布于其合力作用点（一般可近似为所有预应力钢筋的重心点）处，并假定各批预应力钢筋的张拉力都相等，其值等于各批钢筋张拉力的平均值。这样可以较方便地求得各批钢筋张拉时，在先批张拉钢筋重心（即假定的全部预应力钢筋重心）点处所产生的混凝土正应力为$\Delta\sigma_{c1}$

$$\Delta\sigma_{pc}=\frac{N_p}{m}\left(\frac{1}{A_n}+\frac{e_{pn}\cdot y_i}{I_n}\right) \qquad (13\text{-}25)$$

式中：$N_p$——所有预应力钢筋预加应力（扣除相应阶段的应力损失$\sigma_{l1}$与$\sigma_{l2}$后）的合力；

$m$——张拉预应力钢筋的总批数；

$e_{pn}$——预应力钢筋预加应力的合力$N_p$至净截面重心轴间的距离；

$y_i$——先批张拉钢筋重心（即假定的全部预应力钢筋重心）处至混凝土净截面重心轴间的距离，故$y_i\approx e_{pn}$；

$A_n$、$I_n$——混凝土梁的净截面面积和净截面惯性矩。

由上可知，张拉各批钢筋所产生的混凝土正应力$\Delta\sigma_{pc}$之和，就等于由全部（m批）钢



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

筋的合力 $N_p$ 在其作用点（或全部筋束的重心点）处所产生的混凝土正应力 $\sigma_{pc}$ 即

$$\sum \Delta\sigma_{pc} = m\Delta\sigma_{pc} = \sigma_{pc}$$

或写成

$$\Delta\sigma_{pc} = \sigma_{pc} / m \qquad (13\text{-}26)$$

③为便于计算，还可进一步假定同一截面上（$l/4$ 截面）全部预应力筋重心处混凝土弹性压缩应力损失的总平均值，作为各批钢筋由混凝土弹性压缩引起的应力损失值。

因为在张拉第 $i$ 批钢筋之后，还将张拉（$m-i$）批钢筋，故第 $i$ 批钢筋的应力损失 $\sigma_{l4(i)}$ 应为

$$\sigma_{l4(i)} = (m-i)\cdot\alpha_{Ep}\Delta\sigma_{pc} \qquad (13\text{-}27)$$

据此可知，第一批张拉的钢筋，其弹性压缩损失值最大，为 $\sigma_{l4(1)} = (m-1)\alpha_{Ep}\cdot\Delta\sigma_{pc}$；而第 $m$ 批（最后一批）张拉的钢筋无弹性压缩应力损失，其值为 $\sigma_{l4(m)} = (m-m)\alpha_{Ep}\Delta\sigma_{pc} = 0$。因此计算截面上各批钢筋弹性压缩损失平均值可按下式求得：

$$\sigma_{l4} = \frac{\sigma_{l4(1)} + \sigma_{l4(m)}}{2} = \frac{m-1}{2}\cdot\alpha_{Ep}\Delta\sigma_{pc} \qquad (13\text{-}28)$$

将式（13-26）代入上式可得：

$$\sigma_{l4} = \frac{m-1}{2m}\cdot\alpha_{Ep}\sigma_{pc} \qquad (13\text{-}29)$$

5）钢筋松弛引起的应力损失（$\sigma_{l5}$）

与混凝土一样，钢筋在持久不变的应力作用下，也会产生随持续加荷时间延长而增加的徐变变形（又称蠕变）；如钢筋在一定拉应力值下，将其长度固定不变，则钢筋中的应力将随时间延长而降低，一般称这种现象为钢筋的松弛或应力松弛。图 13-6 为典型的预应力钢筋松弛曲线。钢筋松弛一般有如下特点：

（1）钢筋初拉应力越高，其应力松弛愈甚；

（2）钢筋松弛量的大小主要与钢筋的品质有关。例如我国的预应力钢丝与钢绞线，依其加工工艺不同而分为Ⅰ级松弛（普通松弛）和Ⅱ级松弛（低松弛）两种，低松弛钢筋的松弛值，一般不到前者的 1/3；

（3）钢筋松弛与时间有关，初期发展最快，第一小时内松弛最大，24$h$ 内可完成 50%，以后渐趋稳定，但在持续 5~8 年的试验中，仍可测到其影响；

（4）采用超张拉，即用超过设计拉应力 5%~10%的应力张拉，并保持数分钟后，再回降至设计拉应力值，可使钢筋应力松弛减少 40%~60%；

（5）钢筋松弛与温度变化有关，它随温度升高而增加，这对采用蒸汽养护的预应力混凝土构件会有所影响。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

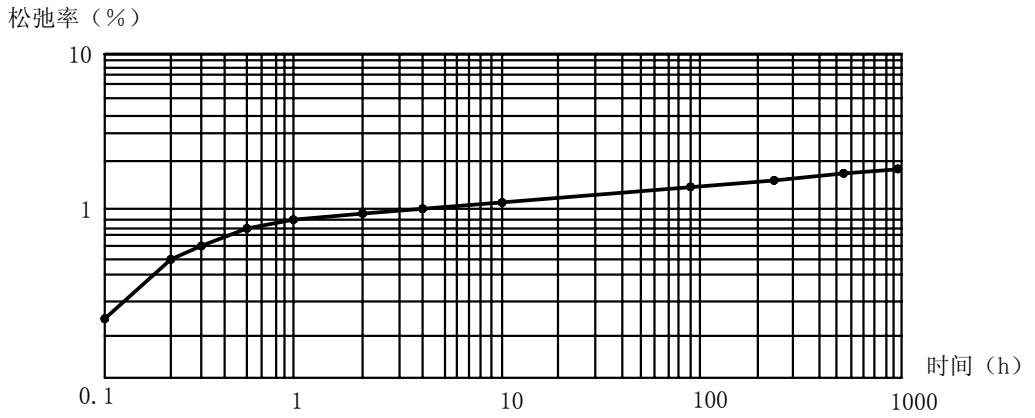



图 13-6　典型的预应力钢筋松弛曲线

试验指出：当初始应力小于钢筋极限强度的 50%时，其松弛量很小，可略去不计。一般预应力钢筋的持续拉应力多为钢筋极限强度的 60%~70%，如以此应力持续 1000h，对于普通松弛的钢丝、钢绞线的松弛率约为（4.5~8.0）%；低松弛级钢丝、钢绞线的松弛率约为 1.0%~2.5%。因此，由钢筋松弛引起的应力损失终值，按下列规定计算：

对于精轧螺纹钢筋

一次张拉　　$\sigma_{l5}=0.05\sigma_{con}$　　（13-30）

超张拉　　$\sigma_{l5}=0.035\sigma_{con}$　　（13-31）

对于预应力钢丝、钢绞线

$$\sigma_{l5}=\psi\cdot\zeta\left(0.52\frac{\sigma_{pe}}{f_{pk}}-0.26\right)\sigma_{pe}\qquad(13\text{-}32)$$

式中：$\psi$——张拉系数，一次张拉时，$\psi=1.0$；超张拉时，$\psi=0.9$；

$\zeta$——钢筋松弛系数，I 级松弛（普通松弛），$\zeta=1.0$；II 级松弛（低松弛），$\zeta=0.3$；

$\sigma_{pe}$——传力锚固时的钢筋应力，对后张法构件 $\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{l1}-\sigma_{l2}-\sigma_{l4}$；对先张法构件，$\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{l2}$。

《公路桥规》还规定，对碳素钢丝、钢绞线，当 $\sigma_{pe}/f_{pk}\le 0.5$ 时，应力松弛损失值为零。

钢筋松弛应力损失的计算，应根据构件不同受力阶段的持荷时间进行。对于先张法构件，在预加应力（即从钢筋张拉到与混凝土粘结）阶段，一般按松弛损失值的一半计算，其余一半认为在随后的使用阶段中完成；对于后张法构件，其松弛损失值则认为全部在使用阶段中完成。若按时间计算，对于预应力钢筋为钢丝或钢绞线的情况，可自建立预应力时开始，按照 2d 内完成松弛损失终值的 50%，40d 内完成 100%来确定。

6）混凝土收缩和徐变引起的应力损失（$\sigma_{l6}$）

由于混凝土收缩、徐变会使预应力混凝土构件缩短，因而引起应力损失。由于收缩与徐



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

变的变形性能相似，影响因素也大都相同，故将混凝土收缩与徐变引起的应力损失值综合在一起进行计算。

由混凝土收缩、徐变引起的钢筋的预应力损失值可按下面的方法计算：

（1）受拉区预应力钢筋的预应力损失，可按下式计算：

$$\sigma_{l6}(t)=\frac{0.9[E_p\varepsilon_{cs}(t,t_0)+\alpha_{Ep}\sigma_{pc}\phi(t,t_0)]}{1+15\rho\rho_{ps}} \qquad (13\text{-}33)$$

式中：$\sigma_{l6}(t)$——受拉区全部纵向预应力钢筋截面重心处由收缩、徐变引起的预应力损失值；

$\sigma_{pc}$——受拉区全部纵向预应力钢筋截面重心处由预应力（扣除相应阶段的预应力损失）和结构自重产生的混凝土法向应力（MPa）。对于简支梁，一般可取跨中截面和$l/4$截面的平均值作为全梁各截面的计算值；$\sigma_{pc}$不得大于$0.5f_{cu}^{'}$，$f_{cu}^{'}$为预应力钢筋传力锚固时混凝土立方体抗压强度；

$E_p$——预应力钢筋的弹性模量；

$\alpha_{Ep}$——预应力钢筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值；

$\rho$——受拉区全部纵向钢筋配筋率；对先张法构件，$\rho=(A_p+A_s)/A_o$；对于后张法构件，$\rho=(A_p+A_s)/A_n$；其中$A_p$、$A_s$分别为受拉区的预应力钢筋和非预应力筋的截面面积；$A_o$和$A_n$分别为换算截面面积和净截面面积；

$\rho_{ps}$——$\rho_{ps}=1+\dfrac{e_{ps}^2}{i^2}$；

$i$——截面回转半径，$i^2=I/A$，先张法构件取$I=I_o$，$A=A_o$；后张法构件取$I=I_n$，$A=A_n$；其中，$I_o$和$I_n$分别为换算截面惯性矩和净截面惯性矩；

$e_{ps}$——受拉区预应力钢筋和普通钢筋截面重心至构件截面重心轴的距离；

$e_{ps}=(A_pe_p+A_se_s)/(A_p+A_s)$；

$e_p$——受拉区预应力钢筋截面重心至构件截面重心的距离；

$e_s$——受拉区纵向普通钢筋截面重心至构件截面重心的距离；

$\varepsilon_{cs}(t,t_0)$——预应力钢筋传力锚固龄期为$t_0$，计算考虑的龄期为$t$时的混凝土收缩应变，其终极值$\varepsilon_{cs}(t_u,t_0)$可按表 12-4 取用；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$\phi(t,t_0)$——加载龄期为$t_0$，计算考虑的龄期为$t$时的徐变系数，其终极值$\phi(t_u,t_0)$可按表12-4取用。

对于受压区配置预应力钢筋$A'_p$和普通钢筋$A'_s$的构件，其受拉区预应力钢筋的预应力损失，也可取$A'_p=A'_s=0$，近似地按公式（13-33）计算。

（2）对于受压区配置预应力钢筋$A'_p$和普通钢筋$A'_s$的构件，受压区预应力钢筋的预应力损失可按下式计算

$$\sigma'_{l6}=\frac{0.9[E_p\varepsilon_{cs}(t,t_0)+\alpha_{Ep}\sigma'_{pc}\phi(t,t_0)]}{1+15\rho'\rho'_{ps}} \qquad (13\text{-}34)$$

式中：$\sigma'_{l6}(t)$——受压区全部纵向预应力钢筋截面重心处由收缩、徐变引起的预应力损失；

$\sigma'_{pc}$——受压区全部纵向预应力钢筋截面重心处由预应力（扣除相应阶段的预应力损失）和结构自重产生的混凝土法向应力（MPa）；$\sigma'_{pc}$不得大于$0.5f'_{cu}$；当$\sigma'_{pc}$为拉应力时，应取其为零；

$\rho'$——受压区全部纵向钢筋配筋率；对先张法构件，$\rho=(A'_p+A'_s)/A_0$；对于后张法构件，$\rho=(A'_p+A'_s)/A_n$；其中$A'_p$、$A'_s$分别为受压区的预应力钢筋和非预应力筋的截面面积；

$\rho'_{ps}$——$\rho'_{ps}=1+\dfrac{e'^2_{ps}}{i^2}$；

$e'_{ps}$——受压区预应力钢筋和普通钢筋截面重心至构件截面重心轴的距离；

$e'_{ps}=(A'_pe'_p+A'_se'_s)/(A'_p+A'_s)$；

$e'_p$——受压区预应力钢筋截面重心至构件截面重心的距离；

$e'_s$——受压区纵向普通钢筋截面重心至构件截面重心的距离。

应当指出，混凝土收缩、徐变应力损失，与钢筋的松弛应力损失等是相互影响的，目前采用分开单独计算的方法不够完善。国际预应力混凝土协会（FIP）和国内的学者已注意到这一问题。

以上各项预应力损失的估算值，可以作为一般设计的依据。但由于材料、施工条件等不同，实际的预应力损失值，与按上述方法计算的数值会有所出入。为了确保预应力混凝土结构在施工、使用阶段的安全，除加强施工管理外，还应作好应力损失值的实测工作，用所测得的实际应力损失值，来调整张拉应力。

除以上六项应力损失外，还应根据具体情况考虑其它因素引起的应力损失，如锚圈口摩



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

阻损失等。

### 13.2.3 钢筋的有效预应力计算

预应力钢筋的有效预应力$\sigma_{pe}$的定义为：预应力钢筋锚下控制应力$\sigma_{con}$扣除相应阶段的应力损失$\sigma_l$后实际存余的预拉应力值。但应力损失在各个阶段出现的项目是不同的，故应按受力阶段进行组合，然后才能确定不同受力阶段的有效预应力。

1)预应力损失值组合

现根据应力损失出现的先后次序以及完成终值所需的时间，分先张法、后张法按两个阶段进行组合，具体如表 13-1 所示。

各阶段预应力损失值的组合　　表 13-1

| 预应力损失值的组合 | 先张法构件 | 后张法构件 |
|---|---|---|
| 传力锚固时的损失（第一批）$\sigma_{l\mathrm{I}}$ | $\sigma_{l2}+\sigma_{l3}+\sigma_{l4}+0.5\sigma_{l5}$ | $\sigma_{l1}+\sigma_{l2}+\sigma_{l4}$ |
| 传力锚固后的损失（第二批）$\sigma_{l\mathrm{II}}$ | $0.5\sigma_{l5}+\sigma_{l6}$ | $\sigma_{l5}+\sigma_{l6}$ |

2)预应力钢筋的有效预应力$\sigma_{pe}$

在预加应力阶段，预应力筋中的有效预应力为：

$$\sigma_{pe}=\sigma_{p\mathrm{I}}=\sigma_{con}-\sigma_{l\mathrm{II}} \tag{13-35}$$

在使用阶段，预应力筋中的有效预应力，即永存预应力为：

$$\sigma_{pe}=\sigma_{p\mathrm{II}}=\sigma_{con}-(\sigma_{l\mathrm{II}}+\sigma_{l\mathrm{III}}) \tag{13-36}$$

## 13.3 预应力混凝土受弯构件承载能力计算

### 13.3.1 正截面承载能力计算

预应力混凝土受弯构件正截面破坏时的受力状态和普通钢筋混凝土受弯构件基本相同，即当预应力钢筋的含筋量配置适当时，一般为适筋梁，破坏时计算图式中的受拉区预应力钢筋和非预应力钢筋的应力，将分别达到其抗拉强度设计值$f_{pd}$和$f_{sd}$；受压区的混凝土应力达到轴心抗压强度设计值$f_{cd}$，并用等效的矩形应力分布图代替实际的曲线分布图；受压区非预应力钢筋亦达到其抗压强度设计值$f'_{sd}$。

1）受压区不配置预应力钢筋时

对于仅在受拉区配置预应力钢筋，而受压区不配预应力钢筋的矩形截面（包括翼缘位于受拉边的 T 形截面）构件，抗弯承载能力的计算与普通钢筋混凝土单筋矩形截面构件的抗弯承载能力计算相似，可根据基本假定得到其计算图（图 13-7），并仿照普通钢筋混凝土受弯构件，依静力平衡方程，计算预应力混凝土受弯构件的正截面承载能力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

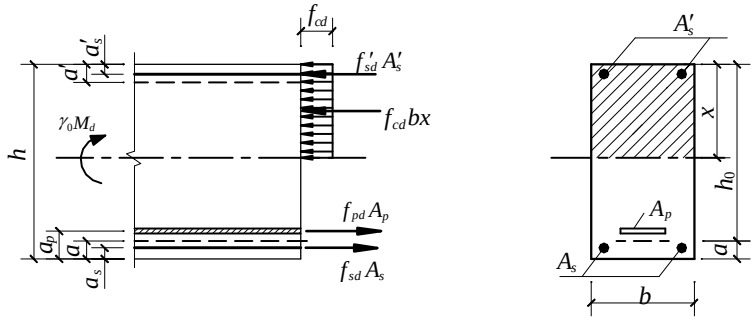



图 13-7　受压区不配置预应力钢筋的矩形截面受弯构件正截面承载能力计算图

（1）求受压区高度（中性轴位置）$x$

由平衡条件$\sum H = 0$，得

$$f_{sd}A_s + f_{pd}A_p = f_{cd}bx + f'_{sd}A'_s \tag{13-37}$$

式中：$A_s$、$f_{sd}$——受拉区纵向普通钢筋的截面面积和抗拉强度设计值；

$A_p$、$f_{pd}$——受拉区预应力钢筋的截面面积和抗拉强度设计值；

$A'_s$、$f'_{sd}$——受压区纵向普通钢筋的截面面积和抗压强度设计值；

$f_{cd}$——混凝土轴心抗压强度设计值。

预应力混凝土梁的受压区高度 $x$，也和普通钢筋混凝土梁一样，应满足《公路桥规》的下列规定：

$$x \leqslant \xi_b h_0 \tag{13-38a}$$

且

$$x \geqslant 2a'_s \tag{13-38b}$$

式中：$\xi_b$——预应力混凝土受弯构件受压区高度界限系数，按表 13-2 采用；

$h_0$——截面有效高度：$h_0 = h - a$；

$h$——构件全截面高度；

$a$——受拉区钢筋 $A_s$ 和 $A_p$ 的合力作用点至受拉区边缘的距离，当不配非预应力受力钢筋（即 $A_s$=0）时，则以 $a_p$ 代替 $a$，$a_p$ 为受拉区预应力钢筋 $A_p$ 的合力作用点至截面最近边缘的距离；一般可以不考虑按局部受力需要和按构造要求配置的纵向非预应力钢筋截面面积；

$a'_s$——钢筋 $A'_s$ 的合力作用点至截面最近边缘的距离。

为防止构件的脆性破坏，必须满足条件式（13-38a），而条件式（13-38b）则是为了保证在构件破坏时，钢筋 $A'_s$ 的应力达到 $f'_{sd}$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

预应力混凝土梁受压区高度界限系数$\xi_b$　　表 13-2

| 钢筋种类 \ 混凝土强度等级 | $\xi_b$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| | C50 | C55、C60 | C65、C70 | C75、C80 |
| 钢绞线、钢丝 | 0.40 | 0.38 | 0.36 | 0.35 |
| 精轧螺纹钢筋 | 0.40 | 0.38 | 0.36 | —— |

注：（1）截面受拉区内配置不同种类钢筋的受弯构件，其$\xi_b$值应选用相应于各种钢筋的较小者；

（2）$\xi_b = x_b/h_0$，$x_b$为纵向受拉钢筋和受压区混凝土同时达到其强度设计值时的受压区高度。

对于预应力混凝土受弯构件，当采用钢丝和钢绞线为预应力钢筋时，其受压区高度界限系数$\xi_b(x_b/h_0)$，也可按下式计算确定：

$$\xi_b = \frac{\beta}{1+\frac{0.002}{\varepsilon_{cu}}+\frac{f_{pd}-\sigma_{p0}}{\varepsilon_{cu}E_p}} \tag{13-39}$$

式中：$\beta$——受压区矩形应力块高度$x$与中性轴高度（实际受压区高度）$x_0$之比值，它随混凝土强度等级的提高而降低：C50 及以下为 0.80，C55 为 0.79，C60 为 0.78，C65 为 0.77，C70 为 0.76，C75 为 0.75，C80 为 0.74；

$\sigma_{p0}$——受拉区纵向预应力钢筋重心处混凝土预压应力为零时的预应力钢筋的应力；

$\varepsilon_{cu}$——受压边缘混凝土的极限压应变。混凝土强度级别为 C50 及以下时，$\varepsilon_{cu}=0.0033$，混凝土强度级别为 C80 时，$\varepsilon_{cu}=0.003$，中间按直线内插求得。

（2）正截面承载能力计算

计算步骤与普通钢筋混凝土梁类似。

由对受拉区钢筋合力作用点取矩平衡条件（图 13-7），得

$$\gamma_0 M_d \le f_{cd}bx(h_0-\frac{x}{2})+f'_{sd}A'_s(h_0-a'_s) \tag{13-40}$$

式中：$M_d$——弯矩组合设计值；

$\gamma_0$——桥梁结构重要性系数，按表 2-3 取值；

2）受压区配置预应力钢筋时

受压区配置预应力钢筋的矩形截面（包括翼缘位于受拉边的 T 形截面）构件，抗弯承载能力的计算与普通钢筋混凝土双筋矩形截面构件的抗弯承载能力计算相似。

受压区预应力钢筋$A'_p$的应力可能是拉应力，也可能是压应力，因而将其应力称为计算应力$\sigma'_{pa}$。当$\sigma'_{pa}$为压应力时，其值也较小，一般达不到钢筋$A'_p$的抗压设计强度$f'_{pd}=\varepsilon_c\cdot E'_p=0.002E'_p$。$\sigma'_{pa}$的大小，主要决定于$A'_p$中预应力的大小。

构件在承受外荷载前，钢筋$A'_p$中已存在有效预拉应力$\sigma'_p$（扣除全部预应力损失），钢



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

筋 $A'_p$ 重心水平处的混凝土有效预压应力为 $\sigma'_c$，相应的混凝土压应变为 $\sigma'_c/E_c$；在构件受荷破坏时，受压区混凝土应力为 $f_{cd}$，相应的压应变增加至 $\varepsilon_c$。故构件从开始受荷到破坏的过程中，$A'_p$ 重心水平处的混凝土压应变增量也即钢筋 $A'_p$ 的压应变增量，为（$\varepsilon_c-\sigma'_c/E_c$）。因而也相当于在钢筋 $A'_p$ 中增加了一个压应力：$E'_p(\varepsilon_c-\sigma'_c/E_c)$，将此与 $A'_p$ 中的预拉应力 $\sigma'_p$ 相叠加，则可求得 $\sigma'_{pa}$。设压应力为正号，拉应力为负号，则有

$$\sigma'_{pa}=E'_p(\varepsilon_c-\sigma'_c/E_c)-\sigma'_p=f'_{pd}-\alpha'_{Ep}\sigma'_c-\sigma'_p \qquad (13\text{-}41)$$

或写成：

$$\sigma'_{pa}=f'_{pd}-(\alpha'_{Ep}\sigma'_c+\sigma'_p)=f'_{pd}-\sigma'_{p0} \qquad (13\text{-}42)$$

式中：$\sigma'_{p0}$——钢筋 $A'_p$ 当其重心水平处混凝土应力为零时的有效预应力（扣除不包括混凝土弹性压缩在内的全部预应力损失）；对先张法构件，$\sigma'_{p0}=\sigma'_{con}-\sigma'_l+\sigma'_{l4}$；对后张法构件，$\sigma'_{p0}=\sigma'_{con}-\sigma'_l+\alpha'_{Ep}\sigma'_{pc}$，此处，$\sigma'_{con}$ 为受压区预应力钢筋的控制应力；$\sigma'_l$ 为受压区预应力钢筋的全部预应力损失；$\sigma'_{l4}$ 为先张法构件受压区弹性压缩损失；$\sigma'_{pc}$ 为受压区预应力钢筋重心处由预应力产生的混凝土法向压应力；

$\alpha'_{Ep}$——受压区预应力钢筋与混凝土的弹性模量之比。

由上可知，建立式（13-41）的前提条件是，在构件破坏时，$A'_p$ 重心处混凝土应变达到 $\varepsilon_c=0.002$。

在明确了破坏阶段各项应力值后，则可根据基本假定得到计算简图（图 13-8），仿照普通钢筋混凝土受弯构件，由静力平衡方程式，计算预应力混凝土受弯构件正截面承载能力。

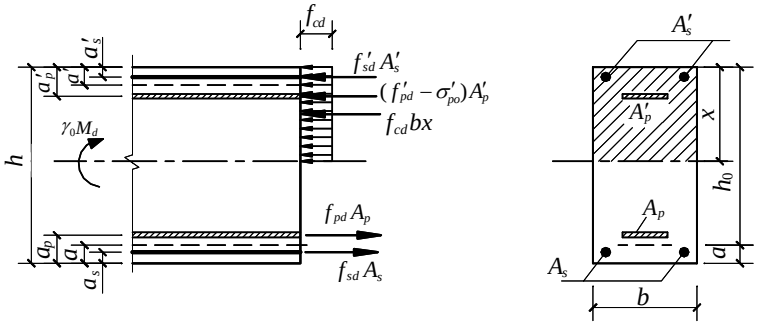



图 13-8　受压区配置预应力钢筋的矩形截面受弯构件正截面承载能力计算图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（1）求受压区高度（中性轴位置）$x$

由平衡条件$\sum H=0$，得

$$f_{sd}A_s+f_{pd}A_p=f_{cd}bx+f'_{sd}A'_s+(f'_{pd}-\sigma'_{p0})A'_p \tag{13-43}$$

式中的$A'_p$和$f'_{pd}$分别为受压区预应力钢筋的截面面积和抗压强度设计值，其余符号意义同前。

计算所得的受压区高度$x$，也应满足《公路桥规》的下列规定：

$$x\leqslant\xi_b h_0 \tag{13-44}$$

且当预应力钢筋受压，即$(f'_{pd}-\sigma'_{p0})>0$时，

$$x\geqslant 2a' \tag{13-45a}$$

当预应力钢筋受拉，即$(f'_{pd}-\sigma'_{p0})<0$时，

$$x\geqslant 2a'_s \tag{13-45b}$$

式中：$a'$——受压区钢筋$A'_s$和$A'_p$的合力作用点至截面最近边缘的距离；当预应力钢筋$A'_p$中的应力为拉应力时，则以$a'_s$代替$a'$；

$a'_p$——钢筋$A'_p$的合力作用点至截面最近边缘的距离。

其余符号意义同前。

同理，为防止构件的脆性破坏，必须满足条件式（13-44），而条件式（13-45）则是为了保证在构件破坏时，钢筋$A'_s$的应力达到$f'_{sd}$；同时也是保证前述式（13-41）或式（13-42）成立的必要条件。

（2）正截面承载能力计算

计算步骤与普通钢筋混凝土梁类似。

由对受拉区钢筋合力作用点取矩平衡条件（图13-8），得

$$\gamma_0 M_d\leq f_{cd}bx(h_0-\frac{x}{2})+f'_{sd}A'_s(h_0-a'_s)+(f'_{pd}-\sigma'_{p0})A'_p(h_0-a'_p) \tag{13-46}$$

由承载能力计算式可以看出，构件的承载能力与受拉区钢筋是否施加预应力无关，但对受压区钢筋$A'_p$施加预应力后，式（13-46）等号右边末项的钢筋应力$f'_{pd}$下降为$\sigma'_{pa}$（或为拉应力），将比$A'_p$筋不加预应力时的构件承载能力有所降低，同时，使用阶段的抗裂性也有所降低。因此，只有在受压区确有需要设置预应力钢筋$A'_p$时，才予以设置。

3）T形截面

同普通钢筋混凝土梁一样，先按下列条件判断属于哪一类T形截面（图13-9）：

截面复核时：$$f_{sd}A_s+f_{pd}A_p\leqslant f_{cd}b'_f h'_f+f'_{sd}A'_s+(f'_{pd}-\sigma'_{po})A'_p \tag{13-47}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

截面设计时：

$$\gamma_0 M_d \le f_{cd} b'_f h'_f (h_0 - h'_f/2) + f'_{sd} A'_s (h_0 - a'_s) + (f'_{pd} - \sigma'_{p0}) A'_p (h_0 - a'_p) \qquad (13\text{-}48)$$

当符合上述条件时为第一类 T 形截面（中性轴在翼缘内，图 13-9a）可按宽度为 $b'_f$ 的矩形截面计算。

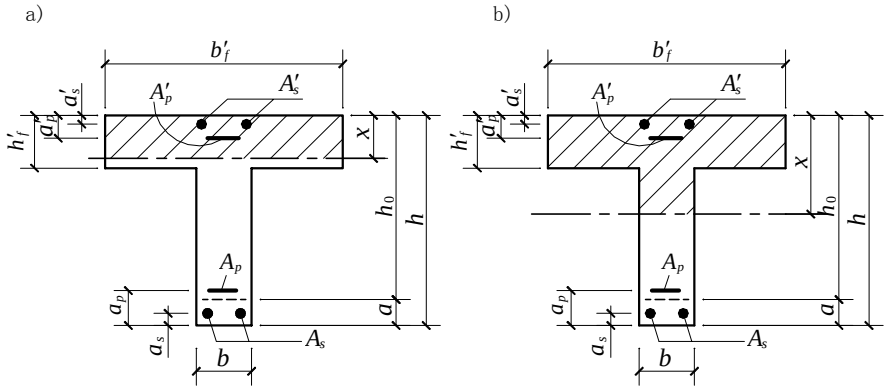



图 13-9　T 形截面预应力梁受弯构件中性轴位置图

a）中性轴位于翼缘内；b）中性轴位于梁肋

当不符合上述条件时，表明中性轴通过梁肋，为第二类 T 形截面，计算时需考虑梁肋受压区混凝土的工作（图 13-9b），其基本计算公式如下：

（1）求受压区高度 $x$

$$f_{sd} A_s + f_{pd} A_p = f_{cd}[bx + (b'_f - b)h'_f] + f'_{sd} A'_s + (f'_{pd} - \sigma'_{po}) A'_p \qquad (13\text{-}49)$$

（2）承载能力计算

$$\gamma_0 M_d \le f_{cd}[bx(h_0 - x/2) + (b'_f - b)h'_f(h_0 - h'_f/2)] + f'_{sd} A'_s (h_0 - a'_s) + (f'_{pd} - \sigma'_{p0}) A'_p (h_0 - a'_p) \qquad (13\text{-}50)$$

适用条件与矩形截面一样。计算步骤与非预应力混凝土梁类似。

以上公式也适用于工字形截面、冂形截面等情况。

### 13.3.2　斜截面承载能力计算

#### 1）斜截面抗剪承载能力计算

预应力混凝土构件的斜截面抗剪承载能力计算与普通钢筋混凝土构件相似。构件的预应力能够阻滞斜裂缝的发生和发展，使混凝土的剪压区高度增大，从而提高了混凝土所贡献的抗剪能力；预应力混凝土梁的斜裂缝长度比钢筋混凝土梁有所增长，也提高了斜裂缝内箍筋的抗剪承载能力。综上，对配置箍筋和弯起钢筋的矩形、T 形和 I 形截面的受弯构件，斜截面抗剪承载能力可按下式计算：

$$\gamma_0 V_d \le V_{cs} + V_{sb} + V_{pb} \qquad (13\text{-}51)$$

式中：$V_d$——斜截面受压端正截面上由作用（或荷载）产生的最大剪力组合设计值（kN）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

对预应力混凝土连续梁等超静定结构，作用（或荷载）效应取$V_d=\gamma_0 S+\gamma_p S_p$，并考虑由预应力引起的次剪力$V_{p2}$；其中$S$为作用（或荷载）效应的组合设计值，$S_p$为预应力（扣除全部预应力损失）引起的次效应；$\gamma_p$为预应力的荷载分项系数，当预应力效应对结构有利时，取$\gamma_p$＝0.9；对结构不利时，取$\gamma_p$＝1.2；

$V_{cs}$——斜截面内混凝土和箍筋共同的抗剪承载能力设计值（kN）；

$V_{sb}$——与斜截面相交的普通弯起钢筋抗剪承载能力设计值（kN）；

$V_{pb}$——与斜截面相交的预应力弯起钢筋抗剪承载能力设计值（kN）。

对于箱形截面受弯构件的斜截面抗剪承载能力的验算，也可参照式（13-51）进行。式（13-51）右边为受弯构件斜截面上各项抗剪承载能力设计值之和，以下逐一介绍各项抗剪承载能力的计算方法。

（1）斜截面内混凝土和箍筋共同的抗剪承载能力设计值（$V_{cs}$）

公路桥梁中常采用的带翼缘的梁（如T形梁），由于受压翼缘的存在，提高了梁的抗剪承载能力；对于连续梁的斜截面抗剪，国内外的试验表明，连续梁靠近边支点梁段，其混凝土和箍筋共同抗剪的性质与简支梁相同，斜截面抗剪承载能力可按简支梁的规定计算，连续梁靠近中间支点梁段，则有异号弯矩的影响，抗剪承载能力有所降低。综合以上因素，《公路桥规》采用的斜截面内混凝土和箍筋共同的抗剪承载能力（$V_{cs}$）的计算公式为：

$$V_{cs}=\alpha_1\alpha_2\alpha_3 0.45\times10^{-3}bh_0\sqrt{(2+0.6P)\sqrt{f_{cu,k}}\rho_{sv}f_{sv}}\quad\text{（kN）}\qquad\text{（13-52）}$$

式中：$\alpha_1$——异号弯矩影响系数，计算简支梁和连续梁靠近边支点梁段的抗剪承载能力时，$\alpha_1$=1.0；计算连续梁和悬臂梁靠近中间支点梁段的抗剪承载能力时，$\alpha_1$=0.9；

$\alpha_2$——预应力提高系数，对预应力混凝土受弯构件，$\alpha_2$=1.25，但当由钢筋合力引起的截面弯矩与外弯矩的方向相同时，或允许出现裂缝的预应力混凝土受弯构件，取$\alpha_2$=1.0；

$\alpha_3$——受压翼缘的影响系数，取$\alpha_3$=1.1；

$b$——斜截面受压区顶端正截面处，矩形截面宽度或T形和I形截面梁肋宽度（mm）；

$h_0$——斜截面受压区顶端正截面的有效高度，自纵向受拉钢筋合力点至受压边缘的距离（mm）；

$P$——斜截面内纵向受拉钢筋的配筋百分率；$P=100\rho$，$\rho=(A_p+A_{pb}+A_s)/bh_0$；当$p$＞2.5时，取$p$=2.5；

$A_{pb}$——斜截面内预应力弯起钢筋的截面面积（mm$^2$）；

$f_{cu,k}$——混凝土立方体抗压强度标准值(MPa )，即混凝土强度等级；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$\rho_{sv}$——斜截面内箍筋配筋率，$\rho_{sv}=A_{sv}/S_v b$；当采用竖向预应力钢筋（箍筋）时，$\rho_{sv}$应换为$\rho_{pv}$，$\rho_{pv}$为竖向预应力钢筋（箍筋）的配筋率；

$S_v$——斜截面内箍筋的间距（mm）；

$f_{sv}$——箍筋抗拉强度设计值，对普通钢筋，按附表 1-3 采用；当采用竖向预应力钢筋（箍筋）时，$f_{sv}$ 应换为 $f_{pd}$，$f_{pd}$为竖向预应力钢筋（箍筋）抗拉强度设计值。

（2）普通弯起钢筋的抗剪承载能力设计值（$V_{sb}$）

普通弯起钢筋的斜截面抗剪承载能力计算按以下公式进行：

$$V_{sb}=0.75\times10^{-3}f_{sd}\sum A_{sb}\sin\theta_s \quad \text{（kN）} \qquad \text{（13-53）}$$

式中：$f_{sd}$——普通弯起钢筋抗拉强度设计值（MPa）；

$A_{sb}$——斜截面内在同一弯起平面的普通弯起钢筋的截面面积（$mm^2$）；

$\theta_s$——普通弯起钢筋（在斜截面受压端正截面处）的切线与水平线的夹角。

试验表明，预应力混凝土连续梁的弯起钢筋在破坏阶段大部分可达到屈服强度，所以仍可用与预应力混凝土简支梁相同的弯起钢筋抗剪承载能力计算公式（13-53）。

（3）预应力弯起钢筋的抗剪承载能力设计值（$V_{sb}$）

预应力弯起钢筋的斜截面抗剪承载能力计算按以下公式进行：

$$V_{pb}=0.75\times10^{-3}f_{pd}\sum A_{pb}\sin\theta_p \quad \text{（kN）} \qquad \text{（13-54）}$$

式中：$\theta_p$——预应力弯起钢筋（在斜截面受压端正截面处）的切线与水平线的夹角。

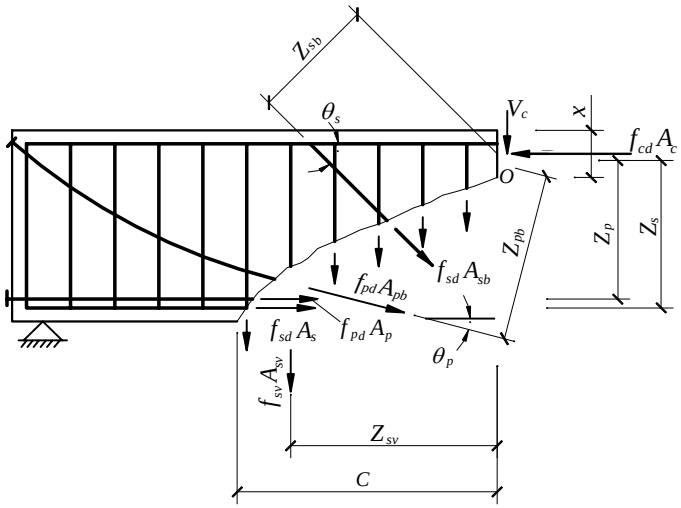



图 13-10　斜截面抗弯承载能力计算图

预应力混凝土受弯构件抗剪承载能力计算，所需满足的公式上、下限值与普通钢筋混凝



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

土受弯构件相同，详见第 4 章。

2）斜截面抗弯承载能力计算

根据斜截面的受弯破坏形态，仍取斜截面以左部分为脱离体（图 13-10），并以受压区混凝土合力作用点 *o*（转动铰）为中心取矩，由 $\sum \mathrm{M}_{\mathrm{o}}=0$，得到矩形、T 形和 I 形截面的受弯构件斜截面抗弯承载能力计算公式如下：

$$\gamma_0 M_d \leqslant f_{sd} A_s Z_s + f_{pd} A_p Z_p + \sum f_{sd} A_{sb} Z_{sb} + \sum f_{pd} A_{pb} Z_{pb} + \sum f_{sv} A_{sv} Z_{sv} \qquad (13\text{-}55)$$

式中：$M_d$——斜截面受压端正截面的最大弯矩组合设计值；

$Z_s$、$Z_p$——纵向普通受拉钢筋合力点、纵向预应力受拉钢筋合力点至受压区中心点 o 的距离；

$Z_{sb}$、$Z_{pb}$——与斜截面相交的同一弯起平面内普通弯起钢筋合力点、预应力弯起钢筋合力点至受压区中心点 o 的距离；

$Z_{sv}$——与斜截面相交的同一平面内箍筋合力点至斜截面受压端的水平距离。

计算斜截面抗弯承载能力时，其最不利斜截面的位置，需选在预应力钢筋变少处、箍筋截面与间距的变化处，以及构件混凝土截面腹板厚度的变化处等进行。但其斜截面的水平投影长度 C，仍需自下而上，按不同倾斜角度试算确定。最不利的斜截面水平投影长度按下列公式试算确定：

$$\gamma_0 V_d = \sum f_{sd} A_{sb} \sin\theta_s + \sum f_{pd} A_{pb} \sin\theta_p + \sum f_{sv} A_{sv} \qquad (13\text{-}56)$$

假设最不利斜截面与水平方向的夹角为 $\alpha$，水平投影长度为 C，则该斜截面上箍筋截面积为 $\sum A_{sv} = A_{sv} \cdot C / S_v$，代入上式可得最不利水平投影长度 C 的表达式为：

$$C = \frac{(\gamma_0 V_d - \sum f_{sd} A_{sb} \sin\theta_s - \sum f_{pd} A_{pb} \sin\theta_p)}{(f_{sv} \cdot A_{sv} / S_v)} \qquad (13\text{-}57)$$

式中：$V_d$——斜截面受压端正截面相应于最大弯矩组合设计值的剪力组合设计值；

$S_v$——箍筋间距（cm）；

其余符号同前。

水平投影长度 C 确定后，尚应确定受压区合力作用点的位置 *o*，以便确定各力臂的长度。由斜截面的受力平衡条件 $\sum H = 0$，可得

$$\sum f_{sd} A_{sb} \cos\theta_s + \sum f_{pd} A_{pb} \cos\theta_p + f_{sd} A_s + f_{pd} A_p = f_{cd} A_c \qquad (13\text{-}58)$$

由此可求出混凝土截面受压区的面积 $A_c$，因 $A_c = f(x)$，当截面型式确定后，斜截面受压区高度 *x* 也就不难求得，受压区合力作用点的位置也随之可以确定。

预应力混凝土梁斜截面抗弯承载能力的计算比较麻烦，因此也可以同普通钢筋混凝土受弯构件一样，用构造措施来加以保证。具体要求可参照钢筋混凝土梁的有关内容。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 13.4 预应力混凝土受弯构件的应力计算

预应力混凝土构件由于施加预应力以后截面应力状态较为复杂，各个受力阶段均有其不同受力特点，除了计算构件承载能力外，还要计算弹性阶段的构件应力。这些应力包括截面混凝土的法向压应力、钢筋的拉应力和斜截面混凝土的主压应力。构件的应力计算实质上是构件的强度计算，是对构件承载能力计算的补充。对预应力混凝土简支结构，只计算预应力引起的主效应；对预应力混凝土连续梁等超静定结构，除此之外尚应计算预应力引起的次效应。应力计算又可分为按持久状况应力计算和按短暂状况应力计算。

### 13.4.1 短暂状况构件的应力计算

桥梁构件按短暂状况设计时，应计算其在制作、运输及安装等施工阶段，由自重、施工荷载等引起的正截面和斜截面的应力，并不应超过规定的应力限值。施工荷载采用标准值，当有组合时不考虑荷载组合系数。当采用吊机（车）行驶于桥梁进行构件安装时，应对已安装就位的构件进行验算，吊（机）车应乘以 1.15 的荷载系数，但当由吊（机）车产生的效应设计值小于按持久状态承载能力极限状态计算的荷载效应组合设计值时，则可不必验算。

构件短暂状况的应力计算，实属构件弹性阶段的强度计算。除非有特殊要求，短暂状况一般不进行正常使用极限状态计算，可以通过施工措施或构造布置来弥补，防止构件过大变形或出现不必要的裂缝。以下介绍各过程的应力计算方法。

1）预加应力阶段的正应力计算

这一阶段的受力状态，如图 13-1 所示，主要承受偏心的预加力 $N_p$ 和梁的一期荷载（自重荷载）$G_1$ 的作用，可采用材料力学中偏心受压的公式进行计算。本阶段的受力特点是，预加力 $N_p$ 值最大（因预应力损失值最小），而外荷载最小（仅有梁的自重作用）。对于简支梁来说，其受力最不利截面，往往在支点附近，特别是直线配筋的预应力混凝土等截面简支梁，其支点上缘拉应力，常常成为计算的控制力。

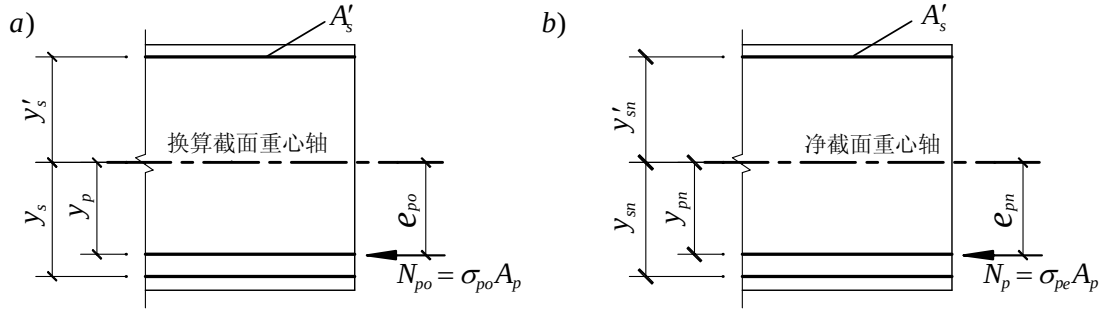



图 13-11　预加力阶段预应力钢筋和普通钢筋合力及其偏心矩

a）先张法构件；b）后张法构件

（1）由预加力 $N_p$ 产生的混凝土法向压应力 $\sigma_{pc}$ 和法向拉应力 $\sigma_{pt}$

对先张法构件：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{pc}&=\frac{N_{po}}{A_o}+\frac{N_{po}e_{po}}{I_o}y_o\\ \sigma_{pt}&=\frac{N_{po}}{A_o}-\frac{N_{po}e_{po}}{I_o}y_o\end{aligned}\right\}\qquad(13\text{-}59)$$

式中：$N_{p0}$——先张法构件的预应力钢筋的合力（图 13-11a），按式（13-60）计算；

$$N_{p0}=\sigma_{p0}A_p\qquad(13\text{-}60)$$

$\sigma_{p0}$——受拉区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力等于零时的预应力钢筋应力；

$\sigma_{p0}=\sigma_{con}-\sigma_{lI}+\sigma_{l4}$，其中$\sigma_{l4}$为受拉区预应力钢筋由混凝土弹性压缩引起的预应力损失；$\sigma_{lI}$为受拉区预应力钢筋传力锚固时的预应力损失；

$A_p$——受拉区预应力钢筋的截面面积；

$e_{po}$——预应力钢筋的合力对构件换算截面重心的偏心距；

$y_o$——截面计算纤维处至构件换算截面重心轴的距离；

$I_o$——构件换算截面惯性矩；

$A_o$——构件换算截面的面积。

对后张法构件：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{pc}&=\frac{N_p}{A_n}+\frac{N_pe_{pn}}{I_n}y_n\\ \sigma_{pt}&=\frac{N_p}{A_n}-\frac{N_pe_{pn}}{I_n}y_n\end{aligned}\right\}\qquad(13\text{-}61)$$

式中：$N_p$——后张法构件的预应力钢筋的合力（图 13-11b），按式（13-62）计算；

$$N_p=\sigma_{pe}A_p\qquad(13\text{-}62)$$

对于配置曲线预应力钢筋的构件为上式中的$A_p$取为（$A_p+A_{pb}\cos\theta_p$）；其中$A_{pb}$为弯起预应力钢筋的截面积，$\theta_p$为计算截面上弯起的预应力钢筋的切线与构件轴线的夹角。

$\sigma_{pe}$——受拉区预应力钢筋的有效预应力；$\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{lI}$；$\sigma_{lI}$为受拉区预应力钢筋传力锚固时的预应力损失（包括$\sigma_{l4}$在内）；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$e_{pn}$——预应力钢筋的合力对构件净截面重心的偏心距；

$y_n$——截面计算纤维处至构件净截面重心轴的距离；

$I_n$——构件净截面惯性矩；

$A_n$——构件净截面的面积。

（2）由构件一期荷载$G_1$产生的混凝土正应力$\sigma_{G1}$为

先张法构件　　$\sigma_{Go,1}=\pm M_{Go,1}\cdot y_0/I_0$　　（13-63）

后张法构件　　$\sigma_{Go,1}=\pm M_{Go,1}\cdot y_n/I_n$　　（13-64）

式中的$M_{Go,1}$为受弯构件的一期荷载产生的弯矩标准值。

（3）预加应力阶段的总应力

将式（13-59）、（13-61）与式（13-63）、（13-64）分别相加，则可得预加应力阶段截面上、下缘混凝土的正应力$\sigma_{ct}^t$、$\sigma_{cc}^t$为：

先张法构件

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{ct}^t&=\frac{N_{po}}{A_o}-\frac{N_{po}e_{po}}{W_{ou}}+\frac{M_{Go,1}}{W_{ou}}\\ \sigma_{cc}^t&=\frac{N_{po}}{A_o}+\frac{N_{po}e_{po}}{W_{ob}}-\frac{M_{Go,1}}{W_{ob}}\end{aligned}\right\}\qquad(13\text{-}65)$$

后张法构件

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{ct}^t&=\frac{N_p}{A_n}-\frac{N_pe_{pn}}{W_{nu}}+\frac{M_{Go,1}}{W_{nu}}\\ \sigma_{cc}^t&=\frac{N_p}{A_n}+\frac{N_pe_{pn}}{W_{nb}}-\frac{M_{Go,1}}{W_{nb}}\end{aligned}\right\}\qquad(13\text{-}66)$$

式中：$W_{ou}$、$W_{ob}$——构件混凝土换算截面对上、下缘的截面抵抗矩；

$W_{nu}$、$W_{nb}$——构件混凝土净截面对上、下缘的截面抵抗矩。

2)运输、吊装阶段的正应力的计算

此阶段构件应力计算方法与预加应力阶段相同。唯应注意的是预加力$N_p$已变小；计算一期荷载弯矩时应考虑计算图式的变化，并考虑动力系数（参见13.1.1节）。

3)施工阶段混凝土的限制应力

《公路桥规》要求，按式（13-65）、（13-66）算得的混凝土正应力，或由运输、吊装阶段算得的混凝土正应力，应符合下列规定：

（1）混凝土压应力$\sigma_{cc}^t$

本阶段预压应力最大。混凝土的预压应力越高，沿梁轴方向的变形越大，相应引起的构



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

件横向拉应变也越大；压应力过高将使构件出现过大的上拱度，而且可能产生沿钢筋方向的裂缝；此外，压应力过高，也可能引起徐变破坏（参见 12.3.1 节）。为此《公路桥规》规定，对预应力混凝土受弯构件，在预应力和构件自重等施工荷载作用下截面边缘混凝土的法向压应力应满足下列要求：

$$\sigma_{cc}^{t} \le 0.70 f_{ck}' \qquad (13\text{-}67)$$

式中 $f_{ck}'$ 为制作、运输、安装各施工阶段的混凝土轴心抗压强度标准值。

（2）混凝土拉应力 $\sigma_{ct}^{t}$

《公路桥规》根据预拉区边缘混凝土的拉应力大小，通过限制预拉区的配筋率来防止出现裂缝，具体规定为：

当 $\sigma_{ct}^{t} \le 0.70 f_{tk}'$ 时，预拉区应配置配筋率不小于 0.2％的纵向钢筋；

当 $\sigma_{ct}^{t} = 1.15 f_{tk}'$ 时，预拉区应配置配筋率不小于 0.4％的纵向钢筋；

当 $0.70 f_{tk}' < \sigma_{ct}^{t} < 1.15 f_{tk}'$ 时，预拉区应配置的纵向钢筋配筋率按以上两者直线内插取用；

预拉区的配筋率为 $A_s'/A$，$A$ 为构件毛截面面积。 $f_{tk}'$ 是制作、运输、安装各施工阶段混凝土轴心抗拉强度标准值，可按强度标准值表直线内插得到。预拉区的纵向非预应力钢筋宜采用带肋钢筋，其直径不宜大于 14mm，沿预拉区的外边缘均匀布置。

### 13.4.2 构件持久状况的应力计算

按持久状况设计的预应力混凝土受弯构件，应计算使用阶段截面混凝土的法向压应力、受拉区钢筋的拉应力和斜截面混凝土的主压应力，并不得超过规定的限值。预应力混凝土受弯构件在使用荷载作用下的应力状态，如图 13-2 所示。本阶段的计算特点是：预应力损失已全部完成，有效预应力 $\sigma_{pe}$ 最小，其相应的永存预加力为 $N_p = A_{pe}(\sigma_{con} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}})$，计算时可变荷载取作用（或荷载）标准值组合，汽车荷载应计入冲击系数，预加应力效应应考虑在内，所有荷载分项系数均取为 1.0。

计算时，应取最不利截面进行控制验算，对于直线配筋等截面简支梁，一般以跨中为最不利控制截面；但对于曲线配筋的等截面或变截面简支梁，则应根据预应力筋的弯起和混凝土截面变化的情况，确定其计算控制截面，一般可取跨中、*l*/4、*l*/8、支点截面和截面变化处的截面进行计算。

1）正应力计算

在配有非预应力钢筋的预应力混凝土构件中（如图 13-12），由于混凝土的收缩和徐变，使非预应力钢筋产生与预压力相反的内力，从而减少了受拉区混凝土的法向预压应力。为简化计算，非预应力钢筋的应力值均取混凝土收缩和徐变引起的预应力损失值来计算，这有一定的近似性。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

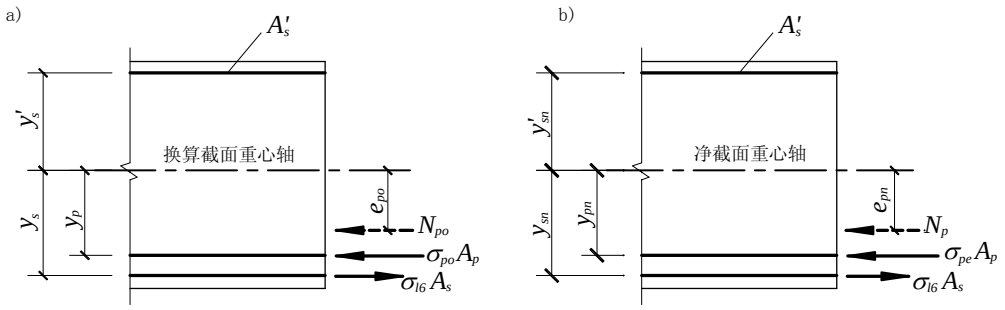



图 13-12　使用阶段预应力钢筋和普通钢筋合力及其偏心矩

a）先张法构件；b）后张法构件.

（1）先张法构件

对于先张法构件，使用荷载作用效应仍由钢筋与混凝土共同承受，其截面几何特征也采用换算截面计算。此时，由作用（或荷载）标准值和预加力在构件截面上、下缘产生的混凝土应力为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{cu}=\sigma_{pt}+\sigma_{kc}&=\left(\frac{N_{po}}{A_o}-\frac{N_{po}\cdot e_{po}}{W_{ou}}\right)+\frac{M_{Go,1}}{W_{ou}}+\frac{M_{Go,2}}{W_{ou}}+\frac{M_Q}{W_{ou}}\\ \sigma_{cb}=\sigma_{pc}+\sigma_{kt}&=\left(\frac{N_{po}}{A_o}+\frac{N_{po}\cdot e_{po}}{W_{ob}}\right)-\frac{M_{Go,1}}{W_{ob}}-\frac{M_{Go,2}}{W_{ob}}-\frac{M_Q}{W_{ob}}\end{aligned}\right\}\qquad(13\text{-}68)$$

预应力钢筋中的最大、最小应力为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{p\max}&=\sigma_{pe}+\alpha_{Ep}\left(\frac{M_{Go,1}}{I_o}+\frac{M_{Go,2}}{I_o}+\frac{M_Q}{I_o}\right)\cdot y_{op}\\ \sigma_{p\min}&=\sigma_{pe}+\alpha_{Ep}\left(\frac{M_{Go,1}}{I_o}+\frac{M_{Go,2}}{I_o}\right)\cdot y_{op}\end{aligned}\right\}\qquad(13\text{-}69)$$

式中：$\sigma_{kt}$、$\sigma_{kc}$——由作用（或荷载）标准值产生的混凝土法向拉应力、法向压应力；

$\sigma_{pe}$——预应力钢筋的永存预应力，即：

$$\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{l\mathrm{II}}-\sigma_{l\mathrm{III}}\qquad(13\text{-}70)$$

$N_{po}$——使用阶段预应力钢筋和普通钢筋的合力（图 13-12a），按式（13-71）计算

$$N_{po}=\sigma_{p0}A_p-\sigma_{l6}A_s\qquad(13\text{-}71)$$

$\sigma_{p0}$——受拉区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力等于零时的预应力钢筋应力；

$\sigma_{p0}=\sigma_{con}-\sigma_{l\mathrm{II}}-\sigma_{l\mathrm{III}}+\sigma_{l4}$，其中 $\sigma_{l4}$ 为使用阶段受拉区预应力钢筋由混凝土弹性压缩引起的预应力损失；$\sigma_{l\mathrm{II}}$ 为受拉区预应力钢筋传力锚固时的预应力损失；$\sigma_{l\mathrm{III}}$ 为受拉区预应力钢筋传力锚固后的预应力损失；

$\sigma_{l6}$——受拉区预应力钢筋由混凝土收缩和徐变引起的预应力损失；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$e_{po}$——预应力钢筋与普通钢筋合力作用点至构件换算截面重心轴的距离，可按下式计算：

$$e_{po}=\frac{\sigma_{p0}A_p y_p-\sigma_{l6}A_s y_s}{\sigma_{p0}A_p-\sigma_{l6}A_s} \tag{13-72}$$

$A_s$——受拉区普通钢筋的截面面积；

$y_s$——受拉区普通钢筋重心至换算截面重心的距离；

$W_{ou}$、$W_{ob}$——构件混凝土换算截面对上、下缘的抵抗矩；

$\alpha_{Ep}$——预应力筋与混凝土的弹性模量比；

$M_{Go,2}$——由桥面铺装、人行道、栏杆等二期恒载产生的弯矩标准值；

$M_Q$——由可变荷载标准值组合计算的截面最不利弯矩；汽车荷载考虑冲击系数；

（2）后张法构件

后张法受弯构件，在其承受后加恒载及活载作用时，一般情况下构件预留孔道均已压浆凝固，认为钢筋与混凝土已成为整体，并能有效地共同工作，故在二期恒载与活载作用时，均按换算截面计算。在预加应力时，因孔道尚未压浆，所以由预加力$N_p$和梁的一期荷载$G_1$产生的混凝土应力，仍按混凝土净截面特性计算。由作用（或荷载）标准值和预应力在构件截面上、下缘混凝土应力$\sigma_{cu}$、$\sigma_{cb}$为：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{cu}&=\sigma_{pt}+\sigma_{kc}=\left(\frac{N_p}{A_n}-\frac{N_p\cdot e_{pn}}{W_{nu}}\right)+\frac{M_{Go,1}}{W_{nu}}+\frac{M_{Go,2}}{W_{ou}}+\frac{M_Q}{W_{ou}}\\ \sigma_{cb}&=\sigma_{pc}+\sigma_{kt}=\left(\frac{N_p}{A_n}+\frac{N_p\cdot e_{pn}}{W_{nb}}\right)-\frac{M_{Go,1}}{W_{nb}}-\frac{M_{Go,2}}{W_{ob}}-\frac{M_Q}{W_{ob}}\end{aligned}\right\} \tag{13-73}$$

预应力钢筋中的拉应力为：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{p\max}&=\sigma_{pe}+\alpha_{Ep}\frac{M_{Go,2}+M_Q}{I_o}\cdot y_{op}\\ \sigma_{p\min}&=\sigma_{pe}+\alpha_{Ep}\frac{M_{Go,2}}{I_o}\cdot y_{op}\end{aligned}\right\} \tag{13-74}$$

式中：$N_p$——预应力钢筋和普通钢筋的合力，按式（13-75）计算

$$N_p=\sigma_{pe}A_p-\sigma_{l6}A_s \tag{13-75}$$

$W_{nu}$、$W_{nb}$——构件混凝土净截面对上、下缘的抵抗矩；

$e_{pn}$——预应力钢筋和普通钢筋合力作用点至构件净截面重心轴的距离，按下式计算：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$e_{pn}=\frac{\sigma_{pe}A_p y_{pn}-\sigma_{l6}A_s y_{sn}}{\sigma_{pe}A_p-\sigma_{l6}A_s} \tag{13-76}$$

$y_{sn}$——受拉区普通钢筋重心至净截面重心的距离；

$y_{op}$——计算的预应力钢筋重心到换算截面重心轴的距离。

当截面受压区也配置预应力钢筋 $A'_p$ 时，则以上计算式还需考虑 $A'_p$ 的作用。由于混凝土的收缩和徐变，使受压区普通钢筋产生与预压力相反的内力，从而减少了截面混凝土的法向预压应力，受压区普通钢筋的应力值取混凝土收缩和徐变作用引起的 $A'_p$ 预应力损失 $\sigma'_{l6}$ 来计算。

2）混凝土主应力计算

预应力混凝土受弯构件在斜截面开裂前，基本上处于弹性工作状态，所以，主应力可按材料力学方法计算。预应力混凝土受弯构件由作用（或荷载）标准值和预加力产生的混凝土主拉应力 $\sigma_{tp}$ 和主压应力 $\sigma_{cp}$，可按下列公式计算：

主拉应力
$$\sigma_{tp}=\frac{\sigma_{cx}+\sigma_{cy}}{2}-\sqrt{(\frac{\sigma_{cx}-\sigma_{cy}}{2})^2+\tau^2} \tag{13-77}$$

主压应力
$$\sigma_{cp}=\frac{\sigma_{cx}+\sigma_{cy}}{2}+\sqrt{(\frac{\sigma_{cx}-\sigma_{cy}}{2})^2+\tau^2} \tag{13-78}$$

式中：$\sigma_{cx}$——在计算主应力点，由作用（或荷载）标准值和预加力产生的混凝土法向应力；先张法构件可按式（13-79）计算，后张法构件可按式（13-80）计算

$$\sigma_{cx}=\frac{N_{po}}{A_o}-\frac{N_{po}e_{po}}{I_o}y_o+\frac{(M_{Go,1}+M_{Go,2}+M_Q)}{I_o}y_o \tag{13-79}$$

$$\sigma_{cx}=\frac{N_p}{A_n}-\frac{N_p e_{pn}}{I_n}y_n+\frac{M_{Go,1}}{I_n}y_n+\frac{(M_{Go,2}+M_Q)}{I_o}y_o \tag{13-80}$$

$y_o$、$y_n$——计算主应力点至换算截面、净截面重心轴的距离。利用式（13-79）、（13-80）计算时，当主应力点位于重心轴之上时，取为正；反之，取为负；

$I_o$、$I_n$——换算截面惯性矩、净截面惯性矩；

$\sigma_{cy}$——由竖向预应力钢筋的预加力产生的混凝土竖向压应力；可按下式计算

$$\sigma_{cy}=0.6\frac{n\sigma'_{pe}A_{pv}}{bS_v} \tag{13-81}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$n$ ——同一截面上竖向钢筋的肢数；

$\sigma'_{pe}$——竖向预应力钢筋扣除全部预应力损失后的有效预应力；

$A_{pv}$——单肢竖向预应力钢筋的截面面积；

$S_v$——竖向预应力钢筋的间距；

$\tau$——在计算主应力点，按作用（或荷载）标准值组合计算的剪力产生的混凝土剪应力；当计算截面作用有扭矩时，尚应考虑由扭矩引起的剪应力。对于等高度梁截面上任一点在作用（或荷载）标准值组合下的剪应力$\tau$可按下列公式计算：

先张法构件　$$\tau=\frac{V_{Go,1}S_o}{bI_o}+\frac{(V_{Go,2}+V_Q)S_o}{bI_o}$$　（13-82）

后张法构件　$$\tau=\frac{V_{Go,1}S_n}{bI_n}+\frac{(V_{Go,2}+V_Q)S_o}{bI_o}-\frac{\sum\sigma''_{pe}A_{pb}\sin\theta_pS_n}{bI_n}$$　（13-83）

$V_{Go,1}$、$V_{Go,2}$——由构件一期恒载、二期恒载引起的剪力标准值；

$V_Q$——可变作用（或荷载）引起的剪力标准值组合；对于，简支梁，可按下式计算

$$V_Q=V_{Q,v}+V_{Q,pe}$$　（13-84）

$V_{Q,v}$、$V_{Q,pe}$——汽车荷载效应（计入冲击系数）、人群荷载效应引起的剪力标准值；

$S_o$、$S_n$——计算主应力点以上（或以下）部分换算截面面积对截面重心轴、净截面面积对截面重心轴的面积矩；

$\theta_p$——计算截面上预应力弯起钢筋的切线与构件纵轴线的夹角（图 13-13）；

$b$——计算主应力点处构件腹板的宽度；

$\sigma''_{pe}$——纵向预应力弯起钢筋扣除全部预应力损失后的有效预应力；

$A_{pb}$——计算截面上同一弯起平面内预应力弯起钢筋的截面面积。

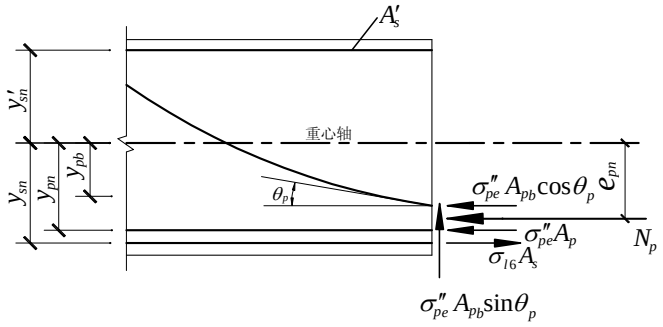



图 13-13　剪力计算图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

以上公式中均取压应力为正，拉应力为负。对变高度预应力混凝土连续梁，计算由作用（或荷载）引起的剪应力时，可参照《公路桥规》附录 B 计算截面上弯矩和轴向力产生的附加剪应力。

3）持久状况的钢筋和混凝土的应力限值

（1）使用阶段预应力混凝土受弯构件正截面混凝土的最大压应力，应满足

$$\left.\begin{array}{rr} \text{未开裂构件} & \sigma_{kc}+\sigma_{pt} \\ \text{允许开裂构件} & \sigma_{cc} \end{array}\right\} \leqslant 0.5 f_{ck} \qquad (13\text{-}85)$$

式中的$\sigma_{cc}$是由作用（或荷载）标准值产生的开裂截面的混凝土法向压应力，其计算方法见第 14 章。$f_{ck}$为混凝土轴心抗压强度标准值。

（2）使用阶段受拉区预应力钢筋的最大拉应力限值

在使用荷载作用下，预应力混凝土受弯构件中的钢筋与混凝土经常承受着反复应力，而材料在较高的反复应力作用下，将使其强度下降，甚至造成疲劳破坏。为了避免这种不利影响，铁路桥梁对使用荷载下的材料容许应力规定较低，但对于公路桥梁来说，钢筋最小应力与最大应力之比$\rho$值均为 0.85 以上，一般不计疲劳影响，故《公路桥规》将上述应力限值相应地规定得比铁路桥梁高些，具体规定如下：

对钢绞线、钢丝

$$\left.\begin{array}{rr} \text{未开裂构件} & \sigma_{pe}+\sigma_{p} \\ \text{允许开裂构件} & \sigma_{p0}+\sigma_{p} \end{array}\right\} \leqslant 0.65 f_{pk} \qquad (13\text{-}86)$$

对精轧螺纹钢筋

$$\left.\begin{array}{rr} \text{未开裂构件} & \sigma_{pe}+\sigma_{p} \\ \text{允许开裂构件} & \sigma_{p0}+\sigma_{p} \end{array}\right\} \leqslant 0.80 f_{pk} \qquad (13\text{-}87)$$

式中：$\sigma_{pe}$——全预应力混凝土和部分预应力混凝土 A 类受弯构件，受拉区预应力钢筋扣除全部预应力损失后的有效预应力；

$\sigma_{p0}$——受拉区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力等于零时预应力钢筋的应力。

预应力混凝土受弯构件受拉区的普通钢筋，其使用阶段的应力很小，可不必验算。

（3）使用阶段预应力混凝土受弯构件混凝土主应力限值

混凝土的主压应力应满足

$$\sigma_{cp} \leq 0.6 f_{ck} \qquad (13\text{-}88)$$

式中的$f_{ck}$为混凝土轴心抗压强度标准值。

对计算所得的混凝土主拉应力$\sigma_{tp}$，作为对构件斜截面抗剪计算的补充，按下列规定设置箍筋：

在$\sigma_{tp} \leq 0.5 f_{tk}$的区段，箍筋可仅按构造要求配置，$f_{tk}$为混凝土轴心抗压强度标准值；

在$\sigma_{tp} > 0.5 f_{tk}$的区段，箍筋的间距$S_v$可按下式计算：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$S_v = \frac{f_{sk} A_{sv}}{\sigma_{tp} b} \tag{13-89}$$

式中：$f_{sk}$——箍筋的抗拉强度标准值；

$A_{sv}$——同一截面内箍筋的总截面面积；

$b$ ——矩形截面宽度、T 形或 I 形截面的腹板宽度。

当按上式计算的箍筋用量少于按斜截面抗剪承载能力计算的箍筋用量时，构件箍筋按抗剪承载能力计算要求配置。

## 13.5 预应力混凝土构件的抗裂验算

长期以来，公路桥梁预应力混凝土构件的抗裂性计算，都是以构件混凝土的拉应力是否超过规定的限值来表示的。预应力混凝土受弯构件，在剪力和弯矩的共同作用下，可能由于主拉应力达到极限值，而出现自构件腹部中间开始的斜裂缝，随着荷载的增加而逐渐分别向上、下斜方向发展，导致构件的破坏，因而必须验算其主拉应力。预应力混凝土构件抗裂验算内容分为正截面抗裂验算和斜截面抗裂验算。构件的抗裂验算属于正常使用极限状态计算的范畴。

### 13.5.1 正截面抗裂性验算

正截面抗裂性验算按作用（或荷载）短期效应组合和长期效应组合两种情况进行。

**1）作用（或荷载）短期效应组合下构件边缘混凝土的正应力计算**

作用（或荷载）短期效应组合是永久作用标准值与可变作用频遇值效应的组合。

（1）预加力作用下，构件抗裂验算是边缘混凝土的预压应力 $\sigma_{pc}$ 值计算

先张法构件

$$\sigma_{pc} = \frac{N_{po}}{A_o} + \frac{N_{po} e_{po}}{I_o} y_{ob} \tag{13-90}$$

式中：$N_{p0}$——先张法构件的预应力钢筋的合力（图 13-11a），按式（13-91）计算

$$N_{p0} = \sigma_{p0} A_p \tag{13-91}$$

$\sigma_{p0}$——受拉区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力等于零时的预应力钢筋应力；其中 $\sigma_{p0} = \sigma_{con} - \sigma_{\text{II}} - \sigma_{\text{III}} + \sigma_{l4}$ ；其中 $\sigma_{l4}$ 为受拉区预应力钢筋由混凝土弹性压缩引起的预应力损失；$\sigma_{\text{II}}$ 为受拉区预应力钢筋传力锚固时的预应力损失；$\sigma_{\text{III}}$ 为受拉区预应力钢筋传力锚固后的预应力损失；

$A_p$——受拉区预应力钢筋的截面面积；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$e_{po}$—— 先张法构件的预应力钢筋的合力对构件换算截面重心的偏心距；

$I_o$——构件换算截面惯性矩；

$A_o$——构件换算截面的面积；

$y_{ob}$——构件抗裂验算截面边缘至换算截面重心轴的距离。

后张法构件 $$\sigma_{pc}=\frac{N_p}{A_n}+\frac{N_p e_{pn}}{I_n}y_{nb} \tag{13-92}$$

式中：$N_p$——后张法构件的预应力钢筋的合力（图 13-11b），按式（13-93）计算：

$$N_p=\sigma_{pe}A_p \tag{13-93}$$

对于配置曲线预应力钢筋的构件为上式中的 $A_p$ 取为（$A_p+A_{pb}\cos\theta_p$）；其中 $A_{pb}$ 为弯起预应力钢筋的截面积，$\theta_p$ 为计算截面上弯起的预应力钢筋的切线与构件轴线的夹角；

$\sigma_{pe}$——受拉区预应力钢筋的永存预应力； 其中 $\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{\text{II}}-\sigma_{\text{III}}$；

$e_{pn}$——后张法构件的预应力钢筋的合力对构件净截面重心的偏心距；

$I_n$——构件净截面惯性矩；

$A_n$——构件净截面的面积；

$y_{nb}$——构件抗裂验算截面边缘至净截面重心轴的距离。

对于连续梁等超静定预应力结构，还需考虑预加应力扣除相应阶段预应力损失后在结构中产生的次弯矩 $M_{p2}$，当 $M_{p2}$ 与 $\sigma_{pe}A_p y_{pn}$ 的弯矩方向相同时取正号，相反时取负号。$y_{pn}$ 为受拉区预应力钢筋合力点至净截面重心的距离。

（2）由作用（或荷载）短期效应产生的构件抗裂验算边缘混凝土的法向拉应力，计算式为

先张法构件 $$\sigma_{st}=\frac{M_s}{W}=\frac{M_{Go,1}}{W_0}+\frac{M_{Go,2}}{W_0}+\frac{M_{Qs}}{W_0} \tag{13-94}$$

后张法构件 $$\sigma_{st}=\frac{M_s}{W}=\frac{M_{Go,1}}{W_n}+\frac{M_{Go,2}}{W_0}+\frac{M_{Qs}}{W_0} \tag{13-95}$$

式中：$\sigma_{st}$——按作用（或荷载）短期效应组合下构件抗裂验算边缘混凝土的法向拉应力；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$M_s$——按作用（或荷载）短期效应组合计算的弯矩值；

$M_{Go,1}$、$M_{Go,2}$—— 分别为一期恒载和二期荷载作用产生的弯矩标准值；

$M_{Qs}$——按作用（或荷载）短期效应组合计算的可变荷载弯矩值。对于简支梁，可按下式计算：

$$M_{Qs}=\psi_{11}M_{Q,v}+\psi_{12}M_{Q,pe}=0.7M_{Q,v}+1.0M_{Q,pe} \qquad (13\text{-}96)$$

$\psi_{11}$、$\psi_{12}$——分别为短期效应组合计算中的汽车荷载效应和人群荷载效应的频遇值系数；

$M_{Q,v}$、$M_{Q,pe}$——分别为汽车荷载效应（不计冲击系数）和人群荷载效应产生的弯矩标准值；

$W_o$、$W_n$——分别为构件换算截面和净截面对抗裂验算边缘的弹性抵抗矩。

对于预应力混凝土连续梁和连续刚构，除了考虑直接施加于桥梁的荷载如恒载、汽车外，还应考虑间接作用如日照温差、混凝土收缩和徐变的影响。

**2）作用（或荷载）长期效应组合下边缘混凝土的正应力计算**

作用长期效应考虑的可变作用仅为直接施加于桥上的活荷载产生的效应组合，不考虑间接施加于桥上的其它作用效应。作用长期效应组合是永久作用标准值和可变作用准永久值效应相组合。长期效应组合下预应力混凝土构件边缘混凝土的正应力$\sigma_{lt}$计算与短期效应组合下的计算基本一致。

（1）预加力产生的构件抗裂验算边缘混凝土的预压应力$\sigma_{pc}$，先张法和后张法构件分别按式（13-97）和（13-98）计算

先张法构件
$$\sigma_{pc}=\frac{N_{po}}{A_o}+\frac{N_{po}e_{po}}{I_o}y_{ob} \qquad (13\text{-}97)$$

后张法构件
$$\sigma_{pc}=\frac{N_p}{A_n}+\frac{N_pe_{pn}}{I_n}y_{nb} \qquad (13\text{-}98)$$

式中符号意义与式（13-90）、（13-92）一致。

（2）由作用（或荷载）长期效应产生的抗裂验算边缘混凝土的法向拉应力，计算式为

先张法构件
$$\sigma_{lt}=\frac{M_l}{W}=\frac{M_{Go,1}}{W_0}+\frac{M_{Go,2}}{W_0}+\frac{M_{Ql}}{W_0} \qquad (13\text{-}99)$$

后张法构件
$$\sigma_{lt}=\frac{M_l}{W}=\frac{M_{G1}}{W_n}+\frac{M_{G2}}{W_0}+\frac{M_{Ql}}{W_0} \qquad (13\text{-}100)$$

式中：$\sigma_{lt}$——按作用（或荷载）长期效应组合下构件抗裂验算边缘混凝土的法向拉应力；

$M_l$——按作用（或荷载）长期效应组合计算的弯矩值；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$M_{Ql}$——按作用（或荷载）长期效应组合计算的可变作用弯矩值，仅考虑汽车、人群等直接作用于构件的荷载产生的弯矩值；可按下式计算：

$$M_{Ql}=\psi_{21}M_{Q,v}+\psi_{22}M_{Q,pe}=0.4M_{Q,v}+0.5M_{Q,pe} \tag{13-101}$$

$M_{Q,v}$、$M_{Q,pe}$——分别为汽车荷载效应（不计冲击系数）和人群荷载效应产生的弯矩标准值；

$\psi_{21}$、$\psi_{22}$——分别为长期效应组合计算中的汽车荷载效应和人群荷载效应的准永久值系数；

其余符号意义同前。

3）混凝土正应力的限值

正截面抗裂应对构件正截面混凝土的拉应力进行验算，并应符合下列要求：

（1）全预应力混凝土构件，在作用（或荷载）短期效应组合下

$$\sigma_{st}-0.85\sigma_{pc}\le 0 \tag{13-102}$$

（2）预应力混凝土 A 类构件，在作用（或荷载）短期效应组合下

$$\sigma_{st}-\sigma_{pc}\le 0.70f_{tk} \tag{13-103}$$

但在荷载长期效应组合下

$$\sigma_{lt}-\sigma_{pc}\le 0 \tag{13-104}$$

### 13.5.2 斜截面抗裂性验算

预应力混凝土梁的腹部出现斜裂缝是不能自动闭合的，它不像梁的弯曲裂缝，在使用阶段的大多数情况下可能是闭合的。因此，对梁的斜裂缝控制应更严格些，无论哪类受弯构件均不希望出现斜裂缝，因此都要进行斜裂缝抗裂验算。由于梁体内有预应力存在，尤其是后张法预应力混凝土构件，预应力钢筋可通过合理布置来大大抵消由作用引起的主拉应力，因此也容易满足斜截面抗裂的要求。主拉应力的验算，在跨径方向应选择剪力与弯矩均较大的最不利区段截面进行，且应选择计算截面重心处和宽度剧烈变化处作为计算点进行验算。斜截面抗裂性验算只需验算在作用（或荷载）短期效应组合下的混凝土主拉应力。

1）作用（或荷载）短期效应组合下的混凝土主拉应力的计算

预应力混凝土受弯构件由作用（或荷载）短期效应组合和预加力产生的混凝土主拉应力$\sigma_{tp}$可按下式计算：

$$\sigma_{tp}=\frac{\sigma_{cx}+\sigma_{cy}}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma_{cx}-\sigma_{cy}}{2}\right)^2+\tau^2} \tag{13-105}$$

式中：$\sigma_{cx}$——在计算主应力点，由预加力和按作用（或荷载）短期效应组合计算的弯矩$M_s$产生的混凝土法向应力；先张法构件按式（13-79）计算，后张法构件按式（13-80）计算；可变作用弯矩值取按作用（或荷载）短期效应组合的弯矩值；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$\sigma_{cy}$——由竖向预应力钢筋的预加力产生的混凝土竖向压应力，可按式（13-81）计算：

$\tau$——在计算主应力点，按作用（或荷载）短期效应组合计算的剪力产生的混凝土剪应力；当计算截面作用有扭矩时，尚应考虑由扭矩引起的剪应力。对于等高度梁，截面上任一点在作用（或荷载）短期效应组合下的剪应力$\tau$可按下式计算：

先张法构件 $$\tau = \frac{V_{Go,1}S_o}{bI_o} + \frac{(V_{Go,2}+V_{Ql})S_o}{bI_o} \quad (13\text{-}106)$$

后张法构件 $$\tau = \frac{V_{Go,1}S_n}{bI_n} + \frac{(V_{Go,2}+V_{Ql})S_o}{bI_o} - \frac{\sum \sigma''_{pe}A_{pb}\sin\theta_p S_n}{bI_n} \quad (13\text{-}107)$$

$V_{Go,1}$、$V_{Go,2}$—— 分别为一期恒载和二期恒载引起的剪力标准值；

$V_{Qs}$——按作用（或荷载）短期效应组合计算的可变作用引起的剪力值；对于简支梁，可按下式计算：

$$V_{Qs} = \psi_{11}V_{Q,v} + \psi_{12}V_{Q,pe} = 0.7V_{Q,v} + 1.0V_{Q,pe} \quad (13\text{-}108)$$

$V_{Q,v}$、$V_{Q,pe}$——分别为汽车荷载效应（不计冲击系数）和人群荷载效应引起的剪力标准值；

其余各符号意义同式（13-82）和式（13-83）。

以上公式中均取压应力为正，拉应力为负。对变高度预应力混凝土连续梁，计算由作用（或荷载）引起的剪应力时，可参照《公路桥规》附录 B 计算截面上弯矩和轴向力产生的附加剪应力。

2）混凝土主拉应力限值

验算主拉应力的目的，在于防止产生自受弯构件腹部中间开始的斜裂缝，而且要求至少应具有与正截面同样的抗裂安全度，故对混凝土主拉应力的数值应予以限制。当算出的混凝土主拉应力不符合下列规定时，则应修改构件截面尺寸。

（1）全预应力混凝土构件，在作用（或荷载）短期效应组合下

预制构件 $$\sigma_{tp} \le 0.6 f_{tk} \quad (13\text{-}109)$$

现场现浇（包括预制拼装）构件 $$\sigma_{tp} \le 0.4 f_{tk} \quad (13\text{-}110)$$

（2）预应力混凝土 A 类构件和允许开裂的 B 类构件，在作用（或荷载）短期预应力组合下

预制构件 $$\sigma_{tp} \le 0.7 f_{tk} \quad (13\text{-}111)$$

现场现浇（包括预制拼装）构件 $$\sigma_{tp} \le 0.5 f_{tk} \quad (13\text{-}112)$$

## 13.6 变形计算

预应力混凝土构件一般都采用高强度材料，故其截面尺寸较普通钢筋混凝土构件小，而



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

且预应力混凝土结构所使用的跨径范围一般也较大。因此，设计中应注意预应力混凝土梁的挠度验算，以避免因挠度过大而影响桥梁的使用功能。

预应力混凝土受弯构件的挠度，是由偏心预加力 $N_p$ 引起的上挠度（又称上拱度或反拱度），和外荷载（恒载与活载）所产生的下挠度两部分所组成。对于跨径不大的预应力混凝土简支梁，其总挠度一般是比较小的。挠度的精确计算，应同时考虑混凝土收缩、徐变、弹性模量等随时间而变化的影响因素，计算时常需借助于计算机。但对于简支梁等，挠度计算采用以下实用计算方法所得的结果，已能满足要求。

### 13.6.1 预加力引起的上拱度

预应力混凝土受弯构件的向上反拱，是由预加力 $N_p$ 作用引起的，它与外荷载引起的挠度方向相反，故又称上拱度或反拱度。在预应力作用下预应力混凝土受弯构件的上拱度，可根据给定的构件刚度用结构力学的方法计算。例如后张法简支梁跨中的上拱度，其值为：

$$\delta_{pe}=\int_0^l \frac{M_{pe}\cdot\overline{M_x}}{EI}dx \tag{13-113}$$

式中：$M_{pe}$——由永存预加力（永存预应力的合力）在任意截面 $x$ 处所引起的弯矩值；

$\overline{M_x}$——跨中作用单位力时在任意截面 $x$ 处所产生的弯矩值；

$EI$——构件抗弯刚度，计算时按实际情况取值。

### 13.6.2 使用荷载作用下的挠度

在使用荷载作用下，预应力混凝土（包括全预应力混凝土与部分预应力混凝土）受弯构件的挠度，同样可近似地按结构力学的公式进行计算。但计算中所涉及的构件抗弯刚度，将随荷载的增加而下降，而且变化范围较大。因此，挠度计算的准确度，将主要在于如何合理地确定能够反映构件实际情况的抗弯刚度。

《公路桥规》规定，对于全预应力构件以及部分预应力混凝土 A 类构件，取抗弯刚度为 $B_0=0.95E_cI_0$，挠度可直接按下式计算：

$$\delta_{Ms}=\frac{\alpha l^2}{0.95E_c}\frac{M_s}{I_0} \tag{13-114}$$

式中：$l$——梁的计算跨径；

$\alpha$——挠度系数，与弯矩图形状和支承的约束条件有关（表 13-3）；

$M_s$——按作用（或荷载）短期效应组合计算的弯矩；

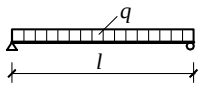
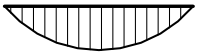
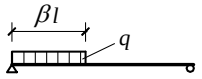
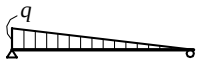
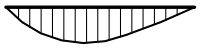
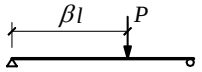
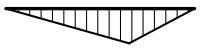
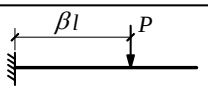
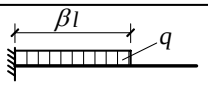
$I_0$——构件全截面的换算截面惯性矩。

对于部分预应力混凝土 B 类构件，其挠度计算方法见第 14 章。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

梁的最大弯矩 $M_{max}$ 和跨中（或悬臂端）挠度系数 $\alpha$ 表达　　表 13-3

| 荷 载 图 式 | 弯矩图和最大弯矩 $M_{max}$ | 挠 度 系 数 $\alpha$ |
|---|---|---|
|  |  $\frac{ql^2}{8}$ | $\frac{5}{48}$ |
|  |  $\frac{\beta^2(2-\beta)^2ql^2}{8}$ | $\beta\leqslant\frac{1}{2}$时：$\frac{3-2\beta}{12(2-\beta)^2}$<br>$\beta>\frac{1}{2}$时：$\frac{4\beta^4-10\beta^3+9\beta^2-2\beta+0.25}{12\beta^2(\beta-2)^2}$ |
|  |  $\frac{ql^2}{15.625}$ | $\frac{5}{48}$ |
|  |  $P\beta(1-\beta)l$ | $\beta\geqslant\frac{1}{2}$时：$\frac{4\beta^2-8\beta+1}{-48\beta}$ |
|  |  $P\beta l$ | $\frac{\beta(3-\beta)}{6}$ |
|  |  $\frac{q\beta^2l^2}{2}$ | $\frac{\beta(4-\beta)}{12}$ |

### 13.6.3　预应力混凝土受弯构件的总挠度

1）荷载短期效应组合下的总挠度 $\delta$

$$\delta_s=-\delta_{pe}+\delta_{Ms} \tag{13-115}$$

式中：$\delta_{pe}$——永存预加力 $N_{pe}$ 所产生的上挠度，按式（13-113）计算；

$\delta_{Ms}$——由作用（或荷载）短期效应组合计算的弯矩值引起的挠度值；即

$$\delta_{Ms}=\delta_{Go,1}+\delta_{Go,2}+\delta_{Qs} \tag{13-116}$$

$\delta_{Go,1}$、$\delta_{Go,2}$—— 分别为梁受一期恒载 $G_1$ 和二期恒载 $G_2$ 作用而产生的挠度值；计算时可不考虑后张法孔道削弱对 $M_{Go,1}$ 引起的挠度的影响，近似采用 $I_0$；

$\delta_{Qs}$——按作用（或荷载）短期效应组合计算所得的弯矩作用而产生的挠度值；对于简支梁，可按下式计算：

$$\delta_{Qs}=\psi_{11}\delta_{Q,v}+\psi_{12}\delta_{Q,p}=0.7\delta_{Q,v}+1.0\delta_{Q,p} \tag{13-117}$$

$\psi_{11}$、$\psi_{12}$——分别为短期效应组合计算中的汽车荷载效应和人群荷载效应的频遇值系数；

$\delta_{Q,v}$、$\delta_{Q,pe}$——分别为汽车荷载效应（不计冲击系数）和人群荷载效应引起的弯矩标准值



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

作用而产生的挠度值。

2）荷载短期效应组合并考虑长期效应影响的挠度值

预应力混凝土受弯构件随时间的增长，由于受压区混凝土徐变、钢筋平均应变增大、受压区与受拉区混凝土收缩不一致导致构件曲率增大以及混凝土弹性模量降低等原因，使得构件挠度增加。因此，计算受弯构件挠度时必须考虑荷载长期作用的影响。《公路桥规》中通过挠度长期增长系数$\eta_\theta$来实现，即对荷载短期效应组合计算的挠度值乘以系数$\eta_{\theta,Ms}$得到考虑荷载长期效应的挠度值，同时对预加力引起的反拱值也乘以长期系数$\eta_{\theta,pe}$得到长期效应的反拱值。具体可按下式计算：

$$\begin{aligned}\delta_l &= -\eta_{\theta,pe}\cdot\delta_{pe}+\eta_{\theta,Ms}\cdot\delta_{Ms}\\ &= -\eta_{\theta,pe}\cdot\delta_{pe}+\eta_{\theta,Ms}\cdot(\delta_{Go,1}+\delta_{Go,2}+\delta_{Qs})\end{aligned} \tag{13-118}$$

式中：$\delta_l$——考虑长期荷载效应的挠度值；

$\eta_{\theta,pe}$——预加力反拱值长期增长系数；计算使用阶段预加力反拱值时，预应力钢筋的预加力应扣除全部预应力损失，并取$\eta_{\theta,pe}=2$；

$\eta_{\theta,Ms}$——短期荷载效应组合考虑长期效应的挠度长期增长系数；当梁体采用 C40 以下混凝土时，$\eta_{\theta,Ms}=1.60$；当采用 C40～C80 混凝土时，$\eta_{\theta,Ms}$＝1.45～1.35，中间强度可适当插入取用；

预应力混凝土受弯构件，在短期荷载组合考虑长期效应影响下最大竖向挠度的容许值，与钢筋混凝土桥梁相同。

### 13.6.4 预拱度的设置

由于存在上拱度$\delta_{pe}$，预应力混凝土简支梁，一般可不设置预拱度。但当梁的跨径较大，或对于下缘混凝土预压应力不是很大的构件（例如部分预应力混凝土构件），有时会因恒载的长期作用产生过大挠度。故《公路桥规》规定，预应力混凝土受弯构件由预加应力产生的长期反拱值大于按荷载短期效应组合计算的长期挠度时，可不设预拱度；当预加应力的长期反拱值小于按荷载短期组合计算的长期挠度时应设预拱度，预拱度值$\Delta$按该项荷载的挠度值与预加应力长期反拱值之差采用，即：

$$\Delta=\eta_{\theta,Ms}\delta_{Ms}-\eta_{\theta,pe}\delta_{pe} \tag{13-119}$$

对自重相对于活载较小的预应力混凝土受弯构件，应考虑预加力作用使梁的上拱值过大可能造成的不利影响，必要时采取倒拱度，或设计和施工上的措施，避免桥面隆起甚至开裂破坏。设置预拱度时，应按最大的预拱值沿顺桥向做成平顺的曲线。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 13.7 端部锚固区计算

### 13.7.1 后张法构件锚下局部承压计算

1）端部锚固区的受力分析

在构件端部或其它布置锚具的地方，巨大的预加压力 $N_p$，将通过锚具及其下面不大的垫板面积传递给混凝土。要将这个集中预加力均匀地传递到梁体的整个截面，需要一个过渡区段才能完成。实验和理论研究表明，这个过渡区段长度约等于构件的高度 $H$ ,因此又常把等于构件高度 $H$ 的这一过渡区段称为端块。端块的受力情况比较复杂，在靠近垫板处产生横向压应力，在其它部位则产生横向拉应力。当锚具的吨位很大时，这种拉应力可达到很可观的数值，有可能导致构件纵向开裂。此外，端块区域也是主拉应力的高发区，由于上述拉应力的存在，加大了主拉应力，也可能使构件出现斜裂缝。因此，对于后张法预应力混凝土构件，需计算锚下的局部承压强度和局部承压区的抗裂性，以防止在横向拉应力的作用下出现裂缝。

2）梁端锚固区段的构造要求

梁端锚固区的应力状态比较复杂，设计时应采取补强措施。锚具下应设置厚度不小于16mm 的垫板或采用具有喇叭管的锚具垫板。梁端平面尺寸由锚具尺寸、锚具间距以及张拉千斤顶的要求等布置而定。在锚下的梁体内，尚须放置钢筋网或螺旋箍筋。螺旋筋的直径为 $\phi 6 \sim \phi 8$，螺旋间距 $s = (30 \sim 80)\text{mm}$；钢筋网格的钢筋直径和间距与螺旋筋相同，其网格边长不宜大于 75mm，网格外形尺寸或螺旋直径，根据局部承压面积确定，网格在两个方向的钢筋截面面积相差不应大于 50%。钢筋网或螺旋筋应尽量接近承压表面布置，距离承压面不宜大于 35mm。其布置深度方格网不应少于 4 层，螺旋筋不应少于 4 圈；带喇叭管的锚具垫板，板下螺旋筋圈数的长度不应小于喇叭管长度。锚垫板下的间接钢筋体积配筋率 $\rho_v$ 不应小于 0.5%。

3）后张法预应力混凝土构件锚下承压验算

锚下局部承压验算的方法可参阅第 10 章进行。其计算过程如下：

（1）局部受压区锚下混凝土抗裂计算

局部受压区锚下混凝土抗裂计算属于正常使用极限状态计算。配置间接钢筋的混凝土构件，其局部受压区的尺寸应满足下列锚下混凝土抗裂计算的要求：

$$F_{lk} \leqslant 0.8\eta_s \beta f_{ck} A_{ln} \tag{13-120}$$

且须满足

$$\eta_s \beta \geq 1 \tag{13-121}$$

其中

$$\beta = \sqrt{\frac{A_b}{A_l}} \tag{13-122}$$

式中：$F_{lk}$——局部受压面积上的局部压力标准值；对后张法构件的锚头局压区，可取张拉时最大压力；

$A_{ln}$、$A_l$——混凝土局部受压面积，当局部受压面有孔洞时，$A_{ln}$ 为扣除孔洞后的面积，$A_l$ 为不扣除孔洞的面积。当受压面积设有钢垫板时，局部受压面积应计入在垫板



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

中按 45°刚性角扩大的面积；对于具有喇叭管并与垫板连成整体的锚具，$A_{ln}$ 可取垫板面积扣除喇叭管尾端内孔面积。

其余符号参阅第 10 章。

（2）局部抗压承载能力计算

局部抗压承载能力计算属于承载能力极限状态计算，计算公式为：

$$\gamma_0 F_{ld} \leqslant 0.9(\eta_s \beta f_{cd} + 2\rho_v \beta_{cor} f_{sd}) A_{ln} \tag{13-123}$$

式中的 $F_{ld}$ 为局部受压面积上的局部压力设计值；对后张法构件的锚头局部承压区，可取 1.2 倍张拉时的最大压力；其余符号参阅第 10 章。

在后张法构件的锚头局部承压区，宜对其长度相当于一倍梁高的端块进行应力分析，垫板下除配置间接钢筋外，还应根据局部应力分析配置封闭式箍筋，以分布这个区域可能出现的裂缝，端部局部应力分析所配置的箍筋可将构造箍筋包括在内。

### 13.7.2 先张法构件预应力钢筋的传递长度与锚固长度

先张法构件预应力钢筋的两端，一般不设置永久性锚具，而是通过钢筋与混凝土之间的粘结力作用来达到锚固的要求。在预应力钢筋放张时，构件端部外露处的钢筋应力由原有的预拉应力变为零，钢筋在该处的拉应变也相应变为零，钢筋将向构件内部产生内缩、滑移，但钢筋与混凝土间的粘结力将阻止钢筋内缩。经过自端部起至某一截面的 $l_{tr}$ 长度后，钢筋内缩将被完全阻止，说明 $l_{tr}$ 长度范围内粘结力之和正好等于钢筋中的有效预拉力 $N_{pe} = \sigma_{pe} A_p$，且钢筋在 $l_{tr}$ 以后的各截面将保持有效预应力 $\sigma_{pe}$。钢筋从应力为零的端面到应力为 $\sigma_{pe}$ 的这一长度 $l_{tr}$（图 13-14b），称为预应力钢筋的传递长度。同理，当构件达到承载能力极限状态时，预应力筋应力将达到其抗拉设计强度 $f_{pd}$，可以想象，此时钢筋将继续内缩（因 $f_{pd} > \sigma_{pe}$），直到内缩长度达到 $l_a$ 时才会完全停止。于是把钢筋从应力为零的端面至钢筋应力为 $f_{pd}$ 的截面为止的这一长度 $l_a$，称之为锚固长度。这一长度可保证钢筋在应力达到 $f_{pd}$ 时不致被拔出。

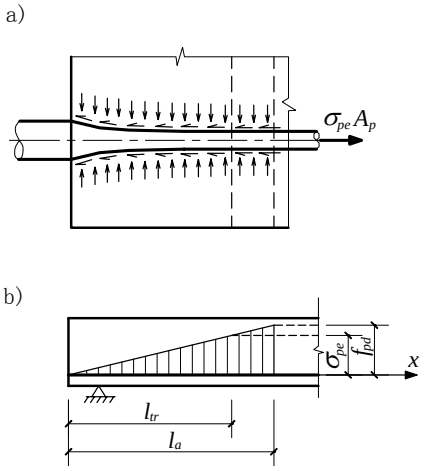



图 13-14　先张法预应力筋的锚固

a）端部预应力钢筋内缩示意图；b）预应力钢筋的传递长度和锚固长度

钢筋在内缩过程中，使传递长度范围内的胶结力一部分遭到破坏。但钢筋内缩也使其直



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

径变粗，且愈近端部愈粗，形成锚楔作用。由于周围混凝土限制其直径变粗而引起较大的径向压力（图 13-14a），由此所产生的相应摩擦力，要比普通钢筋混凝土中由于混凝土收缩所产生的摩擦力要大得多，这是预应力钢筋应力传递的有利因素。可以看出，先张法构件端部整个应力传递长度范围内受力情况比较复杂。为了设计计算的方便，《公路桥规》考虑以上各因素后，将预应力钢筋的传递长度$l_{tr}$和锚固长度$l_a$具体规定如附表 2-7 所示。同时建议，将传递长度和锚固长度范围内的预应力钢筋的应力（从零至$\sigma_{pe}$或$f_{pd}$），假定按直线变化计算（图 13-14b）。因此，在端部锚固长度范围内计算斜截面强度时，预应力筋的应力$\sigma_{pe}$，应根据斜截面所处位置按直线内插求得。

此外还应注意的是，传递长度或锚固长度的起点，与放张的方法有关。当采用骤然放张（例如剪断）时，由于钢筋回缩的冲击将使构件端部混凝土的粘结力破坏，故其起点应自离构件端面 0.25$l_{tr}$处开始计算。

先张法构件的端部锚固区也需采取局部加强措施。对预应力钢筋端部周围混凝土通常采取的加强措施是：单根钢筋时，其端部宜设置长度不小于 150mm 的螺旋筋；当为多根预应力钢筋时，其端部在 10$d$（预应力筋直径）范围内，设置 3~5 片钢筋网。

## 13.8 预应力混凝土简支梁设计

前面已介绍了预应力混凝土受弯构件有关强度、应力和变形等方面的计算方法。本节将以预应力混凝土简支梁为例，介绍整个预应力混凝土受弯构件的设计计算方法，其中包括设计计算步骤、截面设计、钢筋数量的估算与布置，以及构造要求等内容。

### 13.8.1 设计计算步骤

预应力混凝土梁的设计计算步骤，和钢筋混凝土梁相类似。现以后张法简支梁为例，其设计计算步骤如下：

（1）根据设计要求，参照已有设计的图纸与资料，选定构件的截面型式与相应尺寸；或者直接对弯矩最大截面，根据截面抗弯要求初步估算构件混凝土截面尺寸；

（2）根据结构可能出现的荷载组合，计算控制截面最大的设计弯矩和剪力；

（3）根据正截面抗弯要求和已初定的混凝土截面尺寸，估算预应力钢筋的数量，并进行合理地布置；

（4）计算主梁截面几何特性；

（5）确定预应力钢筋的张拉控制应力，估算各项预应力损失并计算各阶段相应的有效预应力；

（6）按短暂状况和持久状况进行构件的应力验算；

（7）进行正截面与斜截面的抗裂验算；

（8）进行正截面与斜截面承载能力计算；

（9）主梁的变形计算；

（10）锚固局部承压计算与锚固区设计。

### 13.8.2 预应力混凝土简支梁的截面设计



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

1）预应力混凝土梁抗弯效率指标

预应力混凝土梁抵抗外弯矩的机理，与钢筋混凝土梁不同。钢筋混凝土梁的抵抗弯矩，主要是由变化的钢筋应力的合力（或变化的混凝土压应力的合力），与固定的内力偶臂 $Z$ 的乘积所形成；而预应力混凝土梁，则是由基本不变的预加力 $N_{pe}$（或混凝土预压应力的合力），与随外弯矩变化而变化的内力偶臂 $Z$ 的乘积所组成。因此，对于预应力混凝土梁来说，其内力偶臂 $Z$ 所能变化的范围越大，则在预加力 $N_{pe}$ 相同的条件下，其所能抵抗外弯矩的能力也就越大，也即抗弯效率越高。在保证上、下缘混凝土不产生拉应力的条件下，内力偶臂 $Z$ 可能变化的最大范围只能是上核心距 $K_u$ 和下核心距 $K_b$ 之间，因此，截面抗弯效率可用参数 $\rho=\dfrac{K_u+K_b}{h}$（$h$ 为梁的全截面高度）来表示，并将 $\rho$ 称为抗弯效率指标，$\rho$ 值越高，表示所设计的预应力混凝土梁截面经济效率越高，$\rho$ 值实际上也是反映截面混凝土材料沿梁高分布的合理性，它与截面型式有关，例如，矩形截面的 $\rho$ 值为 1/3，而空心板梁则随挖空率而变化，一般为 0.4~0.55，T 形截面梁亦可达到 0.50 左右。故在预应力混凝土梁截面设计时，应在设计与施工要求的前提下考虑选取合理的截面型式。

2）预应力混凝土梁的常用截面型式

现将工程实践中，预应力混凝土梁常用的一些截面型式（图 13-15）的特点及其适用场合简述如下，以供设计时选择、参考。

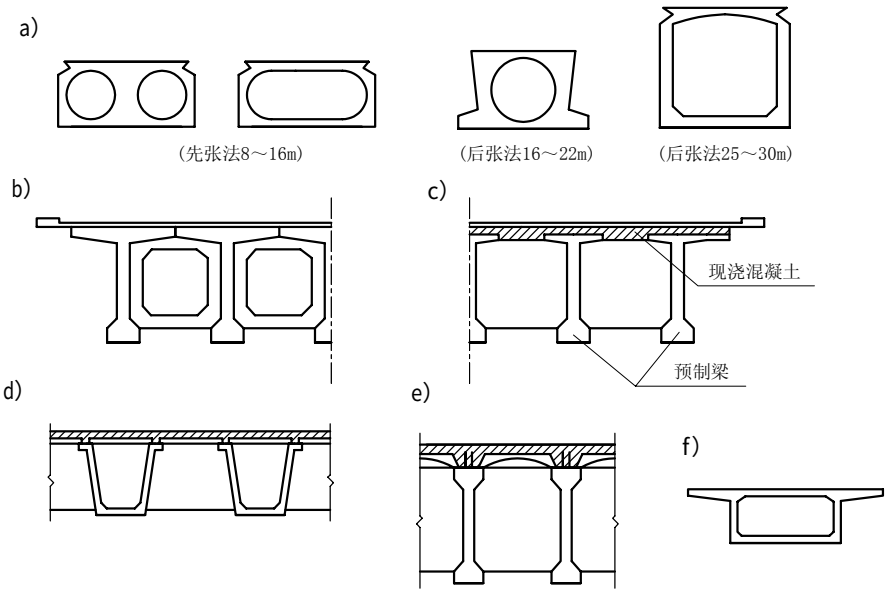



图 13-15　预应力混凝土梁的常用截面型式

a）预应力混凝土空心板；b）预应力混凝土 T 形梁；c）带现浇翼板的预制预应力混凝土 T 形梁；d）预应力混凝土组合箱形梁；e）预应力混凝土组合 T 形梁；f）预应力混凝土箱形梁

（1）预应力混凝土空心板（图 13-15a）。其芯模可采用圆形、圆端形等形式，跨径较大的后张法空心板则向薄壁箱形截面靠拢，仅顶板做成拱形。施工方法一般采用场制直线配筋的先张法（多用长线法生产）。通常用于跨径 8~20m 的桥梁。近年，空心板跨径有加大的趋势，方法也由先张法扩展至后张法；预应力钢筋的使用从有粘结扩展到无粘结；板宽由过去的 1m 扩展到 1.4m 等。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（2）预应力混凝土 T 形梁（图 13-15b）。这是我国最常用的预应力混凝土简支梁截面型式。标准设计跨径为（25~40）m，一般采用后张法施工。预应力筋束，过去常用$24\phi^{w}5$或$18\phi^{w}5$，与弗氏锚具配套使用；现在多用$6\phi^{s}15$或$7\phi^{s}15$钢铰线束，与夹片锚具配套使用。在梁肋下部，为了布置筋束和承受强大预压力的需要，常加厚成“马蹄”形。T 梁的梁肋主要是承受剪应力和主应力，一般做得较薄；但构造上要求应能满足布置预留孔道的需要，一般最小为（14~16）cm，而梁端锚固区段（即约等于梁高的范围）内，应满足布置锚具和局部承压的需要，故常将其做成与“马蹄”同宽。其上翼缘宽度，一般为 1.6~2.5m，随跨径增大而增加。预应力混凝土简支 T 形梁的高跨比一般为 1/15~1/25。预应力混凝土预制 T 形梁的吊装重量较大，如 50m 跨径的 T 形梁重量每片达到 1400kN，其跨径及重量往往受起吊设备的限制。

（3）带现浇翼板的预制预应力混凝土 T 形梁（图 13-15c）。它是在预制短翼 T 形梁安装定位后，再现浇部分翼板、横梁和桥面混凝土使截面整体化的。其受力性能如同 T 形截面梁，但横向联系较 T 形梁好。其部分翼缘为现浇，故其起吊重量相对较轻。特别是它能较好地适用于各种斜度的斜梁桥或曲率半径较大的弯梁桥，在平面布置时较易处理。

（4）预应力混凝土组合箱形梁（图 13-15d）一般采用标准设计，工厂预制，用先张法施工。适用于跨径为（16~25）m 的中小跨径桥梁。高跨比$h/l$约为 1/16~1/20。

（5）预应力混凝土组合 T 形梁（图 13-15e）。为了减轻吊装重量，而采用预应力混凝土 I 字梁加预制微弯板（或钢筋混凝土板）形成的组合式梁。现有标准设计图纸的跨径为（16~20）m，高跨比$h/l$为 1/16~1/18。此种截面型式，因梁肋受力条件不利，故不如整体式 T 形梁用料经济。施工中应注意加强结合面处的连接，以保证肋与板能共同工作。

（6）预应力混凝土箱形梁（图 13-15f）。箱形梁的截面为闭口截面，其抗扭刚度和横向刚度比一般开口截面（如 T 形截面梁）大得多，可使梁的荷载分布比较均匀，箱壁一般做得较薄，材料利用合理，自重较轻，跨越能力大。箱形截面梁更多的是用于连续梁，T 型刚构等大跨度桥梁中。

### 13.8.3 截面尺寸和预应力钢筋数量的选定

#### 1）截面尺寸

截面尺寸的选择，一般是参考已有设计资料、经验方法及桥梁设计中的具体要求事先拟定的，然后根据有关规范的要求进行配筋验算，如计算结果表明预估的截面尺寸不符合要求时，则须再作必要的修改。

#### 2）预应力钢筋截面积的估算

（1）按承载能力极限状态进行估算

以矩形截面梁为例（图 13-7），设$b$、$h_0$为已知，且设$A_s = A'_s \approx 0$，则式（13-40）和（13-37）可分别改写为：

$$M_d \leqslant \frac{1}{\gamma_0} f_{cd} bx(h_0 - x/2)$$

$$f_{pd} A_p = f_{cd} bx$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

如上式取等号，并将两式联立求解，可得所需的预应力钢筋的面积 $A_y$ 为：

$$A_p = \frac{f_{cd} b h_0}{f_{pd}} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2\gamma_o M_d}{f_{cd} b h_0^2}} \right] \tag{13-124}$$

式中：$b$ 、$h_0$ ——构件混凝土截面尺寸；其中 $h_0$ 可近似按 $h_0 = 0.8h$ （ $h$ 为梁全高）计算；

$f_{cd}$ ——混凝土轴心抗压强度设计值；

$f_{pd}$ ——预应力钢筋的抗拉强度设计值；

$\gamma_0$ ——桥梁结构重要性系数，按公路桥涵的设计等级，一级、二级和三级分别取 1.1、1.0 和 0.9；

$M_d$ ——按《公路桥规》计算的截面弯矩组合设计值。

对于常用带马蹄的预应力混凝土 T 形梁，其预应力钢筋的数量，可按下列公式估算：

$$A_p = \frac{\gamma_0 M_d}{\alpha h f_{pd}} \tag{13-125}$$

式中：$\alpha$ ——设计经验系数，一般可取 $\alpha$ =0.75~0.77。

其余符号，意义同前。

（2）按短暂状况和持久状况的应力限值以及抗裂验算的应力的限制值进行估算

以后张法构件为例，进行预应力钢筋截面积估算时，截面几何特性可近似地不计预留孔道削弱的影响。

按短暂状况计算预加力阶段构件下缘的压应力限值估算，由式（13-66）可得：

$$\sigma_{cc}^t = \frac{N_{pI}}{A}\left(1 + \frac{e_p y_b}{i^2}\right) - \frac{M_{Go,1} y_b}{I} \leqslant [\sigma_{cc}^t]_1 \tag{A}$$

按持久状况计算构件上缘的压应力限值估算，由式（13-73）可得：

$$\sigma_{cc}^t = \frac{\alpha N_{pI}}{A}\left(1 - \frac{e_p y_u}{i^2}\right) + \frac{(M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_Q)}{I} y_u \leqslant [\sigma_{cc}^t]_2 \tag{B}$$

抗裂验算中按荷载短期效应组合计算对截面下缘的拉应力要求，对全预应力混凝土梁，由（13-102）可得：

$$\frac{\left(M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_{Qs}\right)}{I} \cdot y_b - 0.85 \frac{\alpha N_{pI}}{A}\left(1 + \frac{e_p y_b}{i^2}\right) \leqslant 0 \tag{C}$$

式中：$N_{pI}$ ——传力锚固时预应力钢筋的合力；

$A$ 、$I$ ——构件混凝土全截面的面积和惯性矩；

$i$ ——构件混凝土全截面的回转半径：$i^2 = I / A$ ；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$e_p$——预应力钢筋的合力作用点至截面重心轴的距离；

$y_u$、$y_b$——分别为截面上、下边缘纤维至构件混凝土截面重心轴的距离；

$M_{Go,1}$——构件一期恒载在计算截面处引起的弯矩标准值；

$M_{Go,2}$——构件二期恒载在计算截面处引起的弯矩标准值；

$M_Q$——由可变作用（或荷载）标准值组合计算的弯矩值；

$M_{Qs}$——按作用（或荷载）短期效应组合计算的可变荷载弯矩值；

$\alpha$——考虑预应力损失全部出现后的永存预加力 $N_{pe}$，与传力锚固时的有效预加力 $N_{pI}$ 的比值；对于采用采用高强钢丝或钢绞线的后张法简支梁，初估预应力钢筋面积时，可近似地取 $\alpha=0.8$；

$[\sigma_{cc}^t]_1$、$[\sigma_{cc}^t]_2$——按短暂状况、持久状况应力计算的构件压应力限值。

可将（A）、（B）、（C）转化如下：

对于应力验算为：

$$\frac{1}{N_{pI}} \geqslant \frac{(e_p y_b / i^2 + 1)}{A(M_{Go,1} \cdot y_b / I + [\sigma_{cc}^t]_1)} \tag{D}$$

$$\frac{1}{N_{pI}} \geqslant \frac{\alpha(1 - e_p y_u / i^2)}{A([\sigma_{cc}^t]_2 - \dfrac{M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_Q}{I} \cdot y_u)} \tag{E}$$

对于抗裂验算为：

$$\frac{1}{N_{pI}} \leqslant \frac{0.85\alpha(i^2 + e_p \cdot y_b)}{(M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_{Qs}) \cdot y_b} \tag{F}$$

从麦尼尔不等式中可以看出：$1/N_{pI}$ 与 $e_p$ 之间是线性关系，因而，当混凝土截面尺寸选定后，就可以很方便地利用图解法，初步定出符合设计条件的 $N_{pI}$ 值与 $e_p$ 值可供选用的范围（图 13-16 中的阴影部分）。根据选定的 $N_{pI}$ 值，再确定适当的张拉控制应力 $\sigma_{con}$，扣除第一阶段应力损失，求得传力锚固时的有效预应力 $\sigma_{pI}$（对于配高强钢丝或钢铰线的后张法构件约为 $\sigma_{con}$ 的 0.8 倍），就可以估算出所需要的预应力钢筋的总面积 $A_p$。

$A_p$ 确定之后，则可按一束预应力钢筋的面积 $A_{p1}$ 算出所需的预应力钢筋束数 $n_1$ 为

$$n_1 = A_p / A_{p1} \tag{13-126}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中的 $A_{p1}$ 为一束预应力钢筋的截面面积。

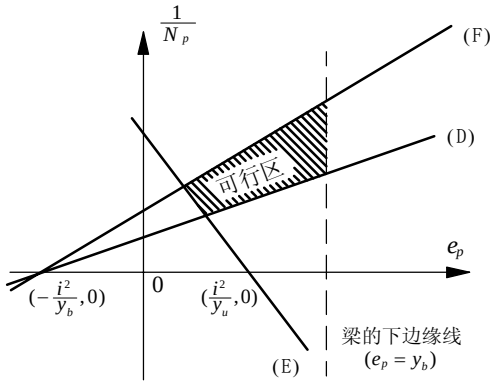



图 13-16 预应力钢筋面积估算图

### 13.8.4 预应力钢筋的布置

#### 1）束界

合理确定预加力作用点（一般近似地取为预应力钢筋截面重心）的位置对预应力混凝土梁是很重要的。以全预应力混凝土简支梁为例，在内力弯矩最大的跨中截面处，应尽可能使预应力钢筋的重心降低（即尽量增大偏心距 $e_p$ 值），使之产生较大的预应力负弯矩 $M_p=-N_pe_p$ 来平衡外荷载引起的正弯矩。但对于外荷载弯矩较小的其它截面，如令 $N_p$ 近似不变，则应相应地减小偏心距 $e_p$ 值，以免由于过大的预应力负弯矩 $M_p$，而引起构件上缘的混凝土出现拉应力。

根据全预应力混凝土构件截面上、下缘混凝土不出现拉应力的原则，可以按照在最小外荷载（即构件一期恒载 $G_1$）作用下，和最不利荷载（即一期恒载 $G_1$、二期恒载 $G_2$ 和可变荷载）作用下的两种情况，分别确定 $N_p$ 在各个截面上偏心距的极限。由此可以绘出如图 13-17 所示的两条 $e_p$ 的限值线 $E_1$ 和 $E_2$。只要 $N_p$ 作用点（也即近似为预应力钢筋的截面重心）的位置，落在由 $E_1$ 及 $E_2$ 所围成的区域内，就能保证构件在最小外荷载和最不利荷载作用下，其上、下缘混凝土均不会出现拉应力。因此，把由 $E_1$ 和 $E_2$ 两条曲线所围成的布置预应力钢筋时的钢筋重心界限，称为束界（或索界）。

根据上述原则，可以容易地按下列方法绘制全预应力混凝土等截面简支梁的束界。

为使计算方便，近似地略去孔道削弱和灌浆后粘结力的影响，一律按混凝土全截面特性计算，并设压应力为正，拉应力为负。

在预加应力阶段，保证梁的上缘混凝土不出现拉应力的条件是：

$$\sigma_{ct}=\frac{N_{pI}}{A}-\frac{N_{pI}e_{pI}}{W_u}+\frac{M_{Go,1}}{W_u}\geqslant 0$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

由此求得：

$$e_{p1} \leqslant E_1 = K_b + M_{Go,1} / N_{p1} \qquad (13\text{-}127)$$

式中：$e_{pI}$——预加力合力的偏心距；设在构件截面重心轴以下为正，反之为负；

$K_b$——混凝土截面下核心距：$K_b = W_u / A$；

$W_u$——构件全截面对截面上缘的截面抵抗矩；

$N_{pI}$——传力锚固时的预加力。

同理，在使用荷载作用下，根据保证构件下缘不出现拉应力的条件，同样可以求得预加力合力偏心距$e_{p2}$为：

$$e_{p2} \geqslant E_2 = \frac{M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_Q}{\alpha N_{pI}} - K_u \qquad (13\text{-}128)$$

式中：$M_Q$——由可变作用（或荷载）标准值组合计算的弯矩值；

$\alpha$——使用阶段的永存预加力$N_{pe}$与传力锚固时的有效预加力$N_{pI}$之比值，可近似地取$\alpha$=0.8；

$K_u$——混凝土截面上核心距：$K_u = W_b / A$；

$W_b$——构件全截面对截面下缘的截面抵抗矩。

由式（13-127）、（13-128）可以看出：$e_{p1}$、$e_{p2}$分别具有与弯矩$M_{Go,1}$和弯矩（$M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_Q$）相似的变化规律，都可视为沿跨径而变化的抛物线，其上下限值$E_2$、$E_1$之间的区域就是束筋配置范围。由此可知，预应力钢筋重心位置（即$e_p$）所应遵循的条件是：

$$\frac{M_{Go,1} + M_{Go,2} + M_Q}{\alpha N_{pI}} - K_u \leqslant e_p \leqslant K_b + \frac{M_{Go,1}}{N_{pI}} \qquad (13\text{-}129)$$

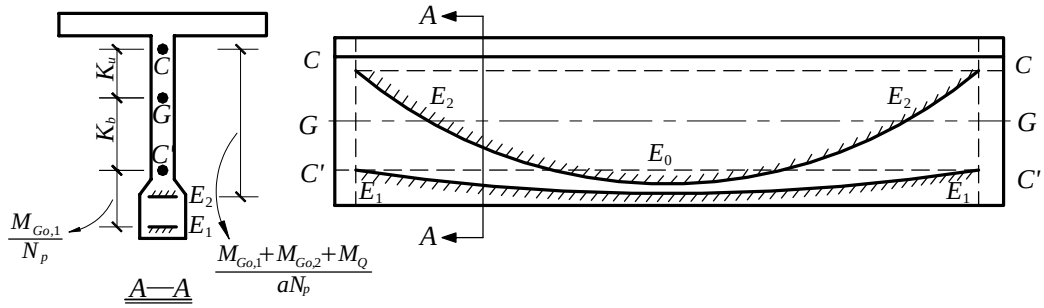



图 13-17　全预应力混凝土简支梁的束界图

只要预应力钢筋重心线的偏心距$e_p$，满足式（13-129）的要求，就可以保证构件在预



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

加力阶段和使用荷载阶段，其上、下缘混凝土都不会出现拉应力。这对于检验预应力钢筋配置是否得当，无疑是一个简便而直观的方法。

显然，对于允许出现拉应力或允许出现裂缝的部分预应力混凝土构件，只要根据构件上、下缘混凝土拉应力（包括名义拉应力）的不同限制值作相应的演算，则其束界也同样不难确定。

2）预应力钢筋的布置原则

（1）预应力钢筋的布置，应使其重心线不超出束界范围。因此，大部分预应力钢筋在靠近支点时，均须逐步弯起。只有这样，才能保证构件无论是在施工阶段，还是在使用阶段，其任意截面上、下缘混凝土的法向应力都不致超过规定的限制值。同时，构件端部逐步弯起的预应力钢筋将产生预剪力，这对抵消支点附近较大的外荷载剪力也是非常有利的；而且从构造上来说，预应力钢筋的弯起，可使锚固点分散，有利于锚具的布置。锚具的分散，使梁端部承受的集中力也相应地分散，这对改善锚固区的局部承压也是在利的。

（2）预应力钢筋弯起的角度，应与所承受的剪力变化规律相配合。根据受力要求，预应力钢筋弯起后所产生的预剪力$V_p$应能抵消永久与可变作用所引起的剪力$(V_{Go,1}+V_{Go,2}+V_Q)$的一部分。抵消后所剩余的外剪力，通常称为减余剪力，将其绘制成图，则称为减余剪力图，它是配置抗剪钢筋的依据。

（3）预应力钢筋的布置应符合构造要求。许多构造规定，一般虽未经详细计算，但却是根据长期设计、施工和使用的实践经验而确定的。这对保证构件的耐久性和满足设计、施工的具体要求，都是必不可少的。

3）预应力钢筋弯起点的确定

预应力钢筋的弯起点，应从兼顾剪力与弯矩两方面的受力要求来考虑。

（1）从受剪考虑，理论上应从$\gamma_0 V_d \geqslant V_{cs}$的截面开始起弯，以提供一部分预剪力$V_p$来抵抗作用产生的剪力。但实际上，受弯构件跨中部分的梁腹混凝土已足够承受荷载剪力，因此一般是根据经验，在跨径的三分点到四分点之间开始弯起。

（2）从受弯考虑，由于预应力钢筋弯起后，其重心线将往上移，使偏心距$e_p$变小，即预加力弯矩$M_p$将变小。因此，应注意预应力钢筋弯起后的正截面抗弯承载能力的要求。

（3）预应力钢筋的起弯点尚应考虑满足斜截面抗弯承载能力的要求，即保证预应力钢筋弯起后斜截面上的抗弯承载能力不低于斜截面顶端所在的正截面的抗弯承载能力。

4）预应力钢筋弯起角度

从减小曲线预应力钢筋预拉时摩阻应力损失出发，弯起角度$\theta_p$不宜大于20°，一般在梁端锚固时都不会达到此值，而对于弯出梁顶锚固的钢筋，则往往超过20°，$\theta_p$常在25°～30°之间。$\theta_p$角较大的预应力钢筋，应注意采取减小摩擦系数值的措施，以减小由此而引起的摩擦应力损失。

从控制总剪力出发，理论上可按$N_{pd}\sin\theta_p=(V_{Go,1}+V_{Go,2}+V_Q/2)$的条件来控制预应力钢筋的弯起角度$\theta_p$，但对于恒载较大（跨径较大）的梁，按此确定的$\theta_p$值显然过大。为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

此，只能在可能的条件下选择较大的$\theta_p$值，对于邻近支点的梁段，则可在满足抗弯承载能力要求的条件下，预应力钢筋弯起的数量应尽可能多些。

5）预应力钢筋弯起的曲线形状

预应力钢筋弯起的曲线可采用圆弧线、抛物线或悬链线三种形式。公路桥梁中多采用圆弧线。《公路桥规》规定，后张法构件预应力构件的曲线形预应力钢筋，其曲率半径应符合下列规定：

（1）钢丝束、钢绞线束的钢丝直径$d$ ≤5mm 时，不宜小于 4m；钢丝直径$d$ >5mm 时，不宜小于 6m；

（2）精轧螺纹钢筋直径$d$ ≤25mm 时，不宜小于 12m；直径$d$ >25mm 时，不宜小于 15m；

对于具有特殊用途的预应力钢筋（如斜拉桥桥塔中围箍用的环形预应力钢筋），因采取特殊的措施，不受此限。

6）预应力钢筋布置的具体要求

（1）后张法构件

对于后张法构件，预应力钢筋的水平净距及预应力钢筋预留孔道的水平净距，应保证混凝土中最大骨料在浇筑混凝土时能顺利通过，同时也要保证预留孔道间不致串孔（金属预埋波纹管除外）和锚具布置的要求等。后张法构件预应力钢筋管道的设置应符合下列规定：

①由钢管或橡胶管抽芯成型的预留孔道，其净距不小于 40mm；

②预埋金属或塑料波纹管和铁皮套的直线管道，其净距不小于 40mm，且不宜小于管道直径的 0.8 倍；在竖直方向可将两套管叠置；

③曲线形预应力钢筋管道在曲线平面内相邻管道间的最小距离（图 13-18）按下式计算：

$$C_{in} \geq \frac{p_d}{(0.266r\sqrt{f'_{cu}})} - \frac{d_s}{2} \qquad (13\text{-}130)$$

式中：$C_{in}$——相邻两曲线管道平面内净距(mm)；

$d_s$——管道外缘直径（mm）；

$p_d$——相邻两管道曲线半径较大的一根预应力钢筋的张拉力设计值(N)；张拉力可取扣除锚圈口摩擦、钢筋回缩及计算截面处管道摩擦损失后的张拉力乘以 1.2；

$r$——相邻两管道曲线半径较大的一根预应力钢筋的曲线半径(mm)；可按下式计算：

$$r = \frac{l}{2}(\frac{1}{4\beta} + \beta)$$

$l$——曲线弦长（mm）；

$\beta$——曲线矢高 $f$ 与弦长 $l$ 之比；

$f'_{cu}$——预应力钢筋张拉时，混凝土立方体抗压强度（MPa）；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

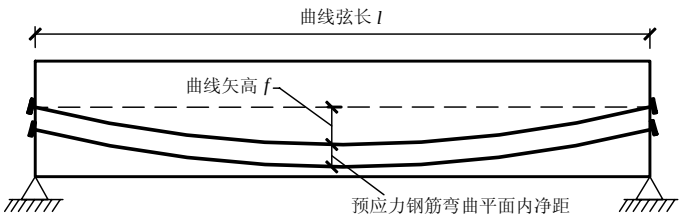



图 13-18　曲线形预应力钢筋弯曲平面内净距

当按上述计算的净距小于相应直线管道净距时，应取用直线管道最小净距。如各相邻管道，自最小半径的一根管道开始张拉、压浆、凝固，则各曲线管道之间的净距可按直线管道采用。

曲线形预应力钢筋管道在曲线平面外相邻管道间的最小距离，按下式计算：

$$C_{out} \geq \frac{p_d}{(0.266\pi r\sqrt{f'_{cu}})} - \frac{d_s}{2} \qquad (13\text{-}131)$$

式中的$C_{out}$为相邻两曲线管道平面外净距(mm)。$p_d$、$r$、$f'_{cu}$意义同上。

④管道内径的截面面积不应小于预应力钢筋截面面积的两倍；

⑤按计算需要设置预拱度时，预留管道也应同时起拱；

⑥后张法预应力混凝土构件，其预应力管道的混凝土保护层厚度，应符合《公路桥规》的下列要求：

对于直线管道。对构件顶面和侧面，当管道直径$d_s$≤55mm 时，不应小于 35mm；当管道直径$d_s$>55mm 时，不应小于 45mm，对构件底面不应小于 50mm。当桥梁处于受侵蚀的环境时，上述保护层厚度应增加 10mm。

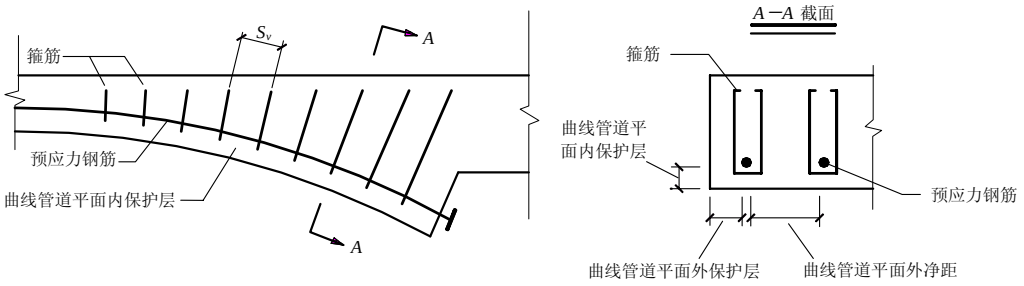



图 13-19　预应力钢筋曲线管道保护层示意图

对外形呈曲线形且布置有曲线预应力钢筋的构件（图 13-19），其曲线平面内的管道的最小混凝土保护层厚度，应根据施加预应力时曲线预应力钢筋的张拉力，按式（13-130）计算，其中$C_{in}$为管道外边缘至曲线平面内混凝土表层的距离（mm）；当按式（13-130）计算的保护层厚度过多的超过上述规定的直线管道保护层厚度时，也可在管道曲线平面内设置箍筋（图 13-19），箍筋单肢的截面面积可按下式计算：

$$A_{sv1} \geq \frac{p_d s_v}{2rf_{sv}} \qquad (13\text{-}132)$$

式中：　$A_{sv1}$——箍筋单肢截面面积（$mm^2$）；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$s_v$——箍筋间距（mm）；

$f_{sv}$——箍筋抗拉强度设计值（MPa）

曲线平面外的混凝土保护层厚度按式（13-131）计算，其中$C_{out}$为管道外边缘至曲线平面外混凝土表面的距离（mm）。

按上述公式计算的保护层厚度，如小于各类环境的直线管道的保护层厚度，应取相应环境条件的直线管道的保护层厚度。

（2）先张法构件

对于先张法预应力混凝土构件，宜以钢绞线、螺旋肋钢丝或刻痕钢丝用作预应力钢筋，以保证钢筋与混凝土之间有可靠的粘结力。当采用光面钢丝作预应力筋时，宜采取适当措施（如钢丝刻痕、提高混凝土标号及施工中采用缓慢放张的工艺等），以保证钢丝在混凝土中可靠地锚固，防止因钢丝与混凝土间粘结力不足而使钢丝滑动，丧失预应力。

在先张法预应力混凝土构件中，预应力钢绞线之间的净距不应小于其直径的 1.5 倍，且对二股、三股钢绞线不应小于 20mm，对七股钢绞线不应小于 25mm。预应力钢丝间净距不应小于 15mm。预应力钢丝束埋入式锚具之间的净距不应小于钢丝束直径，且不应小于 60mm；预应力钢丝束与埋入式锚具之间的净距不应小于 20mm。预应力钢筋或埋入式锚具的混凝土保护层厚度不应小于 30mm，当构件处于受侵蚀环境时，该值应增加 10mm。

### 13.8.5 非预应力钢筋的布置

在预应力混凝土受弯构件中，除了预应力钢筋外，还需要配置各种型式的非预应力钢筋。

1）箍筋

箍筋与弯起预应力钢筋同为预应力混凝土梁的腹筋，与混凝土一起共同承担着荷载剪力，故应按抗剪要求来确定箍筋数量（包括直径和间距的大小）。在剪力较小的梁段，按计算要求的箍筋数量很少，但为了防止混凝土受剪时的意外脆性破坏，《公路桥规》仍要求按下列规定配置构造箍筋：

（1）箍筋的直径不小于 8mm，且应采用带肋钢筋，腹板箍筋间距不大于 250mm；自支座中心起长度不小于一倍梁高范围内，其间距不宜小于 100mm；

（2）在 T 形截面梁的“马蹄”中，应另设直径不小于 6mm 的闭合式箍筋或管道定位钢筋，其间距不大于 150mm。这是因为“马蹄”在预加应力阶段承受着很大的预压应力，为防止混凝土横向变形过大和沿梁轴方向发生纵向水平裂缝，而予以局部加强。

2）水平纵向辅助钢筋

T 形截面预应力混凝土梁，截面上边缘有翼缘、下边缘有“马蹄”，它们在梁横向的尺寸，都比腹板厚度大，在混凝土硬化或温度骤降时，腹板将受到翼缘与“马蹄”的钳制作用（因翼缘和“马蹄”部分尺寸较大，温度下降引起的混凝土收缩较慢），而不能自由地收缩变形，因而有可能产生裂缝。经验指出，对于未设水平纵向辅助钢筋的薄腹板梁，其下缘因有密布的纵向钢筋，出现的裂缝细而密，而过下缘（即“马蹄”）与腹板的交界处进入腹板后，其裂缝就常显得粗而稀。梁的截面越高，这种现象越明显。例如采用蒸汽养护的预应力混凝土 T 形梁，由于施工未注意到梁体温度较高、大气温度较低的情况，结束蒸汽养护就使梁体暴露在空气中而导致在梁体的三分点处出现这种裂缝，且裂缝宽度较大。为了缩小裂缝间距，防止腹板裂缝较宽，一般需要在腹板两侧设置水平纵向辅助钢筋，通常称为防裂钢筋。对于预应力混凝土梁，这种钢筋宜采用小直径的钢筋网，紧贴箍筋布置于腹板两侧，以



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

增加与混凝土的粘结力，使裂缝的间距和宽度均减小。从这个意义上讲，将这种构造钢筋称为裂缝分散钢筋似更为合适。

3）局部加强钢筋

对于局部受力较大的部位，应设置加强钢筋，如“马蹄”中的闭合式箍筋，和梁端锚固区的加强钢筋等，除此之外，梁底支座处亦设置钢筋网加强。

4）架立钢筋与定位钢筋

架立钢筋是用于支撑箍筋的，一般采用直径为（12~20）mm 的圆钢筋；定位钢筋系指用于固定预留孔道制孔器位置的钢筋，常做成网格式。

### 13.8.6 锚具的防护

对于埋入梁体的锚具，在预加应力完成后，其周围应设置构造钢筋与梁体连接，然后浇筑封锚混凝土。封锚混凝土强度等级不应低于构件本身混凝土强度等级的 80%，且不低于 C30。

## 13.9 预应力混凝土简支梁计算示例

本示例系根据 1978 年桥涵标准图（JJ/GQB026-75），按照现行《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》（JTJ023- ）的要求，重新进行计算。目前，预应力筋采用钢铰线束的虽然较多，但为了保持原标准的系统性，这里仍采用钢丝束系统和原来考虑的施工方法，这并不影响设计计算原理与方法的示范性。设计时如采用钢绞线束，仅需改变筋束的技术标准与锚具形式等即可。同时，为了配合教学的进行，在内容上与生产实际的设计计算书相比，有所增减，请予以注意。

### 13.9.1 设计资料

（1）跨径：标准跨径 30m；简支梁计算跨径 $L$=29.16m；

（2）汽车荷载：公路—Ⅱ级；人群荷载：3.0kN/m$^2$；

（3）材料：预应力钢筋采用 $\phi^w$ 5mm 消除应力光面钢丝，抗拉强度标准值为 $f_{pk}=1570\text{MPa}$，弹性模量 $E_p=2.05\times10^5\text{MPa}$；

非预应力钢筋：直径 $d\geqslant$12mm 者采用 HRB335 级钢筋；直径 $d<$12mm 者，一律采用 R235 级钢筋。

混凝土：主梁采用 C45，$E_c=3.35\times10^4\text{MPa}$，抗压强度设计值 $f_{cd}=20.5\text{MPa}$、抗压强度标准值 $f_{ck}=29.6\text{MPa}$，抗拉强度设计值 $f_{td}=1.74\text{MPa}$，抗拉强度标准值 $f_{tk}=2.51\text{MPa}$。

（4）设计要求：按公路钢筋混凝土及预应混凝土桥涵设计规范（JTG D62）要求设计此梁。

（5）施工方法：采用后张法，筋束每束采用 $24\phi^w5\text{mm}$，锥形锚具，外径 110mm，高度 53mm；采用 TD 一双作用千斤顶，两端同时张拉；预留孔道采用抽拔橡胶管成型，管道直径 $D$=50mm。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

### 13.9.2 主梁尺寸

主梁各部分尺寸如图 13-20 所示。

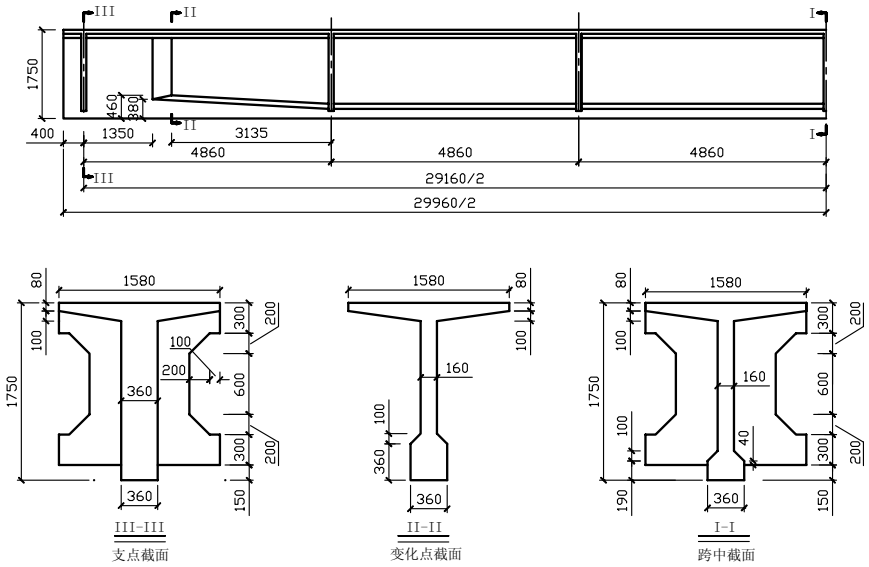



图 13-20 主梁各部分尺寸图 （尺寸单位：mm）

### 13.9.3 主梁毛截面几何特性

在工程设计中，主梁几何特性多采用分块数值求和法进行，其计算公式为：

毛截面面积： $A=\sum A_i$

毛截面重心至梁顶的距离： $y_u=\dfrac{\sum A_i y_i}{A}$

式中： $A_i$——分块面积；

$y_i$——分块面积的重心至梁顶边的距离。

主梁跨中（I—I）截面的毛截面几何特性如表 13-4 所示。同理，可根据图 13-20（II—II）截面求得变化点处的毛截面几何特性为：

$$A=\sum A_i=546600\text{mm}^2;\sum S_i=\sum A_i y_i=384177\times10^3\text{mm}^3;$$

$$y_u=\sum s_i/A=703\text{mm};\ I=\sum I_x+\sum I_i=213.673\times10^9\text{mm}^4。$$

式中： $I_i$——分块面积 $A_i$ 对其自身重心轴的惯性矩；

$I_x$——$A_i$ 对 $x-x$（重心）轴的惯性矩。

### 13.9.4 主梁内力计算

公路简支梁桥主梁的内力，由恒载与可变荷载（包括汽车、人群等）作用所产生。主梁各截面的最大内力，是考虑了车道荷载对计算主梁的最不利荷载位置，并通过各根主梁间的内力分配而求得。具体计算方法，将在《桥梁工程》课中介绍，这里仅列出中梁的计算结果，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

如表 13-5 所示。

### 13.9.5 预应力钢束面积的估算及钢束布置

#### 1）估算钢束面积

（1）按承载能力要求估算

由式（13-125）有：$N_p=\dfrac{\gamma_0 M_d}{\alpha h}$ $\gamma_0$——结构重要性系数，这里取$\gamma_0$＝1.0

式中：$M_d$——弯矩组合设计值，由表 13-5 查得，$M_d$=4390.9 kN·m；

$\gamma_0$——结构重要性系数，这里取$\gamma_0$＝1.0；

$\alpha$——设计经验系数，本例取$\alpha$=0.76 计算。

由此可得：

$$N_p=\frac{1.0\times 4390.9}{0.76\times 1.75}=3301.43\ \text{kN}$$

每束为 24 $\phi^{\text{w}}5\text{mm}$，面积为$A_{p1}=471\text{mm}^2$，其抗拉设计强度$f_{pd}=1070\text{MPa}$，钢束数为$n_1=\dfrac{N_p}{f_{pd}\cdot A_{p1}}=\dfrac{3301.43\times 10^3}{1070\times 471}=6.55$束。

（2）按短暂状况和持久状况的应力限值以及抗裂验算的应力的限制值进行估算

①按短暂状况计算预加力阶段构件下缘的压应力限值估算

$$\frac{1}{N_{p\text{I}}}\geqslant\frac{(e_p y_b/i^2+1)}{A(M_{Go,1}\cdot y_b/I+[\sigma_{cc}^t]_1)}$$

式中：$N_{p\text{I}}$——传力锚固时的有效预加力，其应力损失可按$0.2\sigma_{con}$估算。

设$\sigma_{con}=0.75f_{pk}=0.75\times 1570=1178\text{MPa}$，则

$$N_{p\text{I}}=(1-0.2)\sigma_{con}A_p=0.8\times 0.75f_{pk}A_p=0.88f_{pd}\cdot A_p=0.88N_p;$$

$[\sigma_{cc}^t]_1$为张拉时构件下缘混凝土压应力的限制值：$[\sigma_{cc}^t]_1=0.70f'_{ck}$，设张拉时混凝土强度达到设计强度的 80%，即相当于$0.8\times\text{C45}=\text{C36}$，由强度表内插得$f'_{ck}=24.1\text{MPa}$，故$[\sigma_{cc}^t]_1=0.7\times 24.1=16.9\text{MPa}$，各项几何特性均按表 13-4 采用毛截面几何特性，各项弯矩由表 13-5 求得，代入上式得：

$$N_{p1}=0.88N_p\leqslant\frac{5126\times 10^2\times(1533.7\times 10^6\times 1095/194.657\times 10^9+16.9)}{[1095e_p/(194.657\times 10^9/5126\times 10^2)+1]}$$

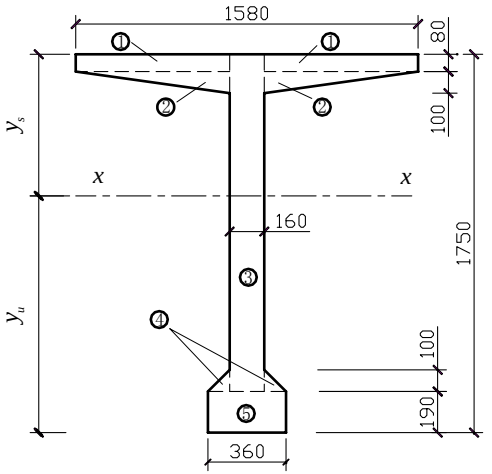
故
$$\frac{1}{N_p}\times 10^7\geqslant 0.001939e_p+0.672506\qquad\text{（A）}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

I—I 截面（跨中与 L/4 截面同）毛截面几何特性　　表 13-4

| 分块号 | 分块面积 $A_i(\text{mm}^2)$ | $y_i$ (mm) | $S_i = A_i \cdot y_i$ $(\text{mm}^3)$ | $(y_u - y_i)$ (mm) | $I_x = A_i(y_u - y_i)^2$ $(\text{mm}^4)$ | $I_i$ $(\text{mm}^4)$ | 截面分块示意图 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | $2\times710\times80=113600$ | 40 | $4544\times10^3$ | 615 | $42.966\times10^9$ | $\frac{1420\times80^3}{12}=0.06\times10^9$ | |
| ② | $710\times100=7100$ | 113 | $8023\times10^3$ | 542 | $20.857\times10^9$ | $\frac{2\times710\times10^3}{36}=0.039\times10^9$ | |
| ③ | $1560\times160=249600$ | 780 | $194688\times10^3$ | −125 | $3.9\times10^9$ | $\frac{160\times1560^3}{12}=50.619\times10^9$ | |
| ④ | $100\times100=10000$ | 1527 | $15270\times10^3$ | −872 | $7.604\times10^9$ | $\frac{2\times100\times100^3}{36}=0.006\times10^9$ | |
| ⑤ | $190\times360=68400$ | 1655 | $113202\times10^3$ | −1000 | $68.4\times10^9$ | $\frac{360\times190^3}{12}=0.206\times10^9$ | |
| 合计 | $A=\sum A_i=512600$ | $y_u=\frac{\sum S_i}{A}=655$<br>$y_b=1750-655$<br>$=1095$ | $\sum S_i=335727\times10^3$ | | $\sum I_x=143.727\times10^9$ | $\sum I_i=50.93\times10^9$ | |
| | | | | | $I=\sum I_x+\sum I_i=194.657\times10^9$ | | |




尺寸单位：mm



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 主梁内力组合表

表 13-5

| 内力名称 / 截面 / 荷载 | | 跨中截面（I—I） | | | | *L*/4 截面 | | | | 变化点截面（II—II） | | 支点截面 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $M_{max}$ | 相应 $Q$ | $Q_{max}$ | 相应 $M$ | $M_{max}$ | 相应 $Q$ | $Q_{max}$ | 相应 $M$ | $M_{max}$ | $Q_{max}$ | $Q_{max}$ |
| 一期恒载标准值 $G_1$ | ① | 1533.7 | 0 | 0 | 1533.7 | 1150.3 | 105.2 | 105.2 | 1150.3 | 327.4 | 195.2 | 220.2 |
| 二期恒载标准值 $G_2$ | ② | 589.9 | 0 | 0 | 589.9 | 440.8 | 40.3 | 40.3 | 440.8 | 125.7 | 67.0 | 80.8 |
| 人群荷载标准值 $pe$ | ③ | 256.7 | 0 | 8.8 | 128.3 | 192.5 | 17.6 | 19.8 | 144.4 | 54.8 | 21.8 | 22.4 |
| 公路—B 级汽车荷载标准值（不计冲击系数） | ④ | 1010.0 | 56.4 | 62.8 | 916.5 | 855.3 | 104.5 | 104.5 | 855.3 | 244.3 | 138.8 | 157.4 |
| 公路—B 级汽车荷载标准值（计冲击系数） | ⑤ | 1123.6 | 62.8 | 69.9 | 1019.6 | 951.5 | 116.3 | 116.3 | 951.5 | 271.8 | 154.4 | 175.1 |
| （①＋②）/（①＋②＋③＋⑤） | ⑥ | 0.61 | 0 | 0 | 0.65 | 0.58 | 0.52 | 0.52 | 0.59 | 0.58 | 0.60 | 0.60 |
| $\gamma_G$ | ⑦ | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 | 1.2 |
| 承载能力极限状态计算基本组合 1.0×（1.2 恒＋1.4 汽＋0.75×1.4×人） | ⑧ | 4390.9 | 87.9 | 107.1 | 4110.5 | 3443.5 | 355.9 | 358.2 | 3393.0 | 981.8 | 553.7 | 629.9 |
| 可变荷载标准值组合（汽＋人） | ⑨ | 1380.3 | 62.8 | 78.7 | 1147.9 | 1144.0 | 133.9 | 136.1 | 1095.9 | 326.6 | 176.2 | 197.5 |
| 作用短期效应组合计算的可变荷载值（0.7×汽＋1.0 人） | ⑩ | 963.7 | 39.5 | 52.8 | 769.9 | 791.2 | 90.8 | 93.0 | 743.1 | 225.8 | 119.0 | 132.6 |
| 作用长期效应组合计算的可变荷载值（0.4×汽＋0.5 人） | ⑪ | 532.4 | 22.6 | 29.5 | 430.8 | 438.4 | 50.6 | 51.7 | 414.3 | 125.1 | 66.4 | 74.2 |

表中：（1）单位：$M$(kN·m)；$Q$(kN)；

（2）表内数值：⑧⑨栏中汽车荷载考虑冲击系数，⑩ ⑪栏中汽车荷载不计冲击系数。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

②按持久状况计算构件上缘的压应力限值估算

$$\frac{1}{N_{pI}} \geqslant \frac{\alpha(1-e_p y_u / i^2)}{A([\sigma_{cc}^t]_2 - \frac{M_{Go,1}+M_{Go,2}+M_Q}{I}\cdot y_u)}$$

$[\sigma_{cc}^t]_2$ 为持久状况混凝土法向压应力的限制值：$[\sigma_{cc}^t]_2 = 0.50 f_{ck}$ =0.5×29.6=14.8MPa，$M_{Go,1}$ 为一期恒载在计算截面处引起的弯矩标准值；$M_{Go,2}$ 为二期恒载在计算截面处引起的弯矩标准值；$M_Q = M_{Q,v} + M_{Q,pe}$ 为可变荷载标准值组合（计汽车冲击系数），分别代入上式得：

$$N_{p1} = 0.88N_p \leqslant \frac{5126\times10^2\times[14.8-(1533.7+589.9+1380.3)\times10^6\times655/194.657\times10^9]}{0.8\times[1-655e_p/(194.657\times10^9/5126\times10^2)]}$$

故

$$\frac{1}{N_p}\times10^7 \geqslant 4.56314 - 0.00787e_p \qquad (B)$$

③由抗裂验算中按荷载短期效应组合计算对截面下缘的拉应力要求，这里先按全预应力混凝土构件进行估算，可得：

$$\frac{1}{N_{pI}} \leqslant \frac{0.85\alpha(i^2 + e_p\cdot y_b)}{(M_{Go1}+M_{Go,2}+M_{Qs})\cdot y_b}$$

$M_{Go,1}$ 为一期恒载在计算截面处引起的弯矩标准值；$M_{Go,2}$ 为二期恒载在计算截面处引起的弯矩标准值；$M_{Qs}$ 为按短期荷载效应组合计算的可变荷载值（不计汽车冲击系数），分别代入上式得：

$$N_{p1} = 0.88N_p \geqslant \frac{(1533.7+589.9+963.7)\times10^6\times1095}{0.85\times0.8\times(194.657\times10^9/5126\times10^2+1095\cdot e_p)}$$

故

$$\frac{1}{N_p}\times10^7 \leqslant 0.672187 + 0.001938e_p \qquad (C)$$

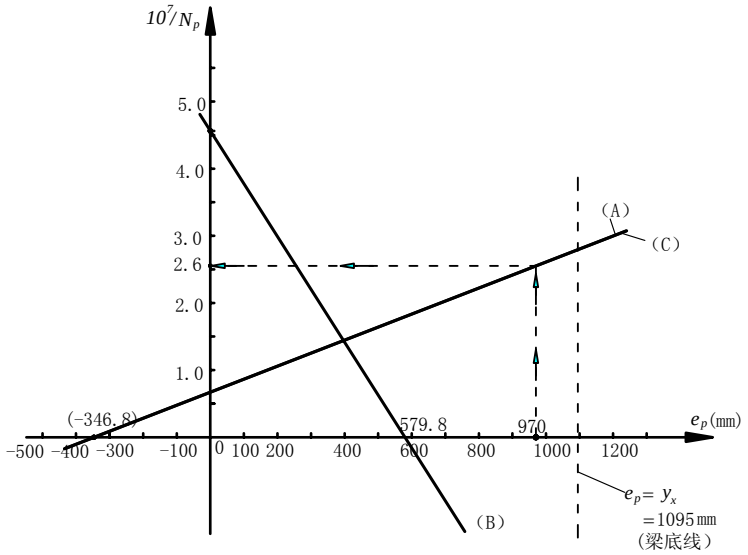



图 13-21　预应力钢筋面积估算图

将式（A）、（B）、（C）绘于图（13-21）中，直线（A）、（C）基本重合，所以可行性区域可取在直线（A）上，为使用钢量经济，应尽可能使 $e_p$ 加大，但应满足钢束布置时保护层的要求，参考标准图取 $e_p$ =970mm，并取可行区的中值则得：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\frac{1}{N_p}\times 10^7 = 2.6 \text{ ，即 } N_p = \frac{10^7}{2.6} = 3846\times 10^3 N$$

故需要钢束数为

$$n_2 = \frac{3846\times 10^3}{471\times 1070} = 7.63 \text{束}$$

（3）钢束数的选定

根据以上计算$n_1$、$n_2$分别在 7 束上下，故暂选定钢束数$n=7$束。

**2）钢束布置**

（1）跨中截面钢束的布置，如图 13-22c）。

T 梁在施工中，各相邻曲线管道，自最小半径的一根管道开始张拉、压浆、凝固，所以各曲线管道之间的净距可按直线管道采用。直线管道构造要求：预留孔道间净距≮40mm；梁底净距≮50mm；梁侧净距≮35mm，图中布置均满足以上要求。

（2）锚固面钢束布置

为使施工简便，全部 7 束均锚于梁端，如图 13-22a）、b）。这样布置符合均匀分散原则，不仅能满足张拉要求，而且 5、6、7 号束在梁端均较跨中抬高甚多，可获得较大的预剪力。

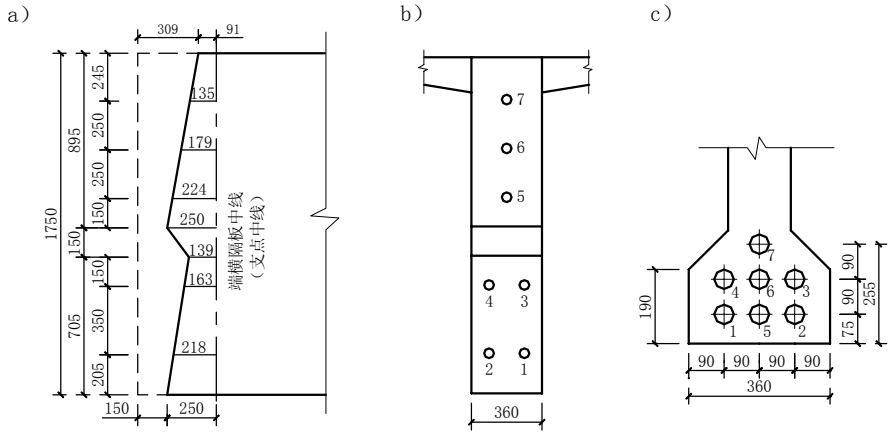



图 13-22 端部和跨中预应力钢筋布置图 （尺寸单位：mm）

（3）其它截面钢束位置及倾角计算

①钢束弯起形状及弯起角$\theta$

采用圆弧曲线弯曲；

弯起角$\theta$：1、2、3、4 号束采用$\theta_0$=9°；5、6、7 号束采用$\theta_0$=10°。

②钢束弯起点及其半径计算

以 7 号束为例，其弯起布置图如图 13-23 所示。

由$R-c=R\cos\theta_0$得

$$R = \frac{c}{1-\cos\theta_0} = \frac{1250}{1-\cos 10^\circ} = 82279\text{mm}$$

求弯起点 *k* 的位置：

$$l_f = R\sin\theta_0 = 82279\times\sin 10^\circ = 14288\text{mm}$$

各钢束的弯起点及半径见表 13-6。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

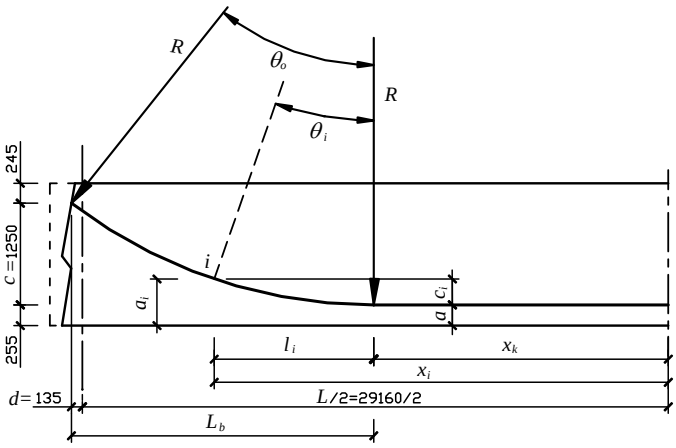



图 13-23　曲线预应力钢筋计算图（尺寸单位：mm）

各钢束起弯点及其半径计算表　　表 13-6

| 钢束号 | 升高值 $c$（mm） | $\theta_0$（度） | $\cos\theta_0$ | $R=\frac{c}{1-\cos\theta_0}$（mm） | $\sin\theta_0$ | $l_f=R\sin\theta_0$（mm） | 支点至锚固点的距离 $d$（mm） | 起弯点K至跨中水平距离 $x_k$(mm) $x_k=l/2+d-l_f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 1250 | 10 | 0.9848 | 82279 | 0.1736 | 14288 | 135 | 427 |
| 6 | 1090 | 10 | 0.9848 | 71747 | 0.1736 | 12459 | 179 | 2300 |
| 5 | 930 | 10 | 0.9848 | 61215 | 0.1736 | 10630 | 224 | 4174 |
| 3~4 | 390 | 9 | 0.9877 | 31677 | 0.1564 | 4955 | 163 | 9788 |
| 1~2 | 130 | 9 | 0.9877 | 10559 | 0.1564 | 1652 | 218 | 13146 |

③各截面钢束位置及其倾角计算

仍以 7 号束为例，由图 13-23 求得计算点 $i$ 离梁底距离 $a_i=a+c_i$

式中：$a$——钢束弯起前其重心至梁底的距离；$a$=255mm（图 13-23）；

$c_i$——计算截面 $i$ 钢束位置的升高值：

$$c_i=R(1-\cos\theta_i)$$

$R$——钢束曲线半径：$R$=82279mm；

$\theta_i$——计算截面 $i$ 钢束的弯起角（即倾角）：

$$\theta_i=\sin^{-1}\frac{l_i}{R}$$

$l_i$——计算截面 $i$ 至弯起点 $k$ 之水平距离。

对于 7 号束的支点截面（图 13-23）

$$l_i=l_f-d=14288-135=14153\text{mm}$$

$$\theta_i=\sin^{-1}\frac{l_i}{R}=\sin^{-1}\frac{14153}{82279}=9.9048^\circ$$

$$c_i=R(1-\cos\theta_i)=82279\times(1-\cos 9.9048^\circ)=1226\text{mm}$$

$$a_i=a+c_i=255+1226=1481\text{mm}$$

各截面钢束位置（$a_i$）及其倾角（$\theta_i$）计算值见表 13-7。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

各截面钢束位置（$A_i$）及其倾角（$\theta_i$）计算表　　表 13-7

| 计算截面 | 钢束编号 | $l_i = x_i - x_k$ (mm) | $R$ (mm) | $\theta_i = \sin^{-1}\frac{l_i}{R}$ (°) | $\sin\theta_i$ | $\cos\theta_i$ | $c_i = Rx(1-\cos\theta_i)$ (mm) | $a$ (mm) | $a_i = a + c_i$ (mm) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 跨中截面 $(I-I)$ $x_i = 0$ | 1~2 | $l_1$为负值钢束尚未弯起 | | 0 | 0 | 1 | 0 | 75 | 同左 |
| | 3~4 | | | | | | | 165 | |
| | 5 | | | | | | | 75 | |
| | 6 | | | | | | | 165 | |
| | 7 | | | | | | | 255 | |
| | 平均倾角 | | | 0 | 0 | 1 | 钢束截面重心 | | 139 |
| $\frac{L}{4}$截面 $x_i$ = 7290mm | 1~2 | $l_1$为负值钢束尚未弯起 | | 0 | 0 | 1 | 0 | 75 | 75 |
| | 3~4 | | | | | | | 165 | 165 |
| | 5 | 3116 | 61215 | 2.9178 | | | 7.9 | 75 | 154 |
| | 6 | 4990 | 71747 | 3.9881 | | | 17.4 | 165 | 339 |
| | 7 | 6863 | 82279 | 4.7847 | | | 28.7 | 255 | 542 |
| | 平均倾角(未计 1~4 号) | | | 3.8969 | 0.0680 | 0.9977 | 钢束截面重心 | | 216.4 |
| 变化点截面 (II-II) $x_i$ = 12930mm | 1~2 | $l_1$为负值钢束尚未弯起 | | 0 | 0 | 1 | 0 | 75 | 75 |
| | 3~4 | 3142 | 31677 | 5.6925 | | | 156 | 165 | 321 |
| | 5 | 8756 | 61215 | 8.2236 | | | 629 | 75 | 704 |
| | 6 | 10630 | 71747 | 8.5203 | | | 792 | 165 | 957 |
| | 7 | 12503 | 82279 | 8.7404 | | | 956 | 255 | 1211 |
| | 平均倾角(未计 1~2 号) | | | 7.3739 | 0.1283 | 0.9917 | 钢束截面重心 | | 523. 4 |
| 支点截面 $x_i$ = 14580mm | 1~2 | 1434 | 10559 | 7.8054 | | | 98 | 75 | 173 |
| | 3~4 | 4792 | 31677 | 8.7009 | | | 365 | 165 | 530 |
| | 5 | 10406 | 61215 | 9.7873 | | | 891 | 75 | 966 |
| | 6 | 12280 | 71747 | 9.8551 | | | 1059 | 165 | 1224 |
| | 7 | 14153 | 82279 | 9.9048 | | | 1226 | 255 | 1481 |
| | 平均倾角 | | | 8.9371 | 0.1554 | 0.9879 | 钢束截面重心 | | 725.3 |

### 13.9.6　主梁截面几何特性计算

后张法预应力混凝土梁，在张拉钢束时管道尚未压浆，由预加力引起的应力按构件混凝土净截面（不计构造钢筋的影响）计算；在使用阶段，预留管道已压浆，认为钢束与混凝土结合良好，故按换算截面计算。跨中截面的净截面与换算截面几何特性计算，列表进行，如表 13-8。同理，可求得其它控制截面的净截面和换算截面的几何特性如表 13-9 所示。

跨中截面（I—I）的净截面与换算截面的几何特性计算表　　表 13-8

| 截面类别 | 分块名称 | 分块面积 $A_i$ ($mm^2$) | $A_i$重心至梁顶距离 $y_i$(mm) | 对梁顶边的面积矩 $S_i = A_i y_i$ ($mm^3$) | 自身惯性矩 $I_i$ ($mm^4$) | $(y_u - y_i)$ (mm) | $I_x = A_i(y_u - y_i)^2$ ($mm^4$) | 截面惯性矩 $I = I_i + I_x$ ($mm^4$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 净截面 | 毛截面 | $512.6\times10^3$ | 655 | $335.727\times10^6$ | $194.657\times10^9$ | 629－655＝－26 | $0.347\times10^9$ | |
| | 预留管道面积 | $-7\times\pi\times50^2/4 = -13.7\times10^3$ | 1611 | $-22.071\times10^6$ | $\approx 0$ | 629－1611＝－982 | $-13.211\times10^9$ | |
| | 混凝土净面积 | $A_n = 498.9\times10^3$ | $y_{nu} = \Sigma S_i / A_n = 629$ | $\Sigma S_i = 313.656\times10^6$ | $194.657\times10^9$ | | $-12.864\times10^9$ | $181.793\times10^9$ |
| 换算截面 | 钢束换算面积 | $(\alpha_{EP}-1)A_p = 16.9\times10^3$ | 1611 | $27.226\times10^6$ | $\approx 0$ | 685－1611＝－926 | $14.491\times10^9$ | |
| | 毛面积 | $512.6\times10^3$ | 655 | $335.727\times10^6$ | $194.657\times10^9$ | 685－655＝30 | $0.493\times10^9$ | |
| | 换算截面面积 | $A_o = 529.5\times10^3$ | $y_{ou} = \Sigma S_i / A_o = 685$ | $\Sigma S_i = 362.953\times10^6$ | $194.657\times10^9$ | | $14.984\times10^9$ | $209.641\times10^9$ |

注：$\alpha_{EP} = E_p/E_c = 2.05\times10^5/3.35\times10^4 = 6.12$，$E_p$值查附表 2-2，$E_c$值查附表 1-2。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

各设计控制截面的净截面、换算截面几何特性表　　表 13-9

| 计算截面 | | $A$（$mm^2$） | $y_u$（mm） | $y_b$（mm） | $e_p$（mm） | $I$（$mm^4$） | $W$（$mm^3$） | | | 备注 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | $W_u=I/y_u$ | $W_b=I/y_b$ | $W_p=I/e_p$ | |
| 跨中（I—I）截面 | 净截面 | $498.9\times10^3$ | 629 | 1121 | 982 | $181.793\times10^9$ | $2.890\times10^8$ | $1.622\times10^8$ | $1.851\times10^8$ | |
| | 换算截面 | $529.5\times10^3$ | 685 | 1065 | 926 | $209.641\times10^9$ | $3.060\times10^8$ | $1.968\times10^8$ | $2.262\times10^8$ | |
| L/4 截面 | 净截面 | $498.9\times10^3$ | 631 | 1119 | 903 | $183.781\times10^9$ | $2.913\times10^8$ | $1.642\times10^8$ | $2.035\times10^8$ | |
| | 换算截面 | $529.5\times10^3$ | 683 | 1067 | 851 | $207.298\times10^9$ | $3.035\times10^8$ | $1.943\times10^8$ | $2.436\times10^8$ | |
| 变化点（II—II）截面 | 净截面 | $532.9\times10^3$ | 689 | 1061 | 538 | $209.810\times10^9$ | $3.045\times10^8$ | $1.977\times10^8$ | $3.900\times10^8$ | |
| | 换算截面 | $563.5\times10^3$ | 719 | 1031 | 508 | $218.169\times10^9$ | $3.034\times10^8$ | $2.116\times10^8$ | $4.295\times10^8$ | |
| 支点截面 | 净截面 | $774.9\times10^3$ | 707 | 1043 | 318 | $242.210\times10^9$ | $3.426\times10^8$ | $2.322\times10^8$ | $7.617\times10^8$ | |
| | 换算截面 | $805.5\times10^3$ | 720 | 1025 | 305 | $245.178\times10^9$ | $3.405\times10^8$ | $2.392\times10^8$ | $8.039\times10^8$ | |

### 13.9.7　钢束重心位置（束界）校核

为了计算简化，可近似地假定预应力钢筋的合力作用点就是钢筋重心的位置，根据张拉阶段和使用阶段的受力要求，由式（13-127）、（13-128）可给出其许可布置钢束重心的限制线（即束界）$E_1$、$E_2$，即

$$E_1 \geqslant e_p \geqslant E_2$$

式中：$E_1 = K_b + M_{Go,1}/N_{pI}$

$$E_2 = \frac{M_{Go,1}+M_{Go,2}+M_Q}{\alpha N_{pI}} - K_u$$

$$N_{pI} = (1-0.2)\sigma_{con}A_p = 0.8\times0.75 f_{pk}A_p = 0.6\times1570\times(7\times471) = 3105.77\ \text{kN}$$

$$K_b = W_u/A_n \qquad K_u = W_b/A_n \qquad \alpha = 0.8$$

各截面钢束位置的校核，用表 13-10 列表进行计算。从表中看出，在使用荷载作用下跨中及 L/4 截面梁底可能出现拉应力，其余截面符合要求。由于估束时考虑允许出现一定的拉应力，具体将在后面进行计算。

钢束重心位置（束界）校核表　　表 13-10

| 计算截面 | $A_n$（$mm^2$） | $W_{nu}$（$mm^3$） | $W_{nb}$（$mm^3$） | $K_b$（mm） | $K_u$（mm） | $N_{pI}$（kN） | $M_{g1}$（kN·m） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 跨中（I—I） | $498.9\times10^3$ | $2.890\times10^5$ | $1.622\times10^5$ | 579 | 325 | 3105.77 | 1533.7 |
| L/4 | $498.9\times10^3$ | $2.913\times10^5$ | $1.642\times10^5$ | 584 | 329 | 3105.77 | 1150.3 |
| 变化点（II—II） | $532.9\times10^3$ | $3.045\times10^5$ | $1.977\times10^5$ | 571 | 371 | 3105.77 | 327.0 |
| 支点 | $774.9\times10^3$ | $3.426\times10^5$ | $2.322\times10^5$ | 442 | 300 | 3105.77 | 0 |

续表

| 计算截面 | $\sum M$（kN·m） | $M_{Go,1}/N_{pI}$（mm） | $\sum M/0.8N_{pI}$（mm） | $E_1$（mm） | $e_p$（mm） | $E_2$（mm） | 说明 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 跨中（I—I） | 3503.9 | 494 | 1410 | 1073 | ＞982＜ | 1085 | $e_p < E_2$ 不满足 |
| L/4 | 2735.1 | 370 | 1101 | 954 | ＞903＞ | 772 | |
| 变化点（II—II） | 779.7 | 105 | 314 | 676 | ＞538＞ | －57 | |
| 支点 | 0 | 0 | 0 | 442 | ＞318＞ | －300 | |

### 13.9.8　钢束预应力损失估算

1）预应力钢筋张拉（锚下）控制应力（$\sigma_{con}$）

按《公路桥规》规定采用 $\sigma_{con} = 0.75 f_{pk} = 1570\times0.75 = 1178\text{MPa}$

2）钢束应力损失

（1）预应力钢筋与管道间摩擦引起的预应力损失（$\sigma_{l1}$）

由式（13-12）有：$\sigma_{l1} = \sigma_{con}[1-e^{-(\mu\theta+kx)}]$

对于跨中截面：$x = l/2+d$；$d$ 为锚固点到支点中线的水平距离（图 13-23）；$\theta = \theta_0$；$\mu$、



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$k$ 分别为摩擦系数及管道局部偏差对摩擦的影响系数，采用抽拔橡胶管成型时，由附表 2-5 查得：$\mu$=0.55;$k$=0.0015。跨中截面（I—I）各钢束摩擦应力损失值$\sigma_{l1}$见表 13-11。

跨中（I—I）摩擦应力损失$\sigma_{l1}$计算　　表 13-11

| 钢束编号 | $\theta=\theta_0$ | | $\mu\theta$ | $x$（m） | $kx$ | $\beta=1-e^{-(\mu\theta+kx)}$ | $\sigma_k$（MPa） | $\sigma_{l1}$（MPa） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 度 | 弧度 | | | | | | |
| 1~2 | 9 | 0.1571 | 0.0864 | 14.798 | 0.0222 | 0.1029 | 1178 | 121.2 |
| 3~4 | 9 | 0.1571 | 0.0864 | 14.743 | 0.0221 | 0.1028 | 1178 | 121.1 |
| 5 | 10 | 0.1745 | 0.0960 | 14.804 | 0.0222 | 0.1115 | 1178 | 131.3 |
| 6 | 10 | 0.1745 | 0.0960 | 14.759 | 0.0221 | 0.1114 | 1178 | 131.2 |
| 7 | 10 | 0.1745 | 0.0960 | 14.715 | 0.0221 | 0.1114 | 1178 | 131.2 |
| 平　均　值 | | | | | | | | 125.5 |

同理，可算出其它控制截面处的$\sigma_{l1}$值。各截面摩擦应力损失值$\sigma_{l1}$的平均值的计算结果，列于表 13-12。

各设计控制截面$\sigma_{l1}$平均值　　表 13-12

| 截面 | 跨中（I—I） | L/4 | 变化点（II—II） | 支点 |
|---|---|---|---|---|
| $\sigma_{l1}$平均值（MPa） | 125.5 | 96.7 | 48.8 | 5.9 |

（2）锚具变形、钢丝回缩引起的应力损失（$\sigma_{l2}$）

①按《公路桥规》规定，$\sigma_{l2}$可按平均值计算，即

$$\sigma_{l2}=\frac{\Delta l}{l}\cdot E_p$$

其中：$\Delta l$由附表 2-6 查得，钢制锥形锚具为 6mm，两端同时张拉，则$\Delta l$=2×6=12mm；取各钢束锚固点间的平均长度计算，$l$=29960－2×190=29580mm（参阅图 13-22，梁全长 29960mm，各束锚固点距支座中心线平均距离为 190mm），故

$$\sigma_{l2}=\frac{12}{29580}\times 2.05\times 10^5=83.2\text{MPa}$$

②考虑反摩阻作用时钢束在各截面处的应力损失$\sigma_{l2}$可根据式（13-18）、（13-19）及（13-20）列表进行计算，如表 13-13 所示。

从表 13-13 中可以看出，考虑反摩阻力计算的$\sigma_{l2}$，其数值较小，分布规律也比按平均值计算的$\sigma_{l2}$更符合实际。

（3）分批张拉时混凝土弹性压缩引起的应力损失（$\sigma_{l4}$）

此项应力损失，取按应力计算需要控制的截面进行计算，对于简支梁可取 *l*/4 截面按式（13-24）进行计算，并以其计算结果作为全梁各预应力钢筋的平均值。在此，按简化公式（13-29）进行计算，即：

$$\sigma_{l4}=\frac{m-1}{2m}\alpha_{EP}\sigma_{pc}$$

式中：$m$——批数，$m$=7；

$\alpha_{EP}$——预应力钢筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值，按张拉时混凝土的实际强度等级$f'_{ck}$计算；$f'_{ck}$假定为设计强度的 80%，即$f'_{ck}$=0.8×C45=C36，查附表（1-2）得：$E'_c=3.17\times 10^4\text{MPa}$，故$\alpha_{EP}=\dfrac{E_p}{E'_c}=\dfrac{2.05\times 10^5}{3.17\times 10^4}=6.47$

$\sigma_{pc}$——全部预应力钢筋（m 批）的合力$N_p$在其作用点（全部预应力钢筋重心点）处所产生的混凝土正应力，$\sigma_{pc}=\dfrac{N_p}{A_p}(1+e_{pn}^2/i^2)$；

其中，$N_p=(\sigma_{con}-\sigma_{l1}-\sigma_{l2})A_p=(1178-96.7-61.9)\times 7\times 471=3360.96\text{kN}$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

故：$\sigma_{pc}=\dfrac{N_p}{A_p}(1+e_{pn}^2/i^2)=\dfrac{3360.96\times10^3}{498.9\times10^3}(1+\dfrac{903^2}{183.781\times10^9}\times498.9\times10^3)=21.65\text{MPa}$

所以

$$\sigma_{l4}=\frac{m-1}{2m}\alpha_{EP}\sigma_{pc}=\frac{7-1}{2\times7}\times6.47\times21.65=60.03\text{MPa}$$

（4）钢筋松弛引起的预应力损失（$\sigma_{l5}$）

对于采用超张拉工艺的普通松弛级预应力钢筋，计算由钢筋松弛引起的预应力损失按式（13-32）进行，即

$$\sigma_{l5}=\psi\zeta[0.52\frac{\sigma_{pe}}{f_{pk}}-0.26]\sigma_{pe}$$

式中：$\psi$——张拉系数，采用超张拉，取$\psi$=0.9；

$\zeta$——钢筋松弛系数，对于普通松弛钢筋，取$\zeta$=1.0；

$\sigma_{pe}$——传力锚固时的钢筋应力，$\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{l1}-\sigma_{l2}-\sigma_{l4}$，这里仍采用 *l*/4 截面的应力值作为全梁的平均值计算，故有：$\sigma_{pe}=\sigma_{con}-\sigma_{l1}-\sigma_{l2}-\sigma_{l4}$=1178－96.7－61.9－60.03=959.37MPa

所以

$$\sigma_{l5}=0.9\times1.0\times[0.52\times\frac{959.37}{1570}-0.26]\times959.37=49.87\text{MPa}$$

（5）混凝土收缩、徐变引起的损失（$\sigma_{l6}$）

由式（13-33），混凝土收缩、徐变终极值引起的受拉区预应力钢筋的预应力损失可按下式计算：

$$\sigma_{l6(t_u)}=\frac{0.9[E_p\varepsilon_{cs}(t_u,t_o)+\alpha_{EP}\sigma_{pc}\phi(t_u,t_o)]}{1+15\rho\rho_{ps}}$$

式中：$\varepsilon_{cs}(t_u,t_o)$、$\varphi(t_u,t_o)$——加载龄期为$t_o$时混凝土收缩应变终极值和徐变系数终极值；

$t_o$——加载龄期，即达到设计强度为 80%的龄期，近似按标准养护条件计算则有：$0.8f_{ck}=f_{ck}\dfrac{\log t_o}{\log 28}$，则可得$t_o\approx14\text{d}$；对于二期恒载$G_2$的加载龄期$t_o'$，假定为$t_o'$=90d；

假设该梁所属的桥位于野外一般地区，相对湿度为 75%，其理论厚度由图（13-20）中 I—I 截面可得$2A_c/u\approx2\times512600/5000\approx200$，由此可按表 12-4 查得其相应的徐变系数终极值为：$\varphi(t_u,t_o)=\varphi(t_u,14)=1.89$；$\varphi(t_u,t_o')=\varphi(t_u,90)=1.32$；混凝土收缩应变终极值为：$\varepsilon_{cs}(t_u,14)=2.4\times10^{-4}$。

$\sigma_{pc}$为传力锚固时在跨中和 *l*/4 截面的全部受力钢筋截面重心（因本例未计构造钢筋影响，故亦即为预应力钢筋截面重心）处，由$N_{pI}$、$M_{Go,1}$、$M_{Go,2}$（考虑加载龄期不同，$M_{Go,2}$按徐变系数变小乘以折减系数：$\varphi(t_u,t_o')/\varphi(t_u,14)$）所引起的混凝土正应力的平均值：

跨中截面：

$$N_{pI}=(\sigma_{con}-\sigma_{II})A_p=(1178-125.5-31.9-60.03)\times7\times471=3167.0\text{kN}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$\sigma_{l2}$ 值（考虑反摩擦影响）计算表　　表 13-13

| 钢束编号 | $\mu\theta_0$ | $l_b$（m） | 判别式① $\frac{\Delta l \cdot E_p}{\sigma_{con}}$ ＞或＜$(\mu\theta_0+kl_b)l_b$ | $l_f$（m） | $l_x$（m） | 锚固面（$x$=0） | 支点（$\bar{x}$=0.18m）② | | 变化点（II—II）（$\bar{x}$=1.83m） | | L/4（$\bar{x}$=7.47m） | | 跨中（I—I）（$\bar{x}$=14.76m） | | 3L/4（$\bar{x}$=22.03m） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $\sigma_{l2}$（MPa） | （m） | $\sigma_{l2}$（MPa） | （m） | $\sigma_{l2}$（MPa） | $l_f-x$（m） | $\sigma_{l2}$（MPa） | $l_f-x$（m） | $\sigma_{l2}$（MPa） | $\sigma_{l2}$（MPa） |
| 1~2 | 0.0864 | 1.65 | 1.044＞0.147（即 $l_f>l_b$） | 25.70 | 24.05 | 286.8 | $l_b-x$ ＝1.47 | 264.0 | $l_f-x$ ＝23.87 | 76.9 | 18.23 | 58.7 $\frac{(11.8)}{70.5}$ ③ | 10.94 | 35.2 $\frac{(35.2)}{70.4}$ | 11.8 $\frac{(58.7)}{70.5}$ |
| 3~4 | 0.0864 | 4.96 | 1.044＞0.465（即 $l_f>l_b$） | 21.23 | 16.27 | 273.2 | $l_b-x$ ＝4.78 | 265.2 | $l_b-x$ ＝3.13 | 191.6 | 13.76 | 44.1 | 6.47 | 20.7 $\frac{(20.7)}{41.4}$ | 0 $\frac{(44.1)}{44.1}$ |
| 5 | 0.0960 | 10.63 | 1.044＜1.190（即 $l_f<l_b$） | 9.96 | 0 | 247.1 | $l_f-x$ =9.78 | 242.6 | $l_f-x$ ＝8.13 | 201.7 | 2.49 | 61.8 | — | 0 | (61.8) |
| 6 | 0.0960 | 12.46 | 1.044＜1.429（即 $l_f<l_b$） | 10.65 | 0 | 231.0 | $l_f-x$ =10.47 | 227.1 | $l_f-x$ ＝8.82 | 191.3 | 3.18 | 69.0 | — | 0 | (69.0) |
| 7 | 0.0960 | 14.29 | 1.044＜1.678（即 $l_f<l_b$） | 11.27 | 0 | 218.2 | $l_f-x$ =11.09 | 214.7 | $l_f-x$ ＝9.44 | 182.8 | 3.80 | 73.6 | — | 0 | (73.6) |
| 各截面 $\sigma_{l2}$ 的平均值 | | | | | | 259.5 | | 249.0 | | 159.0 | | 61.9 | | 31.9 | 61.9 |

注：①判别式：$\frac{E_p\cdot\Delta l}{\sigma_{con}}=\frac{2.05\times10^5\times0.006}{1178}=1.044\text{m}$ ＞或＜$(\mu\theta_0+kl_b)l_b$（其中 $\Delta l$ 为一端值）主要判定 $l_b>l_f$ 还是 $l_b<l_f$，以选定计算 $l_f$ 的公式；

②$\bar{x}$ 为各钢束锚固点至计算截面的平均水平距离；

③（ ）中的 $\sigma_{l2}$ 值是由另一端锚具变形等所产生的。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_{pc,l/2}=\frac{N_{pI}}{A_n}(1+e_{pn}^2/i_n^2)-\frac{M_{Go,1}}{W_{np}}-\frac{\varphi(t_u,90)}{\varphi(t_u,14)}\cdot\frac{M_{Go,2}}{W_{op}}$$

$$=\frac{3167.0\times10^3}{498.9\times10^3}\times(1+\frac{982^2\times498.9\times10^3}{181.793\times10^9})-\frac{1533.7\times10^6}{1.851\times10^8}-\frac{1.32}{1.89}\times\frac{589.9\times10^6}{2.262\times10^8}$$

$$=13.04\text{MPa}$$

*l*/4 截面：

$$N_{pI}=(1178-96.7-61.9-60.03)\times7\times471=3163.0\text{kN}$$

$$\sigma_{pc,l/4}=\frac{3163.0\times10^3}{498.9\times10^3}\times(1+\frac{903^2\times498.9\times10^3}{183.781\times10^9})-\frac{1150.3\times10^6}{2.035\times10^8}-\frac{1.32}{1.89}\times\frac{440.8\times10^6}{2.436\times10^8}$$

$$=13.46\text{MPa}$$

$$\overline{\sigma_{pc}}=(13.04+13.46)/2=13.25\text{MPa}$$

$$\rho=\frac{A_p+A_s}{A}=\frac{A_p}{A}=\frac{7\times471}{512.6\times10^3}=0.0064$$（未计构造筋影响）

$$\alpha_{EP}=6.47$$

$\rho_{ps}=1+\dfrac{e_{ps}^2}{i^2}=1+\dfrac{e_{ps}^2}{I_o/A_o}$，取跨中与 *l*/4 截面的平均值计算，则有：

$$\overline{e_{ps}}=(926+851)/2=888.5\text{mm}\ ;\ \overline{A_o}=A_o=529.3\times10^3\text{mm}^2$$

$$\overline{I_o}=(209.641+207.298)\times10^9/2=208.470\times10^9\,\text{mm}^4$$

$$\rho_{ps}=1+888.5^2/(208.470\times10^9/529.3\times10^3)=3.0$$

将以上各项代入即得

$$\sigma_{l6}=\frac{0.9\times(2.05\times10^5\times2.4\times10^{-4}+6.47\times13.25\times1.89)}{1+15\times0.0064\times3}=147.60\text{MPa}$$

现将各截面钢束应力损失平均值及有效预应力汇总于表 13-14 中。

各截面钢束预应力损失平均值及有效预应力汇总表　　表 13-14

| 工作阶段 / 计算截面 / 应力损失项目 | 预加应力阶段 $\sigma_{II}=\sigma_{l1}+\sigma_{l2}+\sigma_{l4}$（MPa） | | | | 使用阶段 $\sigma_{III}=\sigma_{l5}+\sigma_{l6}$（MPa） | | | 钢束有效预应力（MPa） | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\sigma_{l1}$ | $\sigma_{l2}$ | $\sigma_{l4}$ | $\sigma_{II}$ | $\sigma_{l5}$ | $\sigma_{l6}$ | $\sigma_{III}$ | 预加力阶段 $\sigma_{pI}=\sigma_{con}-\sigma_{II}$ | 使用阶段 $\sigma_{pII}=\sigma_{con}-\sigma_{II}-\sigma_{III}$ |
| 跨中截面（I—I） | 125.5 | 31.9 | 60.03 | 217.43 | 49.87 | 147.60 | 197.47 | 960.57 | 763.10 |
| *l*/4 截面 | 96.7 | 61.9 | 60.03 | 218.63 | 49.87 | 147.60 | 197.47 | 959.37 | 761.90 |
| 变化点截面（II—II） | 48.8 | 159.0 | 60.03 | 267.83 | 49.87 | 147.60 | 197.47 | 910.17 | 712.70 |
| 支点截面 | 5.9 | 249.0 | 60.03 | 314.93 | 49.87 | 147.60 | 197.47 | 863.07 | 665.60 |

### 13.9.9　构件的应力验算

1）受压翼缘有效宽度计算

按《公路桥规》规定，T 形截面梁受压翼缘有效宽度 $b_f'$，取下列三者中的最小值：

（1）简支梁计算跨径的 1/3，即：$l/3=29160/3=9720\text{mm}$；

（2）承托底坡 $h_h/b_h=100/710=0.141<1/3$，所以取 $(b+12h_{f,m}')$，其中 $h_{f,m}'$ 为悬出于腹板以外的包括承托在内的截面面积除以板的悬出宽度，$h_{f,m}'=130\text{mm}$，所以

$$b+12h_{f,m}'=160+12\times130=1720\text{mm}$$

（3）中梁两腹板间中距为 1600mm，边梁腹板与相邻中梁腹板间中距之半再加 6 倍悬臂板平均厚度为 $800+6\times130=1580\text{mm}$，恰好等于边梁翼缘全宽。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

综上，受压翼缘的有效宽度为 1580mm。

2）短暂状况的正应力验算

（1）构件在制作、运输及安装等施工阶段，混凝土强度等级为 C36，在预加力和自重作用下的应力限制值，应符合下列要求：

混凝土的法向压应力：

$$[\sigma_{cc}^{t}]=0.70f'_{ck}=0.7\times24.08=16.86\text{MPa}$$

（2）短暂状况下预加力阶段截面上、下缘的正应力

上缘：$\sigma_{ct}^{t}=\dfrac{N_{p\text{I}}}{A_n}-\dfrac{N_{p\text{I}}e_{pn}}{W_{nu}}+\dfrac{M_{Go,1}}{W_{nu}}$

下缘：$\sigma_{cc}^{t}=\dfrac{N_{p\text{I}}}{A_n}+\dfrac{N_{p\text{I}}e_{pn}}{W_{nb}}-\dfrac{M_{Go,1}}{W_{nb}}$

其中：

$$N_p=\sigma_{p\text{I}}\cdot A_p=960.57\times（7\times471）=3167.0\times10^3\text{N}$$

$$M_{Go,1}=1533.7\text{kN}\cdot\text{m}$$

截面特性见表 13-9。

代入上式得：

$$\sigma_{ct}^{t}=\frac{3167.0\times10^3}{498.9\times10^3}-\frac{3167.0\times10^3\times982}{2.890\times10^8}+\frac{1533.7\times10^6}{2.890\times10^8}$$
$$=0.89\text{MPa(压）}<16.86\text{MPa}$$

$$\sigma_{cc}^{t}=\frac{3167.0\times10^3}{498.9\times10^3}+\frac{3167.0\times10^3\times982}{1.622\times10^8}-\frac{1533.7\times10^6}{1.622\times10^8}$$
$$=16.07\text{MPa}<16.86\text{MPa}$$

预加力阶段混凝土的压应力满足应力限制值的要求；混凝土的拉应力通过纵向钢筋的配筋率来控制，预拉区混凝土没有出现拉应力，故预拉区只需配置配筋率不小于 0.2%的纵向钢筋即可。

（3）支点截面或运输、安装阶段的吊点截面的应力验算，其方法与此相同，但应注意计算图式预加应力和截面几何特征等的变化情况。

3）持久状况的正应力验算

（1）截面混凝土的正应力验算

对于简支等截面预应力混凝土梁的正应力，由于配设曲线筋束的关系，应取跨中、L/4、L/8、支点及钢束突然变化处（截断或弯出梁顶等），分别进行验算。在此仅以跨中截面（I－I）为例，按式（13-73）进行验算。

此时有：

$$M_{Go,1}=1533.7\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{Go,2}+M_Q=589.9+256.7+1123.6=1970.2\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$N_{p\text{II}}=\sigma_{p\text{II}}\cdot A_p=763.10\times(7\times471)=2515.94\times10^3\text{N}$$

截面的上边缘：

$$\sigma_{cu}=\left(\frac{N_{p\text{II}}}{A_n}-\frac{N_{p\text{II}}\cdot e_{pn}}{W_{nu}}\right)+\frac{M_{Go,1}}{W_{nu}}+\frac{M_{Go,2}+M_Q}{W_{ou}}$$
$$=\frac{2515.94\times10^3}{498.9\times10^3}-\frac{2515.94\times10^3\times982}{2.890\times10^8}+\frac{1533.7\times10^6}{2.890\times10^8}+\frac{1970.2\times10^6}{3.060\times10^8}$$
$$=8.24\text{MPa}<0.5f_{ck}=0.5\times29.6=14.8\text{MPa}$$

截面的下边缘：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_{cb}=\left(\frac{N_{p\mathrm{II}}}{A_n}+\frac{N_{p\mathrm{II}}\cdot e_{pn}}{W_{nb}}\right)-\frac{M_{Go,1}}{W_{nb}}-\frac{M_{Go,2}+M_Q}{W_{ob}}$$

$$=\frac{2515.94\times10^3}{498.9\times10^3}+\frac{2515.94\times10^3\times982}{1.622\times10^8}-\frac{1533.7\times10^6}{1.622\times10^8}-\frac{1970.2\times10^6}{1.968\times10^8}$$

$$=0.81\mathrm{MPa}>0$$

（2）持久状况下预应力钢筋的应力验算

由二期恒载及活载作用产生的最外层预应力筋重心处的混凝土应力为

$$\sigma_{kt}=\frac{M_{Go,2}+M_Q}{I_o}y_{op}=\frac{1970.2\times10^6}{209.641\times10^9}\times(1065-75)=9.30\mathrm{MPa}$$

所以，钢束应力为

$$\sigma=\sigma_{p\mathrm{II}}+\alpha_{EP}\sigma_{kt}=763.10+6.12\times9.30$$

$$=820.02\mathrm{MPa}<[\sigma_{pe}+\sigma_p]=0.65f_{pk}=0.65\times1570=1020.5\mathrm{MPa}$$

4）持久状况下的混凝土主应力验算

本例取剪力和弯矩都有较大的变化点（II—II）（图 13-20）截面为例进行计算。实际设计中，应根据需要增加验算截面。

（1）截面面积矩计算

按图 13-24 及表 13-9 进行计算。现以梗肋 a-a 以上截面面积对净截面重心轴 $x_n-x_n$ 的面积矩 $S_{na}$ 计算为例：

$$S_{na}=1580\times80\times(689-80/2)+\frac{1}{2}\times(1580-160)\times100\times(689-80-100/3)$$

$$+160\times100\times(689-80-100/2)=1.318\times10^8\mathrm{mm}^3$$

同理可得，不同计算点处的面积矩，现汇总于表 13-15

面积矩计算表　　表 13-15

| 面积矩所对的重心轴 | 净截面对其重心轴 $x_n-x_n$ | | | | 换算截面对其重心轴 $x_o-x_o$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 计算点位置 | $a-a$ | $x_n-x_n$ | $x_o-x_o$ | $b-b$ | $a-a$ | $x_n-x_n$ | $x_o-x_o$ | $b-b$ |
| 面积矩符号 | $S_{na}$ | $S_{nx_n}$ | $S_{nx_o}$ | $S_{nb}$ | $S_{oa}$ | $S_{ox_n}$ | $S_{ox_o}$ | $S_{ob}$ |
| 面积矩（$\mathrm{mm}^3$） | $1.318\times10^8$ | $1.526\times10^8$ | $1.525\times10^8$ | $1.237\times10^8$ | $1.383\times10^8$ | $1.614\times10^8$ | $1.615\times10^8$ | $1.354\times10^8$ |

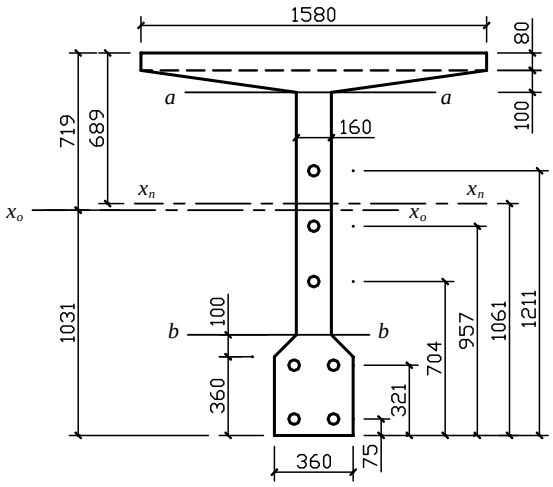



图 13-24　变化点截面（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（2）主应力计算

以上梗肋处（$a-a$）的主应力计算为例：

①剪应力

剪应力的计算按式(13-83)进行，其中$V_Q$为可变作用引起的剪力标准值组合，$V_Q = V_{Q,v}$ $+ V_{Q,pe} = 21.8 + 154.4 = 176.2$MPa，所以有：

$$\tau = \frac{V_{Go,1}S_n}{bI_n} + \frac{(V_{Go,2}+V_Q)S_o}{bI_o} - \frac{\sum \sigma''_{pe}A_{pb}\sin\theta_p S_n}{bI_n}$$

$$= \frac{195.2\times10^3\times1.318\times10^8}{160\times209.81\times10^9} + \frac{(67.0+176.2)\times10^3\times1.383\times10^8}{160\times218.169\times10^9}$$

$$- \frac{712.70\times5\times471\times0.1283\times1.318\times10^8}{160\times209.810\times10^9}$$

$$= 0.88\text{MPa}$$

②正应力

$$N_{p\text{II}} = \sigma_{p\text{II}}\cdot A_{pb}\cdot\cos\theta_p + \sigma_{p\text{II}}A_p = 712.70\times5\times471\times0.9917 + 712.70\times2\times471$$

$$= 2335.84\times10^3\text{N}$$

$$\sigma_{cx} = \frac{N_{p\text{II}}}{A_n} - \frac{N_{p\text{II}}\cdot e_{pn}\cdot y_{na}}{I_n} + \frac{M_{Go,1}\cdot y_{na}}{I_n} + \frac{(M_{Go,2}+M_Q)\cdot y_{oa}}{I_o}$$

$$= \frac{2335.84\times10^3}{532.9\times10^3} - \frac{2335.84\times10^3\times538\times(689-180)}{209.81\times10^9} + \frac{327.4\times10^6\times(689-180)}{209.81\times10^9}$$

$$+ \frac{(125.7+326.6)\times10^6\times(719-180)}{218.169\times10^9}$$

$$= 4.38 - 3.05 + 0.79 + 1.12 = 3.24\text{MPa}$$

③主应力

$$\left.\begin{matrix}\sigma_{tp}\\ \sigma_{cp}\end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_{cx}+\sigma_{cy}}{2} \mp \sqrt{(\frac{\sigma_{cx}-\sigma_{cy}}{2})^2+\tau^2}$$

$$= \frac{3.24}{2} \mp \sqrt{(\frac{3.24}{2})^2+0.88^2} = \begin{cases}-0.22\text{MPa}\\ 3.46\text{MPa}\end{cases}$$

同理，可得$x_n - x_n$、$x_o - x_o$及下梗肋$b-b$的主应力如表 13-16。

变化点截面(II—II)主应力计算表　　表 13-16

| 计算纤维 | 面积矩（$cm^3$） | | 剪应力$\tau$（MPa） | 正应力$\sigma$（MPa） | 主应力（MPa） | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 净截面$S_n$ | 换算截面$S_o$ | | | $\sigma_{tp}$ | $\sigma_{cp}$ |
| $a-a$ | $1.318\times10^8$ | $1.383\times10^8$ | 0.88 | 3.24 | −0.22 | 3.46 |
| $x_n$—$x_n$ | $1.526\times10^8$ | $1.614\times10^8$ | 1.03 | 4.32 | −0.23 | 4.55 |
| $x_o$—$x_o$ | $1.525\times10^8$ | $1.615\times10^8$ | 1.03 | 4.51 | −0.22 | 4.73 |
| $b$—$b$ | $1.237\times10^8$ | $1.354\times10^8$ | 0.68 | 5.86 | −0.08 | 5.94 |

（3）主压应力的限制值

混凝土的主压应力限值为

$$[\sigma_{cp}] = 0.6f_{ck} = 0.6\times29.6 = 17.76\text{MPa}$$

（4）主应力验算

将表（13-16）中的主压应力值与主压应力限制进行比较，均小于相应的限制值。最大主拉应力为$\sigma_{tp\max} = 0.23\text{MPa} < 0.5f_{tk} = 0.5\times2.51 = 1.26\text{MPa}$，按《公路桥规》的要求，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

仅需按构造布置箍筋。

### 13.9.10 构件的抗裂验算

1）作用短期效应组合作用下的正截面抗裂验算

正截面抗裂验算取跨中截面进行。

（1）预加力产生的构件抗裂验算边缘的混凝土预压应力的计算

由式（13-92）得

$$\sigma_{pc}=\frac{N_{p\mathrm{II}}}{A_n}+\frac{N_{p\mathrm{II}}e_{pn}}{I_n}y_b$$

$$=\frac{763.10\times7\times471}{498.9\times10^3}+\frac{763.10\times7\times471\times982}{181.793\times10^9}\times1121$$

$$=20.28\mathrm{MPa}$$

（2）由荷载产生的构件抗裂验算边缘混凝土的法向拉应力的计算

由式（13-95）得

$$\sigma_{st}=\frac{M_s}{W}=\frac{M_{Go,1}}{W_n}+\frac{M_{Go,2}}{W_0}+\frac{M_{Qs}}{W_0}$$

$$=\frac{1533.7\times10^6}{1.622\times10^8}+\frac{589.9\times10^6}{1.968\times10^8}+\frac{963.7\times10^6}{1.968\times10^8}$$

$$=17.35\,\mathrm{MPa}$$

（3）正截面混凝土抗裂验算

对于全预应力构件，作用荷载短期效应组合作用下的混凝土拉应力应满足下列要求：

$$\sigma_{st}-0.85\sigma_{pc}<0$$

由以上计算知，$\sigma_{st}-0.85\sigma_{pc}=17.35-0.85\times20.28=0.112\mathrm{MPa}\nless0$，所以不满足《公路桥规》对全预应力构件的抗裂要求。现按部分预应力混凝土 A 类构件的要求进行抗裂验算。

部分预应力混凝土 A 类构件的抗裂要求为

$$\sigma_{st}-\sigma_{pc}\le0.70f_{tk}$$

$$\sigma_{st}-\sigma_{pc}=17.35-20.28=-2.93<0.70f_{tk}=0.7\times2.51=1.757\mathrm{MPa}$$

由以上计算知，构件符合预应力混凝土 A 类构件作用短期荷载效应作用下的抗裂验算要求，同时 A 类构件还必须满足作用长期效应下的抗裂要求 $\sigma_{lt}-\sigma_{pc}\le0$，由计算可得 $\sigma_{lt}=15.16\mathrm{MPa}$，所以 $\sigma_{lt}-\sigma_{pc}=15.16-20.28=-5.12\mathrm{MPa}<0$，满足作用长期效应组合下的截面抗裂要求。所以正截面抗裂验算通过。

2）作用短期效应组合作用下的斜截面抗裂验算

抗裂验算应取剪力和弯矩均较大的最不利区段截面进行，这里仍取剪力和弯矩都较大的变化点（II—II）（图 13-20）截面为例进行计算。实际设计中，应根据需要增加验算截面。该截面的面积矩见表（13-15）。

（1）主应力计算

以上梗肋处（$a-a$）的主应力计算为例：

①剪应力

剪应力的计算按式（13-107）进行，其中 $V_Q$ 为按短期效应组合计算的可变荷载值（见表 13-5），所以有：

$$\tau=\frac{V_{Go,1}S_n}{bI_n}+\frac{(V_{Go,2}+V_{Qs})S_o}{bI_o}-\frac{\sum\sigma''_{pe}A_{pb}\sin\theta_pS_n}{bI_n}$$

$$=\frac{195.2\times10^3\times1.318\times10^8}{160\times209.81\times10^9}+\frac{(67.0+119.0)\times10^3\times1.383\times10^8}{160\times218.169\times10^9}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$-\frac{712.70\times5\times471\times0.1283\times1.318\times10^8}{160\times209.810\times10^9}$$
$$=0.66\text{MPa}$$

②正应力

$$N_{p\text{II}}=\sigma_{p\text{II}}\cdot A_{pb}\cdot\cos\theta_p+\sigma_{p\text{II}}A_p=712.70\times5\times471\times0.9917+712.70\times2\times471$$
$$=2335.84\times10^3\text{N}$$

$$\sigma_{cx}=\frac{N_{p\text{II}}}{A_n}-\frac{N_{p\text{II}}\cdot e_{pn}\cdot y_{na}}{I_n}+\frac{M_{Go,1}\cdot y_{na}}{I_n}+\frac{(M_{Go,2}+M_{Qs})\cdot y_{oa}}{I_o}$$
$$=\frac{2335.84\times10^3}{532.9\times10^3}-\frac{2335.84\times10^3\times538\times(689-180)}{209.81\times10^9}+\frac{327.4\times10^6\times(689-180)}{209.81\times10^9}$$
$$+\frac{(125.7+225.8)\times10^6\times(719-180)}{218.169\times10^9}$$
$$=4.38-3.05+0.79+0.87=2.99\text{MPa}$$

③主拉应力

$$\sigma_{tp}=\frac{\sigma_{cx}+\sigma_{cy}}{2}-\sqrt{(\frac{\sigma_{cx}-\sigma_{cy}}{2})^2+\tau^2}=\frac{2.99}{2}-\sqrt{(\frac{2.99}{2})^2+0.66^2}=-0.14\text{MPa}$$

同理，可得 $x_n-x_n$、$x_o-x_o$ 及下梗肋 $b-b$ 的主应力如表 13-17。

（2）主拉应力的限制值

作用短期效应组合下的混凝土的主拉应力限值为

$$[\sigma_{tp}]=0.6f_{ck}=0.6\times29.6=17.76\text{MPa}$$

从表 13-17 中可以看出，以上主拉应力均符合要求。

变化点截面（II—II）主拉应力计算表　　表 13-17

| 计算纤维 | 面积矩（$\text{cm}^3$） | | 剪应力 $\tau$（MPa） | 正应力 $\sigma$（MPa） | 主拉应力 $\sigma_{tp}$（MPa） |
|---|---|---|---|---|---|
| | 净截面 $S_n$ | 换算截面 $S_o$ | | | |
| $a-a$ | $1.318\times10^8$ | $1.383\times10^8$ | 0.66 | 2.99 | −0.14 |
| $x_n$—$x_n$ | $1.526\times10^8$ | $1.614\times10^8$ | 0.77 | 4.43 | −0.13 |
| $x_o$—$x_o$ | $1.525\times10^8$ | $1.615\times10^8$ | 0.77 | 4.51 | −0.13 |
| $b$—$b$ | $1.237\times10^8$ | $1.354\times10^8$ | 0.65 | 6.12 | −0.07 |

### 13.9.11　截面承载能力计算

#### 1）正截面承载能力计算

一般取弯矩最大的跨中截面进行验算。

（1）求受压区高度 $x$

略去构造钢筋影响，由 $\sum H=0$ 可求得所需混凝土受压区面积 $A$

$$A_{ca}=\frac{f_{pd}\cdot A_y}{f_{cd}}=\frac{1070\times3297}{20.5}$$
$$=172087\text{mm}^2\begin{cases}>1580\times80=126400\text{mm}^2\\<126400+\frac{1}{2}(1580+160)\times100=213400\text{mm}^2\end{cases}$$

说明 $x$ 轴位于翼缘变化段内。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

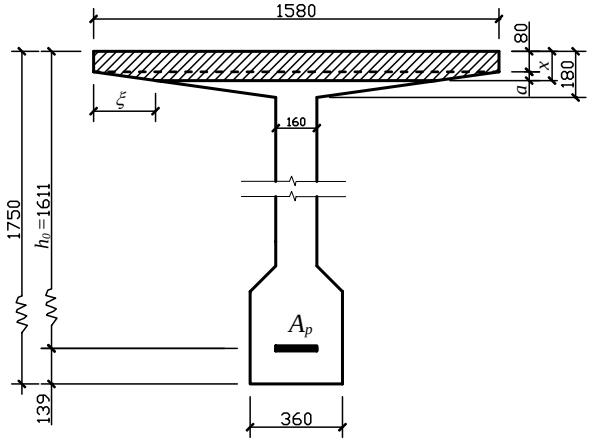



图 13-25　跨中截面承载能力计算图（尺寸单位：mm）

设翼缘板受压区高度 $x$=80mm+a，受压区与梗肋交割长度每侧为 $\xi$（图 13-25），则

$$\xi = \frac{a}{100}\cdot\frac{1580-160}{2} = 7.1a$$

由 $A_{ca} = 172087 = 1580\times 80 + \dfrac{1580+(1580-2\times 7.1a)}{2}\cdot a$ 得：$a = 34\text{mm}$。

故

$$x = 80\text{mm} + a = (80+34)\text{cm} = 114\text{mm} < \xi_b h_o = 0.4\times 1611 = 644\text{mm}$$

（2）求 $A_{ca}$ 的重心至受压区顶边的距离 $c$

$$c = \frac{S_{na}}{A_{na}} = \frac{1580\times 80\times 40 + (1580-2\times 7.1\times 34)\times 34\times(80+\frac{34}{2}) + 7.1\times 34^2\times(80+\frac{34}{3})}{172087}$$

$$= 56\text{mm}$$

（3）正截面承载能力验算

从荷载组合表知，跨中截面 $M_d = 4390.9\text{kN}\cdot\text{m}$，构件抗弯承载能力，由式（13-40）有

$$\begin{aligned} M_u &= f_{cd}\cdot A_{na}(h_0 - c) \\ &= 20.5\times 172087\times(1750-139-56) \\ &= 5485.7\times 10^6\,\text{N}\cdot\text{mm} \\ &= 5485.7\text{kN}\cdot\text{m} > \gamma_o M = 1\times 4390.9 = 4390.9\text{kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

（满足要求）

**2）斜截面承载能力验算**

（1）斜截面抗剪承载能力验算

预应力混凝土简支梁应对按规定需要验算的各个截面进行斜截面抗剪承载能力验算，以下以变化点截面（II—II）处的斜截面为例进行斜截面抗剪承载能力验算。

首先，根据公式 $\gamma_o V_d \leqslant 0.51\times 10^{-3}\sqrt{f_{cu,k}}bh_o$ 验算截面尺寸是否符合要求。式中：$b = 160\text{mm}$（腹板厚度）；$h_o = 1750 - 523 = 1227\text{mm}$（斜截面顶端截面的有效高度）；$f_{cu,k}$ 为 C45（混凝土强度等级），代入上式得

$$V_c = 0.51\times 10^{-3}\times\sqrt{45}\times 160\times 1227 = 671.6\text{kN} > \gamma_o V_d = 1\times 553.7 = 553.7\text{kN}$$

（可）

如考虑预应力对抗剪的有利影响，还可近似近按下式验算：

$$\begin{aligned} (\gamma_o V_d - V_{pb}) &= 553.7 - 0.75\times 10^{-3} f_{pd}\sum A_{pd}\cdot\sin\theta_p \\ &= 553.7 - 0.75\times 10^{-3}\times 1070\times 5\times 471\times 0.1283 \end{aligned}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$= 311.23\text{kN} < V_c = 633.2\text{kN}(\text{符合要求})$$

由式（13-51）有

$$\gamma_o V_d \leqslant V_{cs} + V_{pb}$$

其中

$$V_{cs} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3 0.45\times10^{-3} bh_o\sqrt{(2+0.6P)\sqrt{f_{cu,k}}\rho_{sv}f_{sv}}$$

$$V_{pd} = 0.75\times10^{-3} f_{pd}\sum A_{pb}\sin\theta_p$$

式中：$\alpha_1$——异号弯矩影响系数，$\alpha_1$=1.0；

$\alpha_2$——预应力提高系数，$\alpha_2$=1.25；

$\alpha_3$——受压翼缘的影响系数，$\alpha_3$=1.1；

$$P = 100\rho = 100\times\frac{A_p + A_{pb} + A_s}{bh_0} = \frac{2\times471 + 5\times471 + 0}{160\times1277}\times100 = 1.61$$

箍筋选用直径为$\phi8$，双肢，间距$S_v = 200\text{mm}$，则$A_{sv} = \dfrac{2\times\pi\times8^2}{4} = 101\text{mm}^2$

故

$$\rho_{sv} = \frac{A_{sv}}{S_{vb}} = \frac{101}{200\times160} = 0.00316；\quad f_{sv} = 235\text{MPa}$$

$\sin\theta_p$采用全部 5 根弯起钢筋的平均值，即$\sin\theta_p$=0.1283（表 13-7）。

所以

$$V_{cs} = 1.0\times1.25\times1.1\times0.45\times10^{-3}\times160\times1227\times\sqrt{(2+0.6\times1.61)\times\sqrt{45}\times0.00316\times235}$$
$$= 466.92\text{kN}$$

$$V_{pd} = 0.75\times10^{-3}\times1070\times5\times471\times0.1283 = 242.47\text{kN}$$

$$V_{cs} + V_{pd} = 466.92 + 242.47 = 709.39\text{kN} > \gamma_o V_d = 533.7\text{kN}$$（满足要求）

纵向非预应力构造钢筋作为承载能力储备，未予考虑。

（2）斜截面抗弯承载能力

由于钢束均锚固于梁端，钢束数量沿跨长方向没有变化，且弯起角度缓和，其斜截面抗弯强度一般不控制设计，故不另行验算。

### 13.9.12 锚固区局部承压验算

由该标准图可知，梁端锚具及钢筋网和螺旋筋的构造布置如图 13-26 所示。

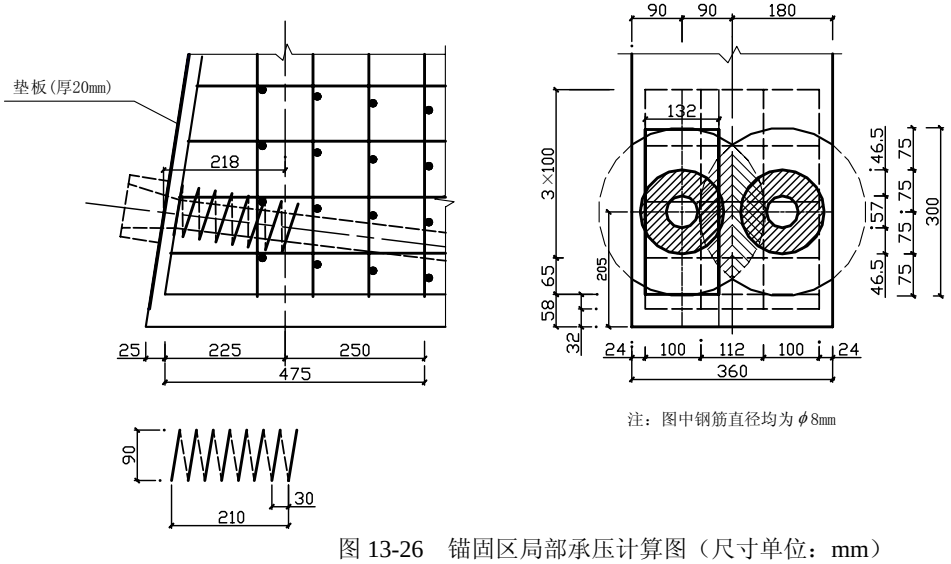



图 13-26　锚固区局部承压计算图（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

根据梁端锚具的布置情况，以 1~4 号钢束的局部承压条件最为不利，现取 1~2 号束进行验算。

1）局部受压区尺寸要求

配置间接钢筋的混凝土构件，其局部受压区的尺寸应满足下列锚下混凝土抗裂计算的要求：

$$F_{lk} \leqslant 0.80\eta_s \beta f_{ck} A_{ln}$$

且须满足

$$\eta_s \beta \geqslant 1$$

式中：$F_{lk}$——局部受压面积上的局部压力标准值，取 1~4 号钢束中张拉时最大压力值，即

$F_{lk} = 1178 \times 471 = 554.84 \times 10^3 \text{N}$；

$\eta_s$——混凝土局部承压修正系数，$\eta_s$=1.0，

$f_{ck}$——张拉锚固时混凝土轴心抗压强度标准值，张拉时，混凝土强度达到设计强度的 80%，此时的混凝土强度等级相当于 0.8×C45＝C36，由附表 1-1 内插而得 $f_{ck} = 24.08\text{MPa}$；

$\beta$——混凝土局部承压承载能力提高系数 $\beta = \sqrt{\dfrac{A_b}{A_l}}$；

$A_b$——局部受压计算底面积，

$A_{ln}$、$A_l$——混凝土局部受压面积，$A_{ln}$ 为扣除孔洞后面积，$A_l$ 为不扣除孔洞面积。

锚圈外径为 110mm，通过厚度为 20mm 的垫板，按 45° 刚性角扩散到混凝土上的局部承压面积的直径为

$$d = 110 + 2 \times 20 = 150\text{mm}；$$

$$A_l = \frac{\pi \times 150^2}{4} = 17671\text{mm}^2$$

垫板中孔直径 57mm，则

$$A_{ln} = \frac{\pi \times 150^2}{4} - \frac{\pi \times 57^2}{4} = 15120\text{mm}^2$$

以局部受压区的直径作为半径画同心圆，即得到局部受压的计算底面积。此时，两相邻计算底面积之间有重合，而且有一部分突出构件外侧，故计算每一锚具的局部受压底面积时应扣除 2 块月牙形面积，经计算，每块月牙形面积为 10013mm$^2$，所以每个锚具的计算底面积为

$$A_b = \pi \cdot 150^2 - 2 \times 10013 = 50660\text{mm}^2$$

故

$$\beta = \sqrt{\frac{A_b}{A_l}} = \sqrt{\frac{50660}{17671}} = 1.69$$

故

$$\eta_s \beta = 1 \times 1.69 = 1.69 > 1$$

$$0.8\eta_s \beta f_{ck} \cdot A_{ln} = 0.8 \times 1.0 \times 1.69 \times 24.08 \times 15120$$

$$= 492.25 \times 10^3 \text{N} < F_{lk} = 554.60 \times 10^3 \text{N}(\text{不满足要求})$$

现采用混凝土达到设计强度时张拉，则 $f_{ck} = 29.6\text{MPa}$，所以有

$$0.8\eta_s \beta f_{ck} \cdot A_{ln} = 0.8 \times 1.0 \times 1.69 \times 29.6 \times 15120$$

$$= 605.1 \times 10^3 \text{N} > F_{lk} = 554.60 \times 10^3 \text{N}(\text{满足要求})$$

2）局部抗压承载能力计算

配置间接钢筋的局部受压构件，其局部抗压承载能力计算公式为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\gamma_o F_{ld} \leqslant 0.9(\eta_s \beta f_{cd} + 2\rho_v \beta_{cor} f_{sd}) A_{ln}$$

且须满足 $$\beta_{cor} = \sqrt{\frac{A_{cor}}{A_l}} \geqslant 1$$

式中：$F_{ld}$——局部受压面积上的局部压力设计值；这里取 1.2 倍张拉时最大压力，即：

$$F_{ld} = 1.2 \times 554.87 \times 10^3 \text{N} = 655.84 \times 10^3 \text{N}$$

$A_{cor}$——混凝土核心面积，可取局部受压计算底面积范围以内的间接钢筋所包罗的面积，由图 13-26 得

$$A_{cor} = [2 \times (90 - 24)] \times [2 \times (205 - 58)] = 38808 \text{mm}^2$$

所以有 $$\beta_{cor} = \sqrt{\frac{A_{cor}}{A_l}} = \sqrt{\frac{38808}{17671}} = 1.48$$

$\rho_v$——间接钢筋体积配筋率；

$$\rho_v = \frac{n_1 A_{s1} l_1 + n_2 A_{s2} l_2}{l_1 l_2 S} + \frac{4A_{ssl}}{d_{cor} S}$$

$$= \frac{4 \times \frac{\pi \times 8^2}{4} \times 132 + 2 \times \frac{\pi \times 8^2}{4} \times 294}{180 \times 300 \times (250 + 218 - 20)/4} + \frac{4 \times \frac{\pi}{4} \times 8^2}{90 \times 30}$$

$$= 0.0874$$

C45 混凝土 $f_{cd} = 20.5\text{MPa}$

故

$$0.9(\eta_s \beta f_{cd} + 2\rho_v \beta_{cor} f_{sd}) A_{ln}$$
$$= 0.9(1 \times 1.69 \times 20.5 + 2 \times 0.0874 \times 1.48 \times 235) \times 15120$$
$$= 1298.75 \times 10^3 \text{N} > \gamma_o F_{ld} = 1 \times 655.84 \times 10^3 \text{N}$$

故局部抗压承载能力验算通过。

同理，可对 3-4 号钢束进行局部承压计算。

### 13.9.13 主梁变形（挠度）计算

根据主梁截面在各阶段混凝土正应力验算结果，可知主梁在使用荷载作用下截面不开裂。

1）荷载短期效应作用下主梁挠度验算

主梁计算跨径 L=29160mm　C45 混凝土的弹性模量 $E_c = 3.35 \times 10^4 \text{MPa}$。

由表 13-9 可见，主梁在各控制截面的换算截面的惯性矩各不相同，本算例为简化，取梁 L/4 处截面的换算截面惯性矩 $I_o = 207.298 \times 10^9 \text{mm}^4$ 作为全梁的平均值来计算。

由式（13-144）可得到主梁挠度验算式为

$$\delta_{Ms} = \frac{\alpha M_s L^2}{0.95 E_c I_o}$$

（1）可变荷载作用引起的挠度

现将可变荷载为均布荷载作用在主梁上，则主梁跨中挠度系数 $\alpha = \frac{5}{48}$（查表 13-3），荷载短期效应的可变荷载值为 $M_s = 963.7\text{kN} \cdot \text{m}$（查表 13-5）。

由可变荷载引起的简支梁跨中截面的挠度为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

$$\delta_Q = \frac{5}{48} \times \frac{29160^2}{0.95 \times 3.35 \times 10^4} \times \frac{963.7 \times 10^6}{207.298 \times 10^9}$$
$$= 12.9\text{mm}(\downarrow)$$

考虑长期效应的可变荷载引起的挠度值为

$$\delta'_Q = \eta_{\theta,Ms}\delta_Q = 1.44 \times 12.9 = 18.58\text{mm} < \frac{L}{6} = \frac{29160}{600} = 48.6\text{mm}$$ （满足要求）

（2）考虑长期效应的一期恒载、二期恒载引起的挠度

$$\delta'_G = \eta_{\theta,Ms}(\delta_{Go,1} + \delta_{Go,2})$$
$$= 1.44 \times \frac{5}{48} \times \frac{29160^2}{0.95 \times 3.35 \times 10^4} \times \frac{(1533.7 + 589.9) \times 10^6}{207.298 \times 10^9}$$
$$= 41.06\text{mm}(\downarrow)$$

2）预加力引起的上拱度计算

采用 L/4 截面处的永存预加力矩作用为全梁平均预加力矩计算值，即在使用阶段的预加力矩为

$$M_{p\text{II}} = \sigma_{p\text{II}} \cdot A_p \cdot e_{po} = 761.90 \times (7 \times 471) \times 851$$
$$= 2137.70 \times 10^6\,\text{N} \cdot \text{mm} = 2137.70\text{kN} \cdot \text{m}$$

其中 $\sigma_{pII}$ 和 $e_{po}$ 值分别由表 13-14 和表 13-9 中查得，则主梁上拱度（跨中截面）计算为

$$\delta_{pe} = \int_o^L \frac{M_{p\text{II}} \cdot \overline{M_x}}{0.95E_cI_o} dx$$
$$= -\frac{M_{pII} \cdot L^2}{8 \times 0.95E_cI_o}$$
$$= -\frac{2137.70 \times 10^6 \times 29160^2}{8 \times 0.95 \times 3.35 \times 10^4 \times 207.298 \times 10^9}$$
$$= -34.44\text{mm}(\uparrow)$$

考虑长期效应的预加力引起的上拱值为 $\delta'_{pe} = \eta_{\theta,pe} \cdot \delta_{pe} = 2 \times (-34.44) = -68.88\text{mm}$

3）倒拱度的设置

梁在短期荷载效应作用下并考虑荷载长期效应的挠度值为

$$\Delta = \delta'_{Ms} - \delta'_{pe} = 18.58 + 41.06 - 68.88 = -9.24\text{mm}(\uparrow)$$

所以不需另设倒拱度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 复习思考题与习题

13.1 预应力混凝土受弯构件在施工阶段和使用阶段的受力有何特点？

13.2 预应力混凝土梁的优越性是什么？决定预应力混凝土梁破坏弯矩的主要因素是什么？

13.3 何谓预应力损失？何谓张拉控制应力？张拉控制应力的高低对构件有何影响？

13.4《公路桥规》中考虑的预应力损失主要有哪些？引起各项预应力损失的主要原因是什么？如何减小各项预应力损失？

13.5 何谓预应力钢筋的松弛？钢筋松弛有何特点？

13.6 何谓预应力钢筋的有效预应力？对先张法、后张法构件，其各阶段的预应力损失应如何组合？

13.7 在构件的受压区配置预应力钢筋对构件的受力特性有何影响？

13.8 为什么要进行构件的应力计算？应力计算包括哪些计算项目？如何选择应力计算的截面？

13.9 为什么要进行构件的抗裂计算？构件的抗裂主要通过什么来控制？斜截面抗裂计算中如何选择计算截面？

13.10 预应力混凝土构件的挠度有哪些组成部分？何谓上拱度？何谓预拱度？何谓倒拱度？《公路桥规》中如何考虑荷载长期作用的影响？《公路桥规》中如何设置预拱度？

13.11 何谓端块？端块受力有何特点？何谓预应力钢筋的传递长度？何谓预应力钢筋的锚固长度？

13.12 什么是截面抗弯效率指标？何谓束界？预应力钢筋的布置原则是什么？如何确定预应力钢筋的弯起点？如何确定预应力钢筋的弯起角度？预应力钢筋弯起的曲线形状主要有哪些？

13.13 计算图 13-27 所示后张法预应力混凝土梁截面的净截面及换算截面几何特性。

已知预留孔道直径为 50㎜，每束高强钢丝束为 24$\phi^w$5，混凝土强度等级为 C50。高强钢丝和混凝土的弹性模量分别为 $E_p = 2.05\times10^5$ MPa 和 $E_c = 3.45\times10^4$ MPa。

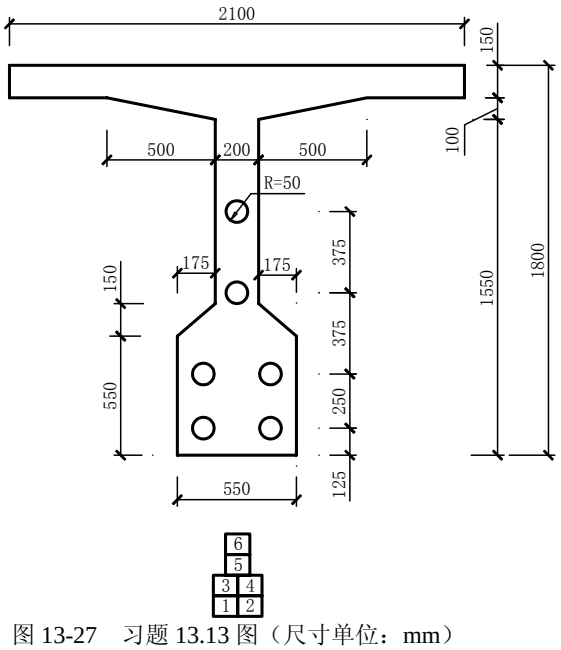



图 13-27　习题 13.13 图（尺寸单位：mm）

13.14 后张法预应力混凝土等截面简支 T 形截面梁如图 13-28 所示，主梁预制长度为 $L$＝14.60m。主梁采用 C45 混凝土，配置了 3 束预应力钢筋（每束 6 根 7 股 $\phi^s$ 15.2 钢绞线），夹片式锚具，采用有顶压张拉。采用预埋金属波纹管成孔，孔洞直径 $d$＝67mm。主梁各计算控制截面的几何特性如表 13-18 所示，全部预应力钢筋截面积 $A_p = 2919\text{mm}^2$。当混凝土达到设计强度后，分批张拉各预应力钢绞线，两端张拉。先张拉①号预应力钢绞线束，再同 时



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

张拉②、③号预应力钢绞线束。张拉控制应力为 $\sigma_{con}=0.75f_{pk}=0.75\times1860=1395\text{MPa}$。主梁所处桥位的环境年平均相对湿度为 80%。主梁的自重集度为 $G1=7.85\text{kN/m}$。

试计算预应力损失。

截面几何特征表　　表 13-18

| 项目 \ 截面 | 跨中截面 | L/4 截面 | 距支座 h/2 截面 | 支点处截面 |
|---|---|---|---|---|
| ①号索曲线与 $x$ 轴夹角 $\alpha$ 值（弧度） | 0 | 0.087 | 0.175 | 0.192 |
| 净截面面积 $A_n(\text{mm}^2)$ | 304173 | 304173 | 304173 | 304173 |
| 净截面对自身重心轴的惯性矩 $I_n(\text{mm}^4)$ | $29.822326\times10^9$ | $29.936277\times10^9$ | $29.786814\times10^9$ | |
| 净截面重心轴距主梁上边缘距离 $y_{nu}(\text{mm})$ | 352 | 354 | 357 | |
| 预应力钢束重心轴距净截面重心的距离 $e_{pn}(\text{mm})$ | 418 | 362 | 264 | |

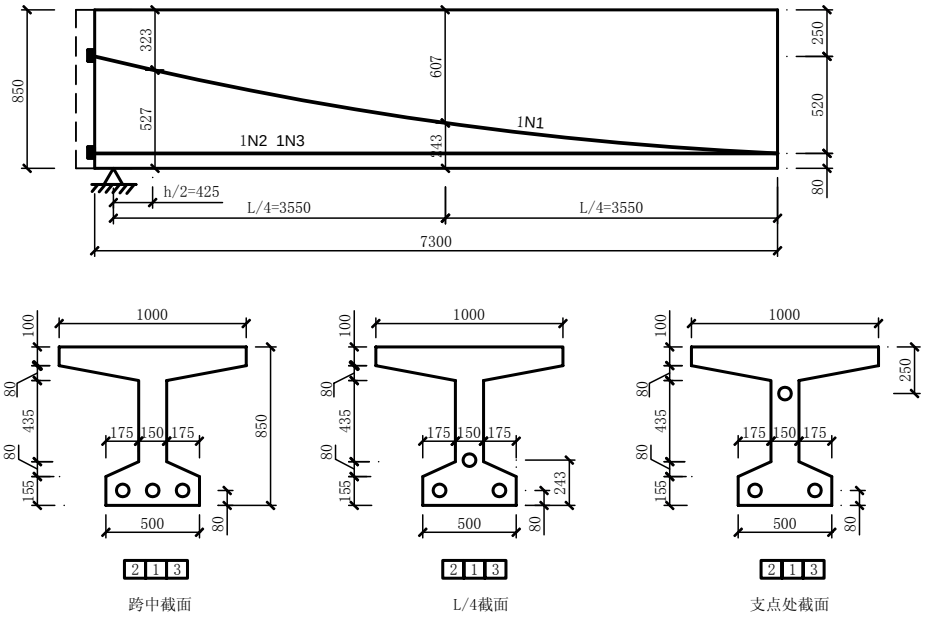



图 13-28　习题 13.14 图（尺寸单位：mm）

13.15 先张法预应力混凝土简支空心板，跨中截面尺寸与配筋如图 13-29 所示。已知条件为：C40 混凝土，$f_{cd}=18.4\text{MPa}$。预应力钢筋为精轧螺纹钢筋，$f_{pd}=650\text{MPa}$，$A_p=1781\text{mm}^2$，$a_p=45\text{mm}$。换算截面面积 $A_o=314344\text{mm}^2$，惯性距 $I_o=1.4657\times10^9\text{mm}^2$，换算截面重心轴距截面上边缘距离 $y_{ou}=308\text{mm}^2$。$A_p$ 的张拉控制应力为 $\sigma_{con}=705\text{MPa}$，总预应力损失为 $\sigma_l=276\text{MPa}$，其中由于混凝土弹性压缩引起的应力损失为 $\sigma_{l4}=72.3\text{MPa}$，作用截面上最大计算弯矩为 $M=453.8\text{MPa}$。

试进行该梁的正截面承载能力验算。

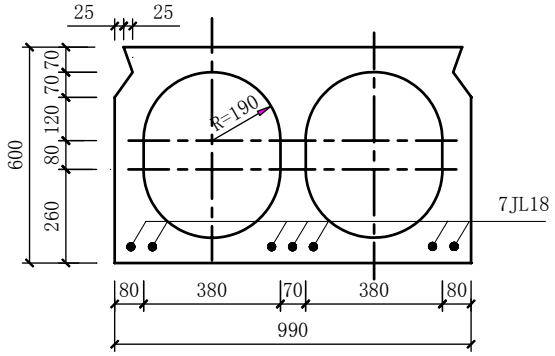



图 13-29　习题 13.15 图（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

13.16 后张法预应力混凝土简支 T 梁跨中截面如图 13-30 所示。梁计算跨径 L＝29.14m。混凝土为 C40，弹性模量 $E_c=3.25\times10^4\text{MPa}$ 。预应力钢筋采用钢绞线，截面面积为 $A_p=3836\text{mm}^2$，张拉控制应力为 $\sigma_{con}=1395\text{MPa}$ 。跨中截面处钢束的平均应力损失，第一批损失为 $\sigma_{lI}=245.7\text{MPa}$，第二批损失为 $\sigma_{lI}=229.6\text{MPa}$ 。

梁跨中截面的预应力钢筋重心距截面重心轴的距离分别为 $e_n=1200\text{mm}$（净截面）、$e_o=1134\text{mm}$（换算截面），换算截面惯性矩 $I_o=350.59\times10^9\text{mm}^4$ 。

梁跨中截面处一期恒载弯矩为 $M_{Go,1}=1928.6\text{kN}\cdot\text{m}$，二期恒载弯矩为 $M_{Go,2}=1203.5\text{kN}\cdot\text{m}$，汽车荷载作用（不计冲击）产生的弯矩值为 $M_{Q,v}=1358.6\text{kN}\cdot\text{m}$，人群荷载作用产生的弯矩值为 $M_{Q,pe}=338.7\text{kN}\cdot\text{m}$ 。

由梁在使用阶段的混凝土正应力验算结果知该梁为部分预应力混凝土 A 类构件。

试计算该梁在使用阶段的挠度，并说明是否需要设置预拱度。

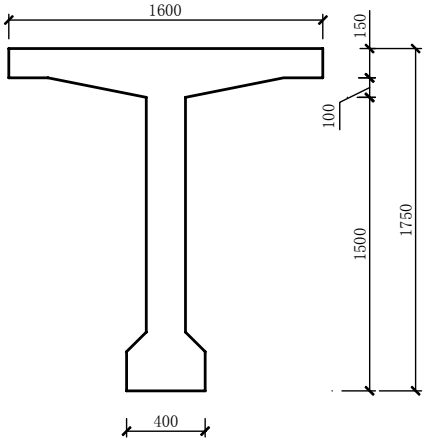



图 13-30　习题 13.1 图（尺寸单位：mm）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 14 章　部分预应力混凝土受弯构件

预应力混凝土结构，早期都是按照全预应力混凝土来设计的。根据当时的认识，预应力的目的只是为了用混凝土承受的预压应力来抵消使用荷载引起的混凝土拉应力。混凝土不受拉，当然就不会出现裂缝。这种在使用荷载作用下必须保持构件截面混凝土受压的设计，通常称为全预应力设计，“零应力”或“无拉应力”则为全预应力混凝土的设计基本准则。

全预应力混凝土结构虽有抗裂刚度大，抗疲劳，防渗漏等优点，但是在工程实践中也发现一些严重缺点，例如，结构构件的反拱变形大，以至于桥面铺装施工的实际厚度变化较大，易造成桥梁的桥面损坏；当预加力过大时，锚下混凝土横向拉应变超出了极限拉应变，易出现沿预应力钢筋纵向不能恢复的裂缝，我国铁路预应力混凝土梁桥中就曾出现过这类裂缝，宽度平均在 0.1mm 左右。

部分预应力混凝土结构的出现是工程实践的结果，它是介于全预应力混凝土结构和普通钢筋混凝土结构之间的预应力混凝土结构。部分预应力混凝土结构在工程中不仅充分发挥预应力钢筋的作用，而且注意了利用非预应力钢筋的作用，从而节省了预应力钢筋，进一步改善了预应力混凝土的使用性能。同时，它也促进了预应力混凝土结构设计思想的重大发展，使设计人员可以根据结构使用要求来选择预应力度的高低，进行合理的结构设计。

在第 13 章介绍的内容基础上，本章先介绍部分预应力混凝土结构的受力性能，然后着重介绍部分预应力混凝土 B 类受弯构件的计算与设计特点及方法。

## 14.1　部分预应力混凝土结构的受力特性

《公路桥规》按预应力度（$\lambda$）的不同，将预应力混凝土结构分为两类：全预应力混凝土结构和部分预应力混凝土结构。全预应力混凝土结构指构件在作用（或荷载）短期效应组合下控制的正截面的受拉边缘不出现拉应力的预应力混凝土结构，其$\lambda \geq 1$，部分预应力混凝土结构指构件在作用（或荷载）短期效应组合下控制的正截面的受拉边缘可出现拉应力，但拉应力小于或超过应力限值预应力混凝土结构，其$1 > \lambda > 0$。《公路桥规》对部分预应力混凝土结构分为 A 类构件和 B 类构件这两类,详见第 12.1.2 节。

对于预应力混凝土 A 类构件，第 13 章中已经介绍设计原理与方法，本章节主要介绍预应力混凝土 B 类构件。

荷载－挠度曲线是梁工作性能的综合反映。为了理解部分预应力混凝土梁的性能，需要观察不同预应力程度条件下梁的荷载－挠度曲线。

图 14-1 中，曲线 1，2 和 3 分别表示具有相同正截面承载能力$M_u$的全预应力,部分预应力和普通钢筋混凝土梁的弯矩－挠度关系示意图。从图中可以看出，部分预应力混凝土梁的受力特性，介于全预应力混凝土梁与钢筋混凝土梁之间。

在荷载作用较小时，部分预应力混凝土梁（曲线 2）受力特性与全预应力混凝土梁（曲线 1）相似：在自重与有效预加力$N_{pe}$（扣除相应的预应力损失）作用下，它具有反拱度$\Delta_b$，但其值较全预应力混凝土梁的反拱度$\Delta_a$小；随着外加荷载作用增加，弯矩$M$达到$B$点，这时表示外荷载作用下产生的梁下挠度与预应力反拱度相等，两者正好相互抵消，梁这时的挠度为零，但此时受拉区边缘的混凝土应力并不为零。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

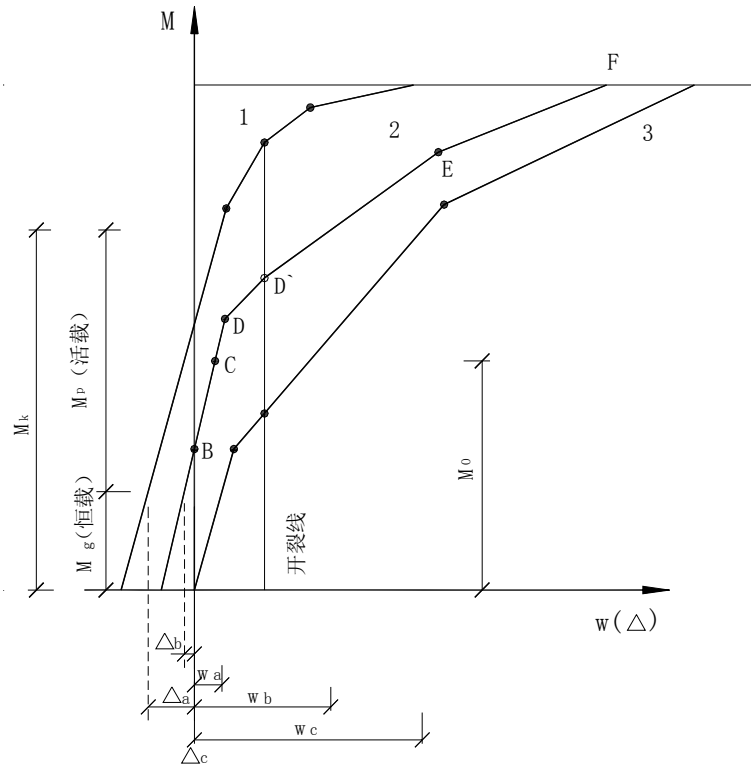



图 14-1　弯矩－挠度关系曲线

当荷载作用继续增加，达到曲线 2 的$C$点时，外荷载作用产生的梁底混凝土拉应力正好与梁底有效预压应力$\sigma_{pc}$互相抵消，使梁底受拉边缘的混凝土应力为零，此时相应的外荷载作用产生的弯矩，就称为消压弯矩$M_0$。

梁的截面下边缘消压后，如继续加载至$D$点，混凝土的边缘拉应力达到极限抗拉强度。随着外荷载增加，受拉区混凝土就进入塑性阶段，构件的刚度下降，达到$D'$点时表示构件即将出现裂缝,此时相应的弯矩就称为部分预应力混凝土构件的抗裂弯矩$M_{pcr}$,显然($M_{pcr}-M_0$)就相当于相应的钢筋混凝土梁的截面抗裂弯矩$M_{cr}$，即$M_{cr}=M_{pcr}-M_0$。

从$D'$点开始，外荷载作用加大，裂缝开展，刚度继续下降，挠度增加速度加快。而到达$E$点时，受拉钢筋屈服。$E$点以后裂缝进一步扩展，刚度进一步降低，挠度增加速度更快，直到$F$点，这时构件达到极限承载能力状态而破坏。

## 14.2　部分预应力混凝土结构的发展与特点

部分预应力混凝土结构的想法出现在法国工程师 E·Freyssinet 对全预应力混凝土结构理论做出关键性突破研究不久。1939 年，奥地利的 V·Emperger 就提出了用引进少量非预应力钢筋的办法，以改善裂缝和挠度性能的部分预应力的概念，而后，英国的 P·W·Abeles 又进一步提出，在全部使用荷载下允许混凝土出现拉应力，甚至出现微细裂缝的更为具体的部分预应力设计概念。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

但是，部分预应力混凝土结构的发展，开始十分缓慢，真正被重视并得以发展还是近 30 年来的事。究其原因，应该说是与过去把全预应力混凝土和钢筋混凝土，作为两种截然不同的材料处理、两者之间不存在什么过渡的传统观念分不开的。然而，长期以来在预应力混凝土结构的使用过程中，不断地深入研究的结果表明，部分预应力混凝土结构的工作性能是完全可以满足要求的。

1962 年在意大利罗马召开的欧洲混凝土委员会和国际预应力混凝土协会（CEB-FIP）联合会议上，首先提出了将全预应力混凝土和钢筋混凝土之间的中间状态连贯起来的设计思想。在 1970 年的 CEB-FIP 布拉格国际预应力会议上，进一步在预应力混凝土和钢筋混凝土之间的整个范围内进行了预应力分级，从而确立了部分预应力混凝土结构在配筋混凝土结构中的地位。

我国对部分预应力混凝土结构的应用和研究十分重视，在工业与民用建筑、公路桥梁上广泛使用部分预应力混凝土构件。在总结部分预应力混凝土结构研究和使用的经验基础上，中国土木工程学会于 1981 年提出了《部分预应力混凝土结构设计建议》、而我国的《公路桥规》对部分预应力混凝土结构的构件设计及构造也制订了有关规定。这对加速部分预应力混凝土结构在公路桥梁中的应用，起到了重大推动的作用。

部分预应力混凝土结构之所以受到重视，与它本身的特点是分不开的，现将其优点简述如下：

1）节省预应力钢筋与锚具

与全预应力混凝土结构比较，可以减小预压力，因此，预应力钢筋用量可以大大减少。当然，为了保证结构的极限强度，就必须补充适量的非预应力钢筋。当预应力钢筋与非预应力钢筋的单价比大于两者的强度时，将会取得一定的经济效益。例如河北平山冶河桥采用部分预应力设计，使一联 10×40m 的部分预应力混凝土单点顶推的连续箱梁，比采用全预应力混凝土梁，节约锚具材料 20％、施工临时束 28.6%、永久预应力束 22 吨等，因而，大大减少了张拉力筋，设置管道和压浆等工作量，总之，既节省了建设费用，又方便了施工。

2）改善结构性能

(1) 由于预加力的减少，使构件的弹性和徐变变形所引起的反拱度减少，锚下混凝土的局部应力降低。

(2) 构件未裂前刚度较大，而开裂后刚度降低，但卸荷后，刚度部分恢复，裂缝闭合能力强，故综合使用性能优于普通钢筋混凝土。

(3) 部分预应力混凝土构件，由于配置了非预应力钢筋，提高了结构的延性和反复荷载作用结构的能量耗散能力，这对结构抗震极为有利。

采用全预应力混凝土结构还是采用部分预应力混凝土结构，应根据结构的使用要求及工程实际来选择。对于需防止渗漏的压力容器、水下结构或处于高度腐蚀环境的结构，以及承受高频反复荷载作用而预应力钢筋有疲劳危险的结构等，需要用全预应力混凝土结构（例如铁路桥）。而对于自重作用（恒载）效应相对于可变作用效应要小的结构，例如中、小跨径的桥梁，其主梁就适宜采用部分预应力混凝土结构。总之，是采用全预应力还是部分预应力、甚至是预应力混凝土 A 类构件还是 B 类构件，都应根据安全，适用，经济，合理的原则，因地制宜地选用，而不应硬性规定统一为一种形式的结构。

实现部分预应力，可行的方法主要有以下 3 种：

（1）全部采用高强钢筋，将其中的一部分拉到最大容许张拉应力，保留一部分作为非预应力钢筋，这样可以节省锚具和张拉工作量。

（2）将全部预应力钢筋都张拉到一个较低的应力水平。

（3）用普通钢筋（例如热轧 HRB335、HRB400 级钢筋）来代替一部分预应力高强钢筋。

对于预应力混凝土 B 类构件，采用第三种配筋方法（混合配筋）最多，由于采用了预应力高强钢筋与非预应力普通钢筋的混合配筋，既具有两种配筋的优点，又基本排除了两



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

者的缺点。构件中的预应力筋可以平衡一部分荷载，提高抗裂度，减少挠度，并提供部分或大部分的承载力；非预应力筋则可分散裂缝，增加承载能力和提高破坏时的延性，以及加强结构中难以配置预应力筋的那些部分。非预应力筋的主要作用是：

（1）协助受力　为了使预应力筋布置得更靠近受拉边缘纤维，以获得较大的抵抗弯矩力臂，受压边缘应配置非预应力钢筋以承担偏心过大的预加力引起的拉应力和控制裂缝；对直线形预应力筋的梁，梁端上部亦可布置非预应力筋以承担可能出现的拉应力；如预压区预压应力过高，也可设置非预应力普通钢筋以分担预应力。

（2）承受意外荷载　对预制梁的某些部位配置非预应力筋以承担运输、堆置和吊装过程中的特殊或意外荷载。

（3）改善梁的正常使用性能和增加梁的承载力　在受拉区配置非预应力筋有利于分散裂缝和约束裂缝宽度，并能增加梁的抗弯承载力。

## 14.3　允许开裂的部分预应力混凝土受弯构件的计算

部分预应力混凝土受弯构件的持久状况正截面承载能力计算与全预应力混凝土受弯构件的相同，本节主要介绍以简支梁介绍预应力混凝土 B 类构件持久状况和短期状况计算中的一些特殊问题。

### 14.3.1　B 类构件在使用阶段的截面正应力计算

允许开裂的预应力混凝土 B 类受弯构件，与全预应力混凝土及预应力混凝土 A 类构件在使用阶段的计算不同点在于截面已开裂。开裂截面的中轴位置和有效截面的几何特性，不仅取决于材料与截面尺寸，而且还取决于轴向力（预加力）与作用（荷载）的大小和位置，预应力钢筋和非预应力钢筋数量的多少，这使计算工作比较复杂。

从预应力混凝土梁的弯矩－挠度曲线可以明确看出，梁开裂后仍具有一个良好的弹性工作性能阶段，即开裂弹性阶段。因此，部分预应力混凝土梁开裂后使用阶段的应力计算可以采用弹性分析方法。

1）介绍开裂截面的弹性分析法

以矩形截面为例，在受拉区布置有预应力钢筋 $A_p$ 和非预应力钢筋 $A_s$ [图 14-2a）]，其截面弯矩 $M$ 大于开裂弯矩 $M_{cr}$ 时，开裂截面上预应力筋中的拉力为 $T_p$ ，非预应力筋中的拉力为 $T_s$，中和轴以上混凝土压应力为三角形分布，合力为 $N_c$ [图 14-2c）]。在弯矩 $M$ 作用下，如截面上边缘纤维混凝土的压应变为 $\varepsilon_c$，则相应的混凝土应力 $\sigma_c$ 为

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \tag{14-1}$$

混凝土压应力的合力 $N_c$ 为

$$N_c = 0.5\sigma_c bx = 0.5E_c \varepsilon_c bx \tag{14-2}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

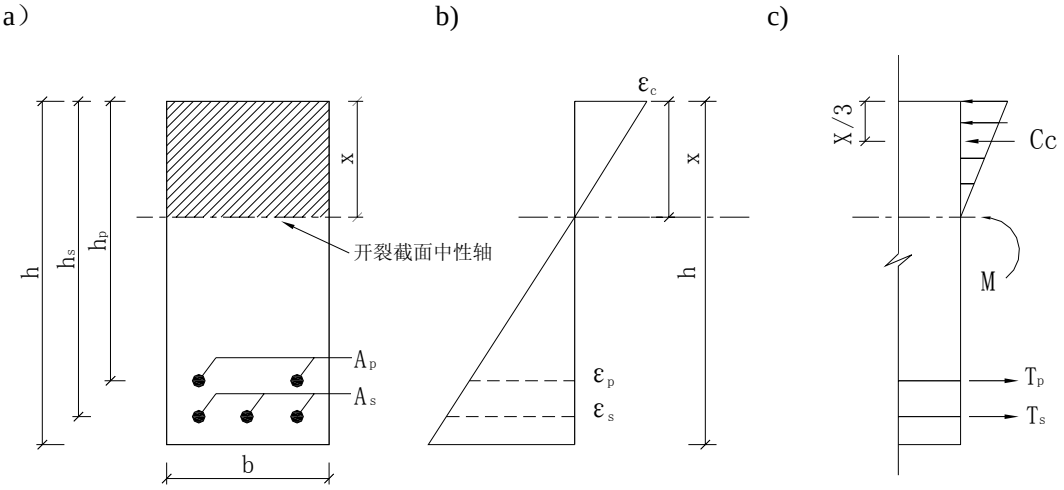



图 14－2　开裂截面的应变和内力

a）截面　　b)应变　　c)合力

预应力钢筋与普通钢筋的拉应变可用开裂截面受压区高度 $x$ 和上边缘混凝土压应变 $\varepsilon_c$[图 14-2b）]分别表达如下

$$\varepsilon_p = \varepsilon_{pe} + \varepsilon_{ce} + \varepsilon_c\left(\frac{h_p - x}{x}\right) \tag{14-3}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c\left(\frac{h_s - x}{x}\right) \tag{14-4}$$

式（14－3）中的应变 $\varepsilon_{pe}$ 和 $\varepsilon_{ce}$ 分别为预应力梁在承受自重作用和外荷载作用之前，预应力筋中的有效拉应变和它周围混凝土的压应变，计算表达式为：

$$\varepsilon_{pe} = \sigma_{pe} / E_p \tag{14-5}$$

$$\varepsilon_{ce} = \frac{A_p \sigma_{pe}}{E_c}\left(\frac{1}{A} + \frac{e^2}{I}\right) \tag{14-6}$$

$e$ 为预应力筋重心线到非开裂截面重心轴距离。

由于两种钢材均处于弹性范围内，因此预应力筋和普通钢筋中的拉应力的合力分别为

$$T_p = A_p E_p \varepsilon_p = A_p E_p \left[\varepsilon_{pe} + \varepsilon_{ce} + \varepsilon_c\left(\frac{h_p - x}{x}\right)\right] \tag{14-7}$$

$$T_s = A_s E_s \varepsilon_s = A_s E_s \varepsilon_c\left(\frac{h_s - x}{x}\right) \tag{14-8}$$

式（14-2）、式（14-7）和式（14-8）分别表示的开裂截面混凝土压应力合力 $N_c$、预应力钢筋拉力 $T_p$ 和普通钢筋拉力 $T_s$ 均用混凝土压应变和开裂截面受压区高度表达。当给定一个 $\varepsilon_c$ 或 $\sigma_c$ 值时，根据截面内力平衡条件，就可以用试凑法求出受压区高度 x。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

求得 $x$ 值，预应力钢筋和普通钢筋的应变和应力之后，相应于给定 $\varepsilon_c$ 值的弯矩值就可以求出：

$$M = T_p(h_p - \frac{x}{3}) + T_s(h_s - \frac{x}{3}) \qquad (14\text{-}9)$$

相应于弯矩 $M$ 的曲率为：

$$\varphi = \frac{\varepsilon_c}{x} \qquad (14\text{-}10)$$

以上分析方法并不能从某一给定弯矩直接求出混凝土及钢筋的应变和应力，所以在实际应用中，一般需选定两个有较大差距的 $\varepsilon_c$ 或 $\sigma_c$ 值，以求出相应的钢筋应力。弯矩和曲率，而任何中间的数值则可以通过线性比例关系来求得。考虑到混凝土应力－应变曲线的特性，选用的 $\sigma_c$ 值上限不宜超过 0.67 $f_{ck}$。

弹性分析法是根据内力平衡和应变协调两个条件通过试凑分析开裂截面的方法。这个方法优点是概念清楚，但计算比较麻烦。

**2）给定弯矩直接求出开裂截面应力的消压分析法。**

部分预应力混凝土梁截面开裂后的应力状态，与钢筋混凝土大偏心受压很相似。但应该注意到，当外力为零时，钢筋混凝土大偏心受压构件截面混凝土应力均等于零（称为“零应力”状态）。钢筋混凝土大偏心受压构件截面开裂后，可以用钢筋混凝土结构在使用荷载阶段的有关公式求解钢筋应力与混凝土应力。预应力混凝土 B 类受弯构件截面上由作用产生的弯矩 $M_k$，虽然可以用等效的偏心压力来代替，但是偏心压力所产生的应力效应，并不能直接用上述钢筋混凝土大偏心受压构件求解应力的方法来求解，这是因为部分预应力混凝土构件尚存在着预加力 $N_P$ 的作用，所以，即使截面上没有作用（荷载效应），但是由于预加力 $N_P$ 的作用，梁的截面上已经存在着由预加力所引起的混凝土正应力。

鉴于钢筋混凝土大偏心受压构件求解截面应力的公式是在“零应力”状态下建立的，如果能把这个预加力引起的截面应力的特点加以考虑，从计算方法上进行某些处理，将截面上由预加力引起的混凝土压应力退压成“零压力”状态，暂时先消除预加力的影响，就可以借助钢筋混凝土大偏心受压构件的计算方法来求解截面上钢筋和混凝土的应力。预应力混凝土受弯构件开裂截面的应力计算，就是把在外弯矩 $M_K$ 和预应力钢筋及非预应力钢筋合力 $N_{P0}$ 作用下的受弯构件，转化为作用点距截面重心轴 $e_{0N}$ 的轴向力作用进行钢筋混凝土偏心受压构件。对后张法预应力连续梁等超静定结构，上述外弯矩 $M_K$ 还应计入由预加力引起的次弯矩 $M_{P2}$。

后张法 T 形截面的预应力混凝土受弯 B 类构件截面布置如图 14-3a），截面弯矩 $M > M_{cr}$。可将开裂截面正应力状态分解成如下几个阶段来分析。

（1）有效预加力 $N_{pe}$ 作用



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

在有效预加力 $N_{\mathrm{pe}}$ 单独作用下的应变图，如图 14-3b）所示虚线①。此时，受拉区和受压区预应力钢筋中的拉应力为不计梁自重作用的有效预拉力

$$\sigma_{\mathrm{pe}}=\sigma_{\mathrm{con}}-\sigma_{l} \tag{14-11}$$

$$\sigma_{pe}^{'}=\sigma_{\mathrm{con}}^{'}-\sigma_{l}^{'} \tag{14-12}$$

在配有非预应力钢筋的预应力混凝土构件中，由于混凝土的收缩和徐变，使非预应力钢筋产生与预加力相反的内力，从而减少了受拉区混凝土的法向预压应力。为了简化计算，在式(14-14)、(14-20)、(14-21)和式(14-22)中非预应力钢筋的应力均近似取为混凝土收缩和徐变引起的预应力损失值。

此时，在截面全部预应力钢筋和普通钢筋的合力 $N_p$ 作用下的截面受拉区和受压区预应力钢筋合力点处混凝土的预压应力 $\sigma_{pc}$ 和 $\sigma_{pc}^{'}$ 计算式为

$$\begin{aligned}\sigma_{pc}&=\frac{N_p}{A_o}+\frac{N_p e_{po}}{I_o}y_p^0\\ \sigma_{pc}^{'}&=\frac{N_p}{A_o}-\frac{N_p e_{po}}{I_o}y_p^{'}\end{aligned} \tag{14-13}$$

$$N_p=\sigma_{pe}A_p-\sigma_{l6}A_s+\sigma_{pe}^{'}A_p^{'}-\sigma_{l6}^{'}A_s^{'} \tag{14-14}$$

式中 $\sigma_{\mathrm{pe}}$ 和 $\sigma_{pe}^{'}$ 的计算分别见式（14-11）和（14-12）。

式（14－13）中的 $e_{Po}$ 按下式计算

$$e_{Po}=\frac{\sigma_{pe}A_p y_p-\sigma_{l6}A_S y_s+\sigma_{pe}^{'}A_P^{'}y_p^{'}-\sigma_{l6}^{'}A_s^{'}y_s^{'}}{\sigma_{pe}A_p-\sigma_{l6}A_s+\sigma_{pe}^{'}A_p^{'}-\sigma_{l6}^{'}A_s^{'}} \tag{14-15}$$

式中 $e_{Po}$——$N_p$ 到换算截面重心轴偏心距；

$y_p$，$y_p^{'}$——分别为换算截面重心轴至受拉区或受压区预应力钢筋合力点处的距离；

$y_s$，$y_s^{'}$——分别为换算截面重心轴至受拉区或受压区非预应力钢筋合力点处的距离；

$\sigma_{l6}$、$\sigma_{l6}^{'}$——构件受拉区、受压区预应力钢筋由混凝土收缩和徐变引起的预应力损失；

（2）全消压状态

这是一个为计算需要（使截面呈“零应力”状态）的虚拟作用阶段。在虚拟作用下，全截面消压，即构件截面各点的混凝土的应变恰好为零[图 14-3 中虚线②]。

$$\sigma_{p2}=E_p\cdot(-\varepsilon_{p2})=E_p\varepsilon_{pc}=\alpha_{\mathrm{EP}}\sigma_{pc} \tag{14-16}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_{p2}^{'} = E_p \cdot (-\varepsilon_{p2}^{'}) = E_p \varepsilon_{Pc}^{'} = \alpha_{EP} \sigma_{pc}^{'} \qquad (14\text{-}17)$$

这是假定受拉和受压区预应力钢筋为同一类钢筋，同时 $\alpha_{Ep} = E_p / E_c$ 。

在全消压状态下，受拉区和受压区预应力钢筋中的总拉应力 $\sigma_{p0}$ 、 $\sigma_{p0}^{'}$ 分别为

$$\sigma_{p0} = \sigma_{pe} + \sigma_{p2} = \sigma_{con} - \sigma_l + \alpha_{EP} \sigma_{pc} \qquad (14\text{-}18)$$

$$\sigma_{p0}^{'} = \sigma_{pe}^{'} + \sigma_{p2}^{'} = \sigma_{con}^{'} - \sigma_l^{'} + \alpha_{EP} \sigma_{pc}^{'} \qquad (14\text{-}19)$$

为了使截面达到完全消压状态，必须对截面施加一个拉力 $N_{p0}$ （又称为虚拟荷载），使之消除混凝土的预压应力。

混凝土消压后，在受拉和受压区预应力钢筋重心处混凝土应变值分别由 $\varepsilon_{pc}$ 和 $\varepsilon_{pc}^{'}$ 变化为零时，受拉和受压区预应力钢筋应变增量为（ $-\varepsilon_{p2}$ ）和（ $-\varepsilon_{p2}^{'}$ ），其绝对值等于其重心处对应的混凝土应变 $\varepsilon_{pc}$ 、 $\varepsilon_{pc}^{'}$ 。故受拉和受压区预应力钢筋的拉应力增量为

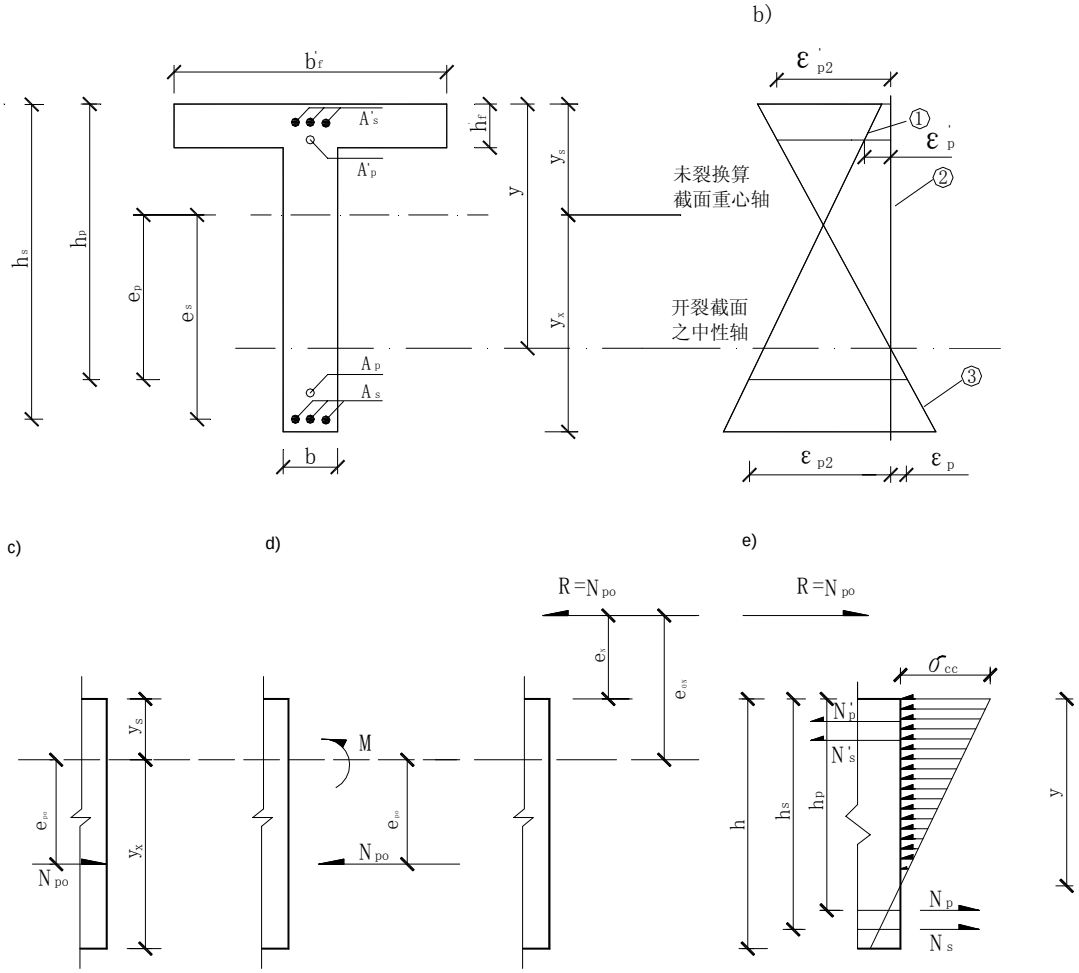



图 14-3　大偏心受压等效过程

a)开裂截面；b)截面应变分布；c)虚拟拉力；d)开裂截面上的力；e)偏心压力产生的开裂截面应力；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

全消压状态下，有效预加力 $N_{\mathrm{pe}}$ 引起的非预应力钢筋应变 $\varepsilon_{s1}$、$\varepsilon_{s1}^{'}$ 消失。但由于混凝土收缩徐变变形引起的非预应力钢筋压应变 $\varepsilon_{s2}$、$\varepsilon_{s2}^{'}$ 依然存在，所以消压状态下受拉、受压区非预应力钢筋依然存在压应力，其值均近似取为混凝土收缩和徐变引起的预应力损失值。存在的压力 $N_{\mathrm{s2}}$、$N_{s2}^{'}$ 为

$$N_{\mathrm{s2}}=-\sigma_{l6}A_{\mathrm{s}} \tag{14-20}$$

$$N_{s2}^{'}=-\sigma_{l6}^{'}A_{s}^{'} \tag{14-21}$$

全消压状态下，预应力钢筋和非预应力钢筋合力 $N_{p0}$ 就为

$$N_{po}=\sigma_{po}A_{p}-\sigma_{l6}A_{\mathrm{s}}+\sigma_{po}^{'}A_{p}^{'}-\sigma_{l6}^{'}A_{S}^{'} \tag{14-22}$$

$N_{po}$ 作用点距截面受压边缘距离[图 14-3c）]为

$$e_{Po}=\frac{\sigma_{po}A_{p}y_{p}-\sigma_{l6}A_{S}y_{s}+\sigma_{po}^{'}A_{P}^{'}y_{p}^{'}-\sigma_{l6}^{'}A_{s}^{'}y_{s}^{'}}{\sigma_{po}A_{p}-\sigma_{l6}A_{\mathrm{s}}+\sigma_{po}^{'}A_{p}^{'}-\sigma_{l6}^{'}A_{s}^{'}} \tag{14-23}$$

对于先张法预应力混凝土构件，由式（14-22）计算 $N_{p0}$ 时，应取

$$\sigma_{p0}=\sigma_{\mathrm{con}}-\sigma_{l}+\sigma_{l4} \tag{14-24}$$

$$\sigma_{p0}^{'}=\sigma_{\mathrm{con}}^{'}-\sigma_{l}^{'}+\sigma_{l4}^{'} \tag{14-25}$$

（3）开裂截面应力计算中虚拟作用的处理

虚拟拉力（ $N_{p0}$ ）是为了计算处理而虚设的，因此，最终应消除其影响，必须在预应力钢筋和非预应力钢筋合力作用点处施加一个与 $N_{po}$ 大小相等，方向相反作用力（－ $N_{p0}$ ）（图 14-4）。

此时，作用于构件开裂截面弯矩值 $M_{k}$ 和偏心压力 $N_{p0}$，可用一个等效的偏心压力 R 作用于构件开裂后的换算截面上，并由此可求得 R 的大小及距截面上边缘的距离 $e_{N}$ 图 14-4。

现取 $R=N_{po}$，由隔离体对 $N_{p0}$ 作用点的力矩，得 $M_{k}=R(e_{po}+e_{N})=N_{p0}(e_{po}+e_{N})$，故

$$e_{N}=\frac{M_{k}}{N_{po}}-e_{po} \tag{14-26}$$

这样，承受预加力合力 $N_{p}$ 和弯矩 $M_{k}$ 作用的预应力混凝土 B 类受弯构件就化为承受距受压边缘的偏心距为 $e_{N}$ 的压力 $R=N_{po}$ 的钢筋混凝土偏心受压构件（图 14-4）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

图 14-4　等效的钢筋混凝土偏心受压构件

（4）按钢筋混凝土结构大偏心受压构件计算梁开裂截面的受压区高度

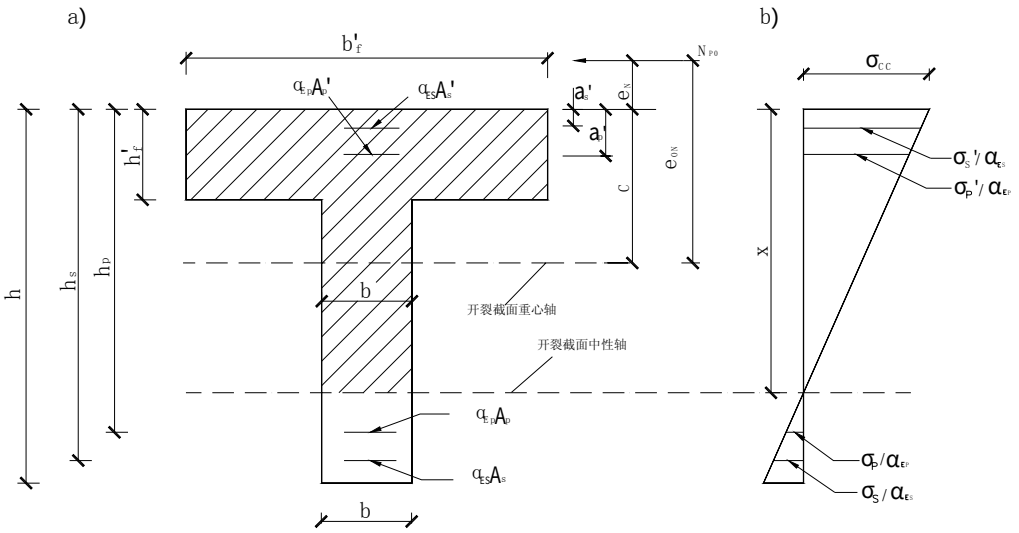



图 14-5　开裂截面及应力图

a）开裂截面；　　b）截面应力

开裂后的预应力混凝土 B 类受弯构件，按钢筋混凝土偏心受压构件计算时，采用以下假定：截面变形符合平截面假定；受压混凝土正应力分布取三角形；不考虑受拉区混凝土参加工作，拉力全部由钢筋承担。假定开裂截面的中和轴位于肋板内，按内外力对偏心压力 $N_{P0}$ 作用点取矩为零，整理后得到：

$$Dx^3 + Ex^2 + Fx + G = 0 \tag{14-27}$$

$$D = b \tag{14-28}$$

$$E = 3be_N \tag{14-29}$$

$$F = 3b_0 h_f^{'}(2e_N + h_f^{'}) + 6\alpha_{Ep}(A_P g_p + A_P^{'} g_P^{'}) + 6\alpha_{Es}(A_s g_s + A_s^{'} g_s^{'}) \tag{14-30}$$

$$G = -b_0 h_f^{'2}(3e_N + 2h_f^{'}) - 6\alpha_{Ep}(A_P h_p g_p + A_P^{'} a_p^{'} g_P^{'}) - 6\alpha_{Es}(A_s h_s g_s + A_s^{'} a_s^{'} g_s^{'}) \tag{14-31}$$

式中　$b$ ——T 形和工字形截面的肋板宽度或矩形截面的宽度；

$e_N$ —— $N_{po}$ 作用点至截面受压边缘的距离，$N_{po}$ 位于截面外为正；位于截面内为负；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$b_o$——T 形和工字形截面受压翼缘宽度与肋板宽度之差，$b_o = b_f^{'} - b$；

$h_f^{'}$——T 形和工字形截面受压翼缘厚度；

$h_p$、$h_s$——分别为受拉区预应力钢筋重心、非预应力钢筋重心至受压区边缘的距离；

$g_p$、$g_s$——分别为受拉区预应力钢筋重心、非预应力钢筋重心至 $N_{po}$ 作用点的距离，

$$g_p = h_p + e_N，\ g_s = h_s + e_N；$$

$g_p^{'}$、$g_s^{'}$——受压区预应力钢筋重心、非预应务钢筋重心至至 $N_{po}$ 作用点的距离，于

$$g_p^{'} = a_p^{'} + e_N，\ g_s^{'} = a_s^{'} + e_N；$$

$a_p^{'}$、$a_s^{'}$——受压区预应力钢筋重心，非预应力钢筋重心至受压区边缘的距离。

使用式（14-27）~（14-31）来求解开裂截面的受压区高度 X 中就注意：

①受压区非预应力钢筋的应力应符合 $\alpha_{ES}\sigma_{cc} \leqslant f_{sd}^{'}$ 的要求。当 $\alpha_{ES}\sigma_{cc} > f_{sd}^{'}$ 时，式（14-30）和式（14-31）中的 $A_s^{'}$ 应以 $(f_{sd}^{'}A_s^{'})/(\alpha_{ES}\sigma_{cc})$ 代替，此处 $f_{sd}^{'}$ 为非预应力钢筋抗压强度设计值，$\sigma_{cc}$ 为受压区非预应力钢筋合力点处混凝土压应力，可按式（14-32）计算，但式中的 C 改用该钢筋合力点至开裂截面重心轴的距离。

②当受压区预应力钢筋为拉应力时，即（$\alpha_{ES}\sigma_{cc} - \sigma_{po}^{'}$）<0 时，式（14-30）和式（14-31）中含有 $A_p^{'}$ 项前面的正号应改为负号，此处 $\sigma_{cc}$ 为受压区预应力钢筋合力点处的混凝土压应力。

③当受压区未设预应力钢筋或非预应力钢筋时，式（14-30）和式（14-31）中的 $A_p^{'}$ 项或 $A_s^{'}$ 项令其等于零。

计算 D，E,F 和 G 后,代入式(14-27)中，利用求解三次方程的公式或迭代法电算程序求解 $x$。

式(14-27)适用于 T 形和 I 形截面的部分预应力混凝土 B 类受弯构件，对于矩形截面,令有关计算式中的 $h_f^{'}$ 等于零即可。

（5）开裂截面混凝土压应力

《公路桥规》依照消压分析法提出允许开裂的预应力混凝土 B 类受弯构件，由作用（或荷载）标准值产生的开裂截面混凝土压应力计算式为

$$\sigma_{cc} = \frac{N_{PO}}{A_{cr}} + \frac{N_{PO}e_{oN}c}{I_{cr}} \leqslant 0.5 f_{ck} \qquad (14\text{-}32)$$

$$e_{oN} = e_N + c \qquad (14\text{-}33)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$e_N = \frac{M_k}{N_{po}} - h_{ps} \tag{14-34}$$

$$h_{ps} = \frac{\sigma_{po} A_p h_p - \sigma_{l6} A_S h_s + \sigma'_{po} A'_P h'_p - \sigma'_{l6} A'_S h'_s}{N_{PO}} \tag{14-35}$$

式中 $N_{PO}$——混凝土法向预应力等于零时预应力钢筋和普通钢筋的合力，先张法构件和后张法构件均按公式（14-22）计算，其中的$\sigma_{po}$、$\sigma'_{po}$为构件受拉区、受压区预应力钢筋合力点处混凝土法向应力等于零时预应力钢筋的应力。先张法构件按式（14-24）和（14-25）计算；后张法构件按式（14-18）和（14-19）计算；

$c$——截面受压区边缘至开裂换算截面重心轴的距离；

$e_{oN}$——$N_{po}$作用点至开裂截面重心轴距离；

$e_N$——$N_{po}$作用点至截面受弯区边缘的距离，$N_{po}$位于截面之外为正；$N_{po}$位于截面之内为负；

$h_{ps}$——预应力钢筋与普通钢筋合力作用点至截面受压区边缘的距离；

$h_p$，$h'_p$——分别为截面受拉区、受压区的预应力钢筋合力点至截面受压区边缘距离；

$h_s$，$h'_s$——截面受压区、受压区的非预应力钢筋合力点至截面受压区边缘距离；

$A_{cr}$——开裂截面换算截面积；

$I_{cr}$——开裂截面换算截面惯性矩；

$\alpha_{Ep}$——预应力钢筋弹性模量与混凝土弹性模量的比值。

（6）开裂截面预应力钢筋的应力

开裂截面受拉区预应力钢筋总拉应力为

$$\sigma_p = \sigma_{po} + \Delta\sigma_p$$

$$\Delta\sigma_p = \alpha_{EP}\left[\frac{N_{po}}{A_{cr}} + \frac{N_{po} e_{oN}\left(h_p - c\right)}{I_{cr}}\right] \tag{14-36}$$

式中符号与式（14-29）～式（14-32）相同。

$\sigma_{po}$为截面受拉区预应力钢筋截面$A_p$的重心处，混凝土法向应力为零时的预应力钢筋应力，对后张法构件，按式（14-18）计算；对先张法构件，按式（14-24）计算。

配置在受拉区的非预应力钢筋，截面消压后出现的应力不大，故未列出其计算式。

使用阶段开裂截面受拉预应力钢筋的计算总拉应力应满足：

对钢绞线、钢丝

$$\sigma_{po} + \Delta\sigma_p \le 0.65 f_{pk} \tag{14-37}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

对精轧螺纹钢筋

$$\sigma_{po}+\Delta\sigma_p \le 0.80 f_{pk} \qquad (14\text{-}38)$$

预应力混凝土受弯构件受拉区的普通钢筋，其使用阶段的应力很小可不必验算

### 14.3.2 裂缝宽度计算

部分预应力混凝土受弯构件，在正常使用阶段下允许出现裂缝，因此，如何控制其裂缝宽度，并使之不超过规定的限值，就成为部分预应力混凝土构件设计的一项重要内容。

1）裂缝宽度的计算

对使用阶段允许出现裂缝的预应力混凝土 B 类受弯构件，《公路桥规》采用的最大裂缝宽度计算式为：

$$W_{fk}=C_1C_2\frac{\sigma_{ss}}{E_s}\left(\frac{30+d}{0.28+10\rho}\right)\quad(mm) \qquad (14\text{-}39)$$

式中 $\sigma_{ss}$——由作用（或荷载）短期效应组合引起的开裂截面纵向受拉钢筋的应力；

$\rho$——配筋率，$\rho=(A_s+A_p)\Big/\left[bh_o+(b_f-b)h_f\right]$，当 $\rho>0.02$ 时，取 $\rho=0.02$；当 $\rho=0.06$ 时，取 $\rho=0.06$；

式（14-37）中纵向受拉钢筋直径 $d$（mm），当用不同直径的钢筋时，$d$ 改为换算直径 $de$，$de=(\sum n_i d_i^2)\Big/(\sum n_i d_i)$。对于混合配筋的预应力混凝土构件，《公路桥规》规定，预应力钢筋为由多根钢缘或钢绞线组成的钢丝束或钢绞线束，式中 $d_i$ 为普通钢筋公称直径、钢丝束或钢绞线束的等代直径 $d_{pe}$，$d_{pe}=\sqrt{n}d$，此处，$n$ 为钢丝束中钢丝根数或钢绞线束中钢绞线根数，$d$ 为单根钢丝或钢绞线的公称直径。

式（14-40）中其余符号意义详见式（9-24）。

由作用（或荷载）短期效应组合并考虑长期效应影响引起的开裂截面纵向受拉钢筋的应力 $\sigma_{ss}$ 可近似按下式计算：

$$\sigma_{ss}=\frac{M_s-N_{po}(z-e_p)}{(A_p+A_s)z} \qquad (14\text{-}40)$$

$$z=[0.87-0.12(1-\gamma_f^{'})(\frac{h_o}{e})^2]h_o \qquad (14\text{-}41)$$

$$\gamma_f^{'}=\frac{(b_f^{'}-b)h_f^{'}}{bh_o} \qquad (14\text{-}42)$$

$$e=e_p+\frac{M_s}{N_{po}} \qquad (14\text{-}43)$$

式中 $z$——受拉区预应力钢筋和非预应力钢筋合力点至截面受压区合力点的距离；

$\gamma_f^{'}$——受压翼缘截面积与腹板有效截面积的比值；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$b_f^{'}$、$h_f^{'}$——受压翼缘的宽度和厚度，当$h_f^{'} > 0.2h_o$时，取$h_f^{'} = 0.2h_o$；

$e_p$——混凝土法向应力等于零时，预应力钢筋和非预应力钢筋的合力$N_{po}$的作用点至受拉区预应力钢筋和普通钢筋合力点的距离（图 14-4）；

$M_s$——按作用（或荷载）短期效应组合计算的弯矩值。

式（14-40）和式（14-43）中的$N_{po}$按式（14-22）计算。

应当指出，对于超静定预应力混凝土 B 类受弯构件，在计算$\sigma_{ss}$时，尚应考虑由预加力$N_p$产生的次弯矩$M_2$的影响，故式（14-40）和式（14-43）应改写为

$$\sigma_{ss} = \frac{M_s \pm M_2 - N_0(z - e_p)}{(A_p + A_s)z} \tag{14-44}$$

$$e = e_p + \frac{M_s \pm M_2}{N_{pc}} \tag{14-45}$$

式中，当$M_2$与$M_s$方向相同时取正值，相反时取负值。

2）裂缝宽度的限值

《公路桥规》下，预应力混凝土 B 类构件计算的最大裂缝宽度不应超过下列规定限值：

（1）采用精轧螺纹钢筋的预应力混凝土构件，I 类和 II 类环境条件下为 0.20mm；Ⅲ类和Ⅳ类环境条件下 0.15mm。

（2）采用钢丝或钢绞线的预应力混凝土构件，I 类和 II 类环境条件下为 0.10mm；Ⅲ类和Ⅳ类环境条件下不得进行带裂缝的 B 类构件设计。

### 14.3.3 变形计算

允许开裂部分的预应力混凝土 B 类受弯构件，在正常使用极限状态下的挠度，仍可根据给定的构件刚度用结构力学的方法计算。

《公路桥规》规定预应力混凝土受弯构件的变形计算，应采用作用短期效应组合并考虑长期效应组合的影响。关于考虑长期效应的影响，《公路桥规》是采用按作用短期效应组合和规定的刚度计算的变形值，乘以变形长期增长系数$\eta_\theta$方法处理的，$\eta_\theta$值详见 13.6 节。《公路桥规》规定允许开裂的预应力混凝土 B 类构件的抗弯刚度按作用短期效应组合$M_S$分段取用：

在开裂弯矩$M_{cr}$作用下　　$B_0 = 0.95E_cI_0$　　（14-46）

在$(M_s - M_{cr})$作用下　　$B_{cr} = E_cI_{cr}$　　（14-47）

式中的$I_o$和$I_{cr}$分别为构件全截面换算截面惯性矩和开裂截面换算截面的惯性矩。

$$M_{cr} = (\sigma_{pc} + \gamma f_{tk})W_o \tag{14-48}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\gamma = 2S_o / W_o \qquad (14\text{-}49)$$

式中 $\sigma_{pc}$——相应于 $N_{po}$ 时的构件抗裂验算边缘混凝土的预压应力；

$\gamma$——受拉区混凝土塑性影响系数；

$S_o$——全截面换算截面面积；

$W_o$——换算截面抗裂验算边缘的弹性抵抗矩。

式中其他符号意义见 9.5.1 节。

由式（14-54）和式（14-55）可见，对于允许开裂的预应力混凝土 B 类构件的刚度取用，实际上是按作用短期效应组合 $M_s(>M_{cr})$ 分成两部分，即 $M_s$ 中的开裂弯矩 $M_{cr}$ 作用取 $B=B_0$，而 $(M_s-M_{cr})$ 作用取 $B=B_{cr}$。因此，具体设计计算选用前，应计算构件的开裂弯矩 $M_{cr}$，$M_{cr}$ 计算表达式详见式（14-51）及式（14-？）。

允许开裂的预应力混凝土 B 类受弯构件计算的长期挠度值与预拱设置方法，详见 13.6.3 节和 13.6.4 节。

### 14.3.4 疲劳计算

近年来疲劳试验结果表明，构件的疲劳强度主要取决于各组成部分的疲劳强度，而且通常发生在高应力区钢筋的断裂，显然，它是直接与受拉区混凝土的裂缝有关。没有裂缝的构件是不会发生疲劳破坏的。

部分预应力混凝土受弯构件，只要预应力度选择得当，对于预应力混凝土梁来说，一般不会发生疲劳破坏。在可变作用效应与永久作用效应之比较大、且可变作用重复次数多的场合，疲劳问题就不可忽视。

目前，对于部分预应力混凝土受弯构件的疲劳校核，主要是验算预应力混凝土 B 类构件受拉区钢筋的应力、斜截面的疲劳验算主要是控制箍筋的应力问题。

受拉钢筋的疲劳按计算应力变化幅 $\Delta\sigma_m$ =（$\sigma^p_{\max}-\sigma^p_{\min}$）校核，其允许值 $[\Delta\sigma^p]$ 应由试验确定，当缺少该项试验数据时，可参照表 14-1 采用。

钢筋应力变化幅度容许值（Mpa） 表 14-1

| 钢筋种类 | 光面圆钢筋 | 规律变形钢筋 | 光面预应力钢丝 | 钢绞线 | 高强钢筋 |
|---|---|---|---|---|---|
| [△σ$^p$] | 250 | 150 | 200 | 200 | 80 |

## 14.4 允许开裂的预应力混凝土受弯构件的设计

部分预应力混凝土受弯构件的设计内容包括：以确定所需的预应力钢筋、非预应力钢筋的面积及其布置为主要计算目标的截面设计；对初步设计的梁进行承载能力极限状态计算（截面复核）和正常使用极限状态计算（截面验算）。

部分预应力混凝土 B 类受弯构件设计步骤参见（图 14-5）所示的设计流程图。

部分预应力混凝土受弯构件的截面尺寸，通常是参考已有的设计资料及桥梁总体布置设计已经确定。因而，截面设计的主要内容是确定预应力钢筋和非预应力钢筋的用量及其布置。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

一般的设计方法是，先根据构件使用性能的要求，确定预应力钢筋的数量，然后再由构件控制截面的正截面强度要求，确定非预应力钢筋的数量。本节主要介绍按预应力度法和按名义拉应力法来进行截面配筋设计的方法。

### 14.4.1 截面配筋设计的预应力度法

预应力度法是印度学者 G、S、Ramaswamy 提出来的。以 $\lambda$ 表示预应力度，即

$$\lambda = M_0 / M_s$$

这就是式（12-1）。式中 $M_0$ 被称为消压弯矩，对受弯构件是指其下边缘混凝土的预压应力恰被抵消为零时弯矩， $M_0$ 的表达式为

$$M_0 = \sigma_{pc} W_0$$

且

$$\sigma_{pc} = \frac{N_{pe}}{A}(1 + \frac{e_p \cdot y_x}{r^2})$$

式中符号的意义详见式（13-2）。

由上述式子整理可得到

$$N_{pe} = \frac{\lambda M_s}{W_0} \cdot \frac{A}{1 + \frac{e_p \cdot y_x}{r^2}} \qquad (14\text{-}50)$$

$$A_p = \frac{N_{pe}}{\sigma_{con} - \sigma_l} \qquad (14\text{-}51)$$

式中 $\sigma_{con}$ —— 预应力钢筋的张拉控制应力；

$\sigma_l$ —— 预应力总损失值,估算时,对先张法构件可取 20%-30%的张拉控制应力；对后张法构件除摩擦损失外可取 15%-25%的张拉控制应力；

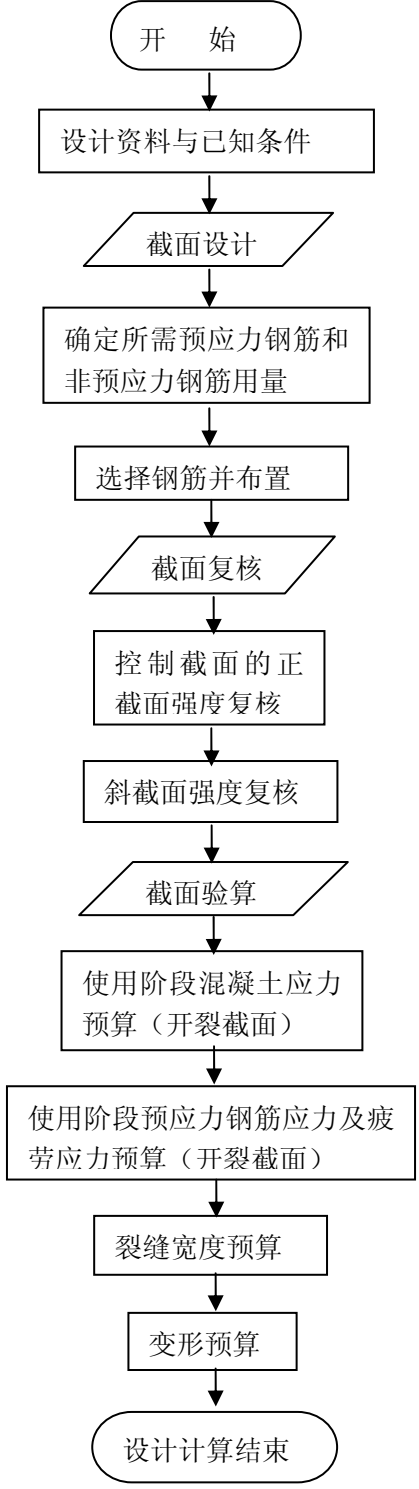



图 14-5　部分预应力混凝土 B 类受弯构件的设计流程图

当由式（14-51）确定了预应力钢筋面积 $A_p$ 后，则由受弯构件正截面承载能力来求所需非预应力钢筋 $A_s$ 。例如对于仅在受拉区配置预应力钢筋 $A_p$ 和非预应力钢筋 $A_s$ 的单筋矩形截面，截面宽度为 $b$ ，高度为 $h$ 。由基本静力平衡方程可得到联立方程

$$f_{cd} b x = f_{pd} A_p + f_{sd} A_s \qquad (14\text{-}52)$$

$$\gamma_o M_d = f_{pd} A_p (h - a_p - \frac{x}{2}) + f_{sd} A_s (h - a_s - \frac{x}{2}) \qquad (14\text{-}53)$$

式中的 $M_s$ 为弯矩组合设计值。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

由联立方程式（14-52）和式（14-53）可求得受压区高度 $x$ 和非预应力钢筋面积 $A_s$，求得的 x 应满足 $x \le \xi_{jp} h_p$。

综合上述，采用预应力度法进行预应力钢筋和非预应力钢筋的用量计算时，可分以下步骤（以矩形截面受弯构件为例）：

（1）计算混凝土毛截面的几何特征 $A, I, W, y_x$；

（2）假设预应力钢筋的合力作用点位置 $a_p$，求得偏心矩 $e_p$； 假设非预应力钢筋合力作用点位置 $a_s$；

（3）选择预应力度；

（4）由式（14-51）求得所需预应力钢筋面积，解联立方程式（14-52）和式（14-53）求得相应的非预应力钢筋的面积。

（5）选择预应力钢筋和非预应力钢筋，截面布置后，按正截面抗弯承载能力要求，进行截面复核。

在设计中，预应力度 $\lambda$ 的选择是重要的。但是，对于预应力混凝土 B 类受弯构件，采用预应力度法时，很不容易看到预应力度 $\lambda$ 大小与裂缝宽度之间的关系，造成选择的困难。国外试验研究及设计经验表明，当 $\lambda$=0.6～0.8 时，预应力钢筋和非预应力钢筋用量之和较小，且可以满足预应力混凝土 B 类受弯构件裂缝宽度限制要求，故可参考上述数值范围初选预应力度 $\lambda$ 值。

### 14.4.2 截面配筋设计的名义拉应力法

在目前裂缝公式繁多且都不够完善的条件下，名义拉应力法计算简便且具有一定试验基础。该方法是根据部分预应力混凝土构件在使用阶段的裂缝宽度要求，计算控制截面上预应力钢筋所需的面积。源引于英国规范。把带裂缝的构件假设为不开裂的构件，用一般材料力学公式算出构件受拉边缘的最大拉应力，因为构件已开裂，所以这个拉应力必定大于混凝土的弯曲抗拉强度，成为名义上的东西，故称为“名义拉应力”。在大量试验的基础上，可以定出对应于不同裂缝宽度限值的容许名义拉应力。

在使用荷载阶段的部分预应力混凝土梁，按匀质未开裂混凝土截面，用材料力学公式计算，仅由使用荷载作用引起的截面边缘最大拉应力 $\sigma_{st}$ 与相应位置混凝土截面边缘所受的有效预应力 $\sigma_{pc}$ 叠加，其结果就是相应截面混凝土边缘所受的总的拉应力，也就是名义拉应力。这个名义拉应力值是有限制的，应满足：

$$\sigma_{st} - \sigma_{pc} \le [\sigma_{ct}] \qquad (14\text{-}54)$$

式中 $[\sigma_{ct}]$ 为混凝土的容许名义拉应力。

采用名义拉应力法进行配筋估算的步骤大致为：

（1） 按照前述预应力度法进行配筋设计步骤的第 1、2 步进行混凝土截面几何特性等计算；

（2） 计算 $\sigma_{st}$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_{st}=\frac{M_s}{W} \qquad (14\text{-}55)$$

式中 $M_s$—— 由荷载短期效应组合产生的弯矩值；

$W$ —截面受拉边缘的弹性抵抗矩,计算时可采用毛截面面积；

（3）确定混凝土的容许名义拉应力$[\sigma_{ct}]$：（对于部分预应力混凝土 B 类构件）根据构件的使用要求及环境条件，由 14.3.2 节介绍的裂缝宽度限值规定$[\sigma_{ct}^N]$可用以下简单公式计算

后张法 $$[\sigma_{ct}^N]=\beta[\sigma'_{ct}]+4\rho\le f_{cu,k}/4 \qquad (14\text{-}56)$$

先张法 $$[\sigma_{ct}^N]=\beta[\sigma'_{ct}]+3\rho\le f_{cu,k}/4 \qquad (14\text{-}57)$$

式中 $[\sigma'_{ct}]$ 称为基本容许名义拉应力，可查表 14-2 得到。它仅与预加应力方式、混凝土强度级别和裂缝宽度三个因素有关。$\beta$ 称为构件的高度修正系数，可从表 14-3 中查到。$\rho$ 为受弯构件受拉区布置非预应力钢筋的配筋率（$\rho=A_s/bh_0$）。对于先张法构件，每 1%的 $\rho$ 值，则容许值$[\sigma_{ct}^N]$提高 3MPa，对于后张法构件，则每 1%的 $\rho$ 值，容许值$[\sigma_{ct}^N]$提高 4MPa。$f_{cu,k}$ 为混凝土强度级别。

混凝土基本容许名义拉应力$\sigma_{ct}'$（MPa） 表 14-2

| 构件名称 | 裂缝宽度限值 (mm) | 混凝土强度等级 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | C30 | C40 | ≥C50 |
| 后张法构件 | 0.10 | 3.2 | 4.1 | 5.0 |
| | 0.15 | 3.5 | 4.6 | 5.6 |
| | 0.20 | 2.8 | 5.1 | 6.2 |
| | 0.25 | 4.1 | 5.6 | 6.7 |
| 后张法构件 | 0.10 | — | 4.6 | 5.5 |
| | 0.15 | — | 5.3 | 6.2 |
| | 0.20 | — | 6.0 | 6.9 |
| | 0.25 | — | 6.5 | 7.5 |

注：仅适用于 C60 以下混凝土

混凝土容许名义拉应力的构件高度修正系数 表 14-3

| 构件高度(mm) | ≤200 | 400 | 600 | 800 | ≥1000 |
|---|---|---|---|---|---|
| 修 正 系 数 | 1.1 | 1 | 0.9 | 0.8 | 0.7 |

（4） 求所需的有效预加力 $N_{pe}$ 及相应的预应力钢筋面积 $A_p$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

根据式（14-54）计算梁受拉边缘混凝土所需要的有效预压应力$\sigma_{pc}$，即

$$\sigma_{pc} \geq \sigma_{st} - \left[\sigma_{ct}\right] \tag{14-58}$$

而

$$\sigma_{pc} = N_{pe}\left(\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W}\right) \tag{14-59}$$

由式（14-58）和式（14-59），并用式（14-55）表示$\sigma_{st}$，可得到

$$N_{pe} \geq \frac{\frac{M_s}{w} - \left[\sigma_{ct}\right]}{\frac{1}{A} + \frac{e_p}{W}} \tag{14-60}$$

相应所需要的预应力钢筋面积

$$A_p = \frac{N_{pe}}{\sigma_{con} - \sum\sigma_l} \tag{14-61}$$

式中 $e_p$—— 预应力钢筋对截面(未开裂)重心轴的偏心距,$e_p = y - a_p$,$y$和$a_p$ 分别为截面受拉边缘至截面重心轴和预应力钢筋重心的距离，$a_p$可预先假定；

$A$ —— 构件截面面积,可采用毛截面。

$\sum\sigma_l$ ——预应力损失总值。估算时对先张法构件可取$(0.2 \sim 0.3)\sigma_{\text{com}}$；对后张法构件可取$(0.25 \sim 0.35)\sigma_{\text{com}}$。

（5） 根据受弯构件正截面承载力要求，计算所需的非预应力钢筋面积$A_s$；

（6） 进行正截面承载力要求计算，受压区高度$x$应满足$x \leq \xi_b h_p$。

## 14.5 构 造 要 求

考虑到部分预应力混凝土受弯构件的特点，《公路桥规》和中国土木工程学会编制的《部分预应力混凝土结构设计建议》都提出了有关构造要求，现综合简述如下。

（1） 部分预应力混凝土梁应采用混合钢筋。非预应力钢筋宜采用较小直径及较小间距布置在梁受拉区边缘。

（2） 采用混合配筋得受弯构件，《建议》中建议，其非预应力钢筋数量，应根据预应力度的大小按下列原则配置：

①当预应力度较高（$\lambda > 0.7$）时，为保证构件的安全和延性。宜采用较小直径及较小间距，按最小配筋率$\rho_s = A_s / A_{he} = (0.2 \sim 0.3)\%$，设置非预应力钢筋，其中$A_s$为非预应力钢筋面积，$A_{he}$为受拉区混凝土面积；

②当预应力度中等（0.4≤ $\lambda$ ≤0.7）时，由于非预应力钢筋得数量相对增多，因此，钢筋的直径，特别时最外排得直径应予以加大；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

③当预应力度较低 （$\lambda < 0.4$）时，非预应力钢筋的数量已超过了预应力钢筋数量，构件受力性能已接近钢筋混凝土构件，故可按钢筋混凝土梁的构造规定配置非预应力钢筋。

（3） 非预应力钢筋宜采用 HRB335 级、HRB400 级热轧钢筋。

（4） 截面配筋率

①最小配筋率《建议》对部分预应力混凝土受弯构件的最小配筋率要求满足

$$M_u / M_{cr} > 1.25 \qquad (14\text{-}62)$$

式中 $M_u$—— 受弯构件正截面抗弯承载能力；

$M_{cr}$—— 构件开裂弯矩；

满足条件的部分预应力混凝土构件，从开裂到破坏将具有一定的安全储备，可避免一旦开裂即发生破坏的现象。

②最大配筋率满足受压区高度 $x \le \xi_b h_p$， $\zeta_b$ 见表 13-2。

## 复习思考题与习题

14-1 部分预应力混凝土结构按截面混凝土应力控制条件分为几类？各有什么不同？

14-2 部分预应力混凝土受弯结构受力特性与全预应力混凝土受弯结构的受力特性主要有哪些不同？

14-3 按预应力度法进行部分预应力混凝土结构截面配筋设计的主要步骤有哪些？

14-4 部分预应力混凝土结构主要应用范围是什么？

14-5 部分预应力混凝土结构抗疲劳的主要特点有哪些？



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 15 章　　无粘结预应力混凝土受弯构件

无粘结预应力混凝土梁，是指主筋配置无粘结预应力钢筋的后张法预应力混凝土梁。而无粘结预应力钢筋，是指由单根或多根高强钢丝、 钢绞线或粗钢筋，沿其全长涂有专用防腐油脂涂料层和有外包层，使之与周围混凝土不建立粘结力，张拉时可沿纵向发生相对滑动的预应力钢筋。

无粘结预应力混凝土构件可采用类似于普通钢筋混凝土构件的方法进行施工，无粘结筋像普通钢筋一样敷设，然后浇筑混凝土，待混凝土达到规定强度后，进行预应力钢筋的张拉和锚固。省去了传统后张法预应力混凝土的预埋管道、穿束、压浆等工艺，节省了施工设备，简化了施工工艺，缩短了工期，故综合经济性好。

早在本世纪 20 年代，德国的 R·Farber 就提出了采用无粘结预应力筋的概念，并取得了专利。但当时并未推广，直到 40 年代后期才开始用于桥梁结构。现在，无粘结预应力混凝土结构已为许多国家所应用，美国的 ACI、英国的 CP110 及德国的 DIN4227 等结构设计规范，对无粘结预应力混凝土的设计与应用都作了具体规定，显示出技术已日趋完善，应用前景可观。

在我国，近年来无粘结预应力混凝土结构获得广泛应用，其技术是国家科委和建设部“八五”科技成果重点推广项目之一，同时还编制了中华人民共和国建设部行业标准《无粘结预应力混凝土结构技术规程》（JGJ／T92－93）。无粘结预应力混凝土技术也已成功地被用于公路桥梁。例如在四川省已修建了三座跨径 18～20m 的无粘结预应力混凝土空心板梁桥；在江苏省建成的云阳大桥，主孔为 70m 跨径的无粘结预应力混凝土系杆拱桥。结合工程进行的无粘结预应力混凝土构件静载及疲劳试验证明，无粘结预应力混凝土在桥梁结构的受力性能是良好的。

## 15.1 无粘结预应力混凝土受弯构件的受力性能

无粘结预应力混凝土梁，一般分为纯无粘结预应力混凝土梁和无粘结部分预应力混凝土梁。前者是指受力主筋全部采用无粘结预应力钢筋；而后者指其受力主筋采用无粘结预应力钢筋与适当数量非预应力有粘结钢筋的混合配筋梁。这两种无粘结预应力混凝土梁在荷载作用下的结构性能及破坏特征是不同的，下面分别介绍。

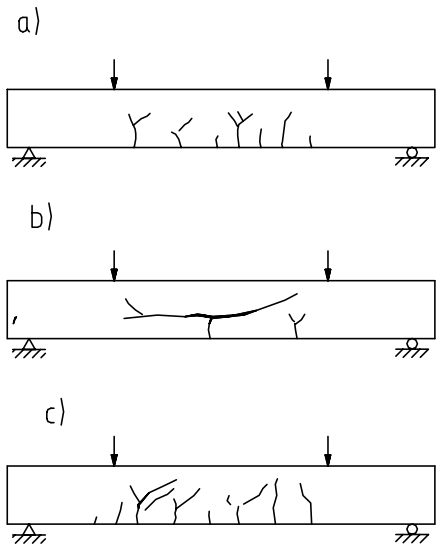



图15-1　有粘结与无粘结预应力混凝土梁的裂缝形态

a）有粘结预应力混凝土梁　　b）纯无粘结预应力混凝土梁

c）无粘结部分预应力混凝土梁

### 1) 纯无粘结预应力混凝土梁

由纯无粘结预应力混凝土梁的试验观察到，在试验荷载作用下，在梁最大弯矩截面附近出现一条或少数几条裂缝。随着荷载的增加，已出现裂缝的宽度与延伸高度都迅速发展，并且常在裂缝的顶部开叉［图 15-1b）］。梁开裂后，在荷载增加不多的情况下，随着裂缝宽度与高度的急剧增加，受压区混凝土压碎而引起梁的破坏，具有明显的脆性破坏特征。试验分析表明，纯无粘结预应力混凝土梁一经开裂，梁的结构性能就变得接近于带拉杆的扁拱而不像梁。

纯无粘结预应力混凝土梁不仅裂缝形态及发展与同样条件下的有粘结预应力混凝土不同［图 15-1a）］，而且其荷载－跨中挠度曲线也不同（图 15-2）。由（图 15-2）可见，有粘结预应力混凝土梁的荷载－挠度曲线具有三直线形式，而



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

纯无粘结预应力混凝土梁的曲线不仅没有第三阶段，连第二阶段也没有明显的直线段。

在梁最大弯矩截面上，无粘结预应力钢筋应力随荷载变化的规律，亦与有粘结预应力钢筋不同（图 15-3）。由（图 15-3）可以清楚地看到，无粘结预应力筋的应力增量，总是低于有粘结预应力筋的应力增量，而且，随着荷载的增大，这个差距就越来越大。在梁的最大弯矩截面处，无粘结筋的应力增量比有粘结筋少。这是由于无粘结筋相对于混凝土能发生滑移，外力矩引起的任一应变将分布在无粘结筋的整个长度上，因此，从开始受力直到破坏，无粘结筋承受的应力要比有粘结筋的应力要低。

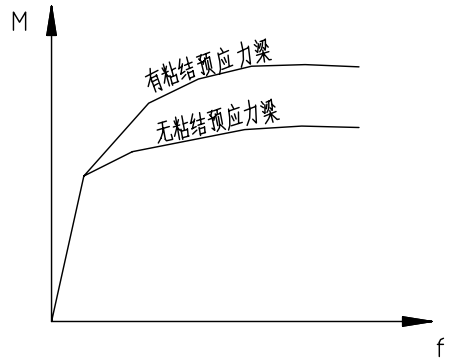



图 5-12 粘结力对预应力混凝土梁挠度影响的示意图

在构件混凝土开裂之前，由荷载作用引起无粘结筋的应力增量，可以通过纵向变形协调条件，即无粘结筋的总伸长应与沿其整个长度周围混凝土的总伸长相等的条件来求得。设无粘结筋梁任一截面上弯矩为 M，则 M 对该截面上任意一点引起的混凝土应变为

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{M}{E_c I_c} y$$

这时，沿无粘结筋全长，构件混凝土的总伸长为

$$\Delta = \int \varepsilon_c dx = \int \frac{M}{E_c I_c} y dx$$

无粘结筋长度为 $l$，则无粘结筋的应变增量为

$$\frac{\Delta}{l} = \int \frac{M}{E_c I_c l} y dx$$

无粘结筋相应的应力增量为

$$\Delta\sigma_p = E_p \frac{\Delta}{l} = \frac{E_p}{E_c l} \int \frac{M}{I_c} y dx$$

令 $\alpha_{Ep} = \dfrac{E_p}{E_c}$，则

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_{Ep}}{l} \int \frac{M}{I_c} y dx \qquad (15\text{-}1)$$

现以承受均布荷载的直线形无粘结筋配筋方式的矩形截面简支梁（图 15-4）为例，来比较无粘结筋与有粘结筋在弯矩作用下的应力增量。

设梁跨中截面弯矩为 $M_0$，预应力筋在跨中截面处的偏心矩为 $e$。则距跨中截面为 $x$ 处的弯矩（M）为

$$M = M_0 \left[ 1 - 4(\frac{x}{l})^2 \right]$$

由式（15-1）可得到无粘结筋的应力增量为

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_{Ep}}{l I_c} \int_{-1/2}^{1/2} M_0 \left[ 1 - 4(\frac{x}{l})^2 \right] e dx$$

$$= \frac{2}{3} (\frac{\alpha_{Ep} M_0 e}{I_c})$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

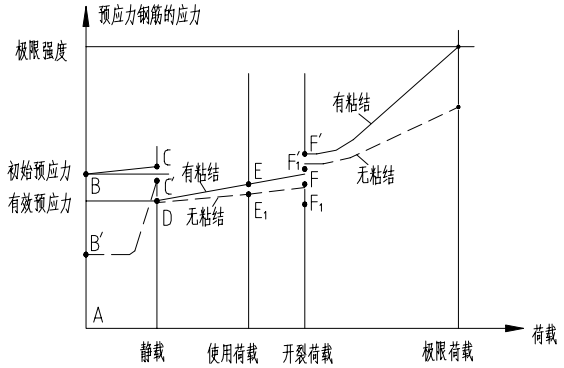



图 15-3 粘结力对预应力钢筋应力的影响示意图

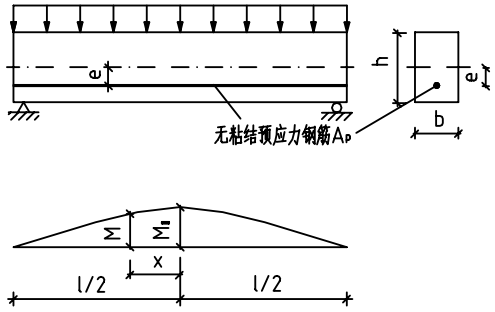



图 15-4 无粘结筋混凝土简支梁

式中$\frac{\alpha_{Ep}M_0e}{I_c}$恰为跨中截面处有粘结筋的应力增量。因此，相同弯矩下无粘结筋的应力增量比有粘结筋的应力增量小，在直线布筋情况下，无粘结筋的应力增量是有粘结筋的 2／3。

用同样方法也可计算到抛物线形布置的无粘结筋应力增量（简支梁跨中截面处）是有粘结筋的应力增量的 8／15。

综合上述，纯无粘结筋梁的抗弯强度较有粘结筋梁要低；在荷载作用下，裂缝少且发展迅速；破坏呈明显脆性。这些不足，可采用附加有粘结非预应力钢筋的方法改变，即采用混合配筋的无粘结部分预应力混凝土梁，以获得较好的结构性能。

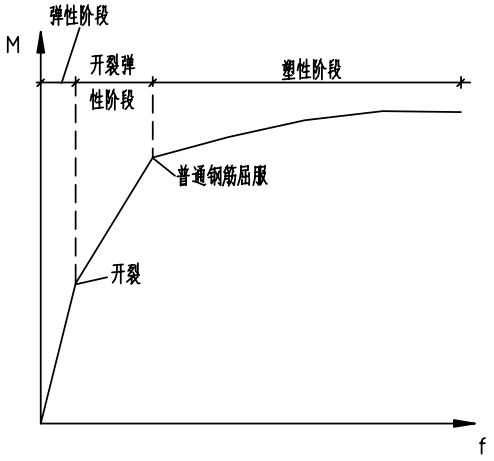



图 15-5 无粘结部分预应力混凝土梁的荷载－挠度曲线

2) 无粘结部分预应力混凝土梁的受力性能

对于采用非预应力钢筋与无粘结预应力钢筋混合配筋的受弯构件，中国建筑科学研究院以及有关高等院校进行了系统的试验研究，从试验梁所观察到的现象及主要结论如下：

(1)无粘结部分预应力混凝土梁的荷载－挠度曲线（图 15-5），和有粘结部分预应力混凝土梁一样，也具有三直线的形状，反映三个不同的工作阶段。第二阶段进入第三阶段是由普通钢筋屈服引起的，表现为突然的转折点。在第三阶段，尽管普通钢筋已屈服，但无粘结预应力筋仍处于弹性阶段，荷载与挠度仍呈直线关系，直到无粘结预应力筋进入明显的非线性范围才改变为曲线。

(2)无粘结部分预应力混凝土梁的裂缝，由于受到非预应力普通钢筋的约束，其根数及裂缝间距与配有同样钢筋的普通钢筋混凝土梁非常接近[图 15-1c)]。

(3)在一般情况下，无粘结部分预应力混凝土梁，先是普通钢筋屈服，裂缝向上延伸直到受压区边缘混凝土达到极限压应变时，梁才呈现弯曲破坏。

(4)无粘结部分预应力钢筋，虽仍具有沿全长应力相等（忽略摩擦影响）和在梁破坏时极限应力不超过条件屈服强度 $\sigma_{0.2}$ 的特点，但极限应力的量值较纯无粘结梁要大得多。

(5)无粘结部分预应力钢筋，在梁到达破坏时的应力增量$\Delta\sigma_y$，与梁的综合配筋指标 $\beta_0$有密切关系，$\beta_0$表达式为 $\beta_0=\beta_p+\beta_s$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$= \frac{A_p \sigma_{pe}}{b h_p f_{cd}} + \frac{A_s f_{sd}}{b h_s f_{cd}} \qquad (15\text{-}2)$$

式中 $A_p$、$\sigma_{pe}$—分别为无粘结预应力钢筋的截面面积和有效预应力；

$A_s$、$f_{sd}$ —分别为有粘结非预应力钢筋的截面面积和抗拉强度设计值；

$b$ —梁的宽度；

$h_p$ —无粘结预应力钢筋截面重心至截面受压边缘距离；

$f_{cd}$ —混凝土的抗压强度设计值。

试验结果表明，$\Delta\sigma_p$ 与 $\beta_0$ 之间呈较好的直线关系，$\Delta\sigma_p$ 随 $\beta_0$ 值的下降而增加。事实上，$\beta_0$ 可近似反映出梁截面中性轴的高低和梁正截面破坏时的转动能力，而无粘结钢筋的极限应力增量，是与梁中性轴位置及转动能力密切相关的。因此，$\beta_0$ 是确定梁的无粘结钢筋极限应力增量 $\Delta\sigma_p$ 的重要参数。

(6)对于无粘结部分预应力混凝土梁，在三分点荷载作用下，跨高比对 $\Delta\sigma_p$ 无明显影响；在跨中一点荷载作用下，跨高比对 $\Delta\sigma_p$ 有一定影响。当跨高比不同，$\beta_0$ 值相近时，$\Delta\sigma_p$ 随跨高比的增加而降低；当跨高比相同且 $\beta_0$ 值相近时，跨中一点集中荷载作用下的 $\Delta\sigma_p$ 低于三分点荷载作用下的 $\Delta\sigma_p$ 值。

## 15.2 无粘结部分预应力混凝土受弯构件的计算

与有粘结预应力混凝土梁一样，无粘结部分预应力混凝土梁也要进行截面极限承载能力计算、施工阶段和使用阶段的应力验算，以及变形、裂缝最大宽度验算（B 类构件）。这些内容的计算方法可参照《公路桥规》中有关条文或其它设计规范来采用。这里，仅介绍关于无粘结预应力钢筋的计算方法。

### 1) 无粘结预应力钢筋的极限应力σpu

无粘结预应力钢筋的极限应力值 $\sigma_{pu}$，是无粘结部分预应力混凝土梁抗弯承载能力计算中的关键值。然而影响 $\sigma_{pu}$ 值的因素较多；如：无粘结筋的有效预应力、综合配筋指标 $\beta_0$、构件的高跨比、加载条件等，因此，受弯破坏时无粘结筋的极限应力 $\sigma_{pu}$ 必须通过试验分析得到。

$\sigma_{pu}$ 的一般表达式为

$$\sigma_{pu} = \sigma_{pe} + \triangle\sigma_p \qquad (15\text{-}3)$$

式中 $\sigma_{pe}$—无粘结预应力筋的有效预应力；

$\triangle\sigma_p$—无粘结预应力筋在极限荷载作用下的应力增量。

《无粘结预应力混凝土结构技术规程》规定，采用碳素钢丝、钢绞线作为无粘结预应力筋的受弯构件，在承载能力极限状态下无粘结筋的应力设计值按下列公式计算

跨高比≤35 的构件

$$\sigma_{pu} = \frac{1}{\gamma_s}\left[\sigma_{pe} + (500 - 770\beta_0)\right] \qquad (15\text{-}4)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

跨高比＞35 的构件

$$\sigma_{pu}=\frac{1}{\gamma_s}\left[\sigma_{pe}+\left(250-380\beta_0\right)\right] \qquad (15\text{-}4')$$

式中　$\beta_0$—综合配筋指标，$\beta_0$≤0.45；

$\gamma_s$—材料分项系数，取 1.2。

同时，$\sigma_{pu}$不应取大于无粘结预应力钢筋的抗拉强度设计值，不应小于无粘结预应力钢筋的有效预应力 $\sigma_{pe}$。

中国土木工程学会编制的《部分预应力混凝土结构建议》，建议受弯构件无粘结预应力筋的极限应力按式 15-3 计算，而其中无粘结预应力钢筋在极限荷载下的应力增量△$\sigma_p$，对于采用高强钢丝、钢绞线的无粘结预应力筋，可按表 15-1 查用。

**无粘结预应力钢筋在极限荷载下的应力增量△$\sigma_p$（Mpa）**　　表 15-1

| 配筋指标 | $l/h_p$ | | 配筋指标 | $l/h_p$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\beta_p+\beta_s$ | 10 | 20 | $\beta_p+\beta_s$ | 10 | 20 |
| 0.05 | 500 | 500 | 0.20 | 350 | 300 |
| 0.10 | 500 | 500 | 0.25 | 250 | 200 |
| 0.15 | 450 | 400 | | | |

表 15-1 中，$l$ 为梁的总长度；$h_p$ 为无粘结预应力筋截面重心至混凝土受压边缘的距离；$\beta_0=\beta_p+\beta_s$，按式（15-2）计算。

《建议》对按式（15-3）计算得到的 $\sigma_{pu}$，当 $\sigma_{pu}>\sigma_{0.2}$ 时，取 $\sigma_{pu}=\sigma_{0.2}$，即取抗拉强度设计值；且要求式中的 $\sigma_{pe}$ 值不宜低于 0.6 $\sigma_{0.2}$。

2) 无粘结预应力钢筋的摩擦损失计算

要计算预应力钢筋中的有效预应力 $\sigma_{pe}$ 就必须估算其预应力损失 $\sigma_l$。无粘结预应力钢筋的预应力损失值的估算，可参照第十三章中后张法预应力混凝土构件的相应公式计算。

在由摩擦引起预应力损失的估算中，合理采用无粘结预应力筋与孔壁之间摩擦系数 $k$、$\mu$ 是很重要的。无粘结预应力钢筋，与周围混凝土之间的摩擦系数，随着所用涂料和外包层材料、制作工艺不同，以及截面形式的差异，摩擦系数亦变化较大。

表 15-2 列出了国内外关于无粘结预应力钢筋与周围混凝土的摩擦引起预应力损失计算中，对系数 $k$ 和 $\mu$ 的试验取值（系数 $k$ 和 $\mu$ 的意义见式 13-10 的说明）。我国《无粘结预应力混凝土结构技术规程》，建议的无粘结筋的摩擦系数，见附表 2-5。其中系数 $k$ 取 0.0035（当无粘结筋为 7Φ5 碳素钢丝时）或 0.0040（当无粘结筋为 Φ15 钢绞线时）。

**系数 $K$ 和 $\mu$**　　表 15-2

| 单位名称 | 涂料 | 包物和成型方法 | 钢材种类 | $k$ 值（1/m） | μ 值 |
|---|---|---|---|---|---|
| 建研院结构所 | 建筑油脂 | 聚乙烯套管挤出成型 | 7Φ5 钢丝 | 0.0030 | 0.040～0.080 |
| 北京市建工科研所 | 建筑油脂 | 聚乙烯套管 | 7Φ5 钢丝 | 0.0031 | 0.07～0.081 |
| 日本川端义则 | 建筑油脂 | 聚乙烯套管 | 7Φ4 钢绞线 | 0.0018 | 0.0467～0.159 |
| ACI | 沥青 | | 钢丝或钢绞线 | 0.0033～0.0066 | 0.05～0.15 |
| ACI | 油脂 | | 钢丝或钢绞线 | 0.0010～0.0066 | 0.05～0.15 |
| PCI,PTI | 油脂 | 包缠 | 钢绞线 | 0.0030 | 0.07 |
| PCI,PTI | 油脂 | 聚乙烯的摩擦材料，挤出成型 | 钢绞线 | | 0.05 |

3)正截面承载能力计算

无粘结部分预应力混凝土梁正截面承载能力计算方法，与有粘结部分预应力混凝土梁的方法相同，但是，对于无粘结钢筋，这时取其极限应力 $\sigma_{pu}$，而不是抗拉强度设计值 $f_{sp}$。

以仅在受拉区布置无粘结预应力筋 $A_p$ 和非预应力筋 $A_s$ 的矩形截面梁为例（图 15-6），



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

由隔离体平衡并参照《公路桥规》的计算原则，则可以得到正截面承载能力计算式为

$$\sigma_{pu}A_p + f_{sd}A_s = f_{cd}bx \tag{15-5}$$

$$\gamma_0 M_d \le M_u = f_{cd}bx(h_0 - \frac{x}{2}) \tag{15-6}$$

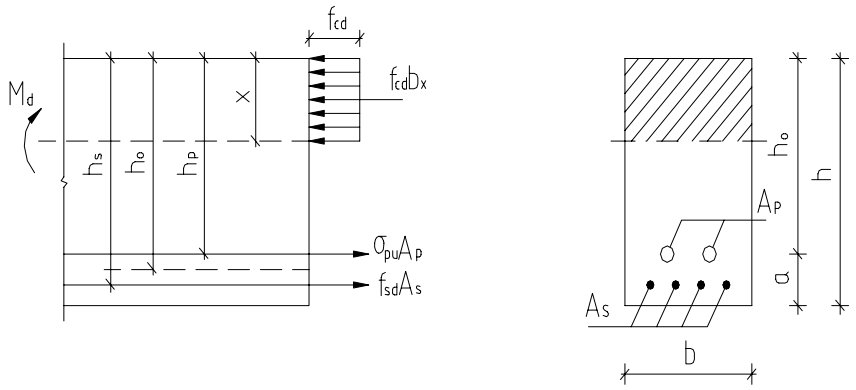



图 15-6 正截面梁承载能力计算图式

式(15-6）中的截面有效高度 $h_0=h-a$，而 $a$ 值可按下式计算

$$a = \frac{\sigma_{pu}A_p a_p + f_{sd}A_s a_s}{\sigma_{pu}A_p + f_{sd}A_s} \tag{15-7}$$

式中 $a_p$ 和 $a_s$－为无粘结筋和非预应力钢筋截面重心至截面受拉边缘距离。

计算的受压区高度 $x$ 仍应满足条件

$$x \le \xi_b h_0$$

式中 $\xi_b$ 的取值参见表 13-2。但中国土木工程学会的《部分预应力混凝土结构建议》，从考虑适当提高部分预应力混凝土受弯构件延性的要求出发，建议

对一般构件　　$x \leqslant 0.4h_p$

对延性较高要求的构件　　$x \leqslant 0.3h_p$

$h_p$ 的意义及计算见表 15-1 的说明。

## 15.3 无粘结部分预应力混凝土受弯构件的截面设计

在截面设计中，部分预应力混凝土与普通钢筋混凝土或全预应力混凝土结构不同之点，在于必须同时考虑预应力钢筋和非预应力钢筋的配置。因此，在部分预应力混凝土结构设计计算中，为了满足构件使用性能的要求，设计时须选择施加一个合适的预应力量值，由此可确定预应力钢筋的数量和张拉控制应力，或在混合配筋中确定预应力钢筋与非预应力钢筋的配置比例，这就是在第十二章和第十四章中介绍的预应力度 λ。利用预应力度的概念可以进行无粘结部分预应力混凝土梁的钢筋估算。

除了预应力度法外，在无粘结部分预应力混凝土梁的钢筋估算中还常用部分预应力比率法。

部分预应力比率（Partial Prestressing Ratio），是以预应力钢筋提供的极限抵抗弯矩 $(M_u)_p$ 与全部受拉钢筋（混合配筋时）提供的抵抗弯矩 $(M_u)_{p+s}$ 之比表示。当部分预应力比率以预应力钢筋和非预应力钢筋特征表示时，可写成



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$PPR=\frac{A_p\sigma_{pu}}{A_p\sigma_{pu}+A_s f_{sd}} \tag{15-8}$$

式中 $A_p$、$\sigma_{pu}$—分别为预应力钢筋的截面积和极限拉应力；

$A_s$、$f_{sd}$—分别为非预应力钢筋的截面积和抗拉强度设计值。

下面以矩形截面来介绍无粘结部分预应力混凝土梁钢筋估算的 PPR 法。

1) 按正截面承载能力计算

由图 15-6 可以看到，由于

$$\left(A_p\sigma_{pu}+A_s f_{sd}\right)h_0=A_p\sigma_{pu}h_p+A_s f_{sd}h_s$$

则

$$h_0=\frac{A_p\sigma_{pu}h_p+A_s f_{sd}h_s}{A_p\sigma_{pu}+A_s f_{sd}}$$

故

$$h_0=\left(PPR\right)h_p+\left[1-\left(PPR\right)\right]h_s \tag{15-9}$$

由式（15-6），取 $M_u=\gamma_0 M_d$，则可得到

$$\gamma_0 M_d=f_{cd}bh_0^2\xi\left(1-0.5\xi\right)$$

解得

$$\xi=1-\sqrt{1-\frac{2\gamma_0 M_d}{bh_0^2 f_{cd}}} \tag{15-10}$$

由式（15-5），以及式（15-8）可得到

$$f_{cd}bx=\sigma_{pu}A_p+f_{sd}A_s$$

$$=\frac{\sigma_{pu}A_p}{\left(PPR\right)}$$

代入式（15-6），取 $M_u=\gamma_0 M_d$，则可得到

$$\gamma_0 M_d=\frac{\sigma_{pu}A_p}{\left(PPR\right)}h_0\left(1-0.5\xi\right) \tag{15-11}$$

由式（15-11）求得

$$A_p=\frac{\left(PPR\right)\gamma_0 M_d}{\left(1-0.5\xi\right)h_0\sigma_{pu}} \tag{15-12}$$

$$A_s=\left[1-\left(PPR\right)\right]\frac{A_p\sigma_{pu}}{\left(PPR\right)f_{sd}} \tag{15-13}$$

以上是采用预应力比率法估算 $A_p$ 及 $A_s$ 的计算式，具体步骤可概括为

(1) 假定 PPR。可在 0.7～0.95 范围内优选。

(2) 假设预应力钢筋和非预应力钢筋重心到梁截面下缘距离分别为 $a_p$ 和 $a_s$，计算 $h_p=h-a_p$，$h_s=h-a_s$，按式（15-9）求 $h_0$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

(3) 按式（15-10）求得 $\xi$ 值，检查是否满足 $\xi \leqslant \xi_b$。若不满足，应该调整 PPR 值或修改截面尺寸，重新计算。

(4) 假设无粘结钢筋极限应力 $\sigma_{pu}$。根据已设计的桥梁经验，可取 $\sigma_{pu}=(0.6\sim0.8)f_{pd}$。

(5) 由式（15-12）和式（15-13）分别计算 $A_p$ 和 $A_s$ 用量。

2) 按施工和使用阶段的要求进行估算

这时，主要进行无粘结预应力钢筋面积 $A_p$ 的估算。

对于部分预应力混凝土 A 类构件，可参照第十三章介绍的方法进行；对于部分预应力混凝土 B 类构件，按使用阶段要求估算时，可取允许名义拉应力来估算 $A_p$ 值。

由上述两方面考虑选择合适的 $A_p$ 和 $A_s$ 值，同时应满足

$$\frac{f_{sd}A_s}{f_{sd}A_s+\sigma_{pu}A_p}>0.25$$

的要求。

## 15.4 有关的构造要求

有关无粘结部分预应力混凝土受弯构件的构造问题，在有粘结部分预应力混凝土的构造要求基础上，针对无粘结特点，叙述如下：

1) 无粘结钢筋应尽量采用碳素钢丝、钢绞线和热处理钢筋，相应地，混凝土强度等级不宜低于 C40。

非预应力钢筋宜选用热轧 HRB335、HRB400 钢筋。

2) 采用混合配筋的受弯构件，应将非预应力钢筋布置靠近截面受拉边缘并且有足够的满足规范要求的混凝土保护层厚度，而将无粘结预应力钢筋布置在非预应力钢筋位置的上方，即使得 $h_p<h_s$，以增大无粘结预应力筋的混凝土保护层厚度，而且一旦裂缝出现，可由非预应力钢筋控制裂缝宽度。

3) 非预应力钢筋的最小数量，应满足

$$\frac{f_{sd}A_s}{f_{sd}A_s+\sigma_{pu}A_p}>0.25$$

而 $f_{sd}$ 的取用值不得大于 400Mpa。

4) 为了保证无粘结预应力混凝土梁的耐久性，首先需要保证无粘结预应力钢筋在构件使用中不锈蚀。因此，必须沿预应力钢筋全长的表面上涂刷防腐蚀材料。防腐处理的方法可采用涂沥青、沥青玛蹄脂、黄油、石蜡等材料，目前，工厂生产的无粘结预应力钢筋，多采用化学稳定性好、对周围外包层及混凝土无腐蚀作用、防水性能优良、润滑性能好的专用油脂来处理。

在施工中，对涂刷的材料层应特别加以保护，例如，可采用外加塑料套管、或缠绕防水塑料纸袋等，并保证成型保护层与预应力钢筋间有一定空隙，使无粘结预应力钢筋能相对滑动。

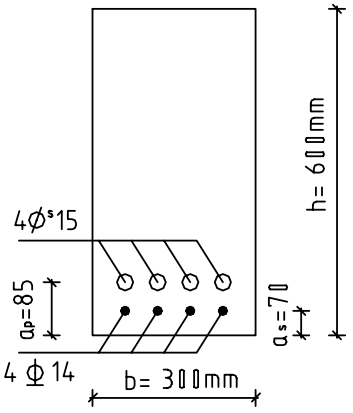


图 15-7 例 15-1(尺寸单位：mm)

5) 无粘结预应力钢筋的锚具，必须按照“预应力筋用锚具、夹具和连接器”（GB/T14370－93）的规定程序进行试验验收，合格者方可使用。结构上的锚具应采取可靠的长期防腐蚀保护措施，可采用后浇混凝土封闭等的方法。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

**例 15-1** 无粘结部分预应力混凝土矩形截面梁，其截面尺寸为 300mm×600mm（图 15-7），无粘结预应力钢筋采用钢绞线 $4\Phi^s15$。2，面积 $A_p$＝556mm$^2$；非预应力钢筋采用 HRB335 钢筋 $4\phi16$，面积 $A_s$＝804mm$^2$；C40 混凝土。无粘结预应力钢筋的有效预应力为 $\sigma_{pe}$＝720Mpa。梁计算跨径为 8m，全长为 8.5m。I 类环境条件，安全等级为二级。

梁跨中截面作用的弯矩为：梁自重产生的弯矩 $M_{G0,1}$＝36*kN*•*m*；二期恒载产生的弯矩 $M_{G0,2}$＝34*kN*•*m*；汽车荷载产生的弯矩 $M_{Q2}$＝144.4*KN*•*m*。

试进行该梁的正截面承载能力计算。

**解：**根据《公路桥规》规定，梁截面的荷载组合效应计算为

$$M_d=1.2（36+34）+1.4\times144.4$$
$$=286.2\ kN\cdot m$$

桥梁结构重要性系数取 $\gamma_0=1.0$。

1) 无粘结预应力钢筋的极限拉应力 $\sigma_{pu}$。

现采用《部分预应力混凝土结构建议》的方法进行计算。

由（图 15-7）所示截面布置的 $a_p$=82*mm*，$a_s$=70*mm*，可求得 $h_p=h-a_p$=600－82＝518*mm*、$h_s=h-a_s$=600－70＝530*mm*,则 $l/h_s$ 为

$$l/h_s=8500/518=16.4$$

而综合配筋指标 $\beta_0$ 按式（15-2）计算为

$$\beta_0=\frac{A_p\sigma_{pe}}{bh_pf_{cd}}+\frac{A_sf_{sd}}{bh_sf_{cd}}$$
$$=\frac{556\times720}{300\times218\times18.4}+\frac{804\times280}{300\times530\times18.4}$$
$$=0.218$$

由 $l/h_p$＝16.4 及 $\beta_0$＝0.218 查表 15-1 得到应力增量△$\sigma_y$=282Mpa。

由式（15-3）可求得无粘结预应力钢筋的极限拉应力 $\sigma_{pu}$ 为

$$\sigma_{pu}=\sigma_{pe}+\triangle\sigma_p$$
$$=720+282$$
$$=1002\ Mpa<\sigma_{0.2}=f_{pd}=1260\ Mpa$$

而
$$\frac{f_{sd}A_s}{f_{sd}A_s+\sigma_{pu}A_p}=\frac{280\times804}{280\times804+1002\times560}$$
$$=0.286>0.25$$

符合非预应力钢筋最小含量要求。

2) 求截面受压区高度 *x*

由式（15-5），得到
$$x=\frac{\sigma_{pu}A_p+f_{sd}A_s}{f_{cd}b}$$
$$=\frac{1002\times560+280\times804}{18.4\times300}$$
$$=142mm<0.3h_p(=0.3\times518=155mm)$$

（按《建议》的延性要求）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$< \xi_b h_0 (= 0.4 \times 521 = 208mm)$$

（按《公路桥规》要求）

满足要求。

3) 正截面承载能力复核

由式（15-7）得到

$$a = \frac{\sigma_{pu} A_p a_p + f_{sd} A_s a_s}{\sigma_{pu} A_p + f_{sd} A_s}$$

$$= \frac{1002 \times 560 \times 82 + 280 \times 804 \times 70}{1002 \times 560 + 280 \times 804} = 79mm$$

则截面有效高度 $h_0=h-a=600-79=521mm$。

由式（15-6）可求得梁跨中截面的抗弯承载能力为：

$$M_u = f_{cd} bx\left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$$

$$= 18.4 \times 300 \times 142(521 - 142/2)$$

$$= 352.73kN \cdot m > \gamma_0 M_d (= 286.2kN \cdot m)$$

满足设计要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 复习思考题

15-1 纯无粘结预应力混凝土梁相比有粘结梁而言，受力性能上有何明显不同，可采取什么措施进行改进？

15-2 无粘结预应力混凝土梁在进行截面承载力计算时，其预应力钢筋的应力如何取值，为什么？

15-3 普通非预应力钢筋对于改善无粘结预应力混凝土梁的力学性能有何作用？

15-4 双预应力混凝土梁相比普通预应力混凝土梁有何优缺点？

15-5 双预应力混凝土梁相比普通预应力混凝土梁而言承载能力明显提高的原因是什么？


公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第16章　砖、石及混凝土结构的基本概念与材料

## 16．1　砖、石及混凝土结构的基本概念

以砖、石材作为建筑材料，通过将其块材与砂浆或小石子混凝土砌筑而成的砌体所建成的结构称为砖石结构；用砂浆砌筑混凝土预制块、整体浇筑的混凝土或片石混凝土等构成的结构，称为混凝土结构。通常把以上两种结构统称为圬工结构。圬工结构中的砖、石及混凝土预制块等称为块材。石及混凝土材料的共同特点是抗压强度高而抗拉、拉剪强度低，因此，在桥涵工程中圬工结构常用作以承压为主的结构构件，如拱桥的拱圈、桥的重力式墩台及扩大基础、涵洞及重力式挡土墙等。

圬工结构常以砌体形式出现。砌体是用砂浆将具有一定规格的块材按要求的砌筑规则砌筑而成，并满足构件既定尺寸和形状要求的受力整体。砌筑规则主要是为保证砌体的受力尽可能均匀。如果块材排列不合理，使各层块材的竖向灰缝重合于几条垂直线上，则这些重合的竖向灰缝将砌体分割成彼此间不相联系和咬合的几个独立部分，因而不能共同整体地承受外力，削弱甚至破坏结构物地整体性。为保证砌体的整体性和受力性能，必须使砌体中的竖向灰缝互相咬合和错缝。

砖、石及混凝土之所以在桥涵结构中能得到广泛应用，是因为它有着下述主要优点：

（1）天然石料、砂等原材料分布广，易于就地取材，价格低廉。

（2）有较强的耐久性、耐火性及稳定性，维修养护费用低。

（3）施工简便，不需特殊设备，易于掌握。

（4）具有较强的抗冲击性能及较大的超载性能。由于圬工结构一般体积较大，重量大、刚度大，当构件受力时，其恒载与活载相比，恒载所占的比例较大，因而抗冲击能力强，超载能力大。

（5）与钢筋混凝土结构相比，可节约水泥和钢材，砌体砌筑时不需模板，可以节省木材。

除以上主要优点外，圬工结构也存在明显的缺点，限制了其应用范围，例如：

（1）自重大。由于砌体强度不高，特别是抗拉、抗剪强度很低，故构件截面尺寸大，造成自重大。

（2）机械化程度低，施工周期长。砌筑工作相当繁重，操作主要靠手工方式。

（3）抗拉、抗弯强度很低，抗震能力差。由于砌体是靠砂浆的粘合作用将块材形成整体，砂浆和块材的粘结力相对较弱。

## 16．2　材料种类

### 16.2.1 材料种类

桥涵圬工结构的材料主要有砖、石材、混凝土、砂浆和小石子混凝土。

1）砖

我国目前用于圬工结构的砖主要有烧结普通砖、烧结多孔砖、蒸压灰砂砖及蒸压粉煤灰砖等四种。

烧结普通砖是以粘土、煤矸石、页岩或粉煤灰为主要原料，经过焙烧而成的实心或空洞率不大于15%且外形尺寸符合规定的砖，以烧结粘土砖的应用最为普遍。粘土砖的耐水性及耐久性相对较好，但由于粘土砖的取材、制作会占用农田、污染环境，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

将被限制使用或取消而被其他类型砖所取代。

蒸压灰砂砖是石灰与砂充分混合加压成型后在高压蒸汽条件下养护而成；蒸压粉煤灰砖是用工业废料，加入石膏、石灰和水搅拌加压成型且用蒸汽养护而成，优点是利用工业废料，化害为利。

烧结多孔砖是以粘土、煤矸石、页岩为主要原料，经焙烧而成、空洞率不大于15%，孔的尺寸小而数量多，主要用于承重部位的砖。多孔砖与实心砖相比，可减轻自重、节省砌筑砂浆、减少砌筑工时。

桥涵砖结构中目前常用的砖为烧结粘土实心砖，其规格为240mm×ll5mm×53mm。砖的主要力学指标为强度，根据抗压强度和抗折强度的大小，《公路桥规》将砖的标号分为7.5号、l0号、15号、20号，强度等级的单位为MPa。桥涵工程中所用的砖，要求形状方正，尺寸准确，边角整齐，砖质良好。

2）石材

石材具有强度高、抗冻与抗气性能好等优点，故在有开采和加工能力的地区，广泛用于桥梁基础、墩台、挡土墙等。桥涵结构所用石材应选择质地坚硬、均匀、无裂纹，且不易风化。常用天然石料的种类主要有花岗岩、石灰岩等。石材根据开采方法、形状、尺寸及表面粗糙度的不同，可分为下列几类：

（1）片石　是由爆破或楔劈法开采的不规则石块，使用时，一般形状不受限制，但厚度不得小于150mm，卵形和薄片不得采用。

（2）块石　一般是按岩石层理放炮或楔劈而成的石材。形状大致方正，上下面大致平整，厚度为200mm～300mm，宽度约为厚度的1.0～1.5倍，长度为厚度的1.5～3.0倍。块石一般不修凿，但应敲去尖角突出部分。

（3）粗料石　是由岩层或大块石材开劈并经粗略修凿而成。要求外形方正，成六面体，表面凹陷深度不大于20mm，其厚度为200mm～300mm，宽度为厚度的1.0～1.5倍，长度为厚度的2.5～4.0倍。

桥涵结构中所用的石料标号有25号、30号、40号、50号、60号、80号、100号，以MPa为计量单位。石料标号为20cm×20cm×20cm含水饱和试件的极限抗压强度。试件采用规定的其他尺寸时，应乘以规定的换算系数。不同强度等级石材的设计强度值及换算系数见附表3-1、3-2。

石材多为就地取材，因而常见于山区及其附近城市。上述石材所耗加工量不同，以同样强度等级砂浆砌筑的三种石材，其砌体抗压极限强度、砌体表面美观程度、造价也不同，所以石材选择应根据当地情况、施工工期和美观要求综合确定。

2）混凝土

在圬工桥涵结构中，混凝土标号分为10号、15号、20号、25号、30号，混凝土标号为20cm×20cm×20cm试件，28天龄期的极限抗压强度，单位为MPa。值得注意的是此处混凝土标号仍采用85年制定的《公路桥规》规定，与第1章和第2章相关内容不同。混凝土极限强度值详见附表3-3。

（1）混凝土预制块　混凝土预制块是根据结构构造与施工要求，设计成一定形状与尺寸后浇筑预制而成，其尺寸要求不低于粗料石，且其表面应较为平整。应用混凝土预制块，可节省石料的开采加工工作，加快施工进度；对于形状复杂的块材，当难以用石料加工时，更可显示出其越性。另外，由于混凝土预制块形状、尺寸统一，故砌体表面整齐美观。

（2）整体浇筑的混凝土　整体浇筑的素混凝土结构，混凝土收缩变形较大，施工期间容易产生混凝土收缩裂缝或温度收缩裂缝，而且浇注时耗费木材较多，工期长，质量较难控制，故较少采用。在圬工桥涵结构中，不属于钢筋混凝土的低配筋结构可



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

归于此类。对于大体积混凝土，如桥梁墩台身等，为了节省水泥，可在其中分层掺入含量不多于25%的片石，这种混凝土称为片石混凝土。其中片石要求不应低于表16-1规定的石材最低标号且不低于混凝土标号，片石净距宜在4cm～6cm以上。

（3）小石子混凝土　小石子混凝土是由胶结料(水泥)、粗骨料(细卵石或碎石，粒径不大于20mm)、细粒料(砂)加水拌和而成。在砌筑片石、块石砌体时，若用小石子混凝土代替砂浆，则建成的砌体称为小石子混凝土砌体，它比同强度等级砂浆来砌筑的片石和块石砌体的抗压极限强度高，可以节省水泥和砂，在一定条件下是水泥砂浆的代用品。

3）砂浆

砂浆是由胶结料(如水泥、石灰和粘土等)、粒料(砂)及水拌制而成。砂浆在砌体结构中的作用是将块材粘结成整体，并在铺砌时抹平块材不平的表面而使块材在砌体受压时能比较均匀地受力，此外，砂浆填满了块材间隙，减少了砌体的透气性，从而提高了砌体的密实性、保温性与抗冻性。

砂浆按其胶结料的不同主要有：

(1)无塑性掺料的（纯）水泥砂浆：胶结料为纯水泥(不加混合料)的砂浆，强度较高。

(2)有塑性掺料的混合砂浆：是用几种胶结料组成的砂浆．如水泥石灰砂浆、石灰粘土砂浆等。

(3)石灰（石膏、粘土）砂浆：胶结料为石灰（石膏、粘土）的砂浆，强度较低。

由于混合砂浆及石灰（石膏、粘土）砂浆的强度较低，使用性能较差，故在桥涵工程中主要采用水泥砂浆。《公路桥规》规定，在缺乏水泥地区，小桥涵及挡土墙可用1.5号石灰水泥砂浆、1号石灰砂浆砌筑或干砌；拱腹内护拱可用15号混凝土或20号石料砌筑；沉井内填料可用10号混凝土。

桥涵结构中所用的砂浆强度等级有2.5号、5号、7.5号、10号、12.5号，砂浆的标号采用边长为70.7mm的标准立方体试块，标准养护28天，按统一的标准试验方法测得的极限抗压强度（MPa）表示。在工程上要求砂浆的强度要与块材的强度相配合，即块材强度高应配用强度较高的砂浆，块材强度低宜配用强度低的砂浆。

砂浆的可塑性是砂浆性能的重要指标之一，可用标准圆锥体沉入砂浆的深度测定。用于石砌体时宜为50～70mm，用于砖砌体时宜为70～100mm，气温较高时可适当增大。

砂浆的保水性是指砂浆在运输和使用过程中始终保持其均匀程度的能力，它直接影响砌体的砌筑质量。砂浆保水性好，就能在块材面上铺设均匀，若砂浆保水性差，砂浆易发生离析现象，这时新铺在块材上砂浆的水分很快散失或被块材吸去，使砂浆难以抹平，从而降低砌体的砌筑质量。同时，砂浆因失去过多水分而不能正常硬化，将会降低砌体的质量。因此，对吸水性很大的干燥块材，在砌筑砌体前必须对其砌筑表面洒水湿润。砂浆的保水性一般用分层度仪测定的分层度表示。

总体而言，对砌体所用砂浆的基本要求为：

（1）砂浆应满足砌体强度、耐久性的要求，并与块材间有良好的粘结力。

（2）砂浆的可塑性应保证砂浆在砌筑时能很容易且较均匀地铺开，以提高砌体强度和施工效率。

（3）砂浆应具有足够的保水性。

在水泥砂浆中掺入塑化剂后，可以增加可塑性，提高保水性，提高施工效率，保证砌筑质量，还可节省水泥。但应注意塑化剂的掺量应参照生产产家的规定或通过试验确定。

对于圬工材料的选择，除满足承载能力的外，还应注意对耐久性、抗冻性等方面的要求，以及《公路桥规》中对圬工结构所用的石、混凝土材料及其砌筑砂浆的最低强度



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

等级要求（表16-1）。

圬工材料及其砌筑砂浆的最低强度等级　　表16-1

| 结 构 物 种 类 | 材料最低标号 | 砌筑砂浆最低标号 |
|---|---|---|
| 拱　　圈 | 30号石料<br>20号混凝土（现浇）<br>25号混凝土（预制）<br>7.5号砖（小桥） | 7.5号（大、中桥）<br>5号（小桥） |
| 大、中桥墩台及基础，梁式轻型桥台 | 25号石料<br>15号混凝土<br>10号砖 | 5号 |
| 小桥涵墩台、基础，挡土墙 | 25号石料<br>15号混凝土<br>7.5号砖 | 2.5号 |

### 16.2.2 砌体种类

工程中根据选用块材的不同，常用的砌体可分为以下几类：

1）片石砌体　砌筑时，片石应平稳放置，交错排列且相互咬紧，避免过大空隙，并用小石块填塞空隙。片石应分层砌筑，以2～3层为一个工作层，各工作层的水平缝应大致找平，竖缝应相互错开。砌缝宽度一般不应大于40mm，用小石子混凝土砌筑时，可为30～70mm。砂浆用量不宜超过砌体体积的40%，以防砂浆的收缩量过大，同时也可以节省水泥用量。

2）块石砌体　块石应平砌，每层石料高度大致相等，并应错缝砌筑，上下层错开距离不小于80mm。砌缝宽度不宜过宽，一般水平缝不大于30mm，竖缝不超过40mm。

3）粗料石砌体　砌筑时石料应安放端正，严格控制平面位置和高度，保证砌缝横平竖直。为保证强度要求和外观整齐，砌缝宽度不大于20mm，并且错缝砌筑，上下层竖缝错开距离不小于l00mm。

4）混凝土预制块砌体　同粗料石砌体，要求砌缝宽度不大于l0mm。

5）砖砌体　错缝砌筑，内外搭砌，砌缝宽度不超过l0mm。

上述砌体中，除片石砌体外，其余四种砌体统称为块材砌体。砌体砌筑时，应遵循施工技术规范中砌体的砌筑规则，以保证砌体的整体性和受力性能，如砌体应分层砌筑；里、外层砌块交错连接；为使砌体构成一受力整体，砌体中各工作层的竖向灰缝进行上下错缝，内外搭砌，例如砖砌体的砌合多采用一顺一顶、三顺一顶、五顺一顶和梅花顶等砌筑方法。

在桥涵工程中，应根据结构的重要程度、尺寸大小、工程环境，施工条件以及材料供应情况等综合考虑来选用砌体的种类。

砌体中的石及混凝土材料，除应符合规定的强度要求外，还应具有耐风化、抗侵蚀，位于侵蚀性水中的结构物，配制砂浆或混凝土的水泥，应采用具有抗侵蚀性的特种水泥，或采用其他防护措施。对于一月份平均气温低于-10℃的地区，除气候干旱地区桥梁的不受冻部位外，所选用的石材及混凝土，还应符合表16-2的抗冻性指标。

石材及混凝土抗冻性指标　　表16-2

| 结构物部位 | 大、中桥 | 小桥及涵洞 |
|---|---|---|
| 镶面或表面石材及混凝土 | 50 | 25 |

注：1）抗冻性指标系指材料在含水饱和状态下经过－15℃的冻结于融化的循环次数。试验后的材料应无明显损伤（裂缝、脱层），其强度不低于试验前的0.75倍。

2）根据以往实践证明材料有足够抗冻性能者，可不做抗冻试验。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 16．3　砌体的强度与变形

### 16.3.1 砌体的抗压强度

1）砌体的受压破坏特征

砌体是由单块块材用砂浆粘结而成，它受压时的工作性能与单一均质的整体结构有很大的差别，而且砌体的抗压强度一般低于单块块材的抗压强度。为了能正确地了解砌体受压的工作特性，现以砖砌体为例来研究在荷载作用下砌体的破坏特征。

试验研究发现，砌体从荷载作用开始受压到破坏大致经历下列3个阶段：

第1阶段为整体工作阶段。从砌体开始加载到个别单块块材内第一批裂缝出现的阶段。此时，如外荷载不增加，裂缝也不再发展。这时的荷载约为破坏荷载的50%～70%。

第2阶段为带裂缝工作阶段。砌体随荷载再继续增大，单块块材内裂缝不断发展，并逐渐连接起来形成连续的裂缝。此时外荷载不增加，而已有裂缝会继续发展。这时，荷载约为破坏荷载的80%～90%。

第3阶段为破坏阶段。当荷载再稍微增加，裂缝急剧发展，并连成几条贯通的裂缝，将砌体分成若干压柱，各压柱受力极不均匀，最后，柱被压碎或丧失稳定导致砌体的破坏。此时，砌体的强度称为砌体的抗压极限强度。

2）砌体受压时应力状态

从砌体受压的试验可以看到，砌体受压的一个重要的特征是单块材料先开裂，在受压破坏时，砌体的抗压强度低于所使用的块材的抗压强度。这主要是因为砌体即使承受轴向均匀压力，砌体中的块材实际上不是均匀受压，而是处于复杂应力状态。通过试验观测和分析，在砌体中的单块块材内产生复杂应力状态的原因是：

(1)砂浆层的非均匀性及块材表面的不平整。由于在砌筑时，砂浆的铺砌不可能很均匀；拌和的砂浆不均匀性，使砌缝砂浆层各部位成份不均匀，砂子多的部位收缩小，而砂子少的部位收缩大。另外，块材表面实际的不平整等，都导致了块材与砂浆层并非全面接触。因此，块材在砌体受压时，实际上处于受弯、受剪与局部受压等的复杂应力状态，如图16-1(a)所示。

(2)块材和砂浆横向变形差异。设块材和砂浆砌合后的横向尺寸为 $b_0$（16-1(b)）。砌体受压后，假设块材和砂浆的变形为自由变形，一般情况下，块材的横向变形小(由 $b_0 \to b_1$)，而砂浆的横向变形大(由 $b_0 \to b_2$)，但是，在砌体中的块材和砂浆间的粘结力和摩阻力约束了它们彼此的横向自由变形，砌体受压后的横向尺寸只能由 $b_0$ 变至 $b$（$b_2 > b > b_1$），如图16-1(b)。这样，块材因砂浆的影响而增大了横向变形，会受到横向拉力作用；砂浆因块材的影响又使其横向变形减小，而处于三向受压状态。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

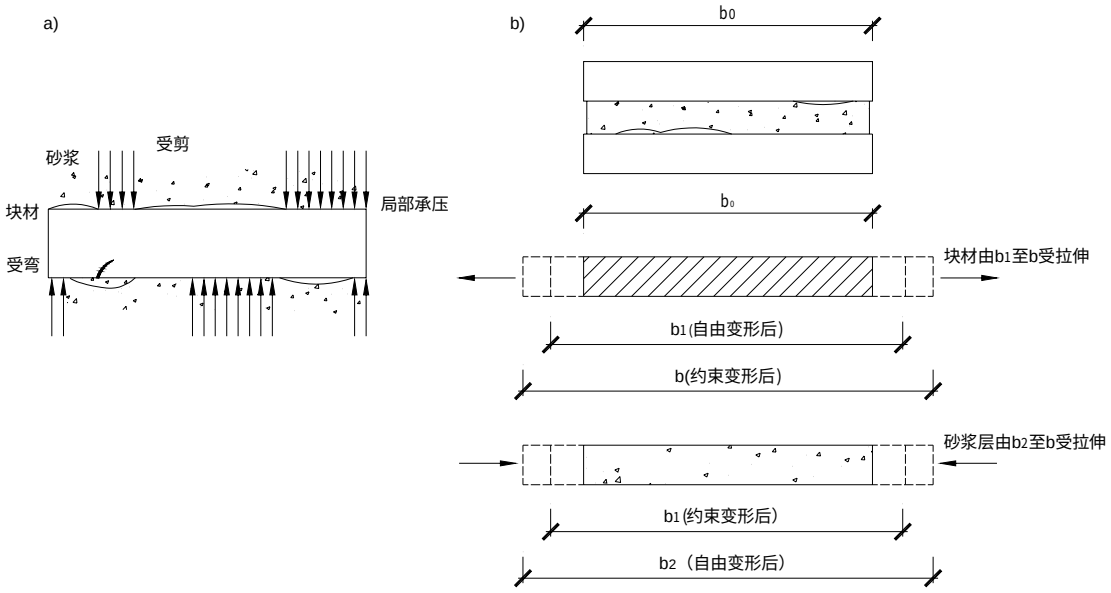



图16-1　轴心受压时砌体中的应力状态

a)砌体中个别块材的受力状态　　b)块材和砂浆横向变形的差异

(3)弹性地基梁的作用。砖内受弯剪应力的值不仅与灰缝的厚度和密实性不均匀有关，而且还与砂浆的弹性性质有关。在压力作用下，水平砂浆层将产生压缩变形，每块砖可视为作用在弹性地基上的梁（板），上表面承受由上部砌体传来的压力，下表面则支撑与具有竖向变形的地基（砂浆层）上，其内部将产生弯剪应力。这一“地基”的弹性模量越小，砖的变形愈大，因而在砖内产生的弯剪应力亦愈大。

(4)竖向灰缝上的应力集中。砌体的竖向灰缝未能很好的填满，同时竖向灰缝内砂浆和砖的粘结力也不能保证砌体的整体性。因此，在竖向灰缝上的砖内将发生横向拉应力和剪应力的集中，因而又加快砖的开裂，将引起砌体强度的降低。

因此，在均匀压力作用下，砌体中的块材并不是处于均匀受压状态，而是处于受弯、受剪、局部受压及横向受拉等的复杂应力状态。由于块材的抗弯、抗拉及抗剪强度较低，因此，砌体受压时，往往在远小于块材抗压强度时就出现裂缝，裂缝的扩展损害了砌体的整体工作，导致砌体破坏。所以，砌体的抗压强度总是远低于块材的抗压强度，这是圬工砌体受压性能不同于其他建筑材料的基本点。

3）影响砌体抗压强度的主要因素

根据砌体受压特点及应力状态分析，影响砌体抗压强度的主要因素有以下几个方面：

(1)块材的强度　块材在砌体中处于复杂受力状态，因此，块材的抗压、抗拉、抗剪等都会影响砌体的抗压强度。

(2)块材形状和尺寸　块材形状规则的程度也显著影响着砌体的抗压强度。块材表面不平整，形状不规则，则会造成砌缝厚度不均匀，从而使砌体抗压强度降低。砌体强度随块材厚度的增大而增加。这是由于随着块材厚度的增加，其截面面积和抵抗矩相应加大，砌缝数量减少。提高了块材抗弯、抗剪及抗拉能力，这样砌体的抗压强度也得到提高。

(3)砂浆的物理力学性能　除砂浆的强度直接影响砌体的抗压强度外，砂浆的标号越低，块材与砂浆的横向变形差异愈大，从而降低砌体的强度。但单纯提高砂浆标号并不能使砌体抗压强度有很大提高。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

砂浆的可塑性和流动性对砌体的强度亦有影响。可塑性和流动性好的砂浆，容易铺成厚度和密实性均匀的砌体，因而可减小块材内的弯剪应力，使砌体强度提高。但若砂浆内水分过多，可塑性和流动性虽好，由于砌缝的密实性降低，砌体的强度反而下降。

砂浆的弹性模量的大小对砌体强度亦具有决定性的影响，砂浆的弹性模量越大，相应砌体的强度越高。

(4)砌缝厚度　砂浆水平砌缝越厚，砌体强度越低。因为砌缝较厚，施工时愈难密实均匀，导致块材的复杂应力状态更严重。另外，砌缝越厚，将加大砂浆砌缝与块材横向变形的差异，块材的横向拉应力越大。实践证明灰缝厚度在10～12mm为宜。

(5)砌筑质量　砌筑灰缝的施工质量也影响砌体的抗压强度。砂浆铺砌均匀、饱满可以改善块材在砌体内的受力性能，使之较均匀受压，因而可提高砌体的抗压强度。反之则降低砌体强度。

4）砌体抗压强度设计值

《公路桥规》中规定的砖石及混凝土预制块砌体抗压极限强度详见附表3-4。

### 16.3.2　砌体的抗拉、抗弯与抗剪强度

砌体的抗拉、抗弯和抗剪强度远低于其抗压强度，因此，应尽可能使圬工砌体主要用于承受压力为主的结构中。但在实际工程中，砌体受拉、受弯或受剪情况也常会遇到，如图16-2 a）所示挡土墙，在墙后土的侧压力作用下，使挡土墙砌体发生沿通缝截面1－1的弯曲受拉；图16-2 b）所示有扶壁挡土墙，在垂直截面中将发生沿齿缝截面2－2的弯曲受拉；图16-2 c）所示的拱脚附近，由于水平推力的作用，将发生沿通缝截面3－3的受剪。

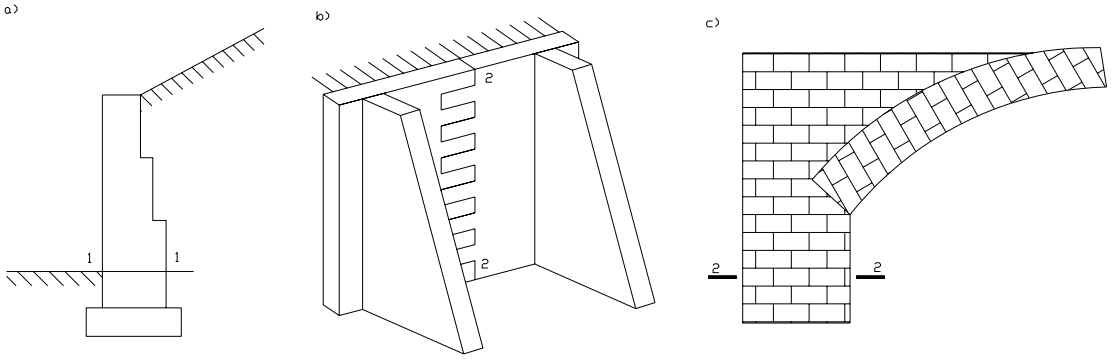



图16-2　砌体弯曲受拉及直接受剪示意图

a）通缝弯曲受拉 b）沿齿缝弯曲受拉 c）通缝受剪

试验表明，在多数情况下，砌体的受拉、受弯及受剪破坏一般发生于砂浆与块材的连接面上。因此，砌体的抗拉、抗弯与抗剪强度取决于砌缝强度，亦即取决于砌缝间块材与砂浆的粘结强度。因而只有在砂浆与块材间的粘结强度很大时，才可能产生沿块材本身的破坏。

按照砌体受力方向的不同，砂浆与块材间的粘结强度分为两类。一类是平行于砌缝的切向粘结强度（图16-3a）；一类是垂直于砌缝的法向粘结强度(图16-3b）。在正常情况下，粘结强度和砂浆强度有关。但砂浆与块材间的法向粘结强度不易保证，所以在实际工程中不允许设计成利用法向粘结强度的受拉构件。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

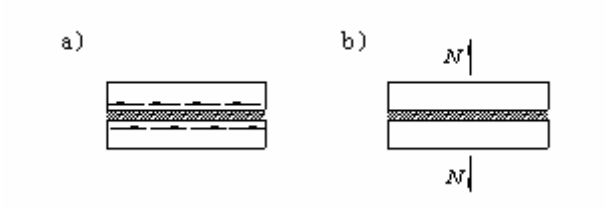



图16-3　粘结强度

a)切向粘结强度　　b)法向粘结强度

1）轴向受拉

在平行于水平砌缝的轴向拉力作用下，砌体可能有两种破坏情况：一是沿砌体齿缝截面发生破坏，破坏面呈齿状，如图16-4 a）所示，其强度主要取决于砌缝与块材间切向粘结强度；二是砌体沿竖向砌缝和块材破坏，如图16-4 b）所示，其强度主要取决于块材的抗拉强度。

当轴拉力作用方向与水平砌缝垂直时，砌体可能沿通缝截面发生破坏，如图16-4 c)所示，其强度主要取决于砌缝与块材的法向粘结强度。

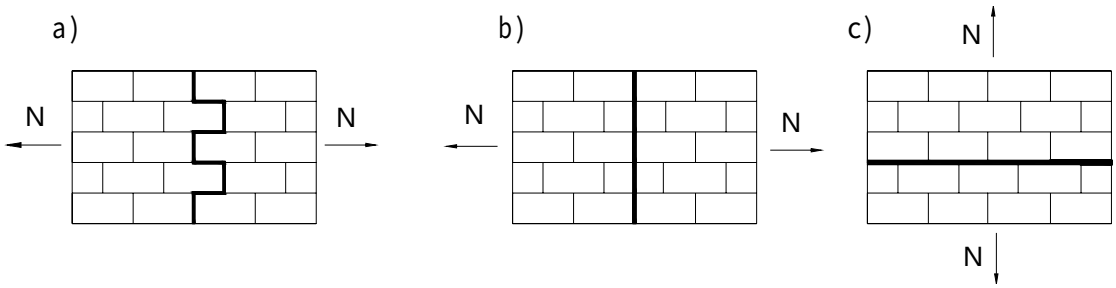



图16-4　轴心受拉砌体的破坏形式

2）弯曲抗拉

砌体处于弯曲状态时，可能沿如图16-2 a)所示通缝截面发生破坏，此时砌体弯曲抗拉强度主要取决于砂浆与块材间的法向粘结强度。亦可能沿如图16-2 b)所示的齿缝截面发生破坏，其强度主要取决于砌体中砌块与砂浆间的切向粘结强度。

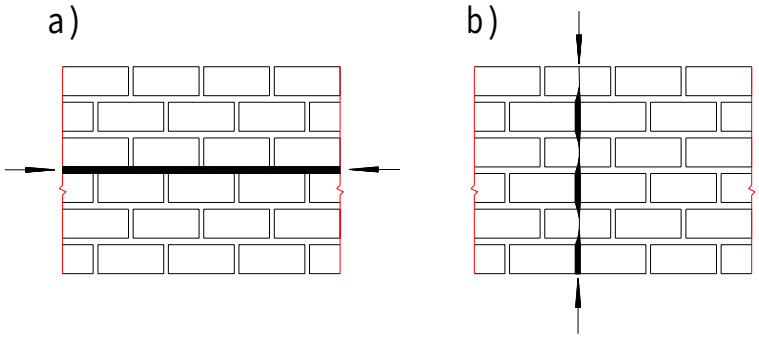



图16-5　受剪砌体的破坏形式

3）抗剪

砌体处于剪切状态时，则有可能发生通缝截面受剪破坏，如图16-5 a)所示，其抗剪强度主要取决于块材间砂浆的切向粘结强度。也可能发生沿如图16-5 b)所示的截面破坏，其抗剪强度与块材的抗剪强度和砂浆与块材之间的切向粘结强度有关。对规则块材，砌体的齿缝抗剪强度取决于块材的抗剪强度，不计灰缝的抗剪作用。

砖石及混凝土预制块砌体的直接抗剪、抗拉及弯曲抗拉极限强度见附表3-5；规则块材直接抗剪极限强度见附表3-6；小石子混凝土片石、块石砌体的极限强度见附表3-7。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

片石混凝土砌体极限强度见附表3-8。

### 16.3.3 砌体的其他性能

1）砌体的弹性模量

圬工砌体受压应力应变关系是砌体结构的基本力学性能之一，从各类无筋砌体轴心受压试验中发现，虽然各类砌体的应力应变曲线不完全相同，但从总的趋势看，都具有混凝土应力应变曲线的特点。由于砌体具有弹塑性性质，当应力很小时，可以近似地认为砌体具有弹性性质。随着荷载的增加，变形增加速度加快，应力与应变具有越来越明显的非线性关系，在接近破坏时，荷载即使增加很少，其变形也急剧增加，如图16-6所示。

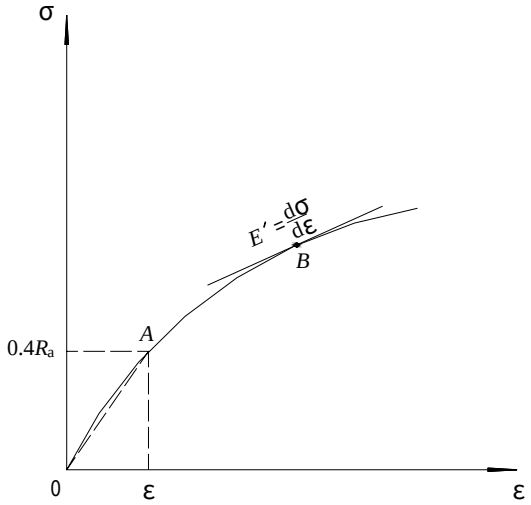



图16-6　砌体受压时的应力应变曲线

根据砌体受压时的应力—应变曲线可知，与混凝土一样，砌体的受压弹性模量一般也有三种表示方法，即初始弹性模量（原点弹性模量）、割线模量和切线模量。砌体受压后，由于塑性变形的发展，砌体割线模量及切线模量是变量，它们随应力的增大而减小。但在工程设计中，需要即能反映砌体的受力性能而取值标准又明确的弹性模量。由于在工程实际中，砌体的实际受压应力一般不超过（0.3~0.4）$R_a$，在此范围内，应力—应变曲线与割线较接近。因此，《公路桥规》（85）中取$\sigma == 0.4R_a$时的割线弹性模量作为砌体受压弹性模量，混凝土、砖石及混凝土预制块砌体的弹性模量见附表3-9。

2）砌体的线膨胀系数、收缩变形与摩擦系数

虽然砌体材料对温度变形的敏感性较小，但在计算超静定结构由于温度变化等引起的附加内力时则必须予以考虑。温度变形的大小是随砌筑块材种类的不同而不同。当温度每升高1℃，用水泥砂浆砌筑的各种圬工砌体的线膨胀系数为

| | |
|---|---|
| 混凝土 | $1.0\times10^{-5}$ |
| 各种石砌体 | $0.8\times10^{-5}$ |
| 砖砌体 | $0.7\times10^{-5}$ |
| 混凝土预制块砌体 | $0.9\times10^{-5}$ |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

砌体浸水时体积膨胀，失水时体积收缩，后者比前者大得多，因此在工程中较为关心得时砌体得干缩变形。干缩变形是指砌体在不承受应力的情况下，因体积变化而产生的变形。一般通过砌体收缩试验确定干缩变形的大小，如对混凝土预制块砌体，其28天的干缩变形约为$-2\times10^{-3}$。

国内外的许多研究结果表明，砌体截面上作用的垂直压应力是影响砌体抗剪强度的重要因素。由于水平灰缝中砂浆产生较大的剪切变形，剪切面将出现相对水平滑移，当受剪面上还作用有垂直压应力，垂直压应力所产生的摩擦力可减小或阻止砌体剪切面的水平滑移。砌体摩擦系数的大小，取决于砌体摩擦面的材料种类、干湿情况等。《公路桥规》（85）对实心砖砌体的摩擦系数取$\mu=0.7$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 17 章　砖、石及混凝土结构构件的承载能力计算

## 17．1　计算原则

《公路桥规》(85)中，对圬工结构采用以概率理论为基础的极限状态设计方法，以分项安全系数的设计表达式进行计算。根据砖、石及混凝土结构构件的使用要求和工作特征，按承载能力极限状态设计，并满足正常使用极限状态的要求。把影响安全的因素用结构的重要性系数，即荷载安全系数、荷载组合系数及材料安全系数分开来表示，并在材料强度与部分荷载取值上采用数理统计方法，具有一定的科学性，但其他安全系数仍是根据经验判断来确定，因此，砖、石及混凝土结构的设计方法属半概率的极限状态法。根据圬工桥涵结构的特点，其正常使用极限状态的要求一般可由相应的构造措施予以保证。

圬工桥涵结构按承载能力极限状态设计时，其设计原则是：荷载效应不利组合的计算值小于或等于结构抗力效应的计算值，采用如下表达式：

$$S_d(\gamma_{S0}\psi\sum\gamma_{S1}Q)\leqslant R_d(\frac{R^J}{\gamma_m},a) \qquad (17\text{-}1)$$

式中　$S_d$——荷载效应函数。

$Q$——荷载在结构上产生的效应。

$\psi$——荷载组合系数，反映了不同荷载组合时对结构承载力安全度的要求，按表17-1采用。

$\gamma_{S0}$——结构的重要性系数，计算跨径$L$＜50m时，$\gamma_{s0}=1.00$；50m≤$L$≤100m时，$\gamma_{s0}=1.03$；$L$＞100m时，$\gamma_{s0}=1.05$。

$\gamma_{S1}$——荷载安全系数，对于结构自重，当其产生的效应与汽车（或挂车或履带车效应同号时，$\gamma_{S1}$=1.2；异号时，$\gamma_{S1}$=0.90，对于其他荷载，$\gamma_{S1}$=1.4。

$R_d$——结构抗力效应函数。

$\gamma_m$——材料或砌体的安全系数，见表17-2。

$R^J$——材料或砌体的极限强度，见附表3-1~附表3-8。

$a$——结构的几何尺寸。

荷载组合系数$\psi$值　　表17-1

| 荷载组合 | $\psi$ |
|---|---|
| 组合Ⅰ | 1.00 |
| 组合Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ | 0.80 |
| 组合Ⅴ | 0.77 |

注：当荷载组合Ⅰ中考虑了水的浮力或基础变位影响时，则应采用荷载组合Ⅱ中的$\varphi$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$\gamma_m$ 值　　表17-2

| 砌体种类 | 受力情况 | |
|---|---|---|
| | 受压 | 受弯、受拉和受剪 |
| 石料 | 1.85 | 2.31 |
| 片石砌体<br>片石混凝土砌体 | 2.31 | 2.31 |
| 块石砌体<br>粗料石砌体<br>混凝土预制块砌体<br>砖砌体 | 1.92 | 2.31 |
| 混凝土 | 1.54 | 2.31 |

## 17．2　受压构件的承载力计算

受压构件是圬工结构中应用最为广泛的构件，如桥梁的重力式墩台、拱桥的拱肋等。受压构件按轴向压力在截面上作用位置的不同，可分为轴心受压、偏心受压。按构件长细比的不同，可分为短柱和长柱。

理想的轴心受压构件在荷载作用下截面产生均匀的压应力，但当构件的长细比较大时，由于构件实际轴线的偏位、材料的不均匀性、荷载作用力的实际作用点偏离截面的物理几何重心轴等原因使构件产生侧向变形，会在截面内引起相当大的附近应力，使构件的承载力大大降低。

偏心受压构件截面上同时存在轴压应力和弯曲应力，因而与相同条件的理想轴心受压构件相比，受压承载力将减小。显然，减小的程度与偏心距 $e$ 有关。较长偏心受压构件的承载力将同时受到偏心距和长细比的影响。

### 17.2.1　受压短柱的承载力分析

对砌体受压短柱，当承受轴向压力 $N$ 时，如果将砌体视为匀质弹性体，按照材料力学公式计算，则截面两侧边缘的应力为（图 17-1）：

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} - \frac{Ne}{I}y = \frac{N}{A}\left(1 + \frac{ey}{i^2}\right) \tag{17-2}$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} + \frac{Ne}{I}y = \frac{N}{A}\left(1 + \frac{ey}{i^2}\right) \tag{17-3}$$

式中：$A$、$I$、$i$——分别为砌体的截面面积、惯性矩和回转半径；

$e$、$y$——分别为轴向压力的偏心距及受压边缘到截面形心轴的距离。

根据偏心距 $e$ 的不同，应力图形有两种可能形式：

（1）当 $e < i^2/y$ 时，$\sigma_1$、$\sigma_2$ 均为压应力，在最大压应力 $\sigma_2$ 达到砌体的抗压强度 $R_a^j$ 时，该短柱所能承受的压力为

$$N_u = \frac{1}{1 + \frac{ey}{i^2}} AR_a^j = \alpha AR_a^j \tag{17-4}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

纵向力偏心影响系数 $$\alpha=\frac{1}{1+\frac{ey}{i^2}}$$ （17-5）

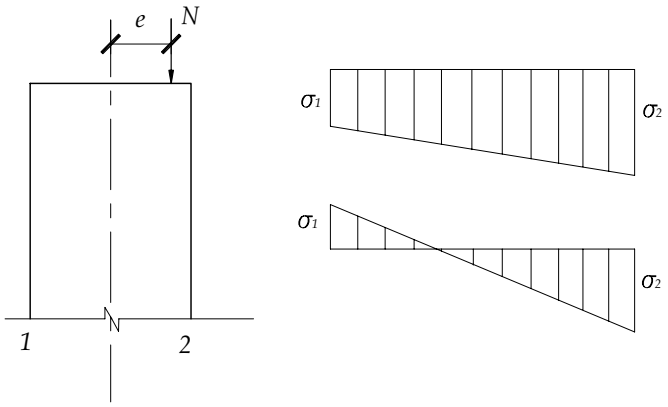



图 17-1　偏心受压截面应力分布

对于矩形截面，若 $h$ 为沿轴向力偏心方向的边长，则有

$$\alpha=\frac{1}{1+\frac{6e}{h}}$$ （17-6）

当为轴向受压时偏心距 $e$=0，$\alpha$ =1；当为轴向受压时偏心距 $e$>0，$\alpha$ <1。反映了由于偏心受压，承载力的降低。

（2）当 $e>i^2/y$ 时，$\sigma_1$ 为拉应力，当受拉边缘的拉应变达到砌体的极限拉应变时，截面将出现横向裂缝。若不考虑砌体受拉，则矩形截面受力的有效高度

$$h'=3\left(\frac{h}{2}-e\right)=h\left(1.5-\frac{3e}{h}\right)$$ （17-7）

则

$$N_u=\frac{1}{2}bh'R_a^j=\frac{1}{2}bh\left(1.5-\frac{3e}{h}\right)R_a^j=\left(0.75-1.5\frac{e}{h}\right)AR_a^j$$ （17-8）

此时纵向力偏心影响系数

$$\alpha=0.75-1.5\frac{e}{h}$$ （17-9）

大量的砌体构件受压试验表明，按上述材料力学公式的砌体纵向力偏心影响系数计算，其承载力远低于试验结果。根据国内外试验研究资料分析，砌体受压短构件的受力状态有以下特点：

（1）当构件承受轴心压力时，砌体截面上产生均匀的压应力；构件破坏时，正截面所能承受的最大压应力即为砌体的抗压强度，如图 17-2 a）所示。

（2）当构件承受偏心压力时，砌体截面上产生的压应力是不均匀的；压应力分布随着偏心距 $e$ 的变化而变化，砌体表现出弹塑性性能；当偏心距不大时，整个截面受压，应力图形呈曲线分布，这时破坏将发生在压应力较大一侧，破坏时该侧压应变比轴心受压时的均匀



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

应变略高，而边缘压应力也比轴心抗压强度略大（图 17-2 b）。

（3）随着偏心距 $e$ 的增大，在远离荷载的截面边缘，由受压逐步过渡到受拉，但只要在受压边压碎之前受拉边的拉应力尚未达到通缝的抗拉强度，则截面的受拉边就不会开裂，直至破坏为止，仍会全截面受力（图 17-2 c）。

（4）若偏心距 $e$ 再大时，砌体受拉区出现沿截面通缝的水平裂缝，已开裂的截面脱离工作，实际受压区面积减小，受压区应力的合力将与作用的偏心压力保持平衡，这种平衡随裂缝的不断展开被打破而达到新的平衡，见图 17-2 e），剩余截面的压应力进一步加大，并出现竖向裂缝，最后由于受压区的承载能力耗尽而破坏。破坏时，虽然砌体受压一侧的极限变形和极限强度都比轴压构件高，但由于压应力不均匀的加剧和受压面的减少，构件的承载力将随偏心距的增大而降低。

由于砌体受压的特点，直接采用材料力学公式计算对砌体受压构件特别是偏心受压构件显然不适用，它不能反映砌体构件实际受力情况、材料特点和破坏特征，偏低地估计了砌体的承载力，特别是偏心受压构件的承载能力必须考虑轴向力偏心距的影响。

《公路桥规》（85）中纵向力的偏心影响系数$\alpha$按下式计算：

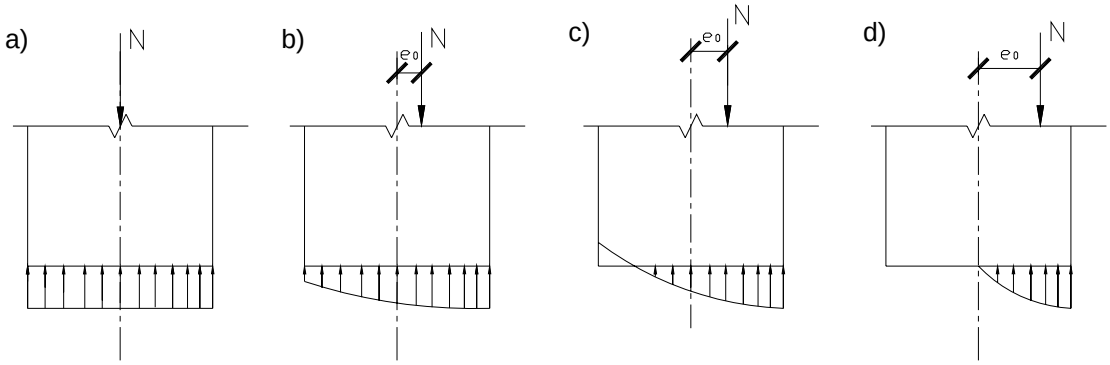



图 17-2　　砌体受压时的截面应力变化

$$\alpha = \frac{1-(e_0/y)^m}{1+(e_0/r_w)^2} \qquad (17\text{-}10)$$

式中：$e_0$——纵向力的偏心距，对于组合截面为纵向力到换算截面重心轴的距离，其值不得超过表 17-4 的规定；

$y$——截面或换算截面至偏心方向截面边缘的距离；

$r_w$——在弯曲平面内截面（或换算截面）的回转半径；

$m$——截面形状系数，建议对圆形截面取 2.5，对 T 形或双曲拱截面取 3.5，对箱形或矩形截面取 8.0。

公式（17-10）是半理论半经验公式，它满足轴心受压和偏心受压两个受力边界条件，即当$e_0/y=0$时，$\alpha=1$，构件为轴心受压，承载力不受偏心距的影响。

### 17.2.2　砌体受压长柱的受力特点

偏心受压砌体构件在偏心压力作用下会发生侧向挠曲，随着构件长细比的增大，细长构件在偏心压力下的侧向挠曲现象越来越明显，如图 17-3 所示。在偏心压力下，细长构件在原有荷载偏心距 $e$ 的基础

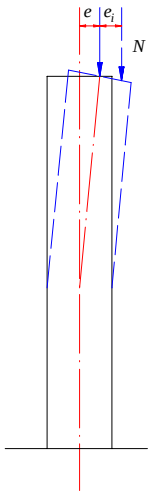



图 17-3　　长构件



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

上将产生附加偏心距 $e_i$，对破坏截面来说，实际的偏心距已达到（$e+e_i$）。从而在构件截面上产生相当大的附加应力，使构件承载力大大降低。此外，在砌体构件中，水平砂浆缝削弱了砌体的整体性，故纵向弯曲现象较钢筋混凝土更为明显。

对于轴心受压砌体细长构件，由于材料不均匀，轴向力不可能完全作用在砌体截面中心，即产生了一定的初始偏心。同时，在构件的整个工作过程中，砌体的弹性模量会随应力的增大而降低，因此，砌体的临界应力将大大降低。

这样，对于砌体细长构件，不论是轴心受压还是偏心受压，构件长细比 $\beta$ 的变化将影响砌体的承载能力，所以应根据砌体构件长细比 $\beta$ 的大小、砂浆的强度等考虑纵向弯曲对砌体构件承载能力的影响。

### 17.2.3 受压构件的承载力计算

1）轴心受压构件

当构件承受轴心压力时，考虑纵向弯曲影响的承载力按下式计算：

$$N_j \leqslant \varphi A R_a^j / \gamma_m \qquad (17\text{-}11)$$

式中 $N_j$——荷载效应不利组合的设计值，即按式（17－1）左边计算的纵向力。

$A$——构件的截面面积，对于由强度不同的材料组成的组合截面，则为换算截面面积，其值按强度比换算，即 $A = A_0 + \eta_1 A_1 + \eta_2 A_2 + \cdots$，$A_0$ 为标准层截面面积，$\eta_1 = R_{a1}^j / R_{a0}^j$、$\eta_2 = R_{a2}^j / R_{a0}^j \cdots$，$R_{a0}^j$ 为标准层的极限强度，$R_{a1}^j$、$R_{a2}^j \cdots$为组合截面中其他层的极限强度。

$R_a^j$——材料的抗压极限强度，对于组合截面为标准层的极限强度。

$\gamma_m$——材料或砌体的安全系数，按表 17-2 采用，对于组合截面 $\gamma_m = \dfrac{\gamma_{m1} A_1 + \gamma_{m2} A_2 + \cdots}{A_1 + A_2 + \cdots}$，$\gamma_{mi}$ 为第 $i$ 层材料的安全系数，$A_i$ 为第 $i$ 层的截面面积。

$\varphi$——受压构件的纵向弯曲系数，根据构件的长细比按附表 3-10 取用，其中构件的计算长度 $l_0$ 按表 17-3 采用。

构件截面由两种或两种以上强度或弹性模量不同的材料所组成的截面为组合截面。如双曲拱桥的主拱圈就是由拱肋、拱波、拱板组成的组合截面，由于受力特点和构造的原因，拱肋、拱波、拱板通常采用强度和弹性模量不同的混凝土标号。对于组合截面，由于塑性变形的影响，只有当各层材料均达到极限强度时，组合截面才达到其极限承载能力。这时必须保证组合截面有足够的整体性，因此，组合截面各部分的混凝土强度等级应尽量接近，砌筑砂浆强度等级不宜低于 10 号。此外，当需计算组合截面的惯性矩 $I$、回转半径 $i$ 等时，均应按强度换算的截面进行计算。

**构件纵向弯曲计算长度** 表 17-3



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

| 构件类型 | 构件两端结合情况 | 计算长度$l_0$ |
|---|---|---|
| 直杆 | 两端固结 | $0.5l$ |
| | 一端固结，一端为不移动的铰结 | $0.7l$ |
| | 两端均为不移动的铰结 | $1.0l$ |
| | 一端固结，一端自由 | $2.0l$ |
| 拱 | 三　铰　拱 | $0.58s$ |
| | 双　铰　拱 | $0.54s$ |
| | 无　铰　拱 | $0.36s$ |

注：$l$—构件支点间长度；　$s$—拱轴线长度。

2）偏心受压构件

如前所述，对偏心受压构件承载力必须考虑纵向力偏心的影响，对偏心受压长构件还必须进行弯曲平面内、外的稳定性计算，即考虑纵向弯曲对砌体构件承载能力的影响。

（1）偏心受压构件弯曲平面内的承载力按下式计算：

$$N_j \leqslant \varphi\alpha AR_a^j / \gamma_m \qquad (17\text{-}12)$$

式中　$\varphi$ ——受压构件的纵向弯曲系数，计算见公式（17-13）；

$\alpha$——纵向力的偏心影响系数，计算见公式（17-10）；

其余符号意义同式（17-11）。

四川省建筑科学研究所通过大量的试验比较，建议在弯曲平面内的纵向弯曲系数$\varphi$可按下式计算：

$$\varphi = \frac{1}{1+a\beta(\beta-3)\left[1+1.33(e_0/r_w)^2\right]} \qquad (17\text{-}13)$$

式中　$a$——与砂浆强度有关的系数，对于5、2.5、1号砂浆，$a$分别采用0.002、0.0025和0.004，对于混凝土$a$采用0.002；

$\beta$——长细比，$\beta = l_0 / h_w$；

$l_0$——为构件计算长度，按表17-3采用；

$h_w$——为偏心受压构件矩形截面在弯曲平面内的高度；对于非矩形截面，可根据$l_0/r_w$从附表3-10查得相应的$l_0/h_w$值代入式（17-13）。

$r_w$——在弯曲平面内截面（或换算截面）的回转半径；

$e_0$——纵向力的偏心距。

按式（17-13）确定的纵向弯曲系数$\varphi$，计算模式明确，概念较清楚，与试验结果较吻合，而且使$\varphi$值在所有$e_0$值范围内都连续。当$e_0$＝0时，按式（17-13）计算的结果与附表（3-10）中的轴心受压构件的$\varphi$值也一致，这样就将轴压和偏心受压的$\varphi$值统一起来了。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

（2）偏心受压构件弯曲平面外的承载力计算。偏心受压构件除了按（17-12）验算弯曲平面内的强度外，还应按轴心受压构件验算非弯曲平面的承载力。

### 17.2.4 受压构件的偏心距验算

砌体的许多试验观测表明，当作用力的偏心距较大时，随着作用力值的增加，砌体截面的受拉区域会出现砌体的水平裂缝，相应截面的受压区和砌体刚度相应地减少，而纵向弯曲的不利影响随之增加，从而导致了砌体的承载力显著降低。

为了防止受拉区水平裂缝的过早出现与开展，即为了保证结构的正常使用和稳定性，应该对受压构件作用力的偏心距有所限制。

根据试验结果并参考国内外有关规范，《公路桥规》（85）建议荷载的偏心矩$e_0$不得超过表 17-4 的限值。

由表 17-4 中可见，中、小跨径圬工拱桥拱圈容许偏心距值比其他结构稍大，主要原因是中、小跨径拱圈自重作用占全部作用效应的比例较小，但偏心距较大。另外，拱圈开裂以后形成塑性铰，但拱是以受压为主的推力结构，裂缝即使稍有开展，受压区也不致随之破坏，拱还能继续承载，这与受弯的素混凝土梁（板）下缘开裂后如继续加载就随即破坏有显著不同。

对于受拉区配有 0.05％以上的纵向构造钢筋的圬工结构，由于构造钢筋对裂缝有一定的控制作用，所以其容许偏心距尚可增加 0.1$y$。

当偏心矩$e_0$超过表 17-4 限值，为防止构件产生裂缝，或避免构件产生过大的裂缝，要求构件截面受拉边的最大拉应力必须小于弯曲抗拉强度设计值$R_{wl}^{j}$，那么对如图 17-4 的单向偏心受压，引入材料安全系数$\gamma_m$，则按材料力学计算的截面受拉边的最大拉应力应满足

$$\sigma_l = \frac{M_j}{W} - \frac{N_j}{A} = \frac{N_j e_0}{W} - \frac{N_j}{A} \leqslant \frac{R_{wl}^{j}}{\gamma_m}$$

$$\frac{N_j e_0}{W} - \frac{N_j}{A} \leqslant \frac{R_{wl}^{j}}{\gamma_m}$$

$$\frac{N_j}{A}\left(\frac{Ae_0}{W} - 1\right) \leqslant \frac{R_{wl}^{j}}{\gamma_m}$$

即

$$N_j \leqslant \frac{AR_{wl}^{j}}{\left(\frac{Ae_0}{W} - 1\right)\gamma_m} \qquad (17\text{-}14)$$

式中：$N_j$——荷载效应不利组合的设计值，即按式（17－1）左边计算的纵向力。

$\gamma_m$——材料或砌体的安全系数，按表 17-2 采用，对于组合截面，按式（17-11）中$\gamma_m$的计算方法计算。

$A$——构件的截面面积，对于组合截面，则为换算截面面积，其值按弹性模量比换



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

算，即 $A=A_0+\eta_1A_1+\eta_2A_2+\cdots$，$A_0$ 受拉边边层截面积，$\eta_1=\dfrac{E_1}{E_0}$、

$\eta_2=\dfrac{E_2}{E_0}$、…，$E_0$ 为标准层弹性模量，$E_1$、$E_2$、…为其他层的弹性模量。

$W$ ——截面受拉边缘的弹性抵抗矩，对组合截面，应按弹性模量比换算截面计算。

$R_{wl}^{j}$ ——截面受拉边边层的弯曲抗拉强度，见附表 3-5、3-7、3-8 中的 $R_{wl}^{j}$ （已考虑了截面受拉区的塑性对抗拉强度提高的影响）。

由于式（17-14）是根据弹性理论的材料力学公式推导出来的，其受拉区塑性变形对承载力的影响，是通过提高弯曲抗拉极限强度来表达的，以此对组合截面，其截面面积 $A$、惯性矩 $I$、受拉边缘的弹性抵抗矩 $W$ 均应按弹性模量比 $\eta$ 换算。

如果验算结果不满足式(17-13)的要求，必须重新设计截面，但这样确定的截面尺寸偏大而不经济。对于偏心距超过表 17-4 限值的构件，尚有可能受压而破坏，因此应同时按式(17-10)或式(17-11)进行计算。式（17-14）实质是对受压构件偏心距 $e_0$ 的控制，它与承载力控制结合，构成了对砖、石及混凝土受压构件的双控制。

**容许偏心矩 $e_0$**　　表 17-4

| 荷 载 组 合 | 结 构 名 称 | 容 许 偏 心 矩 |
|---|---|---|
| 组合Ⅰ | 中、小跨径拱圈 | ≤0.6$y$ |
| | 其 他 结 构 | ≤0.5 $y$ |
| 组合Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ | 中、小跨径拱圈 | ≤0.7 $y$ |
| | 其 他 结 构 | ≤0.6 $y$ |
| 组合Ⅴ | | ≤0.7 $y$ |

注：①当混凝土结构截面受拉一边布设有不小于截面面积 0.05%的纵向钢筋时，表内规定值可增加 0.1 $y$；

②当截面配筋率符合纵向受拉钢筋最小配筋率时，按钢筋混凝土截面计算，偏心矩不受此限制；

③荷载组合Ⅰ中考虑了水的浮力或基础变位作用时，容许偏心矩按荷载组合Ⅱ采用。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

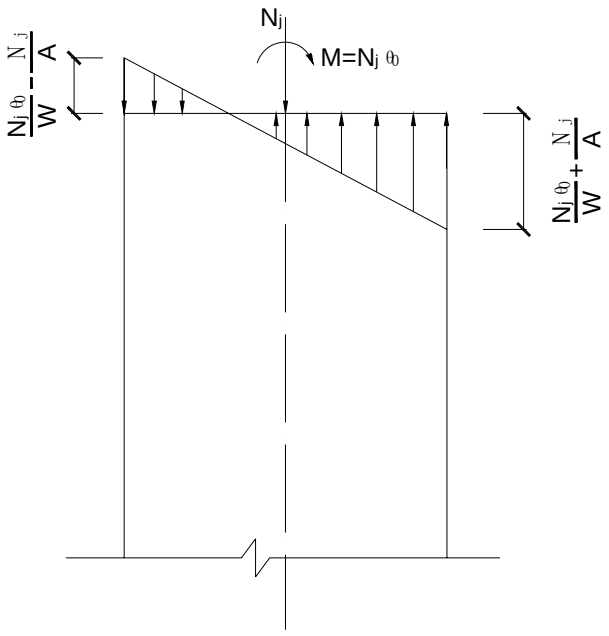



图 17-4　构件截面应力分布

例题 17-1　已知一截面为 370mm×490mm 的轴心受压砖柱，采用 10 号标准粘土砖，5 号水泥砂浆砌筑，柱高 5m，两端铰支，该柱承受纵向计算力 $N_j$ ＝210kN。试验算该柱的承载力。

解：根据砖和砂浆标号查附表 3-4 得 $R_a^j$ ＝2.8MPa，查表 17-2 得 $\gamma_m$ =1.92。

该柱两端铰支，查表 17-3 可知 $l_0$ ＝5m

$$\frac{l_0}{h}=\frac{5000}{370}=13.5135$$

查附表 3-10，内插得 $\varphi=0.8054$

由式（17-11）可得

$$N_u=\varphi A R_a^j/\gamma_m=0.8054\times370\times490\times2.8/1.92$$

$$=212.9\times10^3\text{N}=212.9\text{kN}\ >210\text{kN}$$

故该柱的承载力满足要求。

例 17-2　已知某预制块砌体受压构件，截面尺寸为 $b\times h$＝500mm×650mm，采用 C30 混凝土预制块，10 号水泥砂浆砌筑。该构件为偏心受压，荷载组合Ⅰ作用下，截面承受的轴向力设计值 $N_j$ ＝450kN，弯矩设计值 $M_j$ ＝75kN·m，构件计算长度 $l_0$ ＝6m，试验算该构件的受压承载力。

解：1．弯曲平面内

（1）偏心距验算

轴向力偏心距　　$e_0=\dfrac{M_j}{N_j}=\dfrac{75}{450}=0.167\text{ m}=167\text{mm}$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

查表 17-4，容许偏心距[$e_0$]＝0.5$y$＝0.5×650／2＝162.5mm＜$e_0$=167mm

不符合偏心距限制要求，应按式（17-14）重新确定截面尺寸

$$N_j \leqslant \frac{AR_{wl}^j}{\left(\frac{Ae_0}{W}-1\right)\gamma_m}$$

对于矩形截面其 $A=bh$，$W=\frac{1}{6}bh^2$，且由附表 3-5 可得 $R_{wl}^j$=0.48MPa，查表 17-2 可得$\gamma_m$=2.31，上式取等号化简为

$$kh^2+h-6e_0=0 \qquad 17\text{-}11$$

其中 $$k=\frac{R_{wl}^j b}{N_j\gamma_m}$$

设$b$=500mm 不变，则 $$k=\frac{0.48\times500}{450000\times2.31}=2.3088\times10^{-4}$$

将 $k$、$e_0$ 带入一元二次方程求解，可得 $h$=839.3mm，取整 $h$=840mm

此时 [$e_0$]＝0.5$y$＝0.5×840／2＝210mm＞$e_0$=167mm

按截面 $b$×$h$＝500mm×840mm 再验算该构件的承载力。

（2）承载力验算

回转半径 $$r_w=\sqrt{\frac{I}{A}}=\sqrt{\frac{\frac{1}{12}bh^3}{bh}}=\frac{h}{\sqrt{12}}=\frac{840}{\sqrt{12}}=242.5\text{mm}$$

对于矩形截面取 $m$=8，则偏心影响系数

$$\alpha=\frac{1-(e_0/y)^m}{1+(e_0/r_w)^2}=\frac{1-\left(\frac{167}{840/2}\right)^8}{1+\left(\frac{167}{242.5}\right)^2}=0.6779$$

构件长细比 $$\beta=\frac{l_0}{h_w}=\frac{6000}{840}=7.143$$

因为砂浆强度等级高于 5 号，故取 $a$=0.002，则纵向弯曲系数

$$\varphi=\frac{1}{1+a\beta(\beta-3)\left[1+1.33(e_0/r_w)^2\right]}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$=\frac{1}{1+0.002\times7.143\times(7.143-3)\left[1+1.33\times(167/242.5)^2\right]}$$

=0.912

查附表 3-4 及表 17-2 可得 $R_a^j$=9MPa，$\gamma_m$ ＝1.92

$$N_u=\varphi\alpha AR_a^j/\gamma_m=0.912\times0.6779\times500\times840\times9/1.92$$

=1217.17×$10^3$N≈1217.17kN＞ $N_j$ ＝450kN

2）**垂直于**弯曲平面作用

构件长细比 $\beta=\frac{l_0}{b}=\frac{6000}{500}$＝12＞3

查附表 3-10 可得$\varphi$ =0.82，由式（17-12）可得

$$N_u=\varphi AR_a^j/\gamma_m=0.82\times500\times840\times9/1.92$$

=1614.4×$10^3$N=1614.4kN＞ $N_j$ ＝450kN

该构件在尺寸修改后的弯曲平面内、外的受压承载力满足要求。当然这样按式（17-14）确定的截面尺寸明显偏大而不经济，如原尺寸为 $b\times h$＝500mm×670mm，则偏心距、承载力就能满足要求。

**例 17-3** 一等截面悬链线无铰石拱桥采用早期脱架施工，已知标准跨径（计算跨径）*L*=40m，拱轴长度 *S*=44.93m，拱圈厚度 $h$＝900mm，拱圈全宽 $B$＝9m，拱圈采用 10 号水泥砂浆，40 号块石砌筑，拱脚截面上每米宽拱圈承受自重弯矩设计值 $M_j$ ＝135kN•m，轴向力设计值 $N_j$=753kN，[$e_0$]=0.5*y*，试验算拱脚截面的受压承载力。

解：1）弯曲平面内

根据块石和砂浆标号查附表 3-4 可得： $R_a^j$=6.5MPa

$$e_0=\frac{M_j}{N_J}=\frac{135}{753}=0.1793\text{m}\ \approx179\text{mm}$$

$$r_w=\sqrt{\frac{I}{A}}=\frac{h}{\sqrt{12}}=\frac{900}{\sqrt{12}}=260\text{mm}$$

由表 17-3 可知 $l_0=0.36s=0.36\times44.93$ =16.1748m

$$\beta=\frac{l_0}{h_w}=\frac{16.1748}{0.9}=17.972$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

因为砂浆强度等级高于 5 号，故取 $a$=0.002，则纵向弯曲系数

$$\varphi=\frac{1}{1+a\beta(\beta-3)\left[1+1.33(e_0/r_w)^2\right]}$$

$$=\frac{1}{1+0.002\times17.972\times(17.972-3)\times\left[1+1.33\times(\frac{179}{260})^2\right]}$$

=0.5322

对于矩形截面取 m=8，则纵向力的偏心影响系数

$$\alpha=\frac{1-(e_0/y)^m}{1+(e_0/r_w)^2}=\frac{1-\left(\frac{179}{900/2}\right)^8}{1+\left(\frac{179}{260}\right)^2}=0.678$$

由式（17-12）可得

$$N_u=\varphi\alpha AR_a^j/\gamma_m=0.5322\times0.678\times1000\times900\times6.5/1.92$$

$$=1099.4\times10^3\ \text{N}=1099.4\text{kN}>N_j=753\,\text{kN}$$

故弯曲平面内承载力满足要求。

2．偏心矩验算

$$e_0=179\,\text{mm}<[e_0]=0.5\,y=0.5\times450=225\,\text{mm}$$

故偏心矩满足要求。

由以上验算可知，拱脚截面的受压承载力和偏心距均满足要求。

由于是石板拱桥，拱圈全宽 $B=9$m，计算跨径 $L$=40m，且 $\frac{L}{B}>\frac{1}{20}$，根据《公路桥规》中拱桥的有关规定，垂直弯曲作用平面的稳定可不验算。

## 17．3　截面局部承压以及受弯、受剪构件的承载力计算

### 17.3.1　局部承压承载力计算

局部承压是砌体结构中常见的一种受力状态，其特点是轴向力仅作用于构件的部分截面上。试验研究结果表明，砌体局部承压大致有三种破坏形态：因纵向裂缝发展而引起的破坏，这也是一种较常见的基本破坏形态；劈裂破坏；与支座垫板直接接触的砌体局部破坏。

局部承压时，直接受压的局部范围内的砌体抗压强度有较大程度的提高，一般认为这是由于存在“套箍强化”和“应力扩散”的作用。再局部压应力的作用下，局部受压的砌体在产生纵向变形的同时还产生横行变形，当局部受压部分的砌体四周或对边有砌体包围时，未直接承受压力的部分像套箍一样约束其横行变形，使与加载板接触的砌体处于三向受压或双向受压的应力状态，抗压能力大大提高。但“套箍强化”作用并不是在所有局部受压情况都有当局部受压面积位于构件边缘或局部时，“套箍强化”作用则不明显甚至没有，但按“应力扩散”的概念加以分析，只要在砌体内存在未直接承受压力的面积，就有应力扩散的现象，就可以在一定程度上提高砌体的抗压强度。

在实际工程中，往往构件按全截面受压验算时强度是足够的，但在局部承压面下局部



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

应力集中，出现构件局部压碎的现象。如果砌体的局部破坏，其整体性将受到削弱，可能在工程中造成重大事故。

因此，在对受压构件进行计算时，除了按全截面验算构件承载力外，还必须进行构件的局部承压承载力进行验算。《公路桥规》规定砌体局部承压的承载力按下式计算

$$N_c \leqslant \beta A_0 R_a^j / \gamma_m \qquad (17\text{-}15)$$

式中 $N_c$——局部承压时荷载效应不利组合的设计值，即按式（17-1）左边计算的纵向力。

$\gamma_m$——材料安全系数，按表 17-2 采用。

$A_c$——局部承压面积，当有孔道时，应扣除孔道面积。

$\beta$——局部承压时极限强度 $R_a^j$ 的提高系数，按下式采用

$$\beta = \sqrt{\frac{A_d}{A_c}} \qquad (17\text{-}16)$$

$A_d$——局部承压时的计算底面积，详见《公路桥规》（85）；当有孔道时，应扣除孔道面积。

$R_a^j$——材料的抗压极限强度。

### 17.3.2 受弯构件承载力计算

图 16-2 a）、b）所示的挡土墙在水平荷载的作用下，截面内将产生弯矩，它们属受弯构件。受弯构件在弯矩作用下砌体可能沿通缝截面或齿缝截面产生弯曲受拉而破坏。对受弯构件正截面的承载力要求截面的受拉边缘最大计算拉应力必须小于弯曲抗拉强度设计值，即

$$\sigma_{wl} = \frac{M}{W} \leqslant R_{wl}^j$$

考虑到材料的安全系数，《公路桥规》规定按下式计算

$$M \leqslant \frac{W R_{wl}^j}{\gamma_m} \qquad (17\text{-}17)$$

式中 $M$ ——按式（17-1）左边计算的弯矩；

$W$——截面受拉边缘的弹性抵抗矩，对于组合截面应按弹性模量比换算为换算截面受拉边缘弹性抵抗矩；

$R_{wl}^j$——受拉边边层的弯曲抗拉极限强度；

$\gamma_m$——材料安全系数，按表 17-2 采用。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

### 17.3.3　受剪构件承载力计算

如图 17-5 a)所示拱支座截面处，由于拱的水平推力使支座水平截面受剪。当拱脚处采用砌块砌体，可能产生沿水平通缝截面的受剪破坏；当拱脚处采用片石砌体，则可能产生沿齿缝截面的受剪破坏。在受剪构件中，除水平剪力外，还作用由垂直压力。砌体构件的受剪试验表明，砌体沿水平向缝的抗剪承载能力为砌体沿通缝的抗剪承载能力及作用在截面上的压力所产生的摩擦力的总和。这是由于随着剪力的增大，砂浆产生很大的剪切变形，一层砌体对另一层砌体产生移动，当有压力时，内摩擦力将参加抵抗滑移。因此，要对砌体沿通缝或沿阶梯形截面（图 17-5 b）破坏时的受剪承载力进行计算。《公路桥规》（85）规定按下式计算

$$Q_j \leqslant A\frac{R_j^j}{\gamma_m}+\mu N_j \qquad (17\text{-}18)$$

式中　$Q_j$——按式（17-1）左边计算的剪力；

$N_j$——荷载效应最不利产生的纵向力；

$A$——受剪截面面积；

$\gamma_m$——材料安全系数，按表 17-2 采用；

$R_j^j$——砌体的抗剪极限强度；

$\mu$——摩擦系数，对实心砖砌体 $\mu$=0.7。

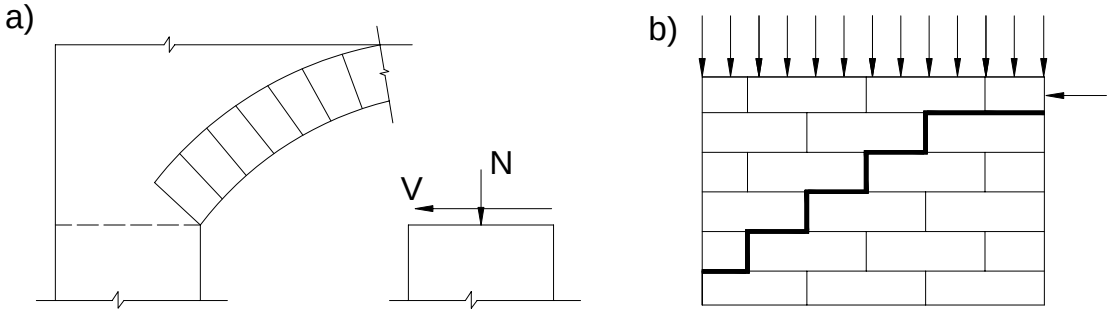



图 17-5　构件截面受剪

例 17-5　已知石砌悬链线板拱的拱脚处水平力 $Q_j$=15224kN，桥台台口受剪截面积 $A$=103m$^2$，在其面上承受垂直压力 $N_j$=14882kN。桥台采用 5 号水泥砂浆砌 30 号片石，$\mu$=0.7，求台口的抗剪承载力。

**解：**由附表 3-5 及表 17-2 可得 $R_j^j$=0.24MPa，$\gamma_m$=2.31

由式（17-18）可得

$$Q_u = A\frac{R_j^j}{\gamma_m}+\mu N_j$$

$$=\frac{103\times 240}{2.31}+0.7\times 14882$$

$$=21118.7\text{kN} > Q_j = 15224\text{kN}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

台口的抗剪承载力满足要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 18 章 概 述

## 18.1 钢结构的特点及应用

钢结构是土木工程的主要结构形式之一，通常由型钢和钢板等制作成的桁架、梁、柱、板等构件组成，有些钢结构还采用钢绞线和高强钢丝，各部分之间一般采用焊缝、螺栓连接。钢结构与其他材料的结构相比较，具有如下特点：

1） 材质均匀，可靠性高

钢材组织均匀，接近于各向同性匀质体，为理想的弹塑性材料。目前采用的计算理论能够较好地反映钢结构的实际工作性能，因此其可靠性高。

2） 强度高，重量轻

钢材与混凝土、木材相比较，其强度高，并且弹性模量也高。钢材虽然比其它建筑材料的容重大，但其容重与强度的比值一般比混凝土和木材小，因此在同样受力的情况下，钢结构与钢筋混凝土结构和木结构相比，构件截面较小，重量较轻，可用于跨度较大的结构，且便于运输和安装。

3） 塑性和韧性好

钢材的良好塑性，使结构在一般条件下不会因超载而突然断裂，在破坏之前变形增大，有明显的征兆，易于被发现，并且有利于局部应力重分布。钢材的良好韧性，使结构适于承受冲击荷载和动力荷载，具有良好的抗震性能。在国内外的历次地震中，钢结构是损坏最轻的结构，被认为是抗震设防地区特别是强震区的最合适结构。

4） 制造与安装方便

钢结构一般在工厂制作，工业化程度高，具备成批大量生产和精度高等特点；采用工厂制造、工地安装的施工方法，可有效地缩短工期，为降低造价、发挥投资效益创造了条件。由于钢结构具有连接方便的特点，易于加固、改建和拆迁。

5） 具有可焊性和密封性

由于钢材具有可焊性，使钢结构的连接大为简化，不仅可适用于各种复杂结构形状的需要，而且采用焊接连接后可以做到安全密封，适用于对气密性和水密性要求较高的结构。

6） 耐热性较好

结构表面温度在 200℃以内时，钢材的屈服强度和弹性模量变化很小。

7） 耐火性差

钢材的耐火性较差，当温度超过 200℃时，钢材材质变化较大，不仅强度降低，产生蓝脆和徐变现象。当钢材表面温度达 300℃～400℃以后，其强度和弹性模量显著下降。达到 600℃时，钢材进入塑性状态并丧失了承载能力。

8） 耐腐蚀性差

钢结构耐腐蚀性较差，特别在潮湿和有腐蚀介质的环境中，容易腐蚀，需要定期维护。因此钢结构的维修养护费用比钢筋混凝土结构高。

由于钢结构的上述特点，钢结构广泛应用于钢支架、钢挂篮、钢模板、钢桁架、钢沉井、钢围堰、龙门架、钢塔架以及其他工业与民用结构物。尤其是钢结构强度高而重量轻的优点，在大跨度结构中尤为突出，因为结构跨度越大，自重在全部荷载中所占的比重就越大，减轻自重可以获得明显的经济效果。因此，钢结构在大跨度桥梁结构中得到广泛的应用。

我国是世界上最早用铁建造结构的国家之一，现存最早的是云南省跨越澜沧江的霁虹铁链桥，建于明朝成化年间（1465～1487 年），桥长 113.4m，净跨 57.3m，宽 3.7m，底部承重铁链 16 根，栏杆铁链左右各 1 根。四川省大渡河上的泸定桥，建于清朝康熙 45 年（1706 年），净跨 100m，宽 2.7m，共有铁链 13 根。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

英国是国外第一个用生铁建造拱桥的国家，1779 年在科尔布鲁克代尔（Coalbrookdale）用铁建成跨径为 30.5m 的拱桥。18 世纪末期工业革命兴起，冶金技术和土木工程随之发展。19 世纪 20～30 年代出现了铆钉连接，使桥梁的跨径得以增大。1850 年在英国威尔士（Wales）建成的跨麦奈海峡(Menai Straits)四跨（70＋140+140+70m）连续箱管截面铁路桥梁。1856 年和 1867 年相继发明了转炉和平炉冶炼工艺，从 19 世纪 60 年代和 70 年代起有了全钢制造的桥梁，1874 年美国建成了密西西比河（Mississipi）上的圣路易斯（St. Louis）拱桥，中跨跨径为 158.5m，边跨跨径为 153m。

与钢材同时发展的是材料试验技术、工程力学以及结构理论发展，使钢材的物理力学性能得到比较精确的测定，各种结构形式和分析方法不断出现。在此基础上，20 世纪初开始有了铁路桥梁规范。20 世纪 30 年代起，焊缝连接在工程结构中得到了比较广泛的应用，30 年代末到 50 年代初，高强度螺栓在钢结构的连接中开始采用，这些都促进了钢结构的发展。

近几十年来，钢材品种的增加，制造方法的改善，新结构形式的采用、计算理论的发展，尤其是计算机技术的飞速发展，使得钢结构在桥梁工程中得到了更为广泛的应用。1998 年建成的日本明石海峡（The Akashi Strait）大桥，主跨跨径 1991m，是世界上跨径最大的悬索桥。正在建设中的中国江苏苏通长江大桥主跨跨径为 1088m，是世界上跨径最大的斜拉桥。中国上海卢浦大桥是一座主跨达 550 米的全钢结构中承式系杆拱桥，超越美国的西弗吉尼亚（West Virginia）大桥成为世界上跨径最大的钢拱桥。卢浦大桥的总用钢量达到 3.5 万吨，拱、梁、立柱均采用箱形断面全焊接结构，是目前世界上唯一采用全焊接技术的全钢拱桥。在世界桥梁技术发展史上，钢结构连接技术，从最早的铆接，逐步发展到栓接和焊接，全焊接结构是当今世界钢结构桥梁发展的最新技术和发展方向。

## 18.2 钢结构的设计方法

### 18.2.1 钢结构设计的基本要求

钢结构设计要贯彻执行国家的技术经济政策，做到技术先进、经济合理、便于加工、方便运输安装和检查养护，以确保质量。因此，在设计中应满足下列基本要求：

（1）钢结构在运输、安装和使用过程中，必须具有足够的强度、刚度和稳定性，整个结构必须安全可靠；

（2）要从工程实际出发，合理选用材料、结构设计方案和构造措施。要符合桥梁结构的使用要求，要具有良好的耐久性；

（3）尽可能地节约钢材，减轻钢结构重量；

（4）尽可能缩短制造、安装时间，以缩短工期；

（5）所选结构要便于运输，构造设计要便于检查与养护；

（6）在可能的情况下，尽量注意美观。

### 18.2.2 钢结构计算的基本原则

#### 1）强度与稳定计算原则

钢结构的设计方法从力学的角度可分为弹性设计方法和塑性设计方法，从可靠度的角度则可分为安全系数设计法和概率极限状态设计法两大类。其中安全系数法又可分为传统的容许应力设计法和最大荷载设计法。我国现行《公路桥涵钢结构及木结构设计规范（JTJ 025-86)》，以下简称《公路桥规（1986)》，仍然采用的是容许应力法。

容许应力法的设计准则是采用材料力学或弹性力学方法计算构件在荷载标准值作用下的应力，使任一截面的计算应力$\sigma$不超过材料的容许应力$[\sigma]$，其表达式为：

$$\sigma \leq [\sigma] \tag{18.1}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

容许应力是将构件材料的屈服强度 $f_y$ 除以大于 1 的安全系数 $K$，其表达式为：

$$[\sigma]=\frac{f_y}{K} \tag{18.2}$$

钢材的容许应力$[\sigma]$按附表 4-1 采用，对于一般的钢结构，采用 $K=1.4\sim1.7$，取 $K$ 值大于 1 是考虑作用在结构上的荷载可能大于标准值，钢材屈服强度可能小于标准值，截面尺寸可能偏小、计算简图可能不够准确、制作和安装可能产生偏差等原因。同时 $K$ 值的规定又要考虑当前社会的经济条件，对于重要的和破坏后果严重的结构，可适当提高其安全系数。

容许应力设计法形式简单，应用方便，按弹性方法计算构件应力对发展塑性变形能继续提高承载力的构件（如受弯构件）比发展塑性变形不能或较少提高承载力的构件（如轴心受力构件）具有更大的安全储备。但这种方法采用由经验确定的单一安全系数，没有考虑结构具体情况的差异，如不同类型荷载的组合、各种荷载超过标准值的概率和幅度，材料强度的离散情况以及结构的工作条件等，因此容许应力法不能保证所设计结构具有比较一致的安全度水准。

2）长细比的限制

轴心受力构件的刚度通常采用长细比来衡量，长细比 $\lambda$ 是构件的计算长度 $l_0$ 与构件截面的回转半径 $i$ 的比值，即 $\lambda=\frac{l_0}{i}$。长细比过大会使构件在使用过程中容易由于自重作用而发生挠曲、在运输和安装过程中容易发生弯曲、在动力荷载作用下容易产生较大的振动，因此在设计中应使构件长细比不超过规范规定的容许长细比$[\lambda]$。对于受压构件，因刚度不足而变形增加的附加弯矩影响远比受拉构件严重，长细比过大会使其承载力降低很多，因此受压构件的长细比限制应更严格。

计算构件长细比时，应分别考虑绕截面两个主轴即 $x$ 轴和 $y$ 轴的长细比 $\lambda_x$ 和 $\lambda_y$，都不能超过规定的容许长细比$[\lambda]$：

$$\left.\begin{aligned}\lambda_x=\frac{l_{0x}}{i_x}\le[\lambda]\\ \lambda_y=\frac{l_{0y}}{i_y}\le[\lambda]\end{aligned}\right\} \tag{18.3}$$

式中：

$l_{0x}$、$l_{0y}$、$i_x$、$i_y$—分别为绕截面主轴即 $x$ 轴和 $y$ 轴的构件计算长度和截面回转半径；

$[\lambda]$—杆件容许长细比，按表 18-1 采用。

**钢杆件容许最大长细比** 表 18-1

| | 杆　件 | | 长细比 |
|---|---|---|---|
| 主桁杆件 | 受压弦杆受压或受压—拉腹杆 | | 100 |
| | 仅受拉力的弦杆 | 130 | |
| | 仅受拉力的腹杆 | 180 | |
| 联结系杆件 | 纵向联结系、支点处横向联结系和制动联结系的受压或受压—拉杆件 | | 130 |
| | 中间横向联结系的受压或受压—拉杆件 | | 150 |
| | 各种联结系的受拉杆件 | | 200 |

3）变形限制

桥梁结构的挠度由结构自重产生的变形与静活荷载（不计冲击系数的汽车荷载）产生的变形两部分组成，后者当静活荷载撤除后，变形即消失。由于静活荷载产生的挠度大，会使多跨简支梁形成波浪形曲线、跨中下凹、而端部转角大、桥面隆起、引起行车的颠簸、破坏伸缩缝以及简支梁两端的桥面，不利于行车和养护。为此，必须对桥梁的静活荷载挠度加以限制，其表达式为：

$$f\le[f] \tag{18.4}$$

《公路桥规（1986）》规定的容许挠度值：简支或连续桁架为 $l/800$；简支或连续板梁为 $l/600$；悬臂梁为 $l_1/300$；悬索桥为 $l/400$。其中 $l$ 为计算跨径，$l_1$ 为悬臂长度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 第 19 章 钢结构的材料

本章主要介绍钢材的破坏形式、力学性能指标、影响钢材性能的主要因素以及钢材的分类和规格。

## 19.1 钢材的破坏形式

钢材存在两种可能的破坏形式，即塑性破坏和脆性破坏。钢结构所用的材料虽然具有较高的塑性和韧性，且一般发生塑性破坏，但在一定条件下，仍然有发生脆性破坏的可能。

塑性破坏是由于变形过大，超过了材料可能的应变能力而产生的，而且仅在材料的应力超过屈服强度，并达到了钢材的极限抗拉强度 $f_u$ 后才发生。它的主要特征是破坏前构件产生明显的塑性变形，破坏后的断口呈纤维状，色泽发暗。在塑性破坏前，由于有较大的塑性变形发生且变形持续时间较长，容易及时发现而采取措施予以补救。此外，塑性变形使结构出现内力重分布，使原来受力不均匀的部分应力趋于均匀，从而可提高结构的承载能力。

脆性破坏的特点是破坏前的塑性变形很小，甚至没有塑性变形，平均应力一般低于钢材的屈服强度，破坏从应力集中处开始。破坏前没有任何预兆，破坏后的断口平直，呈现出有光泽的晶粒状。脆性破坏是突然发生的，没有明显的预兆，因而无法及时察觉和采取补救措施，一旦发生则可能导致整个结构发生破坏，与塑性破坏相比较，后果严重，危险性较大。因此，在设计、制作和安装过程中要采取措施防止钢材发生脆性破坏。

## 19.2 钢材的主要力学性能

钢材的力学性能通常是指钢材在标准试验条件下均匀拉伸、冷弯和冲击等单独作用下显示出的各种力学性能。

### 19.2.1 钢材在单向均匀受拉时的工作性能

钢材的拉伸试验通常是用规定形状和尺寸的标准试件，在常温（20±5℃）下以规定的应力或应变速度施加荷载进行的。钢材拉伸试验的力学性能可以用拉伸应力～应变（$\sigma\sim\varepsilon$）关系曲线来说明，图 19-1 为低碳结构钢材拉伸试验的典型的应力～应变（$\sigma\sim\varepsilon$）曲线。在整个试验过程中，钢材的受力大致可分为以下四个阶段：

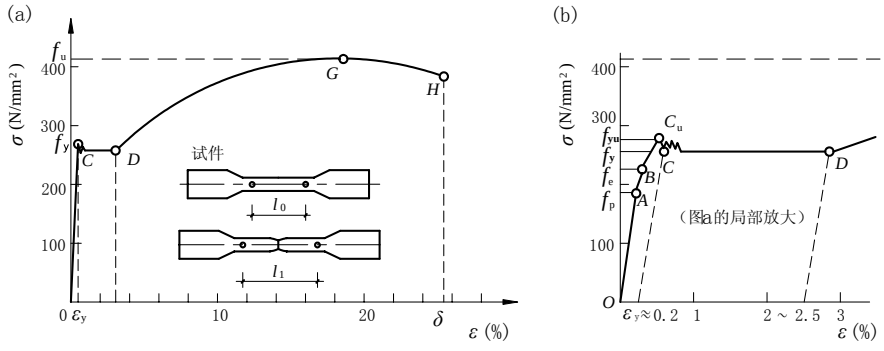



图 19-1 碳素结构钢（Q235 钢）静力拉伸曲线

**（1）弹性阶段**（图19-1b中*OB*段）—钢材拉伸试验的加、卸载过程中，对应于 B 点的应力称为弹性极限 $f_e$。当应力不超过 $f_e$ 时，试件应力的增或减引起应变的增或减，卸除荷载后试件的变形能完全恢复，没有残余变形，故此阶段称为弹性阶段。弹性阶段 *OB* 又可分为直线 *OA* 段和曲线 *AB* 段，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$A$ 点对应的应力称为比例极限 $f_p$。在 $OA$ 段（$\sigma \le f_p$）时，应力 $\sigma$ 与应变 $\varepsilon$ 呈正比例关系，即 $\sigma = E\varepsilon$，$E$ 为该直线的斜率，称为钢材的弹性模量。钢材的弹性模量随钢种的变化很小，故一般对所有的钢材统一取 $E$=2.1×10$^5$MPa。曲线 AB 段（$f_p < \sigma \le f_e$）钢材仍处于弹性状态，但应力 $\sigma$ 与应变 $\varepsilon$ 关系呈非线性关系。钢材的比例极限 $f_p$ 与弹性极限 $f_e$ 一般较为接近。

**（2）弹塑性阶段**（图19-1b中*BC*段）—当应力超过弹性极限，即 $\sigma > f_e$ 以后，钢材不再是完全弹性。此时钢材的变形包括弹性和塑性变形两部分，其中塑性变形在卸除荷载后不能恢复，因此构件将留有残余变形。弹塑性阶段的变形增长率 $d\varepsilon / d\sigma$ 继续随应力 $\sigma$ 的增加而加快。图 19-1 中 C 点为屈服强度 $f_y$。

**（3）屈服阶段**（图19-1b中*CD*段）—当应力 $\sigma$ 达到屈服强度 $f_y$ 后，荷载暂时不能继续增加，但变形持续增长，应力～应变（$\sigma$～$\varepsilon$）曲线形成屈服平台。这时，应变急剧增长，而应力却在很小的范围内波动，变形模量近似为零，这个阶段称为屈服阶段。在屈服阶段钢材的残余应变从 $\varepsilon_y$ =0.2% 一直增长到 2.5%的 D 点。对于碳含量较高的钢或高强度钢，常没有明显的屈服平台，规定用其对应于残余应变 $\varepsilon_y$ =0.2%的应力 $\sigma_{0.2}$ 作为该钢材的屈服强度。

**（4）强化阶段**（图 19-1a 中 *DG* 段）—钢材经过屈服阶段较大的塑性变形以后，其内部组织因受力得到了调整，又部分恢复了承受增长荷载的能力。应力～应变（$\sigma$～$\varepsilon$）曲线又呈上升趋势，这个阶段称为钢材的强化阶段，变形增长率比弹性阶段和弹塑性阶段大得多，即其变形模量很低。试件对应于强化阶段最高点的应力就是钢材的抗拉强度 $f_u$。

**（5）颈缩阶段**（图19-1a中*GH*段）—当钢材应力达到极限强度 $f_u$ 以后，在试件承载能力最弱的截面处，横截面急剧收缩，局部明显变细（颈缩现象）。试件的伸长量 $\Delta l$ 迅速增长，并且荷载下降，最后在颈缩处断裂。

在图 19.1a 中，试件拉断后标距长度的伸长量 $\Delta l$ 与原标距长度 $l_0$ 的比值 $\delta$（常用百分数表示）称为钢材拉伸的伸长率，即：

$$\delta = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\% = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100\% \qquad (19.1)$$

式中：

$l_1$—试件拉断后标距部分的长度。

伸长率和试件标距的长短有关，当试件长度与试件直径之比为 10 时，以 $\delta_{10}$ 表示伸长率；比值为 5 时，以 $\delta_5$ 表示伸长率。伸长率越大，表示钢材破断前产生的永久塑性变形和吸收能量的能力越强。伸长率大的钢材，对调整构件中局部超屈服应力、结构中塑性内力重分布和减少脆性破坏都有重要的意义。

钢材的抗拉强度 $f_u$ 是钢材抗破断能力的极限。钢材屈服强度与极限抗拉强度之比 $\frac{f_y}{f_u}$ 称为屈强比，它是钢材设计强度储备的反映。$\frac{f_y}{f_u}$ 越大，强度储备越小，$\frac{f_y}{f_u}$ 越小，强度储备越大。但钢材屈强比过小时其强度利用率低、不经济，因此在要求屈服强度的同时，还应要求钢材具有适当的抗拉强度。

钢材在弹性阶段应力～应变（$\sigma$～$\varepsilon$）呈线性正比例关系，其应变或变形很小，钢材具有持续承受荷载的能力。但在非弹性阶段，钢材屈服并暂时失去了继续承受更大荷载的能力，钢材应力达到屈服强度时结构将产生很大的塑性变形，故结构的正常使用会得不到保证，因此，在设计时常常控制应力不超过屈服强度 $f_y$。《公路桥规（1986）》将屈服强度 $f_y$ 除以安全系数 $K$（即 $\frac{f_y}{K}$）作为控制计算应力的标准，即容许应力[$\sigma$]。

显然，钢材的屈服强度 $f_y$、抗拉强度 $f_u$ 以及伸长率 $\delta$ 是结构用钢材所必需的三项主要力学性能指标。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

### 19.2.2 钢材的冷弯性能

钢材的冷弯性能是衡量钢材在常温下弯曲加工产生塑性变形时对出现裂纹的抵抗能力的一项指标。如图 19-2 所示，用具有弯心直径 $d$ 的冲头对标准试件中部施加荷载使之弯曲 180°，要求弯曲部位不出现裂纹或分层现象。钢材的冷弯性能取决于钢材的质量和弯心直径 $d$ 对钢材厚度 $a$ 的比值。

钢材的冷弯试验一方面是检验钢材能否适应构件制作中的冷加工工艺过程；另一方面通过试验还能暴露出钢材的内部冶金和轧制缺陷，而且由于冷弯试验时试件中部受到冲头挤压以及弯曲和剪切的复杂作用，因此冷弯性能也是反映钢材在复杂应力状态下塑性变形能力和质量的一项综合指标。

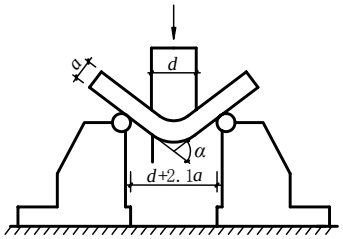



图 19-2 钢材冷弯试验

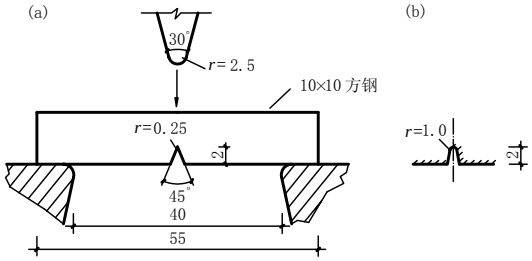



图 19-3 钢材冲击韧性试验

（a）V 形缺口试件　　（b）U 形缺口试件

### 19.2.3 钢材的冲击韧性

钢材的冲击韧性是指钢材在冲击荷载作用下吸收机械能的一种能力，是衡量钢材抵抗可能因低温、应力集中、冲击荷载作用而导致脆性断裂的一项力学性能指标。钢材的冲击韧性通常采用有特定缺口的标准试件，在试验机上进行冲击荷载试验使构件断裂来测定（如图 19-3 所示）。常用标准试件的型式有梅氏（Mesnager）U 形缺口试件和夏比（Charpy）V 形缺口试件，我国采用后者。*V* 形缺口试件的冲击韧性指标用试件冲断所需冲击功 $A_{kv}$ 表示，其单位为 *J*（即 N·m）。

钢材的冲击韧性与钢材质量、试件缺口、加载速度以及温度有关，尤其是低温的影响较大。当温度低于某一负温值时，冲击韧性将急剧降低。钢材的冲击韧性还与构件的厚度有关，较大厚度钢材的冲击韧性较差。此外，钢结构或构件的脆性断裂常常是从应力集中处开始的。因此钢结构应选用无缺陷，特别是无缺口和裂纹的钢材；在负温条件下使用的钢结构应尽量采用较小厚度的钢材；对在常温或低温下工作的结构用钢材应满足其冲击韧性的要求。

## 19.3 影响钢材性能的因素

决定钢材性能的主要因素是钢材的化学成分及其微观组织结构，此外，钢材的冶炼、浇注、轧制等生产工艺过程、钢结构的加工、构造、尺寸、受力状态以及工作环境等对钢材的力学性能也有重要的影响。

### 19.3.1 化学成分的影响

钢材的主要化学成分是铁（Fe），约占 99%，碳和其他元素仅占 1%左右，其他元素包括硅（Si）、锰（Mn）、钒（V）、硫（S）、磷（P）、氧（O）、氮（N）等。

**碳**含量对钢材的强度、塑性、韧性和焊接性能有着决定性的影响。随着碳含量的增加，钢材的屈服强度和抗拉强度提高，但其塑性、冷弯性能和冲击韧性（尤其是低温环境下冲击韧性）降低，可焊性能和抗锈蚀性能等也变差。因此，结构用钢材的碳含量不能过高，一般应不超过 0.22%。在碳素结构钢中，碳是除纯铁以外的最主要的元素。

**硅**是作为一种强脱氧剂加入钢材中，使钢材中纯铁体晶粒细小和分布均匀，能加工成质量较高的镇静钢。适量的硅可提高钢材的强度，且对其塑性、冷弯性能、冲击韧性和可焊性能无明显的不



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

良影响，但硅含量过大（1%左右）会降低钢材的塑性、冲击韧性、抗锈蚀性能和可焊性。因此一般镇静钢的含硅量为 0.1%～0.3%。

**锰**是作为一种弱脱氧剂加入钢材中，通常的含量为 0.3%～0.8%。在低合金锰钢中锰是作为合金元素，如 Q345 钢（16Mn、16Mnq）和 Q390 钢（15MnV，15MnVq）中其含量为 1.2%～1.6%。适量的锰能显著改善钢材的冷脆性能，并可提高其屈服强度和抗拉强度，且对钢材的塑性和冲击韧性无明显影响。锰还能与钢材中的硫在高温下化合成熔点很高（约 1600℃）的硫化锰（MnS），可减少钢材热加工时因为硫而产生裂纹的“热脆”现象。但锰的含量过高将使钢材变脆，降低钢材的塑性、抗锈蚀性能和可焊接性。

**钒**是一种合金元素，可提高钢材的强度、细化晶粒和提高淬硬性。钒的化合物具有高温稳定性，可使钢材的高温硬度提高，Q390 钢（15MnV，15MnVq）是在低合金锰钢 Q345 钢（16Mn、16Mnq）的基础上加入适量（0.04%～0.12%）的钒冶炼而成的强度较高的低合金高强度结构钢。

**硫**是钢材中的有害元素，硫与铁化合生成硫化铁（FeS），散布在纯铁体的间层中，当温度在 800～1200℃时熔化而使钢材出现裂纹，称为钢材的“热脆”现象。硫的含量过大不利于钢材的焊接和热加工，还使钢材的塑性、冲击韧性、疲劳强度和抗锈蚀性能大大降低。因而应严格控制钢材中硫的含量，一般不应超过 0.05%，在焊接结构中不超过 0.045%。

**磷**也是钢材中的一种有害元素，磷和纯铁体结成不稳定的固熔体，使纯铁晶粒增大。磷的存在将严重地降低钢材的塑性、冲击韧性、冷弯性能和可焊性能等，尤其是在低温时使钢材变脆，称为“冷脆”现象，不利于钢材的冷加工。因此对磷的含量要严格控制，一般不应超过 0.05%，在焊接结构中不超过 0.045%。但磷能提高钢材的强度和抗锈蚀性能。

**氧和氮**也属于钢材中的有害杂质。氧的影响与硫类似，使钢材发生“热脆”，一般要求氧含量小于 0.05%，氮的影响与磷相似，使钢材发生“冷脆”，一般要求氮含量小于 0.008%。

为改善钢材的力学性能，还可以掺入其他含量较低的合金元素，如铬（Cr）、镍（Ni）、铜（Cu）、钛（Ti）、铌（Nb）等，这种钢材称为低合金高强度结构钢。如 Q345（16Mn、16Mnq）钢、20MnTiB 钢等。

### 19.3.2 钢材生产过程的影响

钢材的生产需经过冶炼、浇注、轧制和矫正等工序才能完成，多道工序对钢材的力学性能有一定的影响。钢材中常见的冶金缺陷有偏析（钢材中化学成分的不均匀性）、非金属夹杂、裂纹、气孔和分层等，它们都对钢材的力学性能产生不利影响。

冶炼方法主要有碱性平炉炼钢法、顶吹氧气转炉炼钢法和碱性侧吹转炉炼钢法。碱性侧吹转炉冶炼的钢材质量较差，目前已经被淘汰。冶炼过程主要是控制钢材的化学成分，平炉钢和顶吹氧气转炉钢对钢材力学性能和碳、硅、锰、硫、磷等元素的含量无明显的差别，两者冶炼的钢材质量较好。但氧气转炉钢具有投资少、生产效率高、原材料适应性大等优点，已成为炼钢工业发展的主要方向。

钢液出炉后在钢罐中铸成钢锭，为排除氧化铁等杂质，通常在钢罐中加入脱氧剂。根据脱氧程度的不同，钢可分为沸腾钢、半沸腾钢、镇静钢和特殊镇静钢。沸腾钢采用锰作为脱氧剂，由于锰的脱氧能力较差，钢液中还含有较多的氧化铁，浇铸时氧化铁和碳相互作用，形成一氧化碳逸出，使钢液产生剧烈沸腾，故称为沸腾钢。一氧化碳气体逸出带走钢液中的热量，使钢液冷却很快，因此许多气体来不及逸出被包含在钢锭中，使钢的构造和晶粒粗细不均匀。所以沸腾钢的塑性、韧性和可焊性能较差，容易发生时效硬化和变脆，轧成的钢板和型钢中常有夹层和偏析现象。镇静钢采用硅作为脱氧剂，硅的脱氧能力很强，脱氧比较充分。硅在还原氧化铁的过程中放出热量，使钢液冷却缓慢，没有沸腾现象。镇静钢的晶粒较细、组织致密、气泡少、偏析度小。镇静钢与沸腾钢相比，除了屈服强度较高之外，冲击韧性较高，冷弯性能、可焊性能和抗锈蚀性能较好。半镇静钢是在钢液中加入少量强脱氧剂，其脱氧程度和性能均介于沸腾钢和镇静钢之间。特殊镇静钢是在采用



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

锰和硅脱氧之后，再用铝或钛进行补充脱氧，进一步减少了钢材中的有害氧化物，并能明显改善各种力学性能，提高钢材的可焊性能。

轧制是在高温（1200～1300℃）和压力作用下将钢锭热轧成钢板和型钢，它不仅改变钢的形状及尺寸，而且能消除钢锭中的小气泡、裂纹、疏松等缺陷，使金属组织更加致密，改善了钢材的内部组织，从而改善钢材的力学性能。钢材的力学性能与轧制方向有关，沿轧制方向比垂直轧制方向的强度高。轧制的钢材越小（压缩比越大），其强度也越高，塑性和冲击韧性也越好。经过轧制的钢材，由于其内部的非金属夹杂物被压成薄片，在较厚的钢板中会出现夹层现象，夹层使钢材沿厚度方向的受拉性能大大降低。

### 19.3.3 冷加工和时效硬化的影响

钢材在弹性范围内重复加、卸荷载一般不会引起钢材性能的改变，但超过此范围重复加载将改变钢材的性能，主要表现在钢材的屈服强度提高、弹性范围增加、塑性和伸长率降低，钢材的这一性质称为冷加工硬化。钢材在冷拉、冷拔、冷弯、冲孔、剪切等冷加工时都存在很大的塑性变形，因此产生冷加工硬化，冷加工硬化虽然可以提高钢材的屈服强度，但同时也降低塑性和增加钢材的脆性，对钢结构特别是承受动力荷载的钢结构不利。因此，钢结构设计中一般不利用冷加工硬化对钢材屈服强度的提高，对直接承受较大动力荷载的钢结构还应消除冷加工硬化的影响。

由于在高温时溶入纯铁中极少量的氮随着时间的延长从纯铁体中析出，形成自由氮化物而存在于纯铁粒晶体间的滑动面上，阻止了纯铁晶粒间的滑移，从而约束了钢材的塑性发展。这种钢材随时间的进展使屈服强度和抗拉强度提高，伸长率和冲击韧性降低的现象，称为时效硬化。不同种类钢材的时效硬化过程和时间长短不同，可从几小时到数十年。

### 19.3.4 温度的影响

钢材的力学性能随温度的不同而有所变化。当温度下降时，钢材的强度略有提高而塑性和冲击韧性有所降低，即钢材的脆性倾向逐渐增大。当温度降低到某一数值时（冷脆临界温度），钢材的冲击韧性急剧下降，钢材的破坏特征明显地由塑性破坏变为脆性破坏，这种现象称为钢材的低温冷脆现象。冷脆临界温度与钢材的韧性有关，韧性越好的钢材冷脆临界温度越低，钢材在整个使用过程中，可能出现的最低温度，应高于钢材的冷脆临界温度。

当温度升高时，钢材的屈服强度、抗拉强度和弹性模量等均随着降低，但在 150℃以下时变化不大。当温度在 250℃左右时，钢材的抗拉强度反而有较大的提高，但伸长率和冲击韧性变差，钢材在此温度范围内呈脆性破坏特征，这种现象称为“蓝脆”。应避免在“蓝脆”温度范围内进行钢材的机械加工，以防钢材产生裂纹。当温度超过 300℃时，钢材的屈服强度、抗拉强度和弹性模量开始显著下降，而伸长率明显增大，钢材产生徐变。当温度超过 400℃时，钢材的强度和弹性模量都开始急剧降低，当温度达到 600℃时其承载能力几乎完全丧失。

### 19.3.5 应力集中的影响

在钢结构构件中不可避免的存在孔洞、槽口、裂缝、厚度变化以及内部缺陷等，致使构件截面突然改变，在荷载作用下，这些截面突变的某些部位将产生局部峰值应力，其余部位的应力较低且分布极不均匀，这种现象称为应力集中（图 19-4）。

应力集中的严重程度取决于构件截面形状变化的急剧程度，以应力集中系数$\xi$来表示，$\xi$值越大，说明其应力集中的程度越严重。应力集中系数$\xi$的表达式为：

$$\xi = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_0} \tag{19.2}$$

式中：

$\sigma_{\max}$—孔洞边缘的最大应力；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$\sigma_0 = \dfrac{N}{A_n}$ —轴向拉力 $N$ 除以构件的净截面面积 $A_n$ 的平均应力。

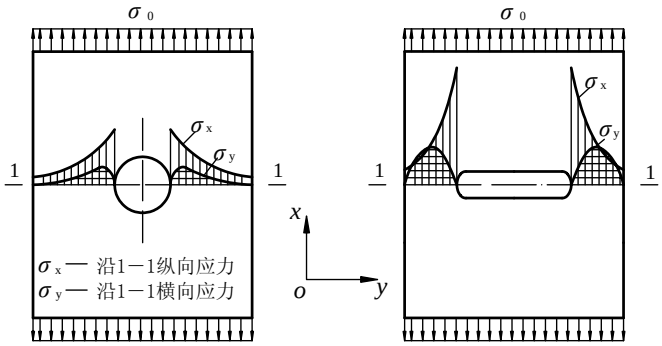



图 19-4 孔洞及槽孔处的应力集中现象

由于应力集中处应力线曲折，应力的方向与构件受力的方向不一致，从而除产生纵向应力 $\sigma_x$ 外，还产生横向应力 $\sigma_y$；若构件较厚，还将产生垂直于 $xy$ 平面的横向应力 $\sigma_z$。在双向或三向同号应力状态下，钢材不易进入塑性状态而导致脆性增加，截面变化越急剧，应力集中就愈严重，钢材变脆的程度也就愈厉害。

应力集中现象在实际结构中是不可能完全避免的，当结构所受的静力荷载不断增加时，峰值应力处钢材将首先达到屈服强度，继续增加荷载将使该处应力保持不变而塑性变形发展，所增加的荷载由邻近尚未达到屈服强度的钢材承担，然后塑性区不断扩展，直到构件全截面都达到屈服强度。因此，应力集中一般不影响截面的静力极限承载力，只要在构造上尽可能使截面的变化比较平缓，设计时可不予考虑。但在动力荷载和反复荷载作用下，应力集中是钢结构发生脆性破坏的重要原因之一，因此构造设计应尽量避免构件截面的急剧改变，以减小应力集中。

## 19.3.6 反复荷载的影响

钢材在连续反复荷载作用下，其应力虽然没有达到抗拉强度，甚至还低于屈服强度时，也可能发生突然破坏，这种现象称为疲劳破坏。钢材在疲劳破坏之前，没有明显的变形，是一种突然发生的断裂，所以疲劳破坏属于反复荷载作用下的脆性破坏。

钢材的疲劳破坏是经过长时间的发展过程才出现的，其破坏过程可分为三个阶段：裂纹的形成、裂纹缓慢扩展、最后迅速断裂而破坏。钢材的疲劳破坏首先是由于钢材内部结构不均匀和应力分布不均匀所引起的。应力集中可以使个别晶粒很快出现塑性变形及硬化，从而大大降低钢材的疲劳强度。对于承受连续反复荷载的结构，设计时必须考虑钢材的疲劳问题。钢材的疲劳强度还与反复荷载引起的应力种类（拉应力、压应力、剪应力和复杂应力等）、应力循环形式、应力循环次数、应力集中程度和残余应力等有着直接的关系。如果重复作用的荷载值不随时间变化，则在所有应力循环内的应力幅将保持常量，这称为常幅疲劳，本节将讨论这种情况。

### 1）影响钢材疲劳强度的主要因素

⑴ 应力集中的程度

构件及其连接处的截面有孔槽和缺口等突然改变时，在荷载作用下，截面上就会出现应力集中，局部峰值应力值往往高出其平均应力值数倍。即使平均应力较低，局部峰值应力也可能超出弹性工作范围而发生塑性变形。在反复荷载作用下，应力集中处的钢材发生多次塑性变形之后就会产生微裂缝，然后逐渐发展形成宏观裂纹，宏观裂纹在反复荷载作用下继续扩展，构件的截面面积则逐渐削弱，达到一定的循环次数后，在被削弱的截面处就会发生脆性断裂。应力集中越大，疲劳强度就降低越多。疲劳现象在很大程度上与局部应力的发展有关，因此在设计中应使截面突变处均匀过渡以防止因应力集中而产生的疲劳破坏。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

⑵ 应力循环特征值

反复荷载引起的应力循环形式有同号应力循环和异号应力循环两种类型。循环中绝对值最小的峰值应力$\sigma_{\min}$与绝对值最大的峰值$\sigma_{\max}$之比$\rho=\dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$称为应力循环特征值。如图 19-5 所示，当$\rho<0$时为异号应力循环，当$\rho>0$时为同号应力循环，$\rho=1$时表示静力荷载。最大应力和最小应力符号相反而其绝对值相等，即$\rho=-1$时（图 19-5a），称为对称循环，此时疲劳强度最低。当最大应力为拉应力而最小应力为零时，$\rho=0$（图 19-5c），称为脉冲循环。

对于轧制钢材和非焊接结构，$\rho$值越小疲劳强度越低，反之则越高。但对于焊接结构，由于焊缝附近存在着很大的焊接残余应力峰值，应力循环特征值$\rho=\dfrac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$并不代表疲劳裂缝出现处的应力状态，实际的应力循环是从残余应力开始，变动一个应力幅$\Delta\sigma=\sigma_{\max}-\sigma_{\min}$（此处$\sigma_{\max}$为最大拉应力，$\sigma_{\min}$为最小应力，拉应力取正值，压应力取负值）。因此焊接结构的疲劳性能直接与应力幅$\Delta\sigma=\sigma_{\max}-\sigma_{\min}$有关而与应力循环特征值$\rho$的关系不是非常密切。

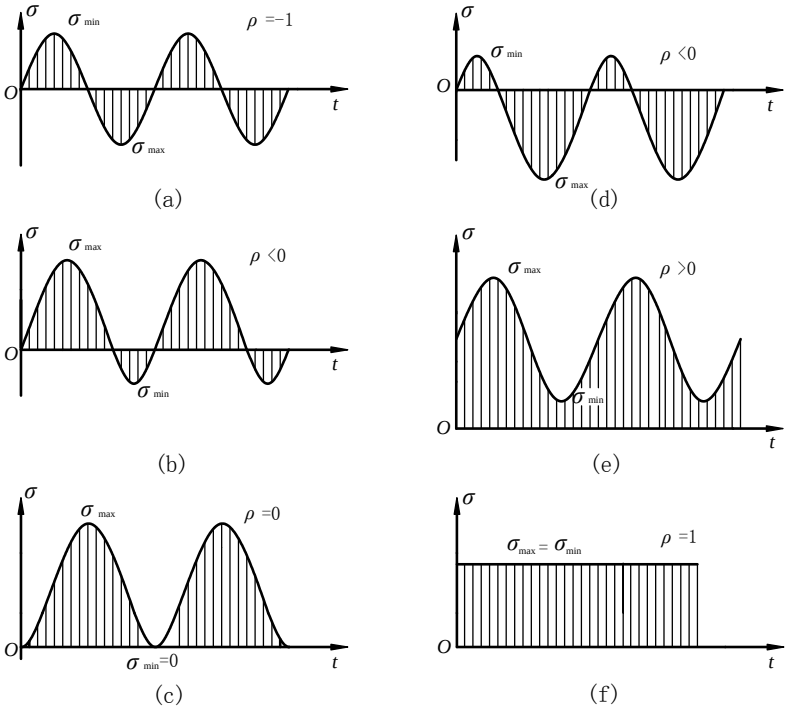



图 19-5 应力循环的形式

⑶ 应力循环次数 $n$

当应力循环的形式不变，钢材的疲劳强度与应力循环的次数（疲劳寿命）$n$ 有关。破坏所需要的应力大小，随着循环次数 $n$ 的增加而减少。当保持$\rho$值不变，可根据试验资料绘出图 19-6 所示的疲劳曲线，其中横坐标为相应的循环次数 $n$，纵坐标为疲劳强度$\sigma_{\max}$。由疲劳曲线可以看出，构件的应力越小，其破坏时的循环次数$n$就越多，但当应力小到某一极限$\sigma_{\mathrm{f}}$（平行于$n$轴的渐近线）时，循环次数再多，试件也不会发生破坏，$\sigma_{\mathrm{f}}$即为材料在该$\rho$值时的疲劳极限。钢结构桥梁中，一般取循环次数为 200 万次时的$\sigma_{\max}$作为钢材的疲劳强度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

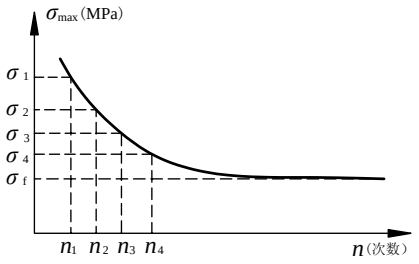



图 19-6 疲劳强度与应力循环次数的关系

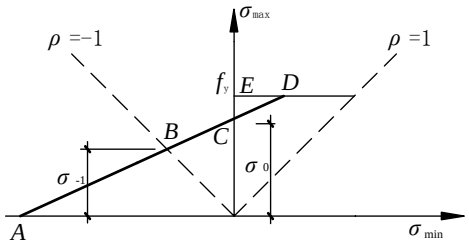



图 19-7 疲劳强度分析图

### 2）疲劳容许应力的确定

根据无残余应力的小试件疲劳试验（循环次数 $n=2\times10^6$ ）结果，疲劳曲线可近似地表示成直线 *ABCD*，同时以 $f_y$ 作为疲劳强度 $\sigma_{max}$ 的上限（图 19-7）。针对每种类型的构件（附表 4-3）由试验找出对应于 $\rho=-1$ 的最大应力 $\sigma_{-1}$ 及对应于 $\rho=0$ 的最大应力 $\sigma_0$，确定 *B*、*C* 两点坐标并连成直线 *ABCD*，即为 $n=2\times10^6$ 的近似疲劳曲线。图 19-7 中，*AB* 线段代表以受压为主的情况，*BCD* 线段代表以受拉为主的情况。直线 *BCD* 的方程可写成：

$$\sigma_{max}=\frac{\sigma_0}{1-k\rho} \tag{19.3}$$

式中：

$k=\dfrac{\sigma_0-\sigma_{-1}}{\sigma_{-1}}$ —直线 *BCD* 的斜率。

将影响疲劳强度的各种因素用统一的安全系数予以考虑，便得到以受拉为主时的疲劳容许应力 $[\sigma_n]$ 计算公式为：

$$[\sigma_n]=\frac{[\sigma_0]}{1-k\rho} \tag{19.4}$$

用同样的方法可求出以受压为主的疲劳容许应力 $[\sigma_n]$ 计算公式为：

$$[\sigma_n]=\frac{[\sigma_0]}{k-\rho} \tag{19.5}$$

式中：

$[\sigma_0]$ —$\rho=0$ 时主体金属或连接的疲劳容许应力；

$[\sigma_0]$、*k* 和 $[\sigma_n]$ 按附表 4-3 采用。

应力集中对疲劳强度影响最大的部位以截面几何形状突然改变处最为明显，但对没有截面改变的钢材，也存在着微观的裂纹等引起应力集中的因素，如焊接结构及其附近主体金属中的裂纹、夹渣等缺陷；非焊接结构的孔洞、刻槽；钢材内部的偏析、非金属夹杂；制造过程的剪切、切割等；同时还有热轧和焊接时产生的热残余应力，尤其是后者对疲劳强度的影响更大。根据实验研究结果，可将构件和连接形式按应力集中的影响程度由低到高分为六类，第一类为基本无应力集中影响的无连接处的主体金属，第六类则为应力集中最严重的角焊缝，见附表 4-3 及附表 4-4。

## 19.4 钢材在复杂应力状态下的工作性能

在单向应力状态下，当正应力小于屈服强度（ $\sigma\le f_y$ ）时，钢材在弹性范围内工作。当正应力大于屈服强度（ $\sigma>f_y$ ）以后，钢材便进入了塑性工作状态。但在实际结构中，钢材常常是在双向或三向的复杂应力下工作（图 19-8）,因此钢材是否进入塑性状态，不只取决于某一单向应力是否达到屈服强度 $f_y$，而应由反映各方向应力综合影响的“屈服条件”来确定。对于有明显屈服强度的材料，试验证明应用材料力学的第四强度理论能较好的反映钢材的弹塑性工作状况。根据第四强度理



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

论，钢材在复杂应力作用下不发生屈服的条件为：

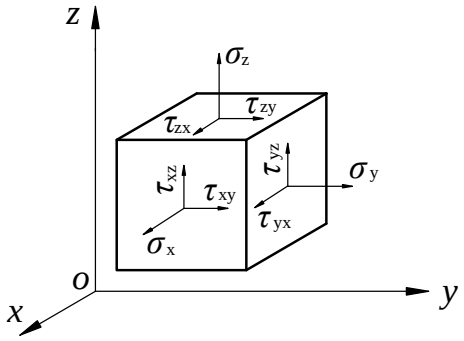



图 19-8 复杂应力状态的单元体

$$\sigma_{red}=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2+\sigma_z^2-(\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x)+3(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)}\le f_y \qquad (19.6)$$

式中 $\sigma_{red}$ 为折算应力，其意义是将复杂应力状态折算成单向应力状态。因此，当 $\sigma_{red}\le f_y$ 时，钢材处于弹性状态；当 $\sigma_{red}>f_y$ 时，钢材处于塑性状态。

由式（19.6），在双向应力作用下（$\sigma_z=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0$）不发生屈服的条件为：

$$\sigma_{red}=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2-\sigma_x\sigma_y+3\tau_{xy}^2}\le f_y \qquad (19.7)$$

对于只有单向正应力和剪应力作用，即 $\sigma_x=\sigma$ 、 $\tau_{xy}=\tau$ 和 $\sigma_y=\sigma_z=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0$ 时为：

$$\sigma_{red}=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}\le f_y \qquad (19.8)$$

当只有平面剪应力作用（受纯剪）时，即 $\tau_{xy}=\tau_{yx}=\tau$ 和 $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0$ 时为：

$$\sigma_{red}=\sqrt{3\tau^2}\le f_y \qquad (19.9)$$

$$或\ \tau\le 0.577 f_y\approx 0.6 f_y \qquad (19.10)$$

即当剪应力 $\tau\approx 0.6 f_y$ 时，钢材将进入塑性状态，因此《公路桥规（1986）》取钢材的容许剪应力 $[\tau]=0.6[\sigma]$。

式（19.6）也可以用 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 三轴的主应力 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 表示如下：

$$\sigma_{red}=\sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}<f_y \qquad (19.11)$$

由（19.11）可知，当三向应力同号（如受拉）且数值接近时，即使 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ 本身绝对值很大，甚至远大于 $f_y$，钢材也很难进入塑性状态，破坏时钢材处于脆性状态。但当有一向应力异号，同号应力相差较大时，钢材破坏时容易进入塑性状态。

## 19.5 钢材种类、牌号及其选用

### 19.5.1 钢材的种类

钢材的种类可按不同的分类方法进行区分：按用途可分为结构钢、工具钢和特殊用途钢；按冶炼方法可分为转炉钢和平炉钢；按脱氧方法可分为沸腾钢（代号为 F）、半镇静钢（代号为 b）、镇静钢（代号为 Z）以及特殊镇静钢（代号为 TZ）；按硫、磷含量和质量控制可分为高级优质钢（硫含量≤0.035%和磷含量≤0.03%并具有较好的力学性能）、优质钢（硫含量≤0.045%和磷含量≤0.04%并具有较好的力学性能）和普通钢（硫含量≤0.05%和磷含量≤0.045%）；按成型方法可分为轧制钢



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

（热轧、冷轧）、锻钢和铸钢；按化学成分可分为碳素结构钢和低合金高强度结构钢。在桥梁结构中，主要采用碳素结构钢、低合金高强度结构钢和优质碳素结构钢。

### 1）碳素结构钢

根据国家标准《GB 700-88 碳素结构钢》碳素结构钢共分为 Q195、Q215、Q235、Q255、和 Q275 钢五种（Q 是屈服强度的汉语拼音首位字母，阿拉伯数字代表屈服强度，单位为 $N/mm^2$），数值较低的钢材，碳含量和强度较低而塑性、韧性和焊接性较好。桥梁结构用碳素结构钢主要为 Q235 钢，其碳含量（0.12%～0.22%）和强度、塑性、可焊性等均适中。碳素结构钢按照质量等级可分为 A、B、C、D 四级，A 级钢只保证抗拉强度、屈服强度、伸长率 $\delta_5$，必要时尚可附加冷弯试验的要求；B、C、D 级钢均保证抗拉强度、屈服强度、伸长率 $\delta_5$、冷弯和冲击韧性（分别为+20℃、0℃、-20℃）等力学性能；碳、硫、磷、硅和锰（A 级钢的碳、锰含量可不作为交货条件）等化学成分的含量必须符合相关国家标准的规定。

低碳钢常用于制造铆钉、钢筋、钢桥材料及一般钢结构。中碳钢强度较高，塑性、韧性和可焊性略差，主要用于制造机械零件及节点螺栓。高碳钢因硬度大，一般用于切削工具、弹簧、轴承等。

优质碳素结构钢是碳素结构钢经过热处理得到的优质钢，与碳素结构钢的主要区别在于钢中含杂质元素较少，硫、磷含量都不大于 0.035%，并且严格限制其他缺陷，因此具有较好的综合性能。优质碳素结构钢（如 45 号钢）在钢结构中主要用于高强度螺栓及其连接副。

### 2）低合金高强度结构钢

低合金高强度结构钢是在冶炼碳素结构钢时加入一种或几种适量合金元素而成的钢，目的是为了提高钢材强度、常温或低温下的冲击韧性、耐腐蚀性，并且要求对其塑性影响不大。根据国家标准《GBT 1591-94 低合金高强度结构钢》的规定，低合金高强度结构钢可分为 Q295、Q345（16Mn，16Mnq）、Q390、Q420 钢等五种，其中 Q345（16Mn，16Mnq）、Q390（15MnV，15MnVq）钢为桥梁钢结构常用的钢种。它们具有强度高，塑性、韧性和可焊性都好等优点，桥梁结构中主要采用这种钢材。16Mnq 表示专用于桥梁的 16 锰钢，它的低温抗冲击韧性和强度均比 16Mn 钢高，因此对于动荷载较大的铁路钢桥目前多采用 16Mnq。

低合金高强度结构钢交货时，应有碳、锰、硅、硫、磷、合金元素等化学成分和屈服强度、抗拉强度、伸长率 $\delta_5$、冷弯等力学性能的合格保证书。质量等级分为 A、B、C、D、E 五级，由 A 到 E 也表示质量由低到高。A 级无冲击韧性要求，由 B 到 E 分别有+20℃、0℃、-20℃和-40℃冲击韧性要求。

## 19.5.2 钢材的规格

钢结构常用的钢材主要为热轧成型的钢板和型钢两大类。钢结构构件可采用单一型钢或几件型钢或钢板通过焊缝、螺栓或铆钉连接而成的组合截面。

### 1）钢板

钢板包括薄钢板、厚钢板、特厚钢板和扁钢等，钢板规格采用“—宽×厚×长”或“—宽×厚”的表示方法。薄钢板一般采用冷轧法轧制，厚度为 0.35～4mm；厚钢板厚度为 0.45～60mm；特厚钢板厚度>60mm；扁钢厚度为 4～60mm，宽度为 12～200mm。

### 2）型钢

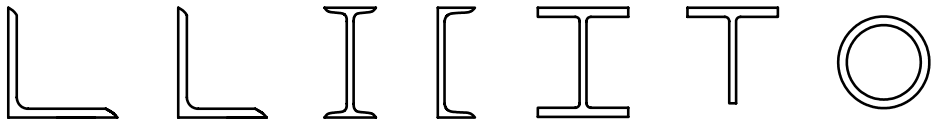
钢结构常用的型钢如图 19-9 所示，有角钢（图 19-9a，图 19-9b）、工字钢（图 19-9c）、槽钢（图 19-9d）、H 型钢（图 19-9e）、T 型钢（图 19-9f）以及钢管（图 19-9g）等。

⑴ 角钢

角钢有等边角钢和不等边角钢两种。等边角钢以∠肢宽×肢厚表示，如∠100×12 表示肢宽 100mm、肢厚 12mm 的等边角钢；不等边角钢是以∠长肢宽×短肢宽×肢厚表示，如∠100×80×10 表示长肢宽 100mm、短肢宽 80mm、肢厚 10mm 的不等边角钢。角钢可以用来组成独立的受力构件，也可作为受力构件之间的连接构件。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/



（a） （b） （c） （d） （e） （f） （g）

图 19-9 型钢的截面形式

⑵ 工字钢

工字钢分为普通工字钢和轻型工字钢两种，主要用于在其腹板平面内受弯的构件或由几个工字钢组成的组合构件。

工字钢的型号以工字钢符号及其高度（cm）表示，当为轻型工字钢时，前面加注“Q”。20 号以上的工字钢，同一号数有三种腹板厚度，分为 *a*、*b*、*c* 三类，如 I25*a* 则表示工字钢的高度为 250mm、其腹板厚度为 *a* 类。*a* 类腹板最薄、翼缘最窄，*b* 类腹板较厚、翼缘较宽，*c* 类腹板最厚、翼缘最宽。

同样高度的轻型工字钢的翼缘比普通工字钢的翼缘宽且薄，腹板也比普通工字钢薄，因此其回转半径略大，重量较轻。

⑶ 槽钢

槽钢的型号以槽钢符号[和高度（cm）表示，当为轻型槽钢时，前面加注“Q”。同一号数的槽钢，根据翼缘宽度和腹板厚度的不同也分为 *a*、*b*、*c* 三类，如[40*a* 表示其截面高度为 400mm，*a* 类。

⑷ H 型钢和 T 型钢

与普通工字钢相比，H 型钢翼缘内外侧面平行，便于连接。各种 H 型钢可割分为 T 型钢。H 型钢可分为宽翼缘（HW 表示）、中翼缘（HM）、窄翼缘（HN）和 H 型钢柱（HP）四类。T 型钢可分为宽、中、窄翼缘之类，分别用 TW、TM 和 TN 表示。H 型钢和 T 型钢规格标记为高度（H）×宽度（B）×腹板厚度（$t_1$）×翼缘厚度（$t_2$），如 HM340×250×9×14 表示中翼缘 H 型钢高度为 340mm，宽度为 250mm，腹板厚度 9mm，翼缘厚度为 14mm；其割分 T 型钢为 TM170×250×9×14。

⑸ 钢管

钢管分热轧无缝钢管和焊接钢管两种。焊接钢管由钢板卷焊而成，又可分为直焊缝钢管和螺旋焊缝钢管。钢管用 Φ 外径×壁厚表示，如 Φ102×5 表示外径 102mm，壁厚 5mm 的钢管。

上述各种型钢的详细尺寸及其截面几何特征可查型钢表。

## 19.5.3 钢材的选用

钢材选用的原则应该是保证结构安全可靠，满足使用要求以及节省钢材，降低造价。选用钢材应考虑下列因素：

1）结构的重要性

由于使用要求、结构所处部位不同，结构及其构件按其破坏可能产生的后果的严重性可分为重要的、一般的和次要的，设计时应根据不同情况，有区别地选用钢材，并对材质提出不同的保证项目要求，对重要的结构选用质量高的钢材。

2）荷载性质

桥梁钢结构所承受的荷载可分为静力荷载、动力荷载、经常满载和不经常满载等。对直接承受动力荷载的钢结构构件应选择质量和韧性较好的钢材。对承受静力和间接动力荷载的构件可采用一般质量的钢材。根据不同的荷载性质对钢材可提出不同的保证项目要求。

3）连接方法

钢结构的连接可分为焊接和非焊接（螺栓连接或铆钉连接）两类。对于焊接结构，由于在焊接过程中的不均匀加热和冷却使构件内产生焊接残余应力、残余变形以及其他焊接缺陷，如咬边、气孔、裂纹和夹渣等，有导致结构产生裂缝和发生脆性断裂的危险。此外，碳和硫的含量过高会严重影响钢材的焊接性能。因此焊接结构的材质要求应高于同样情况下的非焊接结构，同时应严格控制碳、硫、磷的含量。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

4）工作环境

钢材的塑性和韧性随温度的降低而降低，尤其是在冷脆临界温度以下韧性急剧降低，容易发生脆性断裂。因此对经常处于或可能处于较低负温环境下工作的钢结构，特别是焊接结构应选择化学成分和力学性能较好、冷脆临界温度低于结构工作环境温度的钢材。

5）钢材的厚度

厚度大的钢材由于轧制时压缩比小，不但强度较低，冲击韧性和焊接性能也较差，并且容易产生三向残余应力。因此，厚度大的焊接结构应采用材质较好的钢材。

桥梁钢结构采用的钢材，常见的有普通低合金高强度结构钢 Q345（16Mn，16Mnq）钢、Q390（15MnV，15MnVq）钢和普通碳素结构钢 Q235 钢。上述 Q345 钢具有强度高，塑性、韧性比较适宜和可焊性能良好等优点。但对于临时结构、施工支架和加固构件等采用 Q235 钢具有更好的技术、经济效果。

支座通常承受较大的冲击力，采用强度较低、塑性和焊接性能好、制造工艺简单的铸钢 ZG25Ⅱ比较适宜。辊轴可选用与铸钢 ZG25Ⅱ配套的 35 号钢。

高强度螺栓采用的钢材有 20 锰钛硼（20MnTiB）钢、45 号钢和 40 硼（40B）钢。20 锰钛硼与 45 号钢和 40 硼（40B）钢相比较，不易产生延迟断裂。制造高强度螺栓的 40 硼钢，因在实践中曾发现经热处理后，有的螺栓达不到规定的力学性能要求，因此，要求除按现行的《低合金高强度结构钢（GB/T1591-94）》验收外，热处理后的力学性能还应符合现行的《钢结构用高强度扭剪型大六角头螺栓、大六角头螺母、垫圈等技术条件（GB1228-1231-91）》的各项有关规定。普通螺栓和铆钉采用普通碳素结构钢。普通螺栓一般采用 Q235 钢、铆钉采用 Q215 钢（ML2）或 Q235 钢（ML3）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 20 章 钢结构的连接

钢结构的基本构件如梁、柱、桁架等，是由钢板、型钢等连接而成，构件则通过安装连接成整体结构。钢结构的连接方式可分为焊接连接、螺栓连接和铆钉连接三种（如图 20-1 所示）。连接在钢结构中占有很重要的地位，将直接影响到钢结构的制造、安装、经济指标以及使用性能。连接的设计应符合安全可靠、传力明确、构造简单以及节约钢材的原则。本章主要介绍钢结构的连接方法、焊缝连接的特性、对接焊缝连接和角焊缝连接的构造和计算、焊接应力及残余变形的概念、普通螺栓连接以及高强度螺栓连接的构造和计算方法。

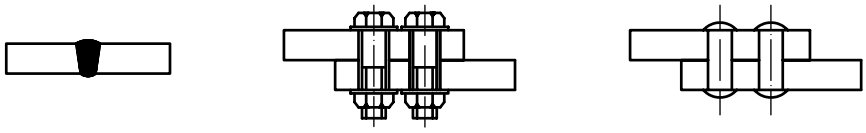


图 20-1 钢结构的连接方法

（a）焊缝连接　　（b）螺栓连接　　（c）铆钉连接

## 20.1 钢结构的连接方法

### 1）焊缝连接

焊缝连接是现代钢结构最主要的连接方法，它的优点是任何形状的结构都可采用焊缝连接，且一般不需要附加连接板，也不需要在钢材上开孔，截面不会受到削弱。因而构造简单，节省钢材，施工方便，并易于采用自动化操作，生产效率高。此外，焊缝连接的刚度较大，密封性好。

焊接连接的缺点是在焊缝附近的热影响区内，钢材的金相组织和力学性能发生变化，导致材料局部变脆。焊接过程中钢材受到不均匀的高温和冷却，产生焊接残余应力和残余变形，使结构的承载能力和刚度降低，并且影响结构的使用性能。由于焊缝缺陷的影响，与螺栓连接和铆钉连接相比较，焊缝连接的塑性和韧性较差，脆性较大。而且焊接结构对裂纹很敏感，低温冷脆问题较突出。此外，焊缝质量易受材料和操作人员熟练程度的影响。

### 2）螺栓连接

螺栓连接分为普通螺栓连接和高强度螺栓连接两种。

（1）普通螺栓连接

普通螺栓分为 A、B、C 三级，其中 A、B 级为精制螺栓，C 级为粗制螺栓。A、B 级精制螺栓的杆身在车床上加工制成，表面光滑，尺寸精确；螺栓孔是在装配好的构件上钻成或用钻模钻成（称为Ⅰ类孔），孔壁光滑，对孔准确，孔径与螺栓杆径相等（但分别允许正负公差）。A 级螺栓用于 $d \leqslant$ 24mm、$l \leqslant$150mm 和 $10d$ 的螺栓（$d$ 、$l$ 分别为螺杆的公称直径与长度）；B 级螺栓用于杆径 $d \geqslant$ 24mm、杆长 $l \geqslant$150mm 和 $10d$ 的螺栓。按国际有关标准规定，螺栓的性能统一用材料性能等级来表示。A、B 级螺栓材料性能等级为 5.6 级或 8.8 级。小数点前的数字，如“5”表示其抗拉强度不小于 $500\,\mathrm{N/mm^2}$，小数点后的数字，如：“0.6”表示螺栓材料的屈强比（屈服点与抗拉强度的比值）为 0.6。C 级粗制螺栓用未加工的圆钢制成，杆身粗糙，尺寸不准；螺栓孔是在单个零件上一次冲成或不用钻模钻成（称为Ⅱ类孔），孔径比螺杆直径大 1.5～3mm。C 级螺栓材料性能等级为 4.6 级或 4.8 级。

A、B 级螺栓的螺杆与孔壁之间的间隙小，故受剪性能好，连接变形小，抗疲劳性能较好，但制造与安装都较费工，价格较贵，故较少采用，主要用在直接承受较大动力荷载的重要结构的受剪螺栓，但目前也为摩擦型连接的高强度螺栓所取代。C 级螺栓受剪性能较差，剪切滑移变形较大，但



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

安装方便，且能有效地传递拉力，故一般用于承受拉力的螺栓连接、次要结构或安装时的临时连接。

（2）高强度螺栓连接

高强度螺栓、螺母和垫圈均采用高强度钢材，桥梁钢结构中常采用材料强度等级为 10.9 级的 40 硼（40B）和 20 锰钛硼（20MnTiB）钢制成的高强度螺栓，螺母、垫圈采用 45 号优质碳素钢。螺栓、螺母和垫圈制成品均经热处理以达到规定指标要求。40B 钢制成的较大直径螺栓的热处理淬透性差，只用于直径小于 22mm 的螺栓。高强度螺栓连接中，螺母拧紧时螺栓中会产生很大的预拉力，从而把连接构件夹得很紧，在构件接触面产生很大的摩擦力，故连接紧密可靠，整体性和刚度较好，耐疲劳，主要用于直接承受动力荷载结构的连接以及构件的现场拼接和高空连接。

高强度螺栓连接有两种类型：一种是只依靠构件接触面摩擦力传递剪力，并以剪力不超过摩擦力作为设计准则，称为摩擦型连接；另一种是象普通螺栓一样，允许接触面滑移，以螺栓剪切或孔壁承压破坏为极限承载力的设计准则，称为承压型连接。前者的孔径比螺栓大 1.5～2mm，后者的孔径比螺栓大 1～1.5mm。高强度螺栓摩擦型连接因不发生相对滑移，因而剪切变形小，刚度和整体性好，传力可靠，耐疲劳，特别适用于承受动力荷载的结构。承压型连接的承载力高于摩擦型连接，连接紧凑，但剪切变形大，故不能用于承受动力荷载的结构中。因此，在桥梁钢结构中一般只使用高强度螺栓摩擦型连接，本章也将重点介绍这种连接形式。

高强度螺栓连接保持了普通螺栓连接安装方便和可拆卸的优点，但在材料、扳手、制造和安装方面有一些特殊技术要求，价格也较贵。高强度螺栓相对于铆接而言有更多的优点：高强度螺栓的安装比铆钉操作简单、迅速，便于施工；连接更紧密，不易松动；因靠摩擦力传递剪力，在孔壁应力集中小，故疲劳性能好；单个高强度螺栓的容许承载力比铆钉高得多，因此传递同样大小的力所需高强螺栓数目比铆钉少，其拼接板或节点板尺寸也小，节省了钢材。由于上述优点，在新建桥梁结构中广泛采用高强度螺栓连接。

与焊接相比较，螺栓连接的缺点是需要在构件上开孔，使构件截面削弱，并增加了制造工作量。此外被连接的构件还需要拼接板、角钢等附加连接件，使材料用量增多。

### 3）铆钉连接

铆钉连接需要先在构件上开孔，用预热的铆钉进行铆合。铆钉连接的塑性、韧性和整体性较好，连接变形小，传力可靠，抗疲劳性能好，特别适用于承受动力荷载的结构。但铆钉连接构造复杂、用钢量大、施工工期长，因此目前已被焊缝连接和高强度螺栓连接所替代。

## 20.2 焊缝连接的方法与形式

### 20.2.1 钢结构中的焊接方法

钢结构的焊接方法很多，如电弧焊、电渣焊和电阻焊，其中主要采用电弧焊。电弧焊又分为手工电弧焊、埋弧焊以及气体保护焊。

#### 1）手工电弧焊

手工电弧焊是最常用的一种焊接方法。其原理是将包有药皮的焊条和焊件分别作为电源的两极形成电弧，电弧的高温可达 3000℃。在高温作用下，电弧周围的金属熔化成液态，形成熔池，同时焊条中的焊丝熔化进入熔池中，与焊件的熔融金属相互结合，冷却后形成焊缝。焊条药皮则在焊接过程中产生气体以保护电弧和熔化金属，并形成焊渣覆盖在焊缝表面，以防止氧、氮等有害气体与熔化金属结合形成脆性化合物。

手工电弧焊的设备简单、操作方便，适用范围大，但其生产效率低、劳动强度大，焊接质量在一定程度上取决于施焊者的熟练程度。

手工电弧焊应选用与焊接构件钢材的强度相适应、焊缝的塑性及冲击韧性较高、抗裂性较好的焊条型号。对于 Q235 钢采用 E43 型焊条（E4300～E4316），对 Q345（16Mn，16Mnq）钢采用 E50



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

型焊条（E5000～E5018），对 Q390(15MnV，15MnVq)钢采用 E55 焊条（E5500～E5518）。其中 E 表示焊条，型号中的前两位数字表示焊条熔敷金属的抗拉强度，以 43、50、55kgf / $mm^2$ 计，第 3、4 位数字表示药皮类型和适用的焊接电源要求（如交、直流和正、反接要求）。

2）埋弧焊

埋弧焊是电弧在焊剂层下燃烧的一种电弧焊。焊丝进入和电弧按焊接方向的移动有专门设备控制完成的称为埋弧自动电弧焊；焊丝进入有专门设备控制，而电弧按焊接方向的移动靠人工操作完成的称为埋弧半自动电弧焊。埋弧焊所采用的焊丝和焊剂应与焊件钢材相匹配，应符合国家现行标准《焊接用焊丝》的规定。如对 Q235 钢常用 H08A 焊丝配合高锰高硅型焊剂，对 Q345（16Mn，16Mnq）钢和 Q390（15MnV，15MnVq）钢常用 H08MnA、H10Mn2 焊丝。

埋弧焊的优点是工艺条件稳定、与大气隔离保护效果好、电弧热量集中；熔深大、焊缝的化学成分均匀；焊缝质量好、塑性和韧性较高，生产效率高。

3）气体保护焊

气体保护焊是利用二氧化碳（$CO_2$）气体或其他惰性气体作为保护介质的一种电弧熔焊方法，依靠保护气体在电弧周围形成局部的隔离区，以防止有害气体的侵入，保证了焊接过程的稳定性。

气体保护焊的优点是电弧热量集中，焊接速度快，焊件熔深大，热影响区较小，焊接变形较小；由于焊缝熔化区不产生焊渣，焊接过程中能清楚地看到焊缝成型的全过程；气体保护焊所形成的焊缝强度比手工电弧焊高、塑性和抗腐蚀性较好，特别适用于厚钢板或厚度 100mm 以上的特厚钢板的连接。其缺点是设备较复杂，不适用野外或有风的地方施焊。

## 20.2.2 焊缝连接的形式

焊缝连接形式可按构件相对位置、构造和施焊位置来划分。按构件的相对位置可分为对接、搭接、T 形连接和角部连接等类型（如图 20-2 所示）。

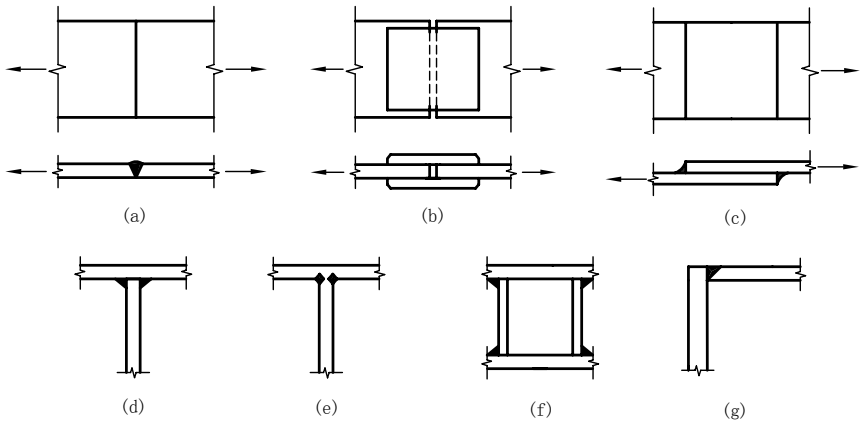



图 20-2 焊缝连接的形式

(a) 对接连接； (b)用拼接盖板的对接连接； (c)搭接连接； (d)、(e)T 形连接； (f)、(g)角部连接

焊缝按构造可分为对接焊缝和角焊缝两种形式。图 20-2a 所示对接连接采用对接焊缝，特点是用料省，传力平顺，应力集中小，疲劳强度高，承受动力荷载性能好；但截面要坡口，制造较费工。图 20-2b 所示对接连接采用角焊缝与盖板拼接，制造简单；但用料费，通过盖板传力，应力集中现象较明显，故疲劳强度低。图 20-2c 所示搭接连接采用角焊缝，其特点与图 20-2b 相同，但由于施工更简单，故应用最广。图 20-2d 和图 20-2f 为采用角焊缝的 T 形连接，加工简单，但腹板焊不透，受力性能稍差。而图 20-2e 和图 20-2g 的 T 形连接采用 K 形坡口对接焊缝，可使连接部位焊透，因此疲劳强度高。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

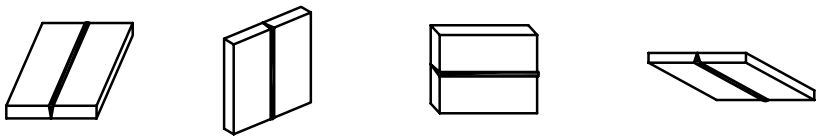


图 20-3 焊缝的施焊位置

（a）俯焊　　（b）立焊　　（c）横焊　　（d）仰焊

焊缝按施焊位置可分为俯焊（又称平焊）、立焊、横焊和仰焊等（图 20-3）。俯焊施焊方便、焊缝质量容易得到保证，应尽量采用。立焊和横焊因施焊较困难，焊缝质量和焊接效率均较俯焊低。仰焊施焊最为困难，焊缝质量不易得到保证，因此在设计和制作中应使大多数焊缝能在俯焊，尽量避免仰焊。

### 20.2.3 焊缝连接的缺陷及质量检验

在焊接过程中，焊缝金属或邻近热影响区钢材表面或内部常存在缺陷。常见的缺陷有裂纹、焊瘤、烧穿、弧坑、气孔、夹渣、咬边、未熔合、未焊透以及焊缝外形尺寸不符合要求、焊缝成形不良等。缺陷的存在将削弱焊缝的受力面积和引起应力集中，故对连接的强度、塑性和冲击韧性等受力性能产生不利影响，其中裂纹的危害最大，它会导致产生严重的应力集中并易于扩展引起断裂。因此，必须对焊缝的质量按连接的受力性能和所处部位进行分级检验。

焊缝质量检验的方法一般可采用外观检查和无损检验。前者主要检查焊缝的外观缺陷和几何尺寸，后者主要检查焊缝的内部缺陷。无损检验的方法有超声波检验、$X$ 射线以及 $\gamma$ 射线检验等，其中超声波检验目前采用最为广泛，使用灵活、对内部缺陷反应灵敏，但不易识别缺陷性质，有时还用磁粉检验、荧光检验等简单的方法作为辅助。焊缝的质量要求可分为一级、二级和三级。三级焊缝只要求对焊缝作外观检查并应符合三级质量标准，二级、一级焊缝则除外观检查外，还要求一定数量的超声波检验并应符合相应级别的质量标准，当超声波探伤不能对缺陷作出判断时，应采用射线探伤。

焊缝应根据结构的重要性、荷载性质、焊缝形式、工作环境以及应力状态选用不同的质量等级要求。对需要进行疲劳计算的构件（其对接焊缝均应焊透），当其横向对接（或 T 形对接与角接组合）焊缝受拉时应采用一级焊缝；对直接承受动力荷载的其他焊缝，或虽不直接承受动力荷载但要求与母材等强的受拉焊缝（焊透），应采用二级或不低于二级的焊缝；对承受静力荷载或间接承受动力荷载的一般构件，采用三级焊缝。

## 20.3 对接焊缝的构造与计算

### 20.3.1 对接焊缝的构造

对接焊缝应根据焊件厚度和施工条件将焊件边缘加工成适当形式和尺寸的坡口，以保证焊件在全厚度内焊透，坡口形式的选用应按现行标准《手工电弧焊焊接接头的基本型式与尺寸》和《埋弧焊焊接接头的基本型式与尺寸》的要求进行。常见的坡口形式有 I 形（即不开设坡口）、V 形、U 形、X 形、K 形、单边 V 形等，如图 20-4 所示。各种坡口中，沿焊件厚度方向通常有高度为 $p$ 间隙为 $c$ 的部分不开坡口，称为钝边。当采用手工焊，焊件厚度很小（$t \le 6\text{mm}$，$t$ 为钢板厚度），可采用 I 形坡口，即不开设坡口。对于一般厚度（$t = 6\sim 26\text{mm}$）的焊件可采用 V 形坡口，对于厚度较大的焊件（$t = 20\sim 60\text{mm}$）可采用 U 形或 X 形坡口，其中 V 形和 U 形坡口为单面施焊，背面清根补焊。在 T 形或角接接头中，以及对接接头一边焊件不便开设坡口时，可采用 K 形、单边 V 形或单边 U 形坡口。当采用埋弧焊时，由于其熔深大，对同样坡口形式，其适用焊件厚度 $t$ 可以加大（如 $t \le 10\text{mm}$ 时，可采用 I 形坡口），对接间隙 $c$ 可以稍小，钝边高度 $p$ 可稍大。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

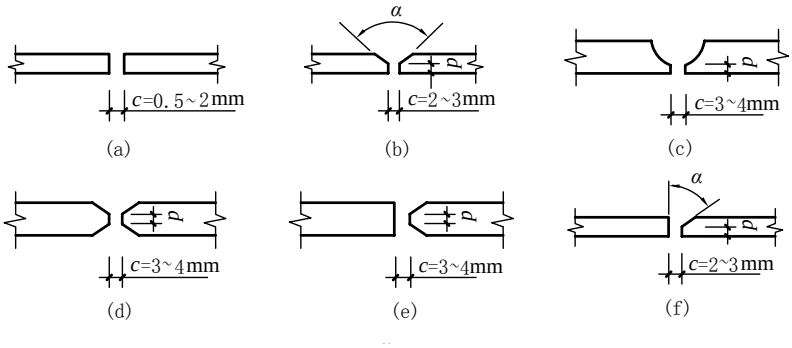



图 20-4 对接焊缝的坡口形式

(a)直边焊； (b)V 形坡口； (c)U 形坡口； (d)X 形坡口； (e)K 形坡口； f)单边 V 形坡口

在每条焊缝的两端经常因焊接时起弧、灭弧的影响而出现弧坑、未熔透等缺陷，容易引起应力集中，对承载力的影响很大。因此，对接焊缝应在两端设置引弧板（图 20-5），引弧板的钢材和坡口应与焊件相同，引弧板长度对手工焊不小于 60mm，对自动焊不小于 150mm。引弧板在焊接完后用气割切除，并将板边沿受力方向修磨平整。当受条件限制无法放置引弧板时，焊缝计算长度应按实际长度减去 10mm。

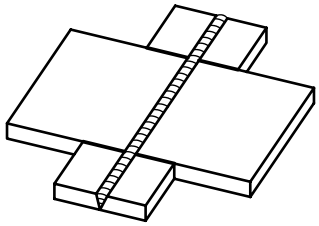


图 20-5 用引弧板焊接

在钢板宽度和厚度有变化的焊接中，当焊件宽度不等或厚度相差 4mm 以上时，为了使构件受力均匀，应将较宽或较厚板的一侧或两侧做成坡度不大于 1：4 的斜角，形成平缓的过渡，以减小应力集中（图 20-6）。当对接焊接的两钢板厚度之差不超过 4mm 时，则可采用焊缝表面斜坡来过渡。




图 20-6 钢板的拼接

（a）改变宽度 （b）改变厚度

## 20.3.2 对接焊缝的计算

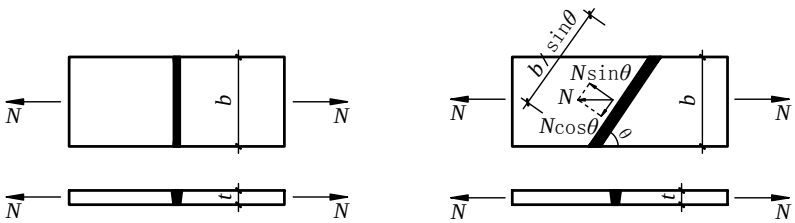



图 20-7 轴心受力的对接焊缝

（a）直对接焊缝 （b）斜对接焊缝



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

### 1）轴心拉力作用的对接焊缝

假设对接焊缝中的应力分布与被连接构件的应力分布相同，则与轴心拉力或压力垂直的对接焊缝（直对接焊缝，如图 20-7a 所示），应按下式计算强度：

$$\sigma = \frac{N}{l_w t} \le [\sigma_1] \tag{20.1}$$

式中：

$N$ —轴心拉力；

$l_w$ —焊缝的计算长度，采用引弧板时取焊缝实际长度，未采用引弧板时取实际长度减去 10mm；

$t$ —对接焊缝中焊件的较小厚度；

$[\sigma_1]$ —对接焊缝的抗拉容许应力。

对接焊缝的抗压容许应力$[\sigma]$和抗剪容许应力$[\tau]$均与被连接钢材的相应容许应力相同，但三级检验的对接焊缝由于焊缝质量不易保证，其抗拉容许应力低于被连接钢材的容许应力（约为 85％）。因此，只有三级检验的承受轴心拉力的对接焊缝才需按式（20.1）进行强度验算。如采用图 20-7a 所示直对接焊缝不能满足要求时，可采用图 20-7b 所示的斜对接焊缝。为计算斜对接焊缝，把轴向拉力分解为 $N\sin\theta$ 及 $N\cos\theta$，分别验算正应力和剪应力，即

$$\sigma = \frac{N\sin\theta}{l_w t} \le [\sigma_1] \tag{20.2}$$

$$\tau = \frac{N\cos\theta}{l_w t} \le [\tau] \tag{20.3}$$

式中：

$\theta$ —作用力方向与焊缝长度方向间的夹角；

$[\tau]$—对接焊缝抗剪容许应力。

显然，$\theta$ 越小，焊缝的承载力越大；当 $\tan\theta \le 1.5$ 时，可不进行焊缝强度验算。

### 2)弯矩和剪力共同作用的对接焊缝

对于采用对接焊缝的钢板拼接（如图 20-8a 所示），受到弯矩和剪力共同作用时，对接焊缝的最大正应力和最大剪应力不在同一点出现，其强度可按下式分别计算：

$$\sigma = \frac{M}{W_w} \le [\sigma_1] \tag{20.4}$$

$$\tau = \frac{VS_w}{I_w t} \le [\tau] \tag{20.5}$$

式中：

$M$ 、$V$ —弯矩和剪力值；

$W_w$ —焊缝截面抵抗矩；

$S_w$ —焊缝截面面积矩；

$I_w$ —焊缝截面惯性矩。

对于采用对接焊缝的 T 形或工字形截面梁，正应力和剪应力在同一位置（如图 20-8b 所示腹板与翼缘的交接处）均较大，除应按式（20.4）和式（20.5）分别验算最大正应力和剪应力外，还应按下式验算腹板和翼缘交接处的折算应力：

$$\sqrt{\sigma_1^2 + 3\tau_1^2} \le 1.1[\sigma_1] \tag{20.6}$$

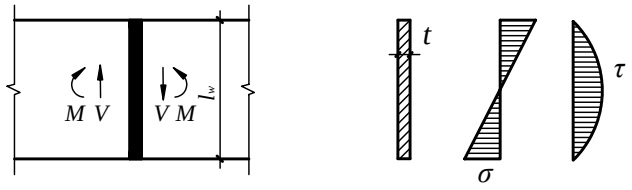
式中：

$\sigma_1$、$\tau_1$—腹板与翼缘交接处焊缝的正应力和剪应力；

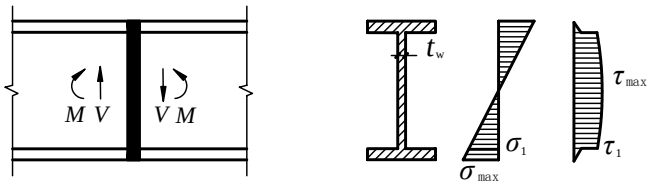
1.1—考虑最大折算应力只在局部出现的强度提高系数。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/




(a)




(b)

图 20-8 对接焊缝承受弯矩和剪力共同作用

（a）矩形截面对接焊缝　　（b）工字形截面对接焊缝

### 3）轴心力、弯矩和剪力共同作用的对接焊缝

对接焊缝上同时作用有轴力、弯矩和剪力时，焊缝的最大正应力为轴力与弯矩产生的正应力之和，剪应力按式（20.5）验算，折算应力按式（20.6）验算。

## 20.4 角焊缝的构造与计算

### 20.4.1 角焊缝的构造

### 1）角焊缝的形式

角焊缝按受力方向和位置可分为：垂直于受力方向的正面角焊缝；平行于受力方向的侧面角焊缝；倾斜于受力方向的斜向角焊缝；垂直于受力方向角焊缝和平行于受力方向角焊缝组成的周围角焊缝。按截面形式可分为：两焊脚边夹角为直角的直角角焊缝（图 20-9）和夹角为锐角或钝角的斜角角焊缝（图 20-10）。

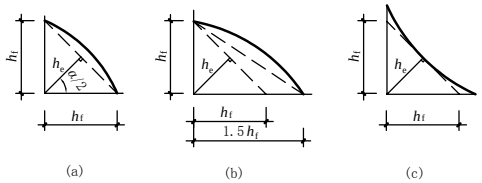



图 20-9 直角角焊缝截面

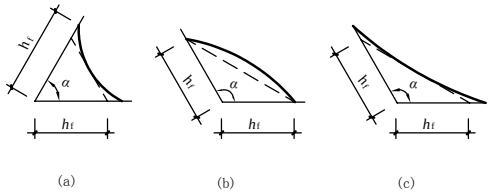



图 20-10 斜角角焊缝截面

直角角焊缝的截面形式有普通形（等边）、平坡形和凹或凸形等。一般采用普通凸形焊缝（图 20-9a），但普通正面角焊缝受力时力线弯折，应力集中严重，在焊缝根部容易出现开裂现象，因此在直接承受动力荷载的正面角焊缝连接中可采用两焊脚尺寸比例为 1:1.5 的平坡形焊缝（图 20-9b）。侧面角焊缝则易采用凹面形（图 20-9c）。图中 $h_f$ 为角焊缝的焊脚尺寸，$h_e = h_f \cos 45° \approx 0.7h_f$ 称为角焊缝的有效高度。

斜角角焊缝，常用于钢管结构中。对于 $\alpha > 135°$ 或 $\alpha < 60°$ 的斜角斜焊缝，除了钢管结构外，不宜用作受力焊缝。计算时取有效厚度 $h_e = h_f \cos\dfrac{\alpha}{2}$（当 $\alpha$ >90º 时）或 $h_e = 0.7h_f$（当 $\alpha$ ≤90º 时），如图 20-10 所示。

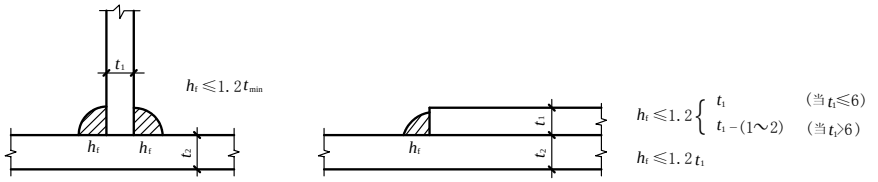


公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 2）角焊缝尺寸的构造要求

⑴ 最大焊脚尺寸

如果焊脚尺寸 $h_f$ 过大，在施焊时导致热量集中，焊缝冷却收缩时容易产生较大的焊接残余变形和三向焊接残余应力；还使热影响区扩大，容易产生脆性断裂；焊脚尺寸过大还可能使较薄的焊件烧穿；并且当焊脚尺寸与板件边缘等厚时，易产生咬边现象。因此，要求最大焊脚尺寸 $h_f \le 1.2t_{min}$（图 20-11a），$t_{min}$ 为较薄焊件的厚度，对钢管结构最大焊脚尺寸可增大至支管壁厚的 2 倍。对于板件边缘的角焊缝（图 20-11b）还应满足当 $t_1 \le 6mm$ 时，$h_f \le t_1$；或当 $t_1 > 6mm$ 时，$h_f \le t_1 - (1\sim2)mm$。




（a） （b）

图 20-11 最大焊脚尺寸

⑵ 最小焊脚尺寸

焊脚尺寸太小会使焊缝存在缺陷或尺寸不足而影响承载力。焊件较厚，焊缝冷却速度快，在焊缝内部产生淬硬组织，容易形成收缩裂纹。因此，角焊缝的最小焊脚尺寸应满足 $h_f \ge 1.5\sqrt{t_{max}}$（mm），$t_{max}$ 为较厚焊件的厚度。对埋弧自动焊，$h_f$ 可减少 1mm；对 T 形连接的单面角焊缝应增加 1mm；当 $t_{max} \leqslant 4mm$ 时，取 $h_f = t_{max}$。

⑶ 侧面角焊缝的最大计算长度

侧面角焊缝的应力沿长度分布不均匀，两端大、中间小。焊缝越长其应力分布不均匀的现象就越严重，焊缝端部的应力将首先达到极限强度而破坏，此时焊缝中部尚未能充分发挥其承载力。因此规定侧面角焊缝的计算长度 $l_w \le 60h_f$，当大于此规定时，超过的部分在计算中不予考虑。若内力沿侧面角焊缝全长分布时（如焊接 I 形梁翼缘与腹板的连接缝），其计算长度不受此限制。

⑷ 角焊缝的最小计算长度

焊缝的计算长度太小会使施焊时起弧点与灭弧点的距离太近，将使焊件的局部加热严重，焊缝缺陷集中造成应力集中，使焊缝不够可靠。因此，角焊缝的最小计算长度应满足 $l_w \ge 8h_f$ 及不小于 40 mm。

⑸ 搭接连接的构造要求

在搭接连接中，搭接长度应不小于 $5t_{min}$ 及 25 mm（图 20-12），且不应只采用一条正面角焊缝来传力，以保证更好地传力和减少焊接收缩应力和搭接偏心影响产生的次应力。

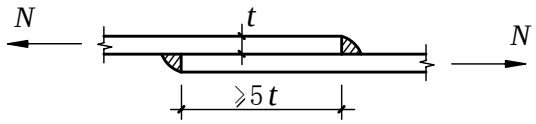



图 20-12 搭接连接

当板件端部仅有两条侧面角焊缝连接时（图 20-13），为了避免应力传递过分弯折而使构件中的应力不均匀，宜使每条侧面角焊缝的计算长度大于两侧面焊缝之间的间距，即 $l_w \ge b$。为了避免焊缝横向收缩时引起板件拱曲过大，间距 $b$ 应满足 $b \le 16t_{min}$（$t_{min} > 12mm$ 时）或 200mm（$t_{min} \le 12mm$ 时）。当不满足此规定时，应加正面角焊缝。

构件转角处截面突变，会产生应力集中。当角焊缝的端部在构件转角处时，为避免起灭弧的缺陷加剧应力集中的影响，可按图 20-13 作长度为的 $2h_f$ 的绕角焊，且必须连续施焊，不能断焊。同理，采用周围角焊缝时，在转角处也必须连续施焊。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

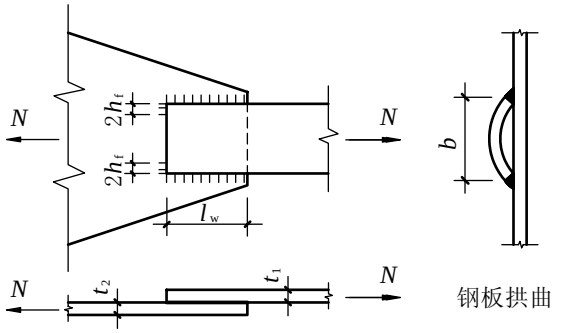
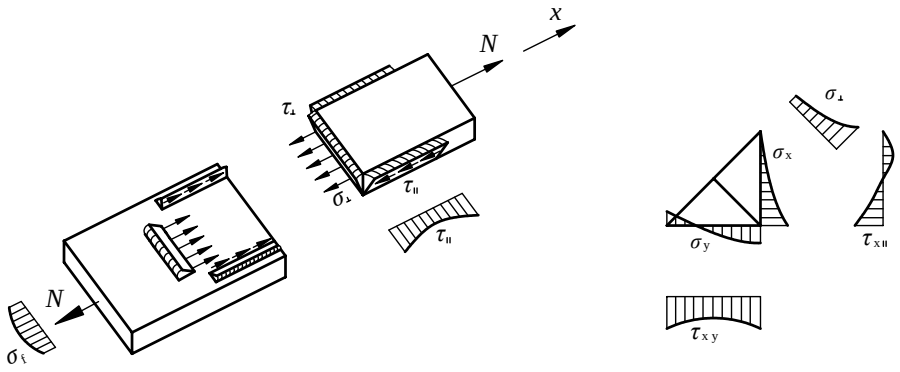



图 20-13 焊缝长度及两侧焊缝间距

### 3）角焊缝的受力特点

侧面角焊缝主要承受平行于焊缝长度方向的剪应力$\tau_{\parallel}$作用。在弹性阶段，应力沿焊缝长度方向分布不均匀，两端大、中间小（图 20-14a），但塑性较好，可产生应力重分布。进入弹塑性阶段后，在不超过最大计算长度的规定时，应力分布可趋于均匀。破坏常由两端开始，在出现裂纹后，即很快地沿焊缝有效截面（最小截面）迅速断裂。




(a) (b)

图 20-14 角焊缝及其应力分布

正面角焊缝内应力沿焊缝长度方向比较均匀，两端比中间略低。但应力状态比侧面角焊缝复杂，两焊脚边均有拉应力、压应力和剪应力作用，且分布不均匀（图 20-14b）。在有效截面上有垂直于焊缝长度方向的剪应力$\tau_{\perp}$和正应力$\sigma_{\perp}$的作用。由于在焊缝根角处存在应力集中，故裂纹首先在此处产生，随即整条焊缝断裂。正面角焊缝的破坏可能发生在两焊脚边或有效截面（最小截面）上。正面角焊缝刚度大、塑性差，破坏时变形小，但强度较高，其平均破坏强度是侧面角焊缝的强度的 1.35～1.55 倍。

为了计算简化，假定无论正面角焊缝还是侧面角焊缝均以有效截面作为计算破坏截面，应力沿焊缝计算长度线性分布，不论受到哪种应力作用，均按受剪计算；不分抗拉、抗压或抗弯均采用同一焊缝设计容许应力$[\tau^{h}]$，不考虑正面角焊缝的强度提高。

## 20.4.2 角焊缝的计算

### 1）轴心力作用下角焊缝的计算

当构件承受轴心力作用时，角焊缝中的应力认为是均匀分布的，正面角焊缝和侧面角焊缝的强度按下式计算：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\tau = \frac{N}{h_e \sum l_w} \le [\tau^h] \qquad (20.7)$$

式中：

$N$ —作用于连接构件的轴向力；

$h_e$ —角焊缝的有效厚度；

$\sum l_w$ —连接一侧共同负担同一方向力的焊缝总长度，其中每条连续施焊的手工焊缝长度应减去10mm，对自动焊的焊缝按实际长度计算；

$[\tau^h]$ —角焊缝的容许应力，其值等于钢材的容许剪应力。

**例 20.1** 图 20-15 所示连接中，被拼接的板宽 $b = 500$mm，厚 14mm，承受轴向拉力 $N = 1118.6$kN，两块拼接板厚为 $t = 10$mm，$l_1 = 300$mm，$l_2 = 450$mm，钢材采用 Q235 钢，焊条为 E43 型，手工焊，试确定该连接的焊缝厚度。

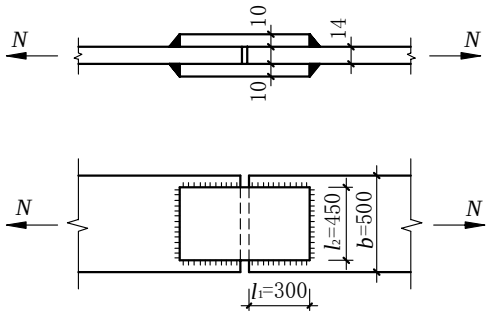



图 20-15 轴心力作用下角焊缝的计算

**解**：传递轴向力 $N$ 的焊缝计算长度为

$$\sum l_w = 2(2l_1 + l_2 - 2\times 0.5) = 2(2\times 30 + 45 - 1) = 208\text{cm}$$

由附表 4-1 查得 Q235 钢时角焊缝的容许应力 $[\tau^h] = 85$MPa

需要的贴角焊缝有效厚度为

$$h_e = \frac{N}{\sum l_w . [\tau^h]} = \frac{1118600}{2080\times 85} = 6.3\,\text{mm}$$

焊缝厚度 $h_f = \dfrac{h_e}{0.7}$ =9mm

满足 $1.5\sqrt{t_{max}}$ =5.6mm< $h_f$ <$1.2\,t_{min}$ =12mm

## 2）轴心力作用下角钢角焊缝的计算

在钢桁架中，角钢腹杆与节点板的连接一般采用两面侧焊缝，也可采用三面围焊，在特殊情况下也允许采用 L 形围焊。腹杆受到轴心力作用时，为避免焊缝偏心受力而产生附加弯矩，焊缝所传递的合力的作用线应与角钢杆件的轴线重合（图 20-16）。

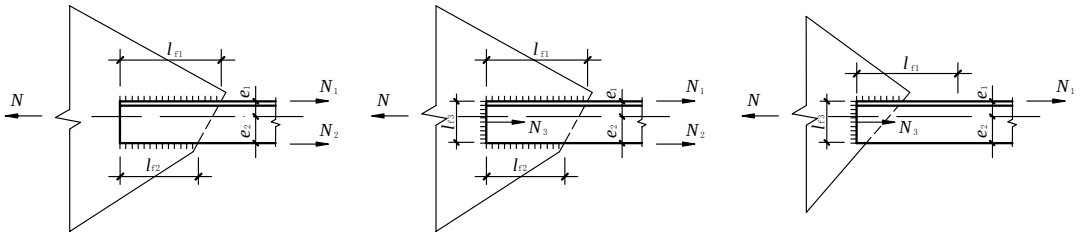



图 20-16 角钢角焊缝 $N_1$、$N_2$、$N_3$ 的分配

（a）两面侧焊；　　（b）三面侧焊；　　（c）L 形焊



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

当承受轴心力的角钢用两面侧焊缝连接时（图 20-16a），利用 $N_1 + N_2 = N$ 和 $N_1 e_1 = N_2 e_2$ 两个平衡条件，可以解得：

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \frac{e_2}{e_1 + e_2} \cdot N = k_1 N \\ N_2 &= \frac{e_1}{e_1 + e_2} \cdot N = k_2 N \end{aligned}\right\} \qquad (20.8)$$

式中：

$k_1$、$k_2$—角钢肢背和肢尖的焊缝分配系数，实际设计时，对各种尺寸的角钢，$k_1$和$k_2$可取作常数，由表 20-1 直接查得；

$e_1$、$e_2$—分别为角钢肢背与角钢肢尖至角钢构件形心的距离；

当采用三面围焊时（图 20-16b）,可先选定端焊缝得厚度 $h_f$，并算出它所能承受的内力：

$$N_3 = 0.7 h_f l_f [\tau_t^h]$$

再通过平衡关系，可以解得：

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= \frac{e_2}{e_1 + e_2} \cdot N - \frac{N_3}{2} = k_1 N - \frac{N_3}{2} \\ N_2 &= \frac{e_1}{e_1 + e_2} N - \frac{N_3}{2} = k_2 N - \frac{N_3}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (20.9)$$

对于 L 形的焊缝（图 20-16c），则不要先选定端焊缝得厚度 $h_f$，而令式（20.9）的 $N_2 = 0$，可得

$$\left.\begin{aligned} N_1 &= (1 - 2k_2) N \\ N_3 &= 2k_2 N \end{aligned}\right\} \qquad (20.10)$$

角钢角焊缝的内力分配系数表　　表 20-1

| 角钢类型 | 连接形式 | 内力分配系数 | |
|---|---|---|---|
| | | 肢背 $k_1$ | 肢尖 $k_2$ |
| 等肢角钢 |  | 0.70 | 0.30 |
| 不等肢角钢短肢连接 |  | 0.75 | 0.25 |
| 不等肢角钢长肢连接 |  | 0.65 | 0.35 |

**例 20.2** 图 20-16（a）所示的两面侧焊缝连接中，静荷载 $N$ =700kN，角钢为 2∠100×10，连接板厚 $t$ =10mm，钢材为 Q345 钢，手工焊，焊条为 E50 型，试设计角钢与连接板的连接角焊缝。

**解**：由附表 4-1 查得 Q345 钢的容许拉应力$[\sigma]$=200MPa，则侧焊缝的容许应力$[\tau^h]$=200×0.6=120MPa。

取 $h_f = 8mm < h_{fmax} = 10 - (1 \sim 2) = 8 \sim 9\text{mm}$

$$> h_{fmin} = 1.5\sqrt{10} = 4.7\text{mm}$$

采用两面侧焊，肢背和肢尖分担的内力分别为

$$N_1 = k_1 N = 0.7 \times 700000 = 490000\,\text{N}$$

$$N_2 = k_2 N = 0.3 \times 700000 = 210000\,\text{N}$$

肢背和肢尖所需要的焊缝实际长度分别为

$$l_{w1} = \frac{N_1}{2 \times 0.7 h_f \times [\tau^h]} + 10\text{mm} = \frac{490000}{2 \times 0.7 \times 8 \times 120} + 10 = 375\text{mm}$$，取 380mm



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$l_{w2}=\frac{N_2}{2\times0.7h_f\times[\tau^h]}+10\text{mm}=\frac{210000}{2\times0.7\times8\times120}+10=166\text{mm}$$，取 170mm

满足　　$l_w>8h_f=8\times8=64\text{mm}$

$<60h_f=60\times8=480\text{mm}$

### 3）扭矩和剪力共同作用下角焊缝的计算

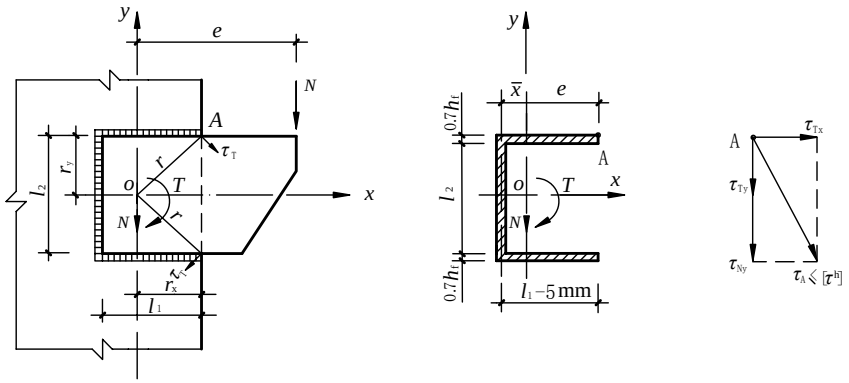



图 20-17 承受扭矩和剪力的角焊缝连接

图 20-17 表示用三面围焊缝连接的两块钢板，在焊缝平面内作用着一个不通过围焊缝形心的偏心力 $N$。假定被连接的构件是绝对刚性的，只有焊缝是弹性的，并且被连接的构件绕围焊缝的形心 $O$ 旋转，焊缝上任意一点的变形发生在垂直于该点与形心 $O$ 点的连线方向上，其大小与这两点之间的距离 $r$ 成正比。将外荷载 $N$ 移至通过焊缝形心 $O$ 的 $y$ 轴上，等效为作用于围焊缝形心上的竖向力 $N$ 和扭矩 $T=Ne$。下面考察最大应力点（如 $A$ 点）的应力。

由作用于焊缝形心上的竖向力 $N$ 在焊缝中产生的剪应力为：

$$\tau_{Ny}=\frac{N}{0.7h_f\sum l_w}\qquad(20.11)$$

由扭矩 $T=Ne$ 在焊缝中产生的最大剪应力为：

$$\tau_T=\frac{Tr}{J}\qquad(20.12)$$

将 $\tau_T$ 分解成为 $x$ 轴和 $y$ 轴的分力为：

$$\tau_{Tx}=\tau_T\cdot\frac{r_y}{r}=\frac{Tr_y}{J}$$

$$\tau_{Ty}=\tau_T\cdot\frac{r_x}{r}=\frac{Tr_x}{J}$$

式中：

$r$ —围焊缝的形心 $O$ 至焊缝最远点 $A$ 的距离；

$J=I_x+I_y$ —围焊缝的计算截面积对其形心 $O$ 点的极惯性矩；

$I_x$ —围焊缝对 $ox$ 轴的惯性矩；

$I_y$ —围焊缝对 $oy$ 轴的惯性矩。

$A$ 点的应力由 $\tau_{Ny}$、$\tau_{Tx}$ 和 $\tau_{Ty}$ 组合而成。因此，焊缝中的最大组合应力验算公式为：

$$\tau_A=\sqrt{\tau_{Tx}^{\ 2}+\left(\tau_{Ty}+\tau_{Ny}\right)^2}\leqslant[\tau^h]\qquad(20.13)$$

$\tau_A$ 为焊缝最大应力，保证了 $\tau_A\leqslant[\tau^h]$，则焊缝其余各点的强度均得到保证。

**例 20.3** 如图 20-17 中所示连接，$l_1=300\text{mm}$，$l_2=400\text{mm}$，手工焊，作用的偏心力 $N=118\text{kN}$，偏心矩 $e=400\text{mm}$，钢材采用 Q235 钢，焊条为 E43 型。试进行焊缝设计。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

**解：** 设 $h_f=8\text{mm}$，减去弧坑 10mm 后，焊缝有效截面面积如图 20-18 所示。

（1） 焊缝有效截面几何特征

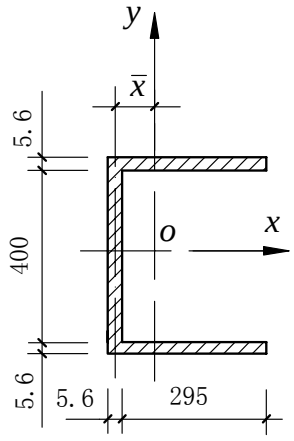



图 20-18 例 20.3 附图

形心位置

$$\bar{x}=\frac{2\times0.56\times29.5\times\left(\frac{1}{2}\times29.5\times0.28\right)}{0.56\times(2\times29.5+41.12)}=8.9\text{cm}$$

$$I_x=\frac{1}{12}\times0.56\times41.12^3+2\times0.56\times29.5\times20.28^2=16833\text{cm}^4$$

$$I_y=2\times\frac{1}{12}\times0.56\times29.5^3+2\times0.56\times29.5\times6.13^2+41.12\times0.56\times8.9^2=5462\,\text{cm}^4$$

$$J=I_x+I_y=16833+5462=22295\text{cm}^4$$

$$r_x=29.5-8.9=20.6\text{cm}\qquad r_y=20.56\text{cm}$$

（2）焊缝强度验算

$$T=118\times10^3\times400=47200\times10^3\,\text{N}\cdot\text{mm}$$

$$\tau_{Tx}=\frac{Tr_y}{J}=\frac{47200\times10^3\times20.56\times10}{22295\times10^4}=43.5\,\text{N/mm}^2$$

$$\tau_{Ty}=\frac{Tr_x}{J}=\frac{47200\times10^3\times20.6\times10}{22295\times10^4}=43.6\,\text{N/mm}^2$$

$$\tau_{Ny}=\frac{N}{0.7h_f\sum l_w}=\frac{118\times10^3}{0.7\times8\times(29.5\times2+411.2)}=21.1\,\text{N/mm}^2$$

$$\tau=\sqrt{\tau_{Tx}^{\ 2}+(\tau_{Ty}+\tau_{Ny})^2}=\sqrt{43.5^2+(43.6+21.1)^2}=78\,\text{N/mm}^2$$

$$<[\tau^h]=85\,\text{N/mm}^2\text{，满足要求。}$$

## 4）弯矩、剪力、轴心力共同作用下角焊缝的计算

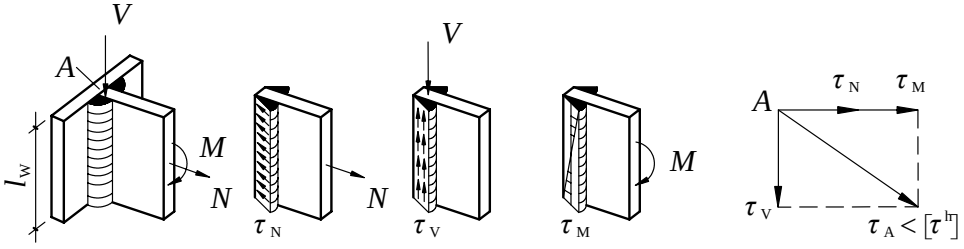



图 20-19 复杂受力下的角焊缝



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

如图 20-19 所示，$N$ 引起焊缝中水平方向均布剪应力 $\tau_{\mathrm{N}}$，$V$ 引起垂直方向的均布剪应力 $\tau_{\mathrm{V}}$，$M$ 引起水平方向按三角形分布的剪应力 $\tau_{\mathrm{M}}$，最大应力在焊缝的上端 $A$ 点。

由

$$\tau_{\mathrm{N}}=\frac{N}{A_{\mathrm{f}}}=\frac{N}{2\times 0.7h_{\mathrm{f}}l_{\mathrm{w}}}$$

$$\tau_{\mathrm{V}}=\frac{V}{A_{\mathrm{f}}}=\frac{V}{2\times 0.7h_{\mathrm{f}}l_{\mathrm{w}}}$$

$$\tau_{\mathrm{M}}=\frac{M}{W_{\mathrm{f}}}=\frac{M}{2\times\frac{1}{6}\times 0.7h_{\mathrm{f}}l_{\mathrm{w}}^{2}}$$

则焊缝强度验算公式为：

$$\tau_{\mathrm{A}}=\sqrt{(\tau_{\mathrm{N}}+\tau_{\mathrm{M}})^{2}+\tau_{\mathrm{V}}^{2}}\le[\tau^{\mathrm{h}}] \qquad (20.14)$$

由此，可得到以下各种受力情况的角焊缝计算公式

弯矩和剪力共同作用时 $\tau=\sqrt{\tau_{\mathrm{M}}^{2}+\tau_{\mathrm{V}}^{2}}\le[\tau^{\mathrm{h}}]$ （20.15）

弯矩和轴心力共同作用时 $\tau=\tau_{\mathrm{N}}+\tau_{\mathrm{M}}\le[\tau^{\mathrm{h}}]$ （20.16）

仅受弯时 $\tau=\tau_{\mathrm{M}}\le[\tau^{\mathrm{h}}]$ （20.17）

**例 20.4** 钢柱与支托连接的构造和受力，如图 20-20 所示，采用 Q235 钢和 E43 型焊条，计算支托与钢柱的连接焊缝。

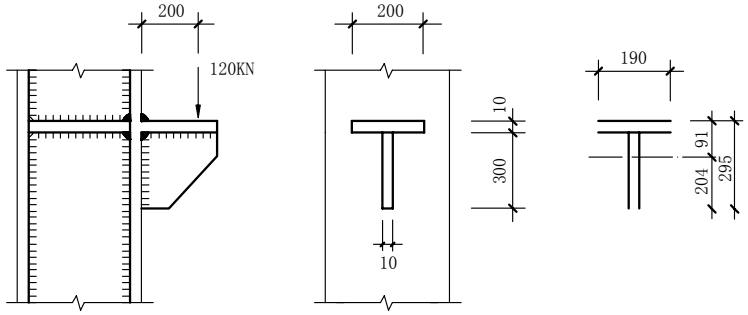



图 20-20 例 20.4 附图

**解：** 支托与钢柱的连接受弯矩和剪力的共同作用。

剪力 $V=120\times10^{3}\,\mathrm{N}$

弯矩 $M=12000\times20=24000\times10^{3}\,\mathrm{N\cdot mm}$

焊缝厚取 $h_{\mathrm{f}}=10\mathrm{mm}$；其计算简图可近似的用图 20-20b 表示。

（1）焊缝有效截面几何特征

水平焊缝的计算面积

$$A_{\mathrm{f}}'=0.7h_{\mathrm{f}}\sum l_{\mathrm{f}}'=0.7\times1\times2(20-1)=26.6\mathrm{cm}^{2}$$

垂直焊缝的计算面积

$$A_{\mathrm{f}}''=0.7h_{\mathrm{f}}\sum l_{\mathrm{f}}''=0.7\times1\times2(30-1)=40.6\mathrm{cm}^{2}$$

焊缝的全部计算面积

$$A_{\mathrm{f}}=A_{\mathrm{f}}'+A_{\mathrm{f}}''=26.6+40.6=67.2\mathrm{cm}^{2}$$

焊缝重心位置

$$y=\frac{1}{67.2}\left(40.6\times\frac{29}{2}+26.6\times29.5\right)=20.4\mathrm{cm}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

焊缝的惯性矩和最小抵抗矩

$$I_{\mathrm{f}}=\frac{1}{12}\times 2\times 0.7\times 1\times 29^{3}+40.6\left(20.4-\frac{29}{2}\right)^{2}+2\times\frac{1}{12}\times 19\times(0.7\times 1)^{3}$$
$$+26.6(29.5-20.4)^{2}=6460\mathrm{cm}^{4}\text{（第三项很小，忽略不计）}$$

$$W_{\mathrm{f}}=\frac{6460}{20.4}=317\mathrm{cm}^{3}$$

（2）焊缝强度验算

弯矩由全部焊缝承受，由于支托翼缘的刚度较小，假定剪力仅由垂直焊缝承受，焊缝的最大应力产生在下端点

$$\tau_{M}=\frac{M}{W_{\mathrm{f}}}=\frac{24000\times 10^{3}}{317\times 10^{3}}=75.7\,\mathrm{N/mm^{2}}$$

$$\tau_{\mathrm{V}}=\frac{V}{A_{\mathrm{f}}''}=\frac{120\times 10^{3}}{40.6\times 10^{2}}=29.6\,\mathrm{N/mm^{2}}$$

$$\tau=\sqrt{\tau_{\mathrm{M}}^{2}+\tau_{\mathrm{V}}^{2}}=\sqrt{75.7^{2}+29.6^{2}}=81.3\,\mathrm{N/mm^{2}}<[\tau^{\mathrm{h}}]=85\,\mathrm{N/mm^{2}}$$，满足要求。

# 20.5 焊接残余应力及残余变形

## 20.5.1 焊接残余应力及其影响

### 1）焊接残余应力

钢结构在焊接过程中，在焊件上产生局部高温的不均匀温度场，高温部分的钢材膨胀受到邻近钢材的约束，从而在焊件内部引起较高的温度应力和变形，称为焊接应力和焊接变形。焊接应力较高的部位产生塑性变形，冷却后将残存于构件内部，因而将残存于构件内部的焊接应力和焊接变形，称为焊接残余应力和焊接残余变形。焊接残余应力是一种无荷载作用的内应力，因此会在构件内自相平衡。焊接残余应力包括纵向应力、横向应力和构件厚度方向的应力。

⑴ 纵向焊接残余应力

纵向焊接残余应力是指沿焊缝长度方向的应力。在施焊时，焊件上产生不均匀的温度场，焊缝附近的温度可高达 1600℃以上，邻近区域则温度急剧降低。不均匀的温度场产生了不均匀的膨胀，焊缝附近高温处的钢材膨胀最大，温度较低区域膨胀较小。膨胀大的区域受到周围膨胀小的区域的限制，产生了热塑性压缩。焊缝冷却时，产生热塑性压缩的焊缝趋向于缩短，但受到两侧钢材限制而产生了纵向拉应力，两侧钢材因中间焊缝收缩而产生纵向压应力（图 20-21a）。

⑵ 横向焊接残余应力

横向焊接残余应力是指垂直于焊缝长度方向且平行于构件表面的应力。以钢板焊接为例，横向焊接残余应力由两部分组成：一部分是焊缝纵向收缩，它除产生上述纵向应力外，还使两块钢板趋向于形成反方向的弯曲变形（图 20-21b），但焊缝已将其连成整体，因此在两块板的中部产生横向拉应力，两端产生压应力（图 20-21c）；另一部分由于焊缝在施焊过程中冷却时间的不同，先焊的焊缝已经凝固，会阻止后焊焊缝在横向自由膨胀，使它发生横向塑性压缩变形。当先焊部分凝固后，中间焊缝部分逐渐冷却，后焊部分开始冷却，这三部分产生杠杆作用，使后焊部分收缩而受拉，先焊部分因杠杆作用也受拉，中间部分则受压（图 20-21d）。总的横向焊接残余应力如图 20-21e 所示。

⑶ 厚度方向焊接残余应力

厚度方向焊接残余应力是指垂直于焊缝长度方向且垂直于构件表面的应力。较厚钢板焊接时，焊缝厚度方向中部冷却比表面缓慢，形成中间焊缝受拉，四周受压的状态。因此，焊缝除了纵向和横向应力之外，在厚度方向还存在焊接残余应力（图 20-22）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

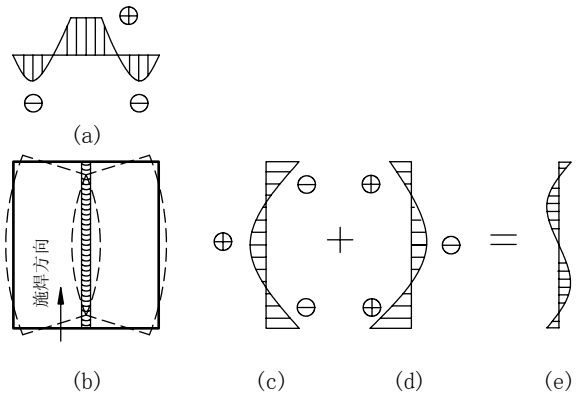



图 20-21 焊接残余应力

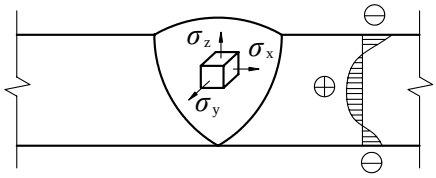



图 20-22 厚度方向残余应力

### 2）焊接残余应力的影响

⑴ 对构件静力强度的影响

由于焊接残余应力是自相平衡的内应力，其拉应力与压应力相等。因此，对于没有严重应力集中的焊接构件，在静力荷载作用下，只要钢材具有一定的塑性变形能力，焊接残余应力不会影响构件的静力强度。

⑵ 对构件刚度的影响

焊接残余应力与外荷载产生的应力组合后将使构件截面的一部分提前进入塑性状态（该部分的刚度降为零）而丧失继续承受荷载的能力，此后的荷载增加仅由弹性部分承担，因此，焊接残余应力将使构件的变形增大、刚度降低。

⑶ 对构件稳定性的影响

如前所述，有残余应力的压杆，残余压应力区域提前进入塑性状态，截面的弹性区域逐渐缩小，杆件的抗弯刚度也相应减小，因此降低了压杆的稳定承载力。

⑷ 对构件疲劳强度的影响

在焊接构件中均存在双向或三向残余应力，当形成同号应力，尤其是同号拉应力时，由于塑性变形受到约束，从而使焊缝附近的材料变脆，裂缝容易产生和开展，因而降低了焊缝及其附近钢材的疲劳强度，尤其是在低温情况下，冷脆现象更明显。另一方面，最大焊接残余应力常达到或接近钢材的屈服点，这将促使疲劳裂纹更容易形成和扩展，从而降低了构件的疲劳强度。

## 20.5.2 焊接残余变形

在焊接过程中，焊件不均匀受热和不均匀冷却将产生焊接残余应力和焊接残余变形。焊接残余变形包括纵向和横向收缩、弯曲变形、角变形、波浪变形和扭曲变形等，如图 20-23 所示。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

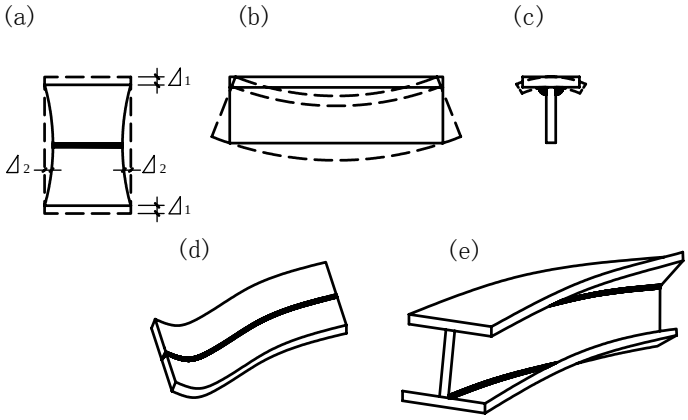



图 20-23 焊接变形

(a)纵向和横向收缩　(b)弯曲变形　(c)角变形　(d)波浪变形　(e)扭曲变形

焊接残余变形影响结构的尺寸精度和外观，并可能导致构件产生初弯曲、初扭曲以及初偏心等，从而使构件受力时产生附加弯矩、扭矩和变形，引起其承载能力降低。

## 20.5.3 减小焊接残余应力和残余变形的方法

减少焊接残余应力和焊接残余变形应从构造和焊接工艺两方面采取措施。

### 1）构造措施

⑴ 为避免焊接热量集中引起焊接应力过于集中，应尽量减少焊缝数量以及焊缝的厚度和长度。搭接角焊缝一般设计成焊脚尺寸适当小而焊缝长度相应长些；焊缝尽量对称布置，尽量避免焊缝过于集中或多方向焊缝相交于一点，例如桁架杆件交叉的节点上，焊缝间留一定的间距；拼接梁的翼缘对接处与腹板对接处应错开一定的距离，加劲肋内面切角应避免其焊缝与翼缘和腹板间的主要受力焊缝交叉。

⑵ 为避免截面突变引起应力集中现象，连接过渡应尽量平缓。如宽度和厚度不同的钢板拼接时采用不大于 1:4 的坡度过渡；直接承受动力荷载结构的角焊缝采用凹形或平坡形角焊缝；搭接连接中搭接长度应不小于 $5t_{\min}$ 及 25mm，并且不应只采用一条正面角焊缝来传力。

⑶ 为避免焊接缺陷引起应力集中，焊缝应布置在便于施焊的位置，并且有合适的空间和角度，尽量避免仰焊。

### 2）焊接工艺措施

⑴ 采取适当的焊接顺序和方向（如图 20-24 所示）。例如为了使每次施焊产生的残余应力和残余变形有所抵消，应尽量采用对称焊、分段焊、厚度方向分层焊、钢板分块拼焊、工字形顶接时采用对角跳焊；为使收缩量或受力较大的焊缝留有伸缩余地，减小残余变形，先焊收缩量较大的焊缝，后焊收缩量较小的焊缝；先焊受力较大的焊缝，后焊受力较次要的焊缝；钢板分块拼接先焊短焊缝，后焊直通长焊缝。

（2）施加反变形。施焊前使构件有一个和焊接变形相反的预变形，焊接后产生的焊接变形与预变形可以相互抵消。这种方法可减小焊接残余变形，但不会消除焊接残余应力。

（3）施焊前预热。在施焊前将构件整体或局部预热至 100～300℃，施焊后保温一段时间，以减小焊接和冷却过程中温度的不均匀程度，从而降低焊接残余应力并减少发生裂纹的危险。较厚的钢材或在低温环境下焊接时，通常应对焊缝附近局部进行预热。

（4）施焊后高温回火。在施焊后加热到 600℃左右进行高温回火，保持一段恒温后缓慢冷却。对于尺寸较小的焊件可进行整体高温回火，由于加热已达到钢材的热塑性温度，可消除大部分残余



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

应力，而对尺寸较大焊件可对焊缝附近或残余应力较大部位进行局部高温回火，以减小残余应力。

（5）锤击。用小锤轻击焊缝，使焊缝得到舒张，可降低焊接残余应力。

措施（3）～（5）是消除残余应力的常用方法，这些措施是通过消除残余应力来减小残余变形的。

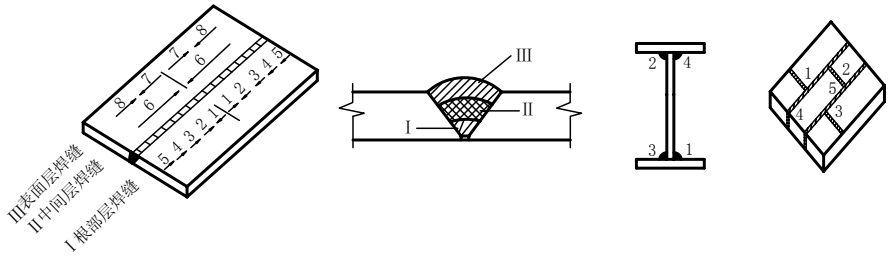



图 20-24 合理的施焊顺序

（a）施焊顺序　　（b）沿厚度分层焊　　（c）对角跳焊　　（d）钢板分块拼接

# 20.6 普通螺栓连接的构造与计算

## 20.6.1 螺栓的排列和构造要求

螺栓的排列应简单紧凑，构造合理，安装方便，通常采用并列和错列两种形式（图 20-25），并列较简单，错列较紧凑。螺栓的排列应符合容许距离的要求。

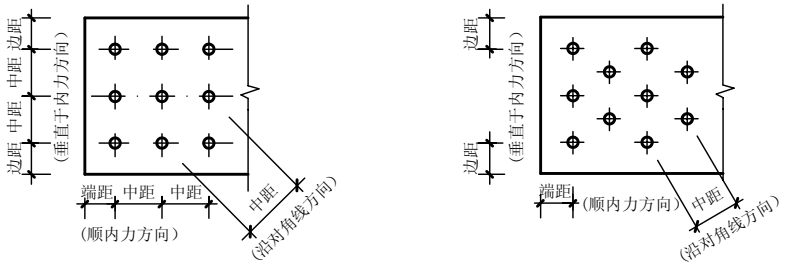



图 20-25 螺栓的排列

（a）螺栓并列　　（b）螺栓错列

螺栓排列应符合最小距离要求：螺栓孔使构件截面受到削弱，因此螺栓的中距不应过小，否则会使构件截面削弱过多或应力集中严重；为防止构件端部钢板被剪坏，顺内力方向最外一排螺栓应有足够的端距；为施工方便，螺栓间应保持足够的距离，以便用扳手拧螺母时有必要的操作空间。

螺栓排列应符合最大距离要求：当构件承受压力作用时，顺压力方向的中距不宜太大，否则在被连接板件间易产生鼓曲；外排螺栓中距太大，会使接触面不够紧密，以致潮气侵入引起锈蚀。

根据上述要求，《公路桥规（1986）》规定的螺栓容许距离见表 20-2。

角钢上设置螺栓时，除应符合螺栓的最大与最小距离要求外，因角钢宽度较窄，故螺栓（孔）直径不能太大，而且应设置在适中的位置，设计时应符合表 20-3 规定的线距 e 和最大孔径 $d_0$ 的要求。为使传力均匀，对肢宽大于 125 的角钢采用双行螺栓错列，对肢宽大于 160 的角钢采用双行并列。同理，在普通工字钢或槽钢上设置螺栓时，可按照表 20-4 和图 20-26 规定的线距和最大孔径要求设计。

为了制造安装方便，同一结构的同类型螺栓（粗制、精制、高强度螺栓等）尽量采用同一规格(即钢种、直径等相同)。

螺栓的容许距离　　表 20-2

| 名称 | 位置和方向 | 杆力种类 | 容许距离 |
|---|---|---|---|



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

| | | | | 最大 | 最小 |
|---|---|---|---|---|---|
| 中心间距 | 沿对角线方向 | | 拉力或压力 | — | $3.5d_0$ |
| | 靠边行列 | 在板上或角钢上 | | $7\,d_0$ 或 $16\,t$ 中的较小值 | $3\,d_0$ |
| | | | | $24t$ | |
| | 中间行列 | 垂直内力方向 | 拉力 | $24\,t$ | |
| | | 顺内力方向 | 压力 | $16\,t$ | |
| 中心至杆件边缘距离 | 机切或焰割 | 顺内力方向或沿对角线方向 | 拉力或压力 | $8t$ 或 120mm 中的较小者 | $2\,d_0$ |
| | 滚压边或刨边 | | | | |
| | 机切或焰割 | 垂直内力方向 | | | $1.5\,d_0$ |
| | 滚压边或刨边 | | | | $1.3\,d_0$ |

注：① 表中符号 $d_0$ 为螺栓的孔径，$t$ 为外层较薄钢板或型钢厚度。

② 表中所列“靠边行列”系指沿板边一行的螺栓线；对于角钢，距角钢背最近一行的螺栓线也作为“靠边行列”。

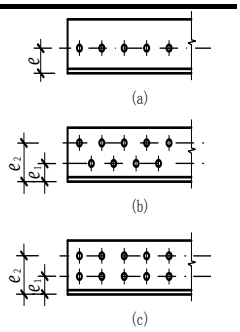
③ 有角钢镶边的翼肢上交叉排列的螺栓，其靠边行列最大中心间距可取 $14\,d_0$ 或 $32\,t$ 中较小者。

④ 由两个角钢或两个槽钢中间夹以垫板（或垫圈）并用螺栓连接组成的构件，顺内力方向的螺栓之间的最大中距，对于受压或受压－拉构件规定为 $40r$，但不应大于 160mm;对于受拉构件规定 $80r$，但不应大于 240mm。其中 $r$ 为一个角钢或槽钢绕平行于垫板或垫圈所在平面轴线的回转半径。

**角钢肢上的线距和孔径要求**单位：mm） 表 20-3

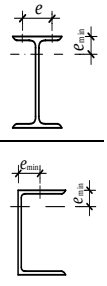
| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 单行排列 | 角钢肢宽 | 40 | 45 | 50 | 56 | 63 | 70 | 75 | 80 | 90 | 100 | 110 | 125 |
| | 线矩 $e$ | 25 | 28 | 30 | 30 | 35 | 40 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 |
| | 最大孔径 $d_0$ | 12 | 12 | 14 | 17 | 17 | 20 | 20 | 23 | 23 | 26 | 26 | 26 |

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 双行错排 | 角钢肢宽 | 125 | 140 | 160 | 180 | 200 | 双行并列 | 角钢肢宽 | | | 160 | 180 | 200 |
| | $e_1$ | 55 | 60 | 70 | 70 | 80 | | $e_1$ | | | 60 | 70 | 80 |
| | $e_2$ | 90 | 100 | 120 | 140 | 160 | | $e_2$ | | | 130 | 140 | 160 |
| | 最大孔径 $d_0$ | 24 | 24 | 26 | 26 | 26 | | 最大孔径 $d_0$ | | | 24 | 26 | 26 |




**工字钢和槽钢上的线距和孔径要求**（单位：mm） 表 20-4

| 型钢型号 | | 10 | 12.6 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 25 | 28 | 32 | 36 | 40 | 45 | 50 | 56 | 63 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 工字钢 | $e_{\min}$ | — | 40 | 45 | 45 | 45 | 45 | 50 | 50 | 55 | 65 | 65 | 70 | 70 | 75 | 75 | 75 |
| | $e$ | 35 | 40 | 45 | 45 | 50 | 55 | 65 | 65 | 65 | 75 | 80 | 80 | 85 | 90 | 95 | 95 |
| | 最大孔径 $d_0$ | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 17 | 19 | 21.5 | 21.5 | 21.5 | 23.5 | 23.5 | 25.5 | 25.5 | 25.5 | 25.5 |
| 槽钢 | $e_{\min}$ | — | 40 | 45 | 50 | 50 | 55 | 55 | 60 | 60 | 65 | 70 | 75 | — | — | — | — |
| | $e$ | 30 | 30 | 35 | 35 | 40 | 40 | 45 | 45 | 45 | 50 | 55 | 60 | — | — | — | — |
| | 最大孔径 $d_0$ | 11 | 13 | 17 | 21.5 | 21.5 | 21.5 | 21.5 | 21.5 | 25.5 | 25.5 | 25.5 | 25.5 | — | — | — | — |




## 20.6.2 普通螺栓受剪、受拉时的工作性能

普通螺栓按受力情况可以分为受剪螺栓连接（图 20-26a）、受拉螺栓连接和同时受剪与受拉螺栓连接三种（图 20-26b）。受剪螺栓依靠螺杆的承压和抗剪来传递垂直于螺杆的外力，受拉螺栓则依靠螺杆受拉来传递平行于螺杆的外力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

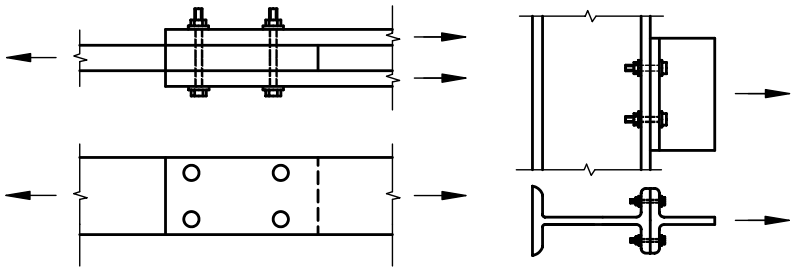
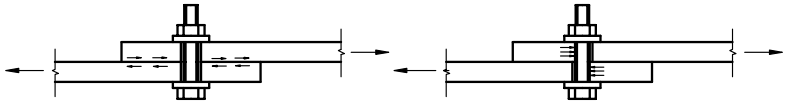


图 20-26 普通螺栓连接

（a）受剪螺栓　　（b）受拉螺栓

## 1）受剪螺栓连接

受剪螺栓连接在受力后，当外力不大时，由被连接构件之间的摩擦力来传递外力（图 20-27a）。当外力继续增大超过静摩擦力后，构件之间将出现相对滑移，螺杆开始接触孔壁而受剪，孔壁则受压（图 20-27b）。当连接处于弹性阶段时，螺栓群中的各螺栓受力不相等，两端的螺栓比中间的螺栓受力大（图 20-28b）。因为被连接的构件在各区段中所传递的荷载不同，各螺栓的剪切变形也不同，因此导致各螺栓所承担的剪力也不同。当外力再继续增大后，使连接的受力达到塑性阶段时，各螺栓承担的荷载逐渐接近，最后趋于相等直到破坏(图 20-28c)。因此，当外力作用于螺栓群中心时，在计算中可以认为所有螺栓受力是相同的。



(a)　　(b)

图 20-27 螺栓连接的工作性能

(a) 螺栓连接靠摩擦力传力　　(b) 螺栓连接孔壁受压与螺杆受剪

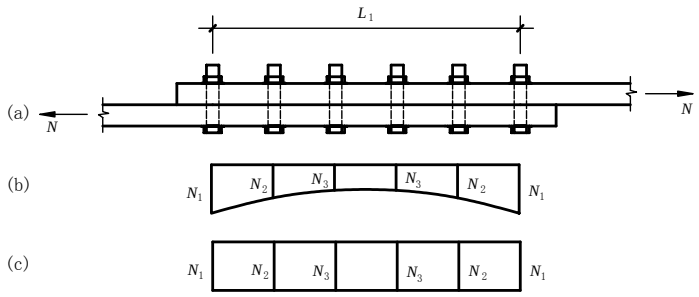



图 20-28 螺栓群的不均匀受力状态

（a） 螺栓群　　（b）弹性阶段受力状态　　（c）塑性阶段受力状态

受剪普通螺栓连接有五种可能的破坏形式：①当螺栓直径较小而板件相对较厚时可能发生螺栓剪断破坏（图 20-29a）；②当螺栓直径较大而板件相对较薄时可能发生孔壁挤压破坏（图 20-29b）；③当板件因螺孔削弱太多，可能沿开孔截面发生钢板拉断破坏（图 20-29c）；④当顺受力方向的端距过小时可能发生端部钢板剪切破坏（图 20-29d）；⑤当螺栓过长时可能发生螺栓受弯破坏（图 20-29e）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

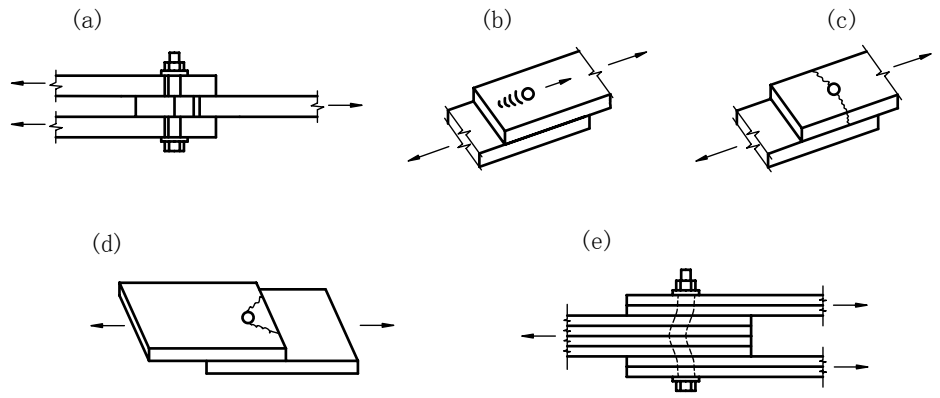



图 20-29 受剪螺栓连接的破坏形式

（a）螺栓剪断破坏（b）孔壁挤压破坏（c）钢板拉断破坏（d）端部钢板剪切破坏（e）螺栓受弯破坏

上述五种破坏形式的后两种，可采取构造措施加以防止，如规定端距大于 $2d_0$（表 20-2）可防止端部钢板剪切破坏；限制螺栓长度 $l$<5$d$ （$d$ 为螺杆直径)可防止螺杆受弯破坏。但对其他三种破坏形式，则需通过计算来避免发生，而其中钢板拉断破坏的计算又属于构件计算。

假定螺栓受剪面上的剪应力均匀分布，则一个螺栓的抗剪容许承载力为：

$$[N_{\mathrm{V}}^{\mathrm{b}}]=n_{\mathrm{V}}\frac{\pi d^2}{4}[\tau^{\mathrm{j}}] \qquad (20.18)$$

螺栓与孔壁的挤压应力分布很复杂，假定承压应力沿螺栓直径投影面均匀分布，则一个螺栓的承压容许承载力为：

$$[N_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}}]=d\sum t[\sigma_{\mathrm{c}}^{\mathrm{j}}] \qquad (20.19)$$

式中：

$n_{\mathrm{v}}$—每只螺栓受剪面数量，单剪 $n_{\mathrm{v}}$＝1（图 20-27），双剪 $n_{\mathrm{v}}$＝2（图 20-29a）；

$d$ —螺栓杆直径；

$\sum t$ －在同一受力方向的承压构件较小总厚度；

$[\tau^{\mathrm{j}}]$、$[\sigma_{\mathrm{c}}^{\mathrm{j}}]$—分别为螺栓抗剪和承压容许应力值，按附表 4-2 采用。

在普通螺栓受剪连接中，应取$[N_{\mathrm{v}}^{\mathrm{b}}]$和$[N_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}}]$两者中较小值$[N^{\mathrm{b}}]_{\min}$作为单个螺栓的容许承载力。

当外力通过螺栓群形心时，可以认为每个螺栓平均受力，则轴心力作用下受剪螺栓连接所需要的螺栓数目为：

$$n=\frac{N}{[N^{\mathrm{b}}]_{\min}} \qquad (20.20)$$

式中：

$N$ －连接承受的轴心拉力或轴心压力；

$[N^{\mathrm{b}}]_{\min}$ －$[N_{\mathrm{v}}^{\mathrm{b}}]$和$[N_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}}]$中的较小值，按公式（20.18）、（20.19）计算。

当节点处或拼接接头一端，螺栓群沿受力方向的连接长度$l_1$＞15$d_0$时（如图 20-28），螺栓的受力很不均匀，端部螺栓受力最大，往往首先破坏，然后依次向内逐个破坏。因此应将螺栓的容许承载力$[N_{\mathrm{v}}^{\mathrm{b}}]$或$[N_{\mathrm{c}}^{\mathrm{b}}]$乘以下列折减系数$\beta$：

$$\text{当}\ l_1>15d_0\ \text{时，}\ \beta=1.1-\frac{l_1}{150d_0} \qquad (20.21a)$$

$$\text{当}\ l_1<60d_0\ \text{时，}\ \beta=0.7 \qquad (20.21b)$$

由于螺栓孔削弱了构件的截面，因此在排列好所需的螺栓后，还需按下式验算构件的净截面强度（图 20-30）：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

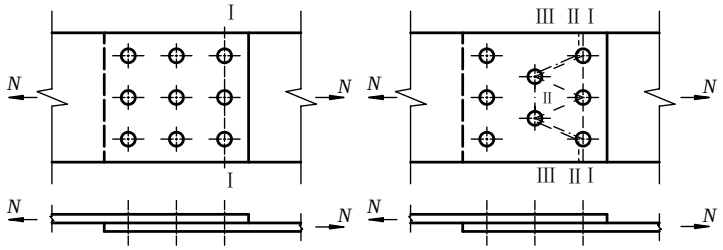



图 20-30 构件净截面面积

（a）螺栓并列排列时钢板的净面积　　（b）螺栓错列排列时钢板的净面积

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \le [\sigma] \tag{20.22}$$

式中：

$A_n$ －构件在螺栓孔削弱处的净截面面积。当螺栓并列布置时，如图 20-30a，净截面面积按最危险正交截面 I-I 计算；当螺栓孔交错布置时，如图 20-30b，净截面面积按垂直截面Ⅰ－Ⅰ、齿状截面Ⅱ－Ⅱ或Ⅲ-Ⅲ三者中的较小值取用；

$[\sigma]$ －钢材的容许应力。

## 2）受拉螺栓连接

在受拉螺栓连接中（图 20-31a），外力会使被连接构件的接触面互相脱开而使螺栓受拉，最后螺杆被拉断而破坏。假定拉应力在螺栓螺纹处截面上均匀分布，因此，单支受拉螺栓的容许承载力$[N_t^b]$按下式计算：

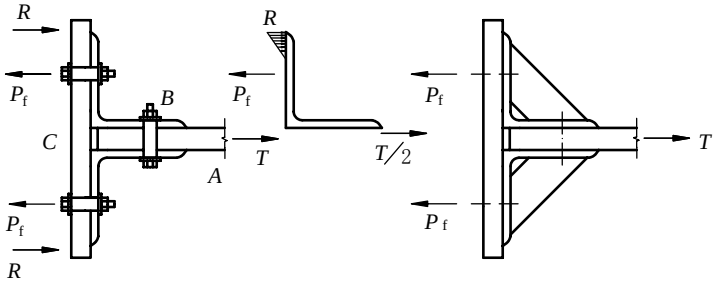



图 20-31 拉力螺栓受力状态

$$[N_t^b] = \frac{1}{4}\pi d_e^2 \ [\sigma_l^l] \tag{20.23}$$

式中：

$d_e$ －螺栓螺纹处的有效直径（螺栓内径），有效直径及其计算面积见附表 4-5；

$[\sigma_l^l]$－螺栓的抗拉容许应力，由附表 4-2 采用。

在 T 形连接中，通常连接件刚度较小。如图 20-31a 所示角钢连接件，当受拉时，在与拉力方向垂直的角钢肢会产生较大变形，从而出现杠杆作用，在角钢肢尖产生反力 $R$，从而使螺栓受力增大。连接件刚度愈小，$R$ 愈大。由于反力 $R$ 的计算比较复杂，设计中为简化起见，通常不计算 $R$ 力，而将螺栓抗拉容许应力适当降低作为补偿，即普通螺栓$[\sigma_l^l] = 0.8[\sigma]$，铆钉受拉容许应力$[\sigma_l^m] = 0.6[\sigma]$。由于铆钉在受拉时钉头有脱落的危险，所以采用的折减系数较大。在设计时可采取一些构造措施（如图 20-31c 中设置加劲肋）来增加连接件的刚度，以减小螺栓中附加力的影响。

当外力作用在螺栓群形心时，假定每个螺栓所受拉力相等，则轴心拉力作用下受拉螺栓连接所需要的螺栓数目为：

$$n = \frac{N}{[N_t^b]} \tag{20.24}$$

**例 20.5** 两角钢拼接采用普通螺栓连接，如图 20-32 所示。角钢截面为∠75×5。轴心拉力 $N = 72\text{kN}$，拼接角钢采用与构件相同的截面。材料用 Q235 钢。螺栓直径 $d = 20\text{ mm}$，孔径



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$d_0 = 21.5\,\text{mm}$。试对该连接进行设计。

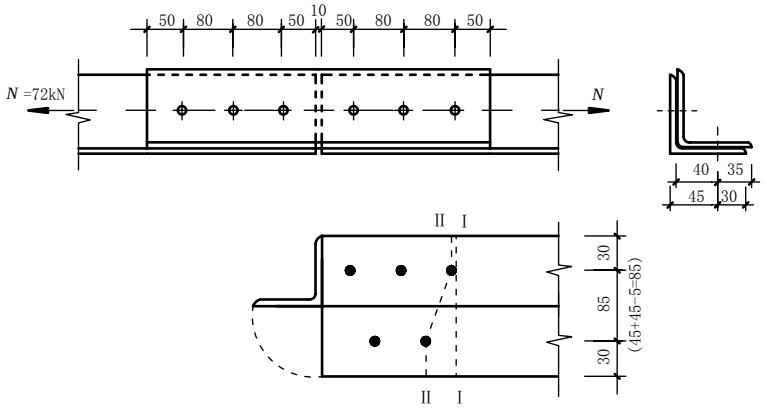



图 20-32 例题 20.5 构造图

**解**：（1）螺栓连接计算

单只螺栓的抗剪容许承载力

$$[N_v^b] = n_v \frac{1}{4}\pi d^2 [\tau^j] = 1 \times \frac{1}{4}\pi \times (20)^2 \times 80 = 25133\,\text{N}$$

单只螺栓的承压容许承载力

$$[N_c^b] = d\sum t[\sigma_c^j] = 20 \times 5 \times 170 = 17000\,\text{N}$$

构件一侧所需螺栓数量

$$n = \frac{N}{[N^b]_{\min}} = \frac{72000}{17000} = 4.2$$

每侧采用 5 只螺栓，在角钢两肢上交错排列。

（2）构件强度验算

将角钢展开（图 20-32），角钢的毛截面面积 $A = 7.367\ \text{cm}^2$

I-I 截面的净截面面积为

$$A_n' = 7.367 - 1 \times 2.15 \times 0.5 = 6.292\,\text{cm}^2$$

Ⅱ-Ⅱ截面的净截面面积为

$$A_n'' = [2 \times 3.0 + (2-1)\sqrt{4^2 + 8.5^2} - 2 \times 2.15] \times 0.5 = 5.547\ \text{cm}^2$$

因此取 $A_n$ =5.547cm$^2$

$$\sigma = \frac{N}{A_n} = \frac{72000}{554.7} = 129.8\text{MPa} < [\sigma] = 140\text{MPa}$$

满足要求。

### 3）剪力螺栓群在力矩、剪力和轴力共同作用下的计算

在梁与梁或梁与柱的连接处，以及在钢板梁腹板的接头处，往往同时承受力弯矩 $M$ 和剪力 $V$，有时还要承受轴向力 $N$ 的作用。在进行连接设计时，应首先分别计算各种内力对螺栓所产生的剪力值，而后再按矢量叠加求出同一螺栓在几种内力共同作用下所承受的合力，并使其不超过螺栓的容许承载能力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

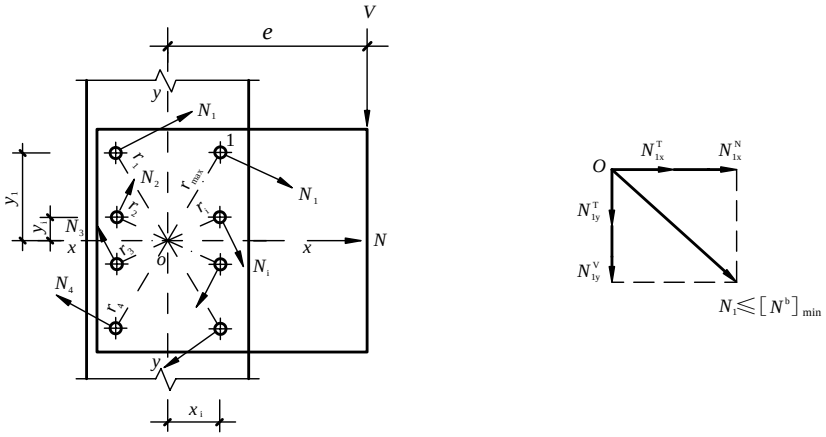



图 20-33 在力矩、剪力和轴力共同作用下的剪力螺栓群

图 20-33 所示螺栓连接（螺栓群），将$V$ 力向螺栓群形心简化后，螺栓群承受力矩$T=Ve$ 、竖向力$V$ 和水平力 $N$ 。假定连接的盖板是绝对刚性的，在力矩$T$ 单独作用下，连接盖板只发生绕螺栓群的形心$O$ 点的相对转动。由于各个螺栓距形心$O$ 的距离$r$ 各不相同，因此，转动时各螺栓处的相对位移也不相等。距形心愈远，其相对位移愈大，螺栓所受的力也愈大，即各个螺栓受力的大小与其到形心$O$ 点的距离$r$ 成正比，方向与其到$O$ 点的连线相垂直。即

$$\frac{N_1}{r_1}=\frac{N_2}{r_2}=.....\frac{N_i}{r_i}=.....=\frac{N_n}{r_n}$$

根据平衡条件$\sum M_0=0$，并将上式代入，得：

$$T=N_1r_1+N_2r_2+\cdots+N_nr_n=\frac{N_1}{r_1}\sum r_i^2 \qquad (20.25)$$

距形心$O$ 点最远的螺栓“1”受力最大，其值为：

$$N_1^T=\frac{Tr_1}{\sum r_i^2}=\frac{Tr_1}{\sum(x_i^2+y_i^2)} \qquad (20.26)$$

由力矩$T$ 产生的剪力 $N_1^T$ 的水平分力 $N_{1x}^T$ 及垂直分力 $N_{1y}^T$ 分别为：

$$N_{1x}^T=\frac{Ty_1}{\sum(x_i^2+y_i^2)} \qquad (20.27)$$

$$N_{1y}^T=\frac{Tx_1}{\sum(x_i^2+y_i^2)} \qquad (20.28)$$

由竖向力$V$ 产生的螺栓“1”的剪力为：

$$N_{1y}^v=\frac{V}{n} \qquad (20.29)$$

由水平力 $N$ 产生的螺栓“1”的剪力为：

$$N_{1x}^N=\frac{N}{n} \qquad (20.30)$$

最不利螺栓“1”的合成剪力应不超过其容许承载力，即

$$N_1=\sqrt{\left(N_{1x}^T+N_{1x}^N\right)^2+\left(N_{1y}^T+N_{1y}^N\right)^2}\le\left[N^b\right]_{min} \qquad (20.31)$$

当螺栓群布置成一狭长带状，即 $y_1>3x_1$ 或 $x_1>3y_1$ 时，可取式（20.27）中 $\sum x_i^2=0$ 或式（20.28）中 $\sum y_i^2=0$ ,即忽略 y 方向或 x 方向的分力，因此（20.27）和式（20.28）简化为：

$$\text{当 } y_1>3x_1 \text{ 时，}\quad N_{1x}^T=\frac{Ty_1}{\sum y_i^2} \qquad (20.32)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

当 $x_1 > 3y_1$ 时， $N_{1y}^{T} = \dfrac{Tx_1}{\sum x_i^2}$ （20.33）

计算复合力作用下的螺栓群，一般需先按排列要求布置好螺栓，然后按式（20.31）验算。由于螺孔削弱了截面，也应验算构件的净截面强度。

**例 20.6** 某钢板梁腹板的高度 $h=150$ cm，厚度 $t=12$ mm。在腹板接缝处承受弯矩 $M=260$ kN·m 和剪力 $V=392$ kN。腹板为 Q235 钢，采用普通螺栓连接。试对该连接进行设计。

**解**：选用与腹板同样高度的两块钢板作为拼接板，其厚度均为 8mm，螺栓直径 $d=20$ mm，孔径 $d_0=21.5$ mm，其布置如图 20-34 所示。

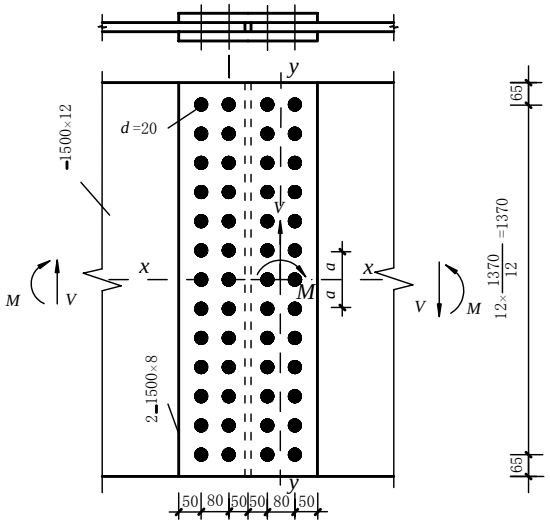



图 20-34 螺栓连接计算

（1）螺栓连接设计

每只螺栓按承压计算时的承载能力

$$[N_c^b] = d\sum t[\sigma_c^l] = 20\times 12\times 170 = 40800\ \text{N}$$

每只螺栓按双剪计算时的承载能力

$$[N_v^b] = n_v \frac{1}{4}\pi d^2[\tau^l] = 2\times\frac{1}{4}\times\pi\times(20)^2\times 80 = 50265\ \text{N}$$

螺栓的行距 $=80\text{mm}=4d>3d$，螺距 $=\dfrac{1370}{12}=114\ \text{mm}=5.7d$

由于螺栓至板边缘的距离 65mm，大于最小距离 $2d$，均符合规定。

因螺栓被排成狭长的行距（$y_1=685$ mm，$x_1=40$mm，即 $y_1>3x_1$），由弯矩作用在最不利螺栓上的最大内力可按近似公式（20.32）计算

$$\sum y_i^2 = 2\times[a^2+(2a)^2+(3a)^2+(4a)^2+(5a)^2+(6a)^2]\times 2 = 4\times(1+4+9+16+25+36)a^2$$

$$= 364a^2 = 364\times\left(\frac{137}{12}\right)^2 = 47400\ \text{cm}^2$$

而 $y_1=68.5$cm

则 $$N_{1x}^{T} = \frac{Ty_1}{\sum y_i^2} = \frac{260\times 10^5\times 68.5}{47400} = 37570\ \text{N}$$

由剪力 $V$ 作用在一只螺栓上的内力为

$$N_{1x}^{V} = \frac{V}{n} = \frac{39200}{26} = 15100\text{N}$$

则螺栓群中受力最大的一只螺栓所承受的内力为

$$N_1 = \sqrt{\left(N_{1x}^{T}\right)^2+\left(N_{1x}^{V}\right)^2} = \sqrt{(15100)^2+(37570)^2} = 40500\text{N} < [\,N_1\,] = 40800\,\text{N}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

（2） 腹板强度验算

腹板毛截面惯性矩

$$I_x = \frac{1}{12}\times 1.2\times(150)^3 = 337500\ \text{cm}^4$$

螺孔削弱的惯性矩

$$I' = 2.15\times 1.2\times 2[a^2+(2a)^2+(3a)^2+(4a)^2+(5a)^2+(6a)^2]$$

$$= 5.16(1+4+9+16+25+36)a^2 = 5.16\times 91\times\left(\frac{137}{12}\right)^2 = 61200\ \text{cm}^4$$

净截面惯性矩

$$I_n = I_x - I' = 337500 - 61200 = 276300\ \text{cm}^4$$

净截面抵抗矩

$$W_n = \frac{276300}{75} = 3.684\times 10^6\ \text{mm}^3$$

腹板的弯曲应力

$$\sigma = \frac{260\times 10^6}{3.684\times 10^6} = 70.6\ \text{MPa} < [\sigma_w] = 145\ \text{MPa}$$

腹板的剪应力

$$\tau = \frac{3}{2}\cdot\frac{V}{ht} = \frac{3}{2}\cdot\frac{392000}{12\times 1500} = 32.7\text{MPa} < [\tau] = 85\ \text{MPa}$$

## 4）拉力螺栓群在力矩作用下的计算

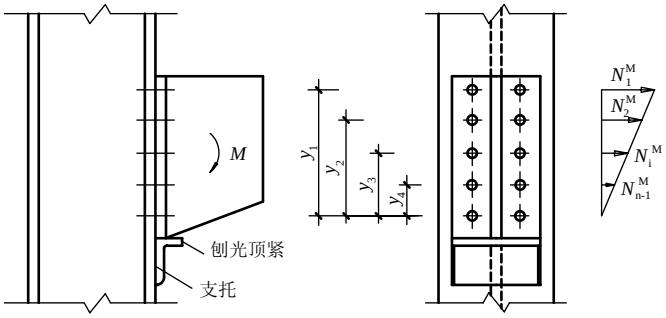



图 20-35 力矩作用下的受拉螺栓连接

在力矩 $M$ 作用下，被连接构件有顺弯矩方向旋转的趋势。外力矩是由螺栓的拉力和构件间的挤压力形成的弯矩来平衡。计算时可假定旋转中心位于最下一排螺栓的轴线处，螺栓所受拉力的大小与其到旋转中心的距离 $y_i$ 成正比，因此，最上一排螺栓所受拉力最大（图 20-35b）。

由平衡条件

$$M = m\left(N_1^M y_1 + N_2^M y_2 + \cdots + N_{n-1}^M y_{n-1}\right) \qquad (20.34)$$

由于 $\frac{N_1}{y_1} = \frac{N_2}{y_2} = \cdots = \frac{N_{n-1}}{y_{n-1}}$，故螺栓“1”所受的拉力 $N_1^M$ 应满足：

$$N_1^M = \frac{My_1}{m\sum y_i^2} \le \left[N_t^b\right] \qquad (20.35)$$

式中：

$n$—每列螺栓数目；

$m$—螺栓列数。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 5）拉力螺栓群在力矩和轴力共同作用下的计算

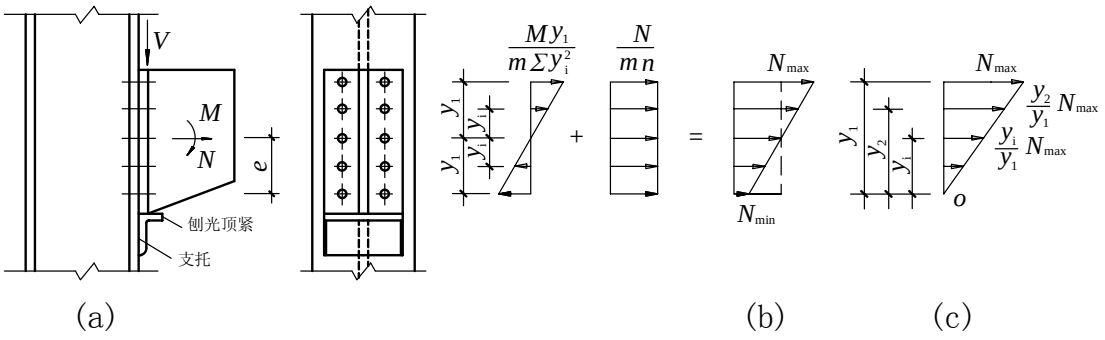



图 20-36 力矩、剪力和轴力共同作用下的受拉螺栓连接

图 20-36 所示螺栓群，由于剪力$V$由焊在柱上的支托承受，故螺栓群只承受力矩$M$和水平力$N$。当螺栓群所受的力矩$M$较小时，螺栓全部受拉，端板与柱分离。轴心力$N$使各螺栓均匀受拉，力矩$M$使上部螺栓受拉，下部螺栓受压，中和轴与形心轴重合。因此，当$N_{min}=\frac{N}{mn}-\frac{My_1}{m\sum y_i^2}\geq 0$时，受力最大的螺栓的拉力应满足：

$$N_{max}=\frac{N}{mn}+\frac{My_1}{m\sum y_i^2}\leq\left[N_t^b\right] \qquad (20.36)$$

当螺栓群所受力矩$M$较大、轴力$N$较小时，螺栓也全部受拉，但端板与柱有分离的趋势，偏于安全地假定中和轴位于最下排螺栓处，即端板绕最下排螺栓转动。因此，当$N_{min}=\frac{N}{mn}-\frac{My_1}{m\sum y_i^2}<0$时，对$O$点取矩（图 20-36c），受力最大的螺栓的拉力应满足：

$$N_{max}=\frac{(M+Ne)y_1}{m\sum y_i^2}\leq\left[N_t^b\right] \qquad (20.37)$$

式中：

$n$—每列螺栓数目。

## 6）拉剪螺栓连接

在图 20-35 所示连接中，若不设支托承受剪力，则连接螺栓将同时承受剪力和沿杆轴方向地拉力。根据实验结果，拉剪螺栓的强度条件应满足下列圆曲线相关方程（图 20-37）：

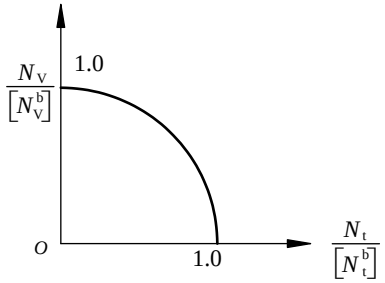



图 20-37 拉剪螺栓的相关强度曲线



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\sqrt{\left(\frac{N_v}{[N_v^b]}\right)^2+\left(\frac{N_t}{[N_t^b]}\right)^2}\le 1 \qquad (20.38)$$

式中：

$N_v$、$N_t$—单个螺栓所受的剪力和拉力；

$[N_v^b]$、$[N_t^b]$—单个螺栓的抗剪和抗拉容许承载力。

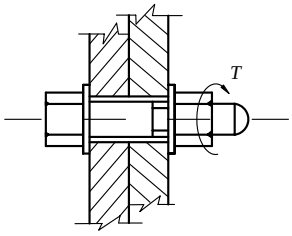
为了保证板件不因孔壁承压强度不足而破坏，还需按下式计算螺栓的承压承载力，即：

$$N_v \le [N_c^b] \qquad (20.39)$$

# 20.7 高强度螺栓连接的构造与计算

## 20.7.1 高强度螺栓连接的工作原理和特点

高强度螺栓(如图 20-38 所示)与普通螺栓连接的主要区别是：普通螺栓连接在抗剪时依靠杆身承压和螺栓抗剪来传递剪力，在扭紧螺帽时螺栓产生的预拉力很小，其影响可以忽略，而高强度螺栓连接除了材料强度高之外，还要求在扭紧螺帽时给螺栓施加很大的预拉力，使被连接构件的接触面之间产生挤压力，从而沿接触面上产生很大的摩擦力，这种摩擦力对外力的传递有很大的影响。高强度螺栓连接按传力特征可分为高强度螺栓摩擦型连接和承压型连接两种。高强度螺栓摩擦型连接只依靠连接构件接触面之间的摩擦力传递剪力，在受剪设计时以剪力达到摩擦力为承载能力的极限状态。高强度螺栓承压型连接在受剪时允许克服摩擦力并发生板件间相对滑移，然后外力可以继续增加并以螺栓受剪或孔壁承压破坏为极限状态。可见预拉力、抗滑移系数和钢材种类直接影响到高强度螺栓连接的承载力。高强度螺栓摩擦型连接和承压型连接在受拉时没有区别，二者在钢材选用、预拉力施加和构件接触面处理等技术要求上完全相同，只是判断受剪承载力所取的极限状态不同，承压型连接的抗剪承载力将高于摩擦型连接。



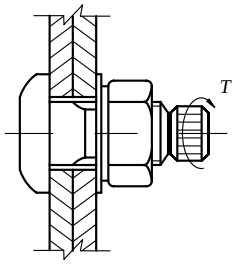




图 20-38 高强度螺栓

（a）大六角头高强度螺栓　　（b） 扭剪型高强度螺栓

## 20.7.2 高强度螺栓连接的施工

### 1）高强度螺栓的预拉力与施拧方法

高强度螺栓是通过紧固螺帽在螺栓内产生尽量大的预拉力以使被连接构件压紧，但应控制螺栓不会在拧紧过程中屈服或断裂，因此预拉力值按下式确定

$$P=\frac{k_1k_2}{\alpha}f_yA_e=\frac{0.9\times0.9}{1.2}\times0.9f_uA_e=0.6f_uA_e \qquad (20.40)$$

式中：

$A_e$—螺栓的有效截面积；

$k_1$—考虑钢材实际强度可能低于规定值的折减系数，取$k_1$＝0.9；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$k_2$—考虑螺栓预拉力可能松弛，在施工时超张拉 5～10％，取 $k_2$=0.9；

$\alpha$—考虑螺栓在受拉时还承受由扭矩引起的剪应力不利影响系数，根据试验取 $\alpha$ =1.2。

由式（20.40）算出的各种高强度螺栓的预拉力值见表 20-5。

10.9 级（40 硼钢）高强度螺栓的预拉力 P(kN)　　表 20-5

| 螺栓公称直径（mm） | M20 | M22 | M24 |
|---|---|---|---|
| 预拉力 P(kN) | 155 | 190 | 225 |

拧紧大六角头高强度螺栓（图 20-38a）的常用方法有扭矩法、转角法和张拉法等。

扭矩法是根据扭矩与预拉力成正比的关系，先用普通扳手将螺帽逐个拧紧，然后用直接显示或控制扭矩的特制扳手拧到规定的扭矩值。特制扳手事先按规定扭矩值经过标定。螺栓群施拧顺序从中间螺栓开始向外进行，初拧完后，按原顺序复拧，最后终拧。施拧中，对拧过的螺栓要作出标记，防止漏拧或重拧。

转角法是根据在板层间紧密接触后，螺母的旋转角度与螺栓预拉力成正比的关系确定的一种方法。转角法分三步进行，即初拧、复拧和终拧。初拧的目的是使板层间紧密接触，在初拧之后要复拧，以消除拧紧过程中的相互影响。终拧的目的是在初拧的基础上，将螺帽旋转一个角度，使螺栓达到规定的预拉力。初拧、复拧、终拧都要作标记，避免重宁或漏拧。螺栓拧紧顺序与扭矩法相同。

张拉法是用张拉器直接张拉螺栓，使其达到规定的预拉力，然后上紧螺帽加以固定。这种方法控制螺栓的预拉力比较准确，在张拉器上直接可以显示螺栓的拉力。因直接张拉螺栓无扭剪应力影响，因此可提高螺栓的设计拉力，充分利用钢材。但这种方法施工速度慢，且螺栓要增加一定的长度而浪费钢材。

大六角头高强度螺栓施拧结束后，要进行质量检查，其方法是用小锤轻击螺栓，由声音判断是否有漏拧的螺栓，检查螺母的转动角度是否足够，用 0.3mm 厚的试插器插入连接板层之间看是否紧密，用更精确的扭力扳手抽查 5％的螺栓。

扭剪型高强度螺栓的安装如图 20-38b 所示。安装时用特制的电动扳手，电动扳手有两个套头，一个套在六角螺母上，另一个套在十二角梅花头上。拧紧时，对六角螺母施加顺时针力矩，对十二角梅花施加逆时针扭矩，使螺栓截面较小的沟槽部分受扭剪。其初拧力矩为终拧力矩的 5％，复拧力矩与初拧力矩相同，终拧时梅花头沿沟槽扭断为达到规定预拉力。螺栓的施拧顺序与前几种方法相同。

### 2）构件的表面处理

采用高强度螺栓连接时，构件的接触面要经过特殊处理，使其净洁并粗糙，以提高其抗滑移系数。常用的处理方法和相应的抗滑移系数见表 20-6。

抗滑移系数 $\mu$ 值　　表 20-6

| 在连接处构件接触面的处理方法 | 构件的钢号 | | |
|---|---|---|---|
| | Q235 钢 | Q345 钢、Q390 钢 | Q420 钢 |
| 喷砂或喷砂后生赤锈 | 0.45 | 0.50 | 0.50 |
| 喷砂后涂无机富锌漆 | 0.35 | 0.40 | 0.40 |
| 钢丝刷清除浮锈或未经处理的干净轧制表面 | 0.30 | 0.35 | 0.40 |

## 20.7.3 高强度螺栓摩擦型连接的计算

### 1）单个摩擦型连接高强度螺栓的抗剪容许承载力计算

高强度螺栓摩擦型连接完全是靠被连接构件接触面的摩擦力来传递内力的，高强度螺栓承受剪力时的计算原则是使设计荷载引起的剪力不超过摩擦力，而不考虑栓杆的受剪和承压作用。因此，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

单个摩擦型连接高强度螺栓的抗剪容许承载力为：

$$[N_v^b]=\frac{1}{K}n_f\mu P \qquad (20.41)$$

式中：

$P$—高强度螺栓的预拉力，按表 20-5 采用；

$\mu$—抗滑移系数，按表 20-6 采用；

$n_f$—传力摩擦面数目，如图 20-39 中，则$n_f$=2；

$K$—安全系数，采用 1.70。

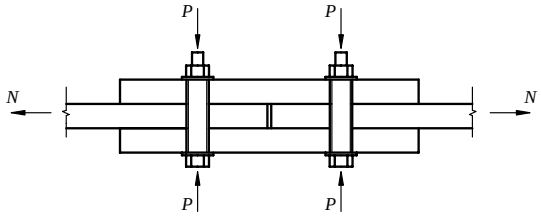



图 20-39 高强度螺栓连接中的内力传递

## 2）单个摩擦型连接高强度螺栓的抗拉容许承载力计算

高强度螺栓摩擦型连接是靠预拉力使被连接构件夹紧并在接触面产生摩擦力来传递内力的。试验证明，若在螺栓轴向施加外拉力$N_t$，当$N_t$＞0.9$P$时，螺栓可能屈服或连接出现松弛现象；当$N_t$＜0.9$P$时，不会出现上述现象，且在卸荷后螺栓的预拉力基本不变。由于高强度螺栓连接受拉时，疲劳强度降低，为安全起见，桥梁结构中单个摩擦型连接高强度螺栓的抗拉容许承载力可取为：

$$[N_t^b]=0.6P \qquad (20.42)$$

## 3）单个摩擦型连接高强度螺栓同时承受剪力和抗拉时的容许承载力

当螺栓沿轴向施加有外拉力$N_t$时，构件接触面上的压紧力减小到$P$ - $N_t$。根据试验研究，此时接触面上的抗滑移系数$\mu$也随之降低。为计算简便，假定$\mu$值不变，而将螺栓所受外力加大（即进一步减小压紧力）来补偿$\mu$值不变所带来的误差。因此，高强度螺栓摩擦型连接同时承受剪力$N_v$和拉力$N_t$时，单个螺栓的容许承载力为：

$$[N_V^b]=\frac{1}{K}n_f\mu(P-1.4\ N_t) \qquad (20.43)$$

式中 $N_t$应满足$N_t \le 0.6P$；抗剪螺栓所受剪力$N_v$也应满足 $N \le [N_v^b]$。

## 4）摩擦型连接高强螺栓群承受轴心力作用时的计算

假设每个高强度螺栓受力相同，则连接所需的螺栓数目为：

$$n=\frac{N}{[N_v^b]} \qquad (20.44)$$

高强度螺栓摩擦型连接中构件净截面强度验算与普通螺栓连接稍有不同，可以认为高强度螺栓摩擦型连接传力所依靠的摩擦力均匀分布于螺孔四周，故在孔前接触面已传递一半的力（图 20-40）。因此，最外列螺栓处危险截面的净截面强度应按下式计算：

$$\sigma=\frac{N'}{A_n}\le f \qquad (20.45)$$

式中：

$N'=N$ （$1-0.5\frac{n_1}{n}$）；

$n_1$—计算截面(最外列螺栓处)的高强螺栓数目；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$n$—连接一侧的高强螺栓数目；

0.5—孔前传力系数。

对高强度螺栓摩擦型连接的构件，除按上式验算净截面强度外，尚应验算构件的毛截面强度。

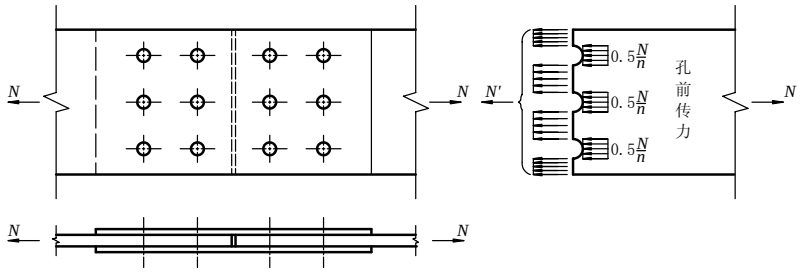



图 20-40 轴心力作用下的摩擦型高强度螺栓连接

### 5）摩擦型连接高强度螺栓群在扭力矩、剪力和轴力共同作用时的计算

这种受力情况和普通螺栓连接一样，故可用式（20.31）计算出最不利受剪螺栓所承受的合力，此合力应不大于摩擦型连接高强度螺栓抗剪容许承载力$[N_{\mathrm{v}}]$。

**例 20.7** 条件与**例** 20.6 相同，但改用 M20 高强度螺栓摩擦型连接，孔径为 22mm，构件接触面用钢丝刷清除浮锈，试验算连接是否满足设计要求。

**解：** 螺栓预拉力 P=155kN；按表 20-6，抗滑移系数 $\mu$=0.3；同例题 20.6，最不利螺栓受剪力 $N_1$=40.5kN。一个螺栓双摩擦面抗剪容许承载力为

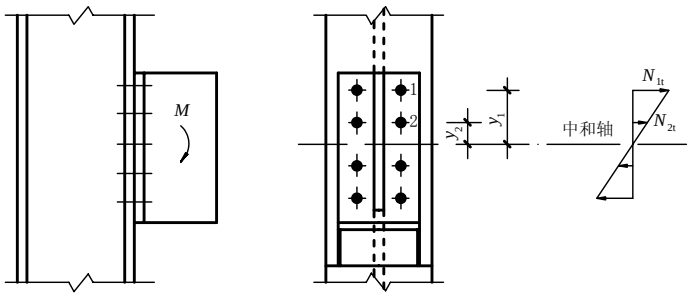
$$[N_{\mathrm{V}}^{\mathrm{b}}]=\frac{1}{k}n_{\mathrm{f}}\mu P=\frac{1}{1.7}\times 2\times 0.30\times 155000=54.706\mathrm{kN}>N_1=40.5\,\mathrm{kN}$$，满足要求。

考虑螺栓孔前传力时净截面应力将更低，由例题 20.5 的计算结果可知，钢板的净截面强度也能满足设计要求（计算从略）。

### 。6）摩擦型受拉连接高强度螺栓群的计算

高强度螺栓群承受螺栓轴向拉力作用时，和普通螺栓一样可用式（20.20）计算连接所需螺栓数目，只需将式中单个螺栓的容许承载力按 $N_{\mathrm{t}}^{\mathrm{b}}$=0.6P 替代。

在弯矩作用下，摩擦型连接高强度螺栓群的计算方法与普通螺栓稍有不同。高强度螺栓连接的特点是在弯矩 M 作用下，构件的接触面一直保持密合，其旋转中心始终与螺栓群的形心轴重合（图 20-41），故计算最不利螺栓群所受拉力仍可用式（20.34），只需将式中 $y_{\mathrm{i}}$ 取为各个螺栓群形心轴的距离。




（a） （b）

图 20-41 弯矩作用下的高强度螺栓连接

**例 20.8** 有一计算截面为－340mm×l2mm 的钢板，采用高强度螺栓和两块尺寸为 340mm×8mm 的连接板连接（图 20-42）。承受轴向拉力 *N*=420kN，钢材为 Q235 号钢，螺栓材料为 40 硼钢。试对该连接进行设计。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

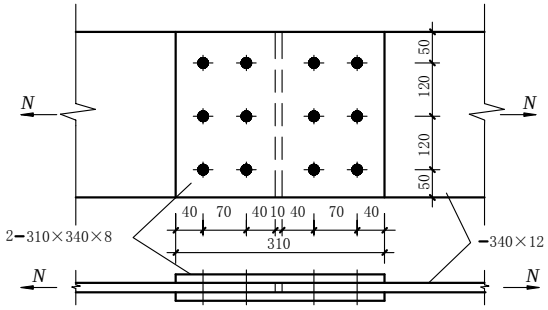



图 20-42 高强度螺栓连接

**解**：（1）高强度螺栓连接设计

选用螺栓的直径 $d=22$mm，孔径 $d_0=23$mm；钢板接触面采用喷砂后涂无机富锌漆，按表 20-6，$\mu$=0.35；按表 20-5，一个 M22 高强度螺栓的设计预拉力 P=190kN；摩擦面数 $n_f$ =2。

一个高强度螺栓的容许承载能力为

$$[N_v^b]=\frac{1}{K}n_f\mu P \quad =\frac{1}{1.7}\times 2\times 0.35\times 190000=78235\text{ N}$$

连接所需高强度螺栓数量为

$$n=\frac{N}{[N_v^b]}=\frac{420000}{78235}=5.4$$，采用 6 个。

在外力的作用方向，螺栓按最小间距 $3d$ 和最小端矩 $1.5d$ 排列，以减小连接板的长度，节省钢材。垂直于外力的作用方向，螺栓间距和边矩根据钢板宽度布置，螺栓排列如图 20-42 所示。

（2）钢板强度验算

按附表 4-1，Q235 钢的允许应力为[$\sigma$]=140MPa。因被连接板件承受拉力，钢板受螺栓孔削弱后的净截面面积为

$$A_n=1.2\times（34-3\times 2.3）=32.5\text{cm}^2=3250\text{mm}^2$$

$$N'=N(1-0.5\frac{n_1}{n})=420000(1-0.5\times\frac{3}{6})=315000\text{N}$$

净截面强度 $$\sigma=\frac{N'}{A_n}=\frac{315000}{3250}=96.9\text{ MPa}<[\sigma]=140\text{MPa}$$，满足要求。

连接板的厚度之和大于主板的厚度，故不需验算连接板强度。

主板毛截面强度 $$\sigma=\frac{N}{A}=\frac{420000}{1.2\times 34\times 100}=103\text{ MPa}<[\sigma]=140\text{ MPa}$$，满足要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 21 章 钢桁架构件

## 21.1 概述

轴心受力构件是指轴心受拉构件和轴心受压构件。在钢结构中轴心受力构件的应用十分广泛，例如桁架、塔架和网架、网壳等杆件体系。较大跨径的公路钢桥，一般均采用钢桁架梁桥（图 21-1），尤其以下承式的为多。同时钢桁架也常用于悬索桥的加劲梁、斜拉桥的主梁、拱桥的拱肋等结构中。

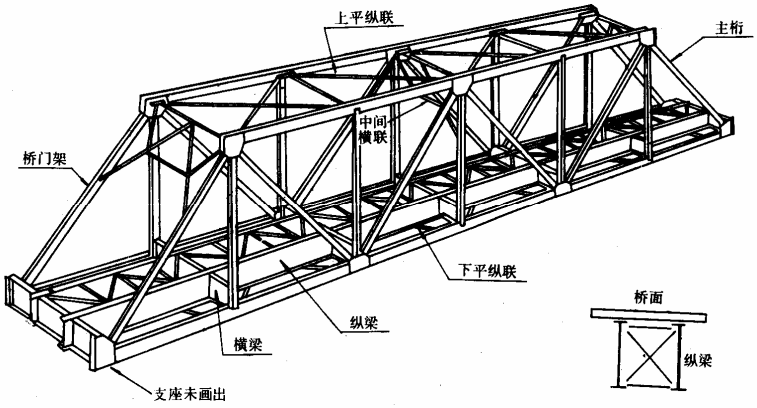



图 21-1 桁架桥的组成

### 21.1.1 钢桁架梁桥的组成

钢桁架简支梁桥由主桁架、桥面系、联结系等组成。主桁架是桁架梁桥的主要承重结构，它是由上、下弦杆和腹杆（包括斜腹杆和直腹杆）组成。各杆件交汇处为节点，用节点板连接，主桁架在荷载作用下受弯时，各杆件将受到轴向力的作用，但由于节点的刚性和杆件的自重作用，杆件中还存在弯矩作用，因此主桁架中各杆件均为偏心受力构件。

为了使桥跨结构形成空间几何不变的结构，并能承受各种横向荷载，桁架梁桥中必须设置纵向联结系。设在上弦杆平面的称为上部水平纵向联结系，设在下弦杆平面的称为下部水平纵向联结系。水平纵向联结系的作用，主要是承受作用于桥跨结构的横向水平荷载，包括作用于主桁架、桥面系和车辆上的横向风力、车辆的摇摆力和曲线梁桥上的离心力。纵向水平联结系的另一种作用是在横向支撑弦杆，减小弦杆在主桁架平面外的计算长度，当弦杆是受压杆时，还可以防止弦杆在主桁架平面外失稳。

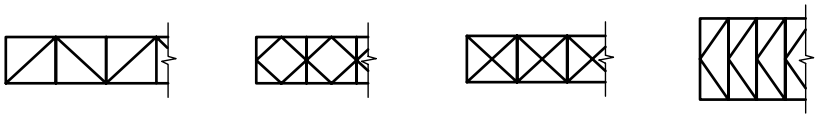



图 21-2 纵向连接系的形式

纵向联结系是由主桁架的弦杆及其间的水平腹杆所组成，常用的结构形式有：三角形体系、菱形体系、交叉式体系及 $k$ 式体系等（图 21-2）。有横撑的三角形腹杆体系（图 21-2a）在横向风力作用下使弦杆受到弯曲，计算长度很大，但构造简单，适合于小桥。菱形体系（图 21-2）虽是几何可变体系，但由于腹杆位于弦杆之间，不需增加附加杆件，其斜杆的中点固结在刚度较大的横向联结系上，计算长度减少一半，可用于简支桁架梁桥的上部水平纵向联结系。交叉式体系（图 21-2c），由于与弦杆联结的节点相同，使得弦杆的变形均匀，不会发生弯曲，因此，铁路桁架梁桥的标准图中均采用此形式。$k$ 形体系（图 21-2d），在竖向荷载作用时弦杆变形所引起腹杆附加力很小，使弦杆的变形比较均匀，其计算长度又比较小，一般适用于宽度较大的梁桥中。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 21.1.2 主桁架杆件的截面型式

钢桁架桥的杆件截面分为单壁式和双壁式两种。其中单壁式截面只能用于内力较小的轻型桁架或次要杆件上。主桁架为重型桁架，杆件截面较大，故一般采用双肢截面。杆件的截面面积主要集中于两个平行的竖肢上。节点处用双节点板可以布置较多的连接螺栓，而且在垂直于桁架平面有较大的刚度。

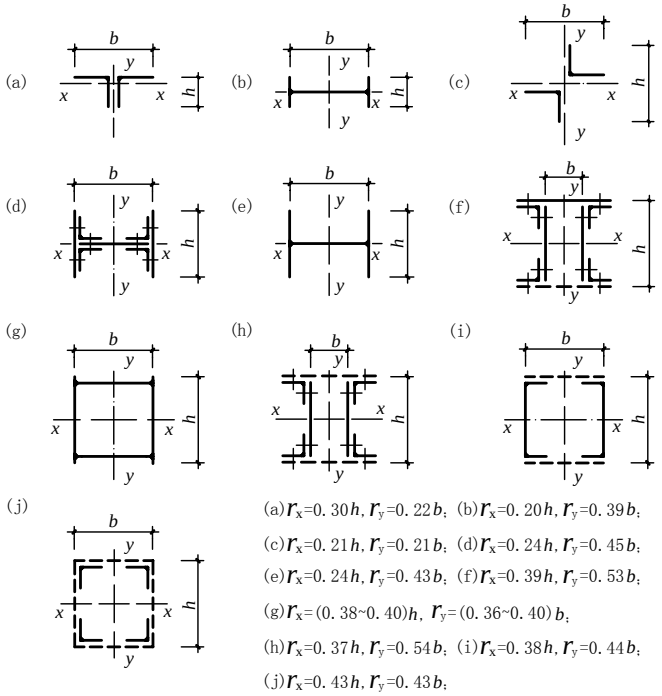



图 21-3 构件的截面型式

双壁式截面主要有 H 形截面和箱形截面两种（图 21-3）。焊接杆件均由钢板焊接而成，螺栓连接和铆钉连接杆件截面由角钢和钢板组成。H 形截面是由两块翼缘板和一块腹板组合而成。该截面的优点是构造简单，组合焊缝不用开设坡口，便于采用自动焊，校正焊接变形较容易，采用螺栓连接或铆钉接连时施工也较方便。H 形截面的主要缺点是截面绕 $x$ 轴的刚度较小，用作压杆时不太经济。因此，对内力不很大的杆件和长度不太大的压杆，采用 H 型截面比较适宜。我国现有钢桁梁桥中 H 形截面应用较为普遍。

箱形截面由两块翼缘板和两个腹板组成。由于箱形截面对两个主轴的回转半径相近，因此，它在承受纵向压力方面比 H 形截面要好。箱形截面通常用于内力较大和长度较大的压杆及拉-压杆件，为了保证翼缘板和腹板的局部稳定，箱内应设置间距不大于 3m 的横隔板，靠近杆件端部应设横隔板。箱形截面在力学性能上较 H 形截面好，但箱形截面的焊接、矫正焊接变形及安装等都比 H 形截面复杂。

在确定桁架杆件的截面尺寸时，必须保证使杆件的长细比不超过规范的规定，过分柔细的杆件在运输和拼装时容易弯曲，当有活荷载在桥上通过时也将产生很大的振动，因此，《公路桥规（1986）》规定了轴心受压杆件的容许最大长细比[$\lambda$]：主桁架的受压弦杆或受压－拉腹杆[$\lambda$]=100；联结系的受压或受压－拉构件[$\lambda$]=130；中间横向联结系的受压或受压－拉杆件[$\lambda$]=150；组合压杆的斜缀条[$\lambda$]=180。

对于桁架杆件截面的高度和宽度，由于节点刚性的影响，随着截面高度的增大，杆件中的次应力将随着增大。因此桁架杆件在平面内的尺寸不宜做得大于 1/10 节间弦杆长度或 1/15 腹杆长度，宽度则应考虑到节点板的联结，所有杆件应采用同样宽度，并应满足节点螺栓或铆钉联结时所需工作的宽度。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

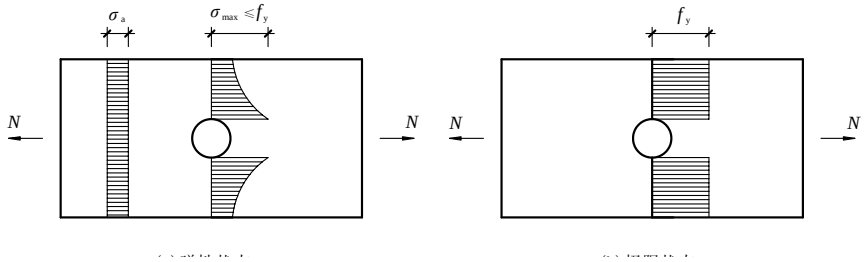
对于压杆中的钢板应有足够的稳定性，避免杆件中的部分板件发生翘曲而丧失局部稳定，对受压杆件中的单板或板束的宽度$b$与其厚度$t$的最大比值，应满足《公路桥规（1986）》的规定（附表4-10）。为了防止因钢材锈蚀和钢板、型钢的厚度可能有轧制负公差而影响结构物的安全，故对公路钢桥各构件所采用的型钢和钢板尺寸不宜太小或太薄。因此，《公路桥规（1986）》规定：钢板厚度（除次要构件、缀板和填板外）不得小于8mm，主梁单块节点板厚度和焊接钢梁腹板厚度不得小于10mm，填板厚度不得小于4mm，纵梁与横梁间及横梁与主梁间的连接角钢不得小于∠100×100×10，主梁、行车系、联结系、加劲角钢及隔板中的角钢都不得小于∠75×75×8，缀条角钢不小于∠45×45×5。

## 21.2 实腹式轴心受拉构件

轴心受拉构件没有整体稳定和局部稳定问题，设计时只从强度和刚度两方面进行考虑，其极限承载力一般由强度控制。

### 21.2.1 受拉构件的截面选择

普通螺栓连接或铆钉连接的构件在受拉时，孔洞不但削弱了构件的截面积，而且在孔洞周围会出现局部应力峰值（图 21-4a）。不过当构件的应力逐步增大到钢材的屈服强度时，由于钢材的塑性性能，应力会自动调整均匀（图 21-4b）。用高强螺栓连接的构件在受力时，螺栓孔附近一般不存在局部应力峰值现象。因此，不论是螺栓连接或铆钉连接构件，在计算时都可按内力均匀分布在构件的净截面上进行计算。




（a）弹性状态应力　　（b）极限状态应力

图 21-4 孔洞处截面应力分布

若已知构件所受的轴心拉力$N$和钢材的容许应力$[\sigma]$，则可按下面的应力计算公式求得需要的净截面积：

$$A_j = \frac{N}{[\sigma]} \tag{21.1}$$

构件的全截面积$A_m$，由净截面积$A_j$增加 10%～15%而得到，即

$$A_m = （1.10～1.15） A_j \tag{21.2}$$

根据计算求得的所需的全截面积，并考虑构件在整个结构物中的连接情况。就可选择适当的截面型式和尺寸。

### 21.2.2 强度验算

截面型式和尺寸选定后，经过铆钉或螺栓的设计计算，考虑铆钉或螺栓的截面削弱，即可求得构件的实际净截面积$A_j$，并用下式验算其强度：

$$\sigma = \frac{N}{A_j} \leq [\sigma] \tag{21.3}$$

式中：



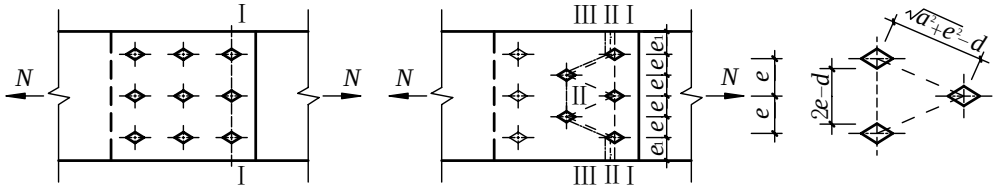
公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$N$ —构件的计算轴心拉力；

$A_j$ —构件的净截面积：

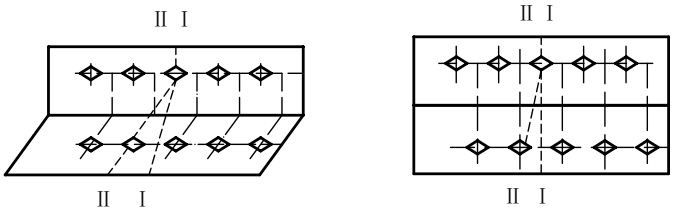
$[\sigma]$—钢材的基本容许应力；当构件承受动力荷载作用时，则计算应力$\sigma$不得超过容许疲劳应力$[\sigma_n]$。

在螺栓或铆钉并列布置的连接中（图 21-5a），构件在第一排钉栓孔处的净截面最危险，此处计算净截面积为 $A_j = A_m - n_1 dt$ ，式中 $n_1$ 为第一排的栓钉数，$d$ 为孔的直径，$t$ 为板的厚度。在螺栓或铆钉错列布置的连接中（图 21-5b），构件有可能沿正交截面Ⅰ-Ⅰ破坏，也有可能沿齿形截面Ⅱ-Ⅱ或Ⅲ-Ⅲ截面破坏，取三者中净截面积较小者进行计算。




（a） （b）

图 21-5 净截面面积的计算




（a） （b）

图 21-6 角钢的净截面面积计算

按正交截面破坏时净截面积为： $A_{jI} = t[2e_1 + 2(n_1 - 1)e - n_1 d]$

按齿形截面破坏时，其净截面积为： $A_{jII} = t[2e_1 + (n_2 - 1)\sqrt{a^2 + e^2} - n_2 d]$

$n_2$ 为齿形截面上的栓钉数。根据 $A_{jI} \geq A_{jII}$ 的条件，不难从上面两个公式得出，齿形截面的净截面积比正交截面净截面积小的条件是 $\sqrt{a^2 + e^2} \leq e + \frac{d}{2}$，这要在 $a$ 值相当小时才有可能，而实际上 $a$ 值往往较大（需满足构造要求），因此，齿形截面通常不起控制作用。但是在角钢或槽钢的净截面计算中，则往往由齿形截面控制。因为角钢的两肢上常常各有一条栓钉线，为了使净截面积尽可能大些，并避免在拧螺栓或施铆时互相干扰，两肢上的栓钉孔位置应错开布置而不在同一正交截面上（图 21-6）。计算净截面面积时，可想象将角钢展开成宽度等于角钢两肢宽之和（图 21-6 b），厚度等于角钢肢厚的板状，故可看出沿截面Ⅱ-Ⅱ破坏的可能性较大。

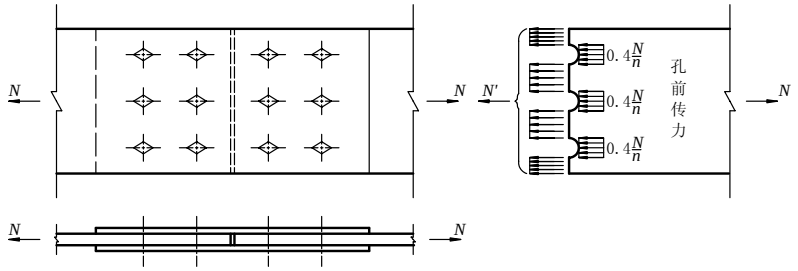



图27-7 轴心力作用下的摩擦型高强螺栓连接

对于摩擦型高强螺栓连接的轴心受拉构件，验算净截面强度时，允许考虑部分拉力在第一排孔线之前已通过摩擦传递（图 21-7）。从轴心拉力 $N$ 中扣除已被传走的拉力，则拉杆的强度验算公式为

$$\sigma = \frac{N'}{A_j} \leq [\sigma] \qquad (21.4)$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中：

$N^{'}=N(1-0.4n_1/n)$；

$n$—传递轴心拉力 $N$ 的高强螺栓总数 ；

$n_1$—第一排高强螺栓的数目。

根据试验，孔前传力系数偏安全地采用 0.4，在取用孔前传力系数时已考虑到螺栓孔周围的摩擦面可能有局部凹凸不平，以及拉杆断裂时可能不是沿通过栓孔中心的截面等不利因素。《公路桥规（1986）》还规定，除进行上述验算外，还要按全部拉力 $N$ 验算构件的全截面强度，即

$$\sigma=\frac{N}{A_m}\le[\sigma]$$

## 21.2.3 刚度验算

过分细长的构件在制造、运输和安装过程中容易因自重和偶然的碰撞而发生弯曲和变形，同时在活载作用下会发生强烈的振颤，从而降低了结构物的使用寿命。在理论上对轴心受拉构件的刚度不直接进行计算，而是根据构件的重要性、是否直接承受动力荷载以及动力荷载影响的程度等，采用限制拉杆长细比的办法来保证构件的刚度，《公路桥规（1986）》规定了拉杆容许最大长细比的值。

刚度验算公式为：

$$\lambda=\frac{l_0}{r}\le[\lambda] \qquad (21.5)$$

式中：

$l_0$—杆件的计算长度，对于受拉杆件一般均取杆件的几何长度，即杆端节点之间的距离；

$r$—杆件全截面的回转半径；

$\lambda$—杆件的计算长细比；

$[\lambda]$—容许长细比，见附表 4-7。

**例 21.1** 钢桁架桥主桁架的斜腹杆受到变化的轴向力 $N$ =436.5kN（拉）、2030kN（拉）作用。拟采用焊接 H 形截面，钢材采用 16Mn 钢，宽度 $b$ 要求为 460mm。斜腹杆计算长度 $l_{0x}$ =10.88m，$l_{0y}$ =13.6m。斜腹杆与节点板用直径 $d$ =22mm 的高强螺栓连接，栓孔直径 $d_0$ =23mm，试进行斜腹杆截面设计。

**解**：由于斜腹杆受到变化的轴向力作用，且与节点板采用高强螺栓连接，故截面设计要参考疲劳容许应力。

1）确定斜杆截面尺寸

⑴疲劳容许应力$[\sigma_n]$

应力循环特征系数 $\rho$

$$\rho=\frac{N_{min}}{N_{max}}=\frac{436.5}{2030}=0.215$$

查附表 4-4，得容许应力类别为“3.2”，再查附表 4-3，得疲劳容许应力的计算式：

$$[\sigma_n]=\frac{165}{1-0.6\rho}=\frac{165}{1-0.6\times0.215}=189.4\ \text{MPa}<[\sigma]=200\ \text{MPa}$$

⑵ 需要的截面积 $A_m$

$$A_j\ge\frac{N_{max}}{[\sigma_n]}=\frac{2030\times10^3}{189.4}=10718.06\ \text{mm}^2$$

$$A_m=1.15\ A_j=12325.77\ \text{mm}^2$$

⑶确定截面尺寸

根据《公路桥规（1986）》规定，钢板的最小厚度为 8mm，现选用腹板厚度 $t_w$ =10mm，而翼缘板厚度 $t_f$ =12mm。

腹板的宽度为

$$b_w=b-2t_f=460-2\times12=436\ \text{mm}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

现取翼缘板宽度 $h$=440mm，则实际的 H 形截面毛截面面积为

$A_{\mathrm{m}}=b_{\mathrm{w}}t_{\mathrm{w}}+2ht_{\mathrm{f}}=436\times10+2\times440\times12=14920\mathrm{mm}^2>12325.77\mathrm{mm}^2$

按高强螺栓布置的要求，沿一块翼缘板宽度上可布置 4 排高强螺栓，孔径 $d_0=23\mathrm{mm}$，则实际净截面面积为：

$$A_{\mathrm{j}}=A_{\mathrm{m}}-2(4\times23\times12)=14920-2208=12712\mathrm{mm}^2>10718.06\mathrm{mm}^2$$

经过高强螺栓连接的计算，每块翼缘板上采用 28 个螺栓并列布置，具体布置位置如图 21-8 所示。

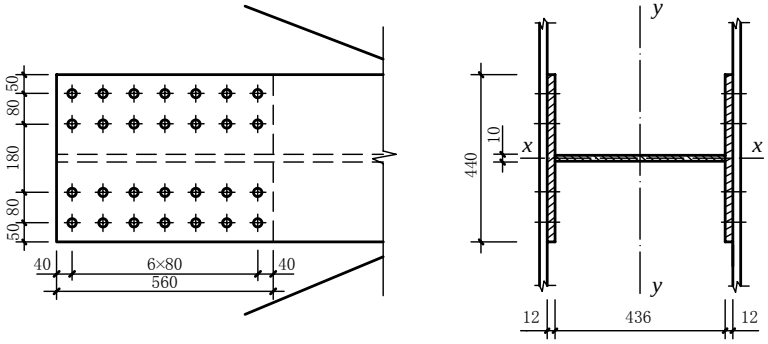



图 21-8 高强螺栓的布置

2）验算

⑴ 强度验算

斜腹杆截面计算应力为

$$\sigma=\frac{N_{\max}}{A_{\mathrm{j}}}=\frac{2030\times10^3}{12712}=159.69\ \mathrm{MPa}<[\sigma_{\mathrm{n}}]=189.4\ \mathrm{MPa}$$

⑵ 刚度验算

斜杆绕截面 $x$ 轴和 $y$ 轴的惯性矩为

$$I_{\mathrm{x}}=2\times\left(\frac{1}{12}\times12\times440^3\right)=170.368\times10^6\mathrm{mm}^4$$

$$I_{\mathrm{y}}=\frac{1}{12}\times10\times436^3+2\times(440\times12\times224^2)=333.997\times10^6\mathrm{mm}^4$$

相应的回转半径分别为

$$r_{\mathrm{x}}=\sqrt{\frac{I_{\mathrm{x}}}{A_{\mathrm{m}}}}=\sqrt{\frac{170.368\times10^6}{14920}}=106.86\mathrm{mm}$$

$$r_{\mathrm{y}}=\sqrt{\frac{I_{\mathrm{y}}}{A_{\mathrm{m}}}}=\sqrt{\frac{333.997\times10^6}{14920}}=149.62\mathrm{mm}$$

相应的长细比为

$$\lambda_{\mathrm{x}}=\frac{l_{\mathrm{ox}}}{r_{\mathrm{x}}}=\frac{10.88\times10^3}{106.86}=101.8<[\lambda]=180$$

$$\lambda_{\mathrm{y}}=\frac{l_{\mathrm{oy}}}{r_{\mathrm{y}}}=\frac{13.6\times10^3}{149.62}=90.9<[\lambda]=180$$

验算结果证明，斜腹杆的设计满足强度和刚度要求。

## 21.3 实腹式轴心受压构件

实腹式轴心受压构件的受力性能与受拉构件不同。除了尺寸较短且局部有孔洞削弱的构件，净截面的平均应力有可能达到屈服强度而需要按式（21.3）计算它的强度外，一般轴心受压构件的承载能力是由稳定条件决定。它应满足整体稳定和局部稳定的要求，其中整体稳定往往是决定性的因

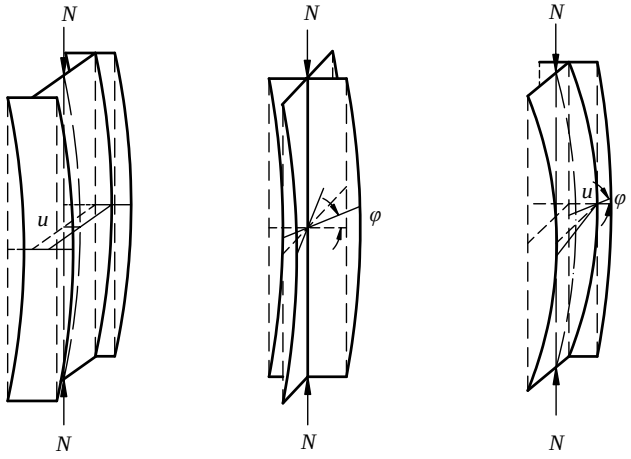


公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

素。

## 21.3.1 轴心受压构件的整体稳定

无缺陷的轴心受压构件，当轴心压力 $N$ 较小时，构件只产生轴向压缩变形，保持直线平衡状态。此时如有干扰力使构件产生微小弯曲，则当干扰力移去后，构件将恢复到原来的直线平衡状态，这种直线平衡状态下构件的外力和内力间的平衡是稳定的。当轴心压力 $N$ 逐渐增加到一定大小，如有干扰力使构件发生微弯，但当干扰力移去后，构件仍保持微弯状态而不能恢复到原来的直线平衡状态，这种从直线平衡状态过渡到微弯曲平衡状态的现象称为平衡状态的分枝，此时构件的外力和内力间的平衡是随遇的，称为随遇平衡或中性平衡。如轴心压力 $N$ 再稍微增加，则弯曲变形迅速增大而使构件丧失承载能力，这种现象称为构件的弯曲屈曲或弯曲失稳（图 21-9 a）。中性平衡是从稳定平衡过渡到不稳定平衡的临界状态，中性平衡时的轴心压力称为临界力 $N_{cr}$，相应的截面应力称为临界应力 $\sigma_{cr}$；$\sigma_{cr}$ 常低于钢材屈服应力 $f_y$，即构件在到达强度极限状态前就会丧失整体稳定。无缺陷的轴心受压构件发生弯曲屈曲时，构件的变形发生了性质上的变化，即构件由直线形式改变为弯曲形式，且这种变化带有突然性。结构丧失稳定时，平衡形式发生改变，就称为丧失了第一类稳定性或称为平衡分支失稳。除丧失第一类稳定性外，还有第二类稳定性问题。丧失第二类稳定性的特征是结构丧失稳定时其弯曲平衡形式不发生改变，只是由于结构原来的弯曲变形增大将不能正常工作。丧失第二类稳定性也称为极值点失稳。




（a）弯曲失稳　　（b）扭转失稳　　（c）弯扭失稳

图 21-9 轴心压杆的屈曲形式

对某些抗扭刚度较差的轴心受压构件（如十字形截面），当轴心压力 $N$ 达到临界值时，稳定平衡状态不再保持而发生微扭转。当 $N$ 再稍微增加，则扭转变形迅速增大而使构件丧失承载能力，这种现象称为扭转屈曲或扭转失稳（图 21-9 b）。

截面为单轴对称（如 T 形截面）的轴心受压构件绕对称轴失稳时，由于截面形心与截面剪切中心（或称扭转中心与弯曲中心，即构件弯曲时截面剪应力合力作用点通过的位置）不重合，在发生弯曲变形的同时必然伴随有扭转变形，故称为弯扭屈曲或弯扭失稳 （图 21-9 c）。同理，截面没有对称轴的轴心受压构件，其屈曲形态也属弯扭屈曲。

钢结构中常用截面的轴心受压构件，由于其板件较厚，构件的抗扭刚度也相对较大，失稳时主要发生弯曲屈曲；单轴对称截面的构件绕对称轴弯扭屈曲时，当采用考虑扭转效应的换算长细比后，也可按弯曲屈曲计算。因此弯曲屈曲是确定轴心受压构件稳定承载力的主要依据，本节将主要讨论弯曲屈曲问题。

### 1）整体稳定的计算

轴心受压构件整体稳定的计算公式为：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma = \frac{N}{A_m} \le \varphi_1[\sigma] \tag{21.6}$$

式中：

$N$ —计算轴向压力；

$A_m$ —构件的毛截面积；

$\varphi_1$—轴心受压构件的纵向弯曲系数，根据构件的最大长细比查附表 4-9。

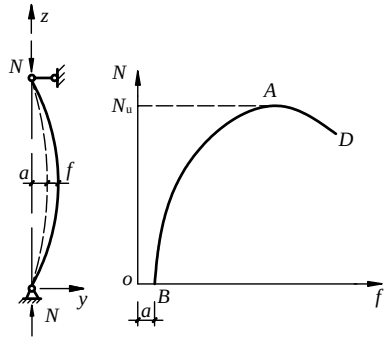
确定轴心受压构件的纵向弯曲系数 $\varphi_1$ 的理论主要有三种，现以两端铰接的杆件为例进行说明。

（1）压溃理论：以有缺陷（初弯曲及初偏心所形成的几何缺陷及残余应力）的实用钢压杆为分析对象，其荷载与杆中挠度的关系曲线的顶点所表示的最大荷载称为压溃荷载，并用以表征压杆的承载力。

（2）压屈理论：以没有几何缺陷的理想直杆为分析对象，将其开始以微屈形状平衡所承受的轴向荷载称为压屈荷载，并用这一荷载表示压杆的承载力。

（3）纤维屈曲理论：以有明显屈服点的材料所制成的有几何缺陷但没有残余应力的杆件为分析对象，将最大纤维应力刚达到屈服点时的轴向荷载取为表征杆件承载力的一种指标。

下面用两端铰支压杆（图 21-10a）来说明整体稳定。理想的轴心受压构件实际上是不存在的，由于各种偶然因素必然造成某种初始的偏心距 $a$ 及初弯曲。加载后由于初始偏心距将产生附加弯矩，而这个弯矩产生的挠度又加大了原来的初始偏心距。显然，初偏心越大附加弯矩也越大，外力 $N$ 越大则附加弯矩也越大。当初始偏心距为某一确定值 $a$ 时，$N-f$ 关系曲线如图 21-10b 中的曲线 $BAD$ 所示。当 $N$ 值较小时，$f$ 值也很小，当 $N$ 值接近 $N_u$ 时，$f$ 值便迅速增大。$A$ 点是 $N-f$ 曲线的最高点，与该点相应的外力为 $N_u$。从稳定理论中的压溃理论出发，$N_u$ 为压杆的压溃荷载。压溃理论认为，该曲线的 $BA$ 是上升段，杆件处于稳定的平衡状态。曲线的 $AD$ 段是下降段，杆件是处在不稳定平衡状态。因为如果压杆因干扰而使变形加大，则只有在迅速地减小 $N$ 的情况下，才能保持平衡，否则杆件将由于干扰而使弯矩加大，并大于其承载能力而破坏。因此，压溃荷载既代表杆件的最大承载力，又标志着从稳定平衡转向不稳定平衡，故不稳定是一种极限状态。为了不出现这种极限状态，以压溃荷载为标准，采用一般的安全系数，确定出压杆的容许压应力是合理的。




（a）　　（b）

图 21-10 压溃理论的受力图式

上述压溃荷载就是构件的临界荷载 $N_u$，其相应的临界应力为 $\sigma_{cr} = N_u / A_m$。$N_u$ 和 $\sigma_{cr}$ 可以根据杆件的平衡条件、几何条件以及稳定条件求得。当初弯曲、初偏心和残余应力等值确定后，就可针对常用的 H 形截面，取不同的长细比 $\lambda$ 值，找到其相应的 $N-f$ 和 $N-\lambda$ 曲线。曲线的顶点 $N$ 值就是与其所取 $\lambda$ 值相对应的临界荷载 $N_u$。因此，$\sigma_{cr} = N_u / A_m$ 与杆件的长细比 $\lambda$ 有关，$\lambda$ 愈大，$\sigma_{cr}$ 就愈小。求得 $\sigma_{cr}$ 以后，其整体稳定可按下式验算：

$$\sigma = \frac{N_u}{A_m} \le \frac{\sigma_{cr}}{k} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_s} \cdot \frac{\sigma_s}{k} = \varphi_1[\sigma] \tag{21.7}$$

《公路桥规（1986）》中 Q235 钢和 16Mn 钢轴心受压构件的纵向弯曲系数 $\varphi_1$ 值就是根据压溃理论确定的（附表 4-9）。由此可以得到轴心受压构件的整体稳定性验算公式（21.6）。

压溃理论在理论上虽然比压屈理论合理，但仍存在许多不完善之处。例如对非 H 形截面的工作情况，对残余应力的正确选定，初弯曲和初偏心值的资料积累等还都有待进一步研究。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

### 2）杆件的计算长度

压杆的长细比 $\lambda = l_0 / r$，其中 $r$ 为截面回转半径，$r = I / A_m$，取各个方向的最小值。$l_0$ 为压杆的计算长度。受压构件的计算长度 $l_0$ 按《公路桥规（1986）》确定为：

⑴ 弦杆在主桁平面内的计算长度

在计算受压弦杆的稳定时，假定：①略去腹杆对弦杆的约束影响；②假定相邻的受压弦杆和验算的受压弦杆同时达到压溃临界状态。这样，在桁架平面内就可把弦杆的两端视为支承在不沉陷的支座上，并在支座上可以自由转动。这种弦杆在桁架平面内的稳定，实际上与各弦杆在节点处互相铰接的情况相同，因此其计算长度可取其几何长度。

⑵ 腹杆在桁架平面内的计算长度

由于节点板的刚性及弦杆对腹杆的约束作用，腹杆在桁架平面内的计算长度一般小于其几何长度，中间腹杆采用 $0.8l_0$（$l_0$ 为杆件的几何长度）；端部斜腹杆及端部直腹杆由于仅一端与受拉弦杆相连接，且当弦杆压力较大时，对端部斜腹杆的约束作用较小，因此其计算长度取 $0.9l_0$。

⑶ 相交或交叉腹杆在主桁平面内的计算长度

多根腹杆交在一起时，由于其相交的情况不同，对所计算腹杆的计算长度的影响也不相同。当腹杆一端与弦杆铰接，另一端与受拉弦杆刚接并在中部与一腹杆相交时，受拉弦杆对该腹杆所起的约束作用并不大，因此，该腹杆计算长度是按相交点至杆端较长段取值。

⑷ 弦杆与腹杆在桁架平面外的计算长度

当杆件两端在桁架平面外均设有刚度足够的支撑系，并略去与其相连的其它杆件（包括节点板）的约束影响时，两端可看作是铰接，其计算长度可采用几何长度。

⑸ 交叉腹杆在桁架平面外的计算长度

压杆与拉杆相交，当拉杆应力较小，则压杆在丧失稳定时比相交腹杆应力为零的情况好。因此在这种情况下，该受压腹杆可偏安全地视作两端铰接、中间具有一个拉力为零的交叉杆作弹性支承考虑其稳定条件，据此可推求其计算长度的折减系数。

当交叉腹杆的惯性矩及几何长度相同时，无论是具有一处或两处交叉的受压腹杆，如果相交各杆件都是贯通的（即断面不变），则它在桁架平面外的计算长度折减系数均为 0.7 左右。但若在交点处各杆件不贯通或不采用全断面连接，则受压腹杆的计算长度将有可能大于《公路桥规（1986）》规定的计算长度。

在实际设计工作中，常根据各种构件的具体情况，采用经验数据来确定压杆的计算长度。对于桁架各受压构件的计算长度按附表 4-8 取用。

## 21.3.2 轴心受压构件的局部稳定

压杆通常由较薄的钢板和型钢组成，在轴心压力作用下，有可能在压杆丧失整体稳定以前，压杆中某一薄而宽的板件在压力达到一定值时，不能再继续保持平面平衡状态而发生局部翘曲，构件的部分板件发生翘曲的这种现象，称为压杆局部失稳。压杆板件的局部失稳会降低压杆的承载能力，导致压杆提前破坏。为此在设计压杆时要求压杆各板件的临界应力值均不应小于整个杆件整体失稳时的临界应力值。

为了在设计中使用方便，针对桥梁中最常用的 H 形和箱形截面构件，进行了局部稳定试验，直接确定受压构件中的单板或板束的宽度 $b$ 与其厚度 $t$ 的最大比值。只要压杆板件的宽厚比不超过容许的比值，就可保证压杆在整体失稳之前不致出现局部失稳现象。因此，验算压杆板件的局部稳定公式为：

$$\frac{b}{t} \le \left[\frac{b}{t}\right] \qquad (21.8)$$

式中：

$b$ 和 $t$ —分别为板件的宽度和厚度（图 21-11）；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$\left[\frac{b}{t}\right]$—容许的板件宽厚比，其规定见附表 4-10。

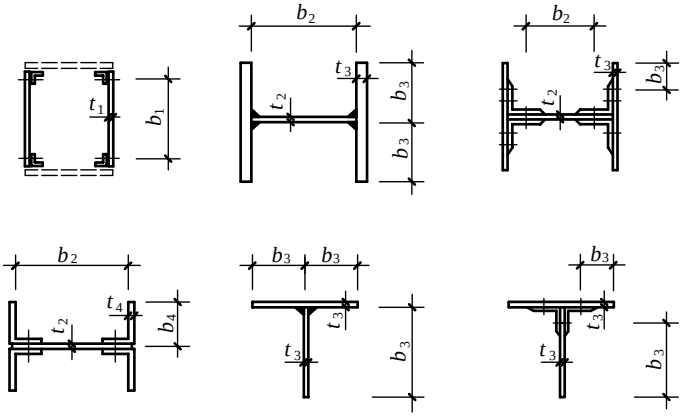



图 21-11 组合压杆中单板（或板束）布置简图

（图中$b_1$、$t_1$、$b_2$、$t_2$、$b_3$、$t_3$、$b_4$、$t_4$分别表示附表 4-10 中序号 1、2、3、4 项中的$b$及$t$。）

## 21.3.3 刚度验算

压杆与受拉构件一样，会因一些意外的外力作用而发生弯曲变形，例如由于自重而发生挠曲，在活载作用下发生颤振，在运输及安装过程中因偶尔碰撞而发生弯曲变形等。因此，压杆必须具有足够的刚度，对压杆来说，弯曲变形的影响远比拉杆的影响大，由于弯曲变形，会使压杆的临界力减小，从而提早失去稳定性，故对压杆的刚度要求应比拉杆更高。压杆的长细比应不超过容许最大长细比，即：

$$\lambda=\frac{l_0}{r}\le[\lambda] \tag{21.5}$$

轴心受压构件的容许最大长细比$[\lambda]$按附表 4-7 取用。

## 21.3.4 轴心受压构件的截面设计

轴心受压构件的截面设计是在已知构件的计算长度$l_0$、轴心压力$N$和钢材标号的情况下，确定构件的截面型式和尺寸。

从构件的整体稳定和刚度要求出发，截面的外形轮廓尺寸要大，宜选用宽度大、厚度小的钢板和型钢，以使截面回转半径加大，从而减小构件的长细比。但从构件局部稳定的要求出发，则又宜选用厚度大而宽度小的钢板，以减小构件的宽厚比。在压杆的整体稳定、局部稳定和刚度三者中，对压杆的承载能力起控制作用的，在大多数情况下是构件的整体稳定性。局部稳定通过在选择截面时满足板件宽厚比的构造要求得到保证。所以在设计时可先根据整体稳定的要求来选择截面的型式和尺寸，然后验算局部稳定和刚度。

在压杆整体稳定性的计算公式$\frac{N}{A_m}\le\varphi_1[\sigma]$中，轴向压力$N$和钢板的容许应力$[\sigma]$已知，纵向弯曲系数$\varphi_1$与压杆的长细比$\lambda$有关，而$\lambda$又与截面的回转半径$r$有关，因此，在截面尺寸未确定之前，$A_m$和$\varphi_1$均为未知数。常用的方法是先假定一个长细比$\lambda$值，查表得到$\varphi_1$，由公式计算得到$A_m$，试选截面，然后再进行验算，其设计步骤如下：

（1）根据整个结构的要求选定构件的截面型式并假定$\lambda$值。根据构件的重要性，假定的$\lambda$应小于容许最大长细比$[\lambda]$。对于桥梁的上弦杆一般可取$\lambda$=80～100 开始计算；

（2）根据假定的$\lambda$值由附表 4-9 中查得$\varphi_1$值，再根据压杆整体稳定公式计算所需的毛截面面积$A_m=N/\varphi_1[\sigma]$；

（3）利用假定的$\lambda$值和已知的杆件计算长度$l_0$值，计算出所需要的截面回转半径$r=l_0/\lambda$；

（4）根据选定的截面型式和计算得到的$r$值，拟定截面高度$h$和宽度$b$。即$h=r_x/\alpha_1$和



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$b = r_y / \alpha_2$，图 21-3 中所列的几种常用构件截面型式的关系式，可供参考；

（5）根据初步计算出的截面面积 $A_m$ 和截面的轮廓尺寸 $h$ 及 $b$ 值，进行截面设计。此时腹板和翼缘板的厚度 $t$ 主要由板的局部稳定来确定。

所选用的型钢和钢板的尺寸要符合现有的产品规格。对于 H 形和 I 字形截面的受压构件，为了保证受力较大的两块翼缘板的整体作用，腹板的厚度不宜过薄。《公路桥规（1986）》中根据翼缘板与腹板临界压应力相等的条件作了如下规定：铆接 H 形构件腹板厚度应不小于翼缘板厚度的 0.4 倍；在焊接的 H 形构件中，当翼缘板厚度等于或大于 24mm 时，腹板厚度应不小于翼缘板厚度的 0.5 倍；当翼缘板厚度小于 24mm 时，腹板厚度应不小于翼缘板厚度的 0.6 倍。在选择 H 形截面尺寸时，应结合此项规定加以考虑；

（6）按选定的构件截面尺寸计算实际的 $A_m$、$\lambda_{max}$ 和 $\varphi_{min}$，并验算构件的整体稳定性和刚度；

（7）验算结果，如果压杆的应力 $\sigma = N / A_m$ 与压杆的容许应力 $\varphi_1[\sigma]$ 较接近，误差在±5％以内，同时满足 $\frac{b}{t} \le [\frac{b}{t}]$，　≤[λ],则认为所选定的尺寸是合理的；否则，则应修改截面尺寸重新验算，直到满足要求为止。

**例 21.2** 有一钢桁架的上弦杆，承受轴向压力 $N$ =4170kN，杆长 $l$ =8m，焊接 H 形截面，钢材采用 16Mn 钢，容许最大长细比[$\lambda$]=100。该桁架的横向联结系间距等于桁架节间长度 $l$。试设计该弦杆。

**解**：（1）初选截面尺寸

设选用的钢板厚度在 17～25mm 之间，由附表 4-1 可知[$\sigma$]=200MPa

假定 $\lambda$ =60，由附表 4-9 查得 $\varphi_1$ =0.705，则所需的弦杆截面积为

$$A_m = \frac{N}{\varphi_1[\sigma]} = \frac{4170 \times 10^3}{0.705 \times 200} = 29574.47\ 7\text{mm}^2 = 295.7\ \text{cm}^2$$

由已知条件查附表 4-8 得弦杆的计算长度 $l_0$ =800cm

则所需截面回转半径 $r_x = r_y = \frac{l_0}{\lambda} = \frac{800}{60}$ =13.3cm

由图 21-3e 可得 $r_x$ =0.24$h$，$r_y$ =0.43$b$　则有

$$h = \frac{13.3}{0.24} = 55.4\text{cm}$$

$$b = \frac{13.3}{0.43} = 30.9\text{cm}$$

选翼缘板宽度为 $h$ =54cm，则翼缘板厚度可按附表 4-10 的规定估算，得 $\frac{b_3}{t_3} \leqslant 12$，即：

$$t_f = \frac{h}{2 \times 12} = \frac{54}{24} = 2.25\text{cm}$$ 取 2.3cm

《公路桥规（1986）》规定：在焊接 H 形构件中，当翼缘板厚度小于 24mm 时，腹板厚度不应小于翼缘板厚度的 0.6 倍。故腹板厚度应为

$t_w \ge 0.6 \times 2.3 = 1.38$ m　　取 1.4 cm

从已知的所需截面积 $A_m$ 和两块翼缘板的面积，可计算腹板的宽度

$$b_w = \frac{A_m - 2ht}{t_w} = \frac{295.74 - 2 \times 54 \times 2.3}{1.4} = 33.8\text{cm}$$

取 36cm，故初步选定；翼缘板 2－54×2.3cm，腹板 1－36×1.4cm，实际面积为

$A_m = 2 \times 54 \times 2.3 + 36 \times 1.4 = 298.8\text{cm}^2$

如图 21-12 所示。实际的面积接近于所需要的面积。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

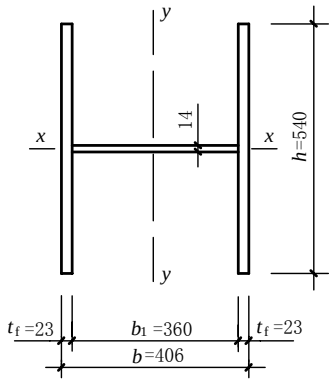



图 21-12 弦杆的截面尺寸

（2）总体稳定性验算

由图 21-12 知 $I_x < I_y$

$$I_x = 2\times\frac{1}{12}t_f h^3 = \frac{1}{6}\times 2.3\times 54^3 = 60361\text{cm}^4$$

$$r_{min} = r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_m}} = \sqrt{\frac{60361}{298.8}} = 14.2\text{ cm}$$

$$\lambda_{max} = \frac{l_0}{r_x} = \frac{800}{14.2} = 56.3$$

由附表 4-9 按 $\lambda$=56.3 查得 $\varphi_1$=0.731，则

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_1 A_m} = \frac{4170\times 10^3}{0.731\times 298.8\times 10^2} = 190.91\text{MPa} < [\sigma] = 200\text{MPa}$$

所选尺寸符合整体稳定性的要求。

（3）局部稳定性验算

翼缘板局部稳定性：

因 $\lambda$=56.3＜60，由附表 4-10 可知，$\frac{h/2}{t_f}$ 不能超过 12。令

$$\frac{h/2}{t_f} = \frac{54}{2\times 2.3} = 11.7 < 12$$

腹板局部稳定性：

因 $\lambda$=56.3＞50，由附表 4-10 可知，$\frac{b_w}{t_w}$ 不能超过 0.5$\lambda$＋5 或 45。而

$$\frac{b_w}{t_w} = \frac{36}{1.4} = 25.7 < 0.5\lambda + 5 = 0.5\times 56.3 + 5 = 33.15 < 45$$

故翼缘板和腹板的局部稳定性均满足要求。

（4）刚度验算

$$\lambda = 56.3 < [\lambda] = 100$$

## 21.4 格构式轴心受压构件

格构式构件是通过缀板或缀条把两个或四个分肢连结成整体，使各肢能够共同受力的构件（图 21-3c，h，i）。这种截面有两个主轴，与缀板或缀条平面平行的轴称为实轴，通常以 $x-x$ 轴表示；与缀板或缀条平面垂直的轴称为虚轴，一般以 $y-y$ 表示。与实腹式构件相比，这种构件可以调整两肢间的距离，使构件对两个主轴方向的稳定性接近相等，因此当构件的计算长度较大时，为减小其长细比可采用格构式截面较为合适。

对受力不大的轻型桁架中的压杆，可采用图 21-3a 所示的形式，由两个角钢组成的 T 形截面，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

两角钢之间夹以垫板并用铆钉或螺栓连接。对于这种构件，只要铆钉或螺栓之间的距离不超过 $40r$（$r$ 为一个角钢的回转半径），仍可按整体式构件进行计算。

对长细比较大而受力不大的压杆，可采用 4 根角钢组成的截面（图 21-3j），四周均以缀板或缀条相连接。这种压杆的截面积不大，但刚度较大。此时两主轴 $x-x$ 和 $y-y$ 皆为虚轴。

缀板与分肢之间的连接需要传递较大的弯矩，通常可按刚性连接来分析，缀条与分肢之间的连接则基本上只传递轴向力，通常按铰接来分析。因此缀条与分肢构成桁架体系，缀板与分肢则构成框架体系。

格构式轴心受压构件的设计与实腹式轴心受压构件相似，应考虑强度、刚度（长细比）、整体稳定和局部稳定（分肢的稳定和板件的稳定）几个方面的要求，但每个方面的计算都有其特点。此外，格构式轴心受压构件的设计还包括缀件的设计。

## 21.4.1 格构式轴心受压构件绕虚轴的整体稳定

格构式轴心受压构件的截面通常具有对称轴，当柱的分肢采用槽钢和工字钢时，构件整体失稳一般是绕截面主轴弯曲屈曲，不大可能发生扭转和弯扭屈曲。因此在设计这类构件的过程中，计算整体稳定时只需计算绕截面实轴和虚轴抵抗弯曲屈曲的能力。

格构式轴心受压构件绕实轴的弯曲屈曲情况与实腹式轴心受压构件没有区别，因此稳定计算也相同。格构式轴心受压构件绕虚轴弯曲屈曲时，连接两分肢的缀件的抗弯刚度比实腹实构件的腹板弱，考察构件微弯平衡状态时，除弯曲变形外，还需要考虑剪切变形的影响（在实腹式构件弯曲屈曲时，剪切变形影响很小，一般忽略不计），因此稳定承载力有所降低。由于剪力靠缀板或缀条承担，而缀板或缀条又比较单薄，杆件的剪力变形较大，因此剪力所造成的附加挠曲影响就不能忽略。这种影响与连缀系的间距、连缀系的形式和连缀杆件的大小等因素有关。在格构式压杆的具体设计中，对虚轴失稳的计算常以加大长细比的办法来考虑剪切变形的影响，加大后的长细比称为“换算长细比”。

### 1）格构式轴心受压构件的临界力原理

如图 21-13 所示长度为 $l_0$ 的两端铰接的理想格构式等截面直构件，当轴心压力 $N$ 达到临界值时，处于绕虚轴($x$ 轴)弯曲屈曲的微弯平衡状态。构件上任一点 C，总变形 $y$ 为弯曲变形 $y_1$ 与剪切变形 $y_2$ 之和，即 $y=y_1+y_2$。弯矩为 $M=Ny$，剪力为 $V=dM/dz=N\,dy/dz$（即力 $N$ 沿杆轴法线方向的分力）。

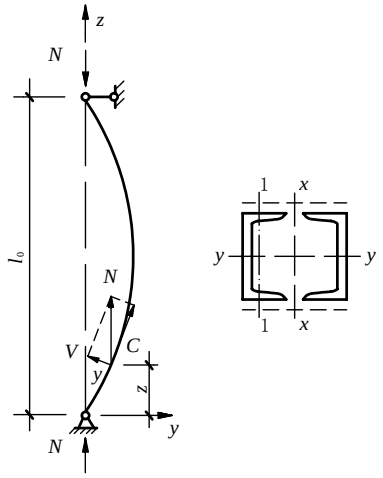



图 21-13 格构式轴心受压构件弯曲屈曲

弯矩 $M$ 使构件发生曲率 $d^2y_1/dz^2=-M/EI=-Ny/(EI)$，剪力使构件发生剪切角变 $\gamma=dy_2/dz=V\gamma_1$（$\gamma_1$ 为单位剪力 $V=1$ 产生的剪切角）。综合考虑弯曲变形和剪切变形，构件的曲率为：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\frac{d^2y}{dz^2}=\frac{d^2y_1}{dz^2}+\frac{d^2y_2}{dz^2}=\frac{d^2y_1}{dz^2}+\frac{d\gamma}{dz}=-\frac{M}{EI}+\gamma_1\frac{dV}{dz}=-\frac{Ny}{EI}+\gamma_1\frac{d}{dz}(N\frac{dy}{dz})=-\frac{Ny}{EI}+N\gamma_1\frac{d^2y}{dz^2}$$

（21.9）

令 $k^2=\dfrac{N}{EI(1-N\gamma)}$，得

$$\frac{d^2y}{dz^2}+k^2y=0$$

方程的解为：$y=A\sin kz+B\cos kz$

由边界条件：$z=0$、$l_0$ 处 $y=0$ 可得（其中 $I=Ai_x^2$，$\lambda_x=\dfrac{l_0}{i_x}$）：

临界力 $N_{cr}=\dfrac{\pi^2EI}{l_0^2}\dfrac{1}{1+\gamma_1\pi^2EI/l_0^2}=\dfrac{\pi^2EA}{\lambda_x^2+\pi^2EA\gamma_1}$

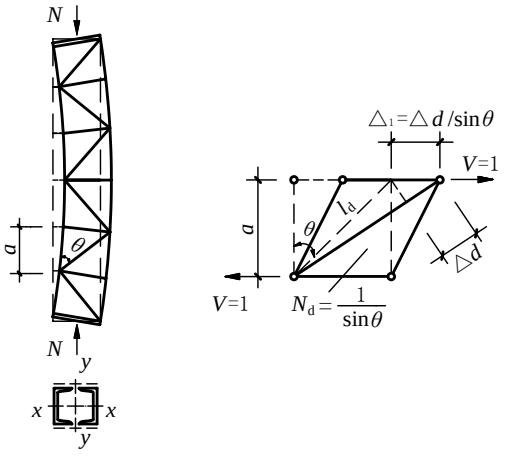
临界应力 $\sigma_{cr}=\dfrac{N_{cr}}{A}=\dfrac{\pi^2E}{\lambda_x^2+\pi^2EA\gamma_1}$ （21.10）

令 $\lambda_{0x}=\sqrt{\lambda_x^2+\pi^2EA\gamma_1}$ 则可得到与实腹式构件相一致的公式 $\sigma_{cr}=\pi^2E/\lambda_{0x}^2$，式中 $\lambda_{0x}$ 称为格构式构件的换算长细比。格构式构件绕虚轴的长细比用换算长细比 $\lambda_{0x}$ 代替原始长细比 $\lambda$ 后，一切稳定计算将与实腹式构件相同。

上述 $\lambda_{0x}$ 是按弹性屈曲推导的，但一般推广应用于全部 $\lambda_x$ 范围。只要知道单位剪切角变 $\gamma_1$，即可求出 $\lambda_{0x}$。下面分别推导缀条连接的格构式构件和缀板连接的格构式构件的 $\gamma_1$ 和 $\lambda_{0x}$。

## 2）缀条式格构式构件的换算长细比

图 21-14 表示两分肢用缀条联系的格构式轴心受压构件的受力和变形情况。斜缀条与构件轴线之间的夹角为 $\theta$，剪切角变 $\gamma_1$ 取一个缀条节间（长度为 $a$，如图 21-14b 所示）进行计算。前后两个平面内斜缀条内力总和为 $N_d$、截面面积总和为 $A_{1x}$，下标 $x$ 表示垂直于 $x$ 轴（虚轴）缀条平面内的斜缀条。当 $V=1$ 时，$N_d=1/\sin\theta$，斜缀条长度 $l_d=a/\cos\theta$，则斜缀条伸长量为：




(a) (b)

图 21-14 缀条式格构式轴心受力构件的受力和变形

$\Delta d=\dfrac{N_dl_d}{EA_{1x}}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}\cdot\dfrac{a}{EA_{1x}}$，则剪切角变为：

$$\gamma_1=\frac{\Delta_1}{a}=\frac{\Delta d/\sin\theta}{a}=\frac{1}{\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{1}{EA_{1x}}$$ （21.11）

将式(20.11)代入 $\lambda_{0x}=\sqrt{\lambda_x^2+\pi^2EA\gamma_1}$，得：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\lambda_{0x}=\sqrt{\lambda_x^2+\frac{\pi^2}{\sin^2\theta\cos\theta}\cdot\frac{A}{A_{1x}}} \qquad (21.12)$$

在$\theta=40^\circ\sim70^\circ$范围内，$\frac{\pi^2}{\sin^2\theta\cos\theta}=25.6\sim32.7$。为了简化计算，GB50017-2003 钢结构设计规范统一采用 27，得简化式：

$$\lambda_{0x}=\sqrt{\lambda_x^2+27\frac{A}{A_{1x}}} \qquad (21.13)$$

当$\theta$值不在上述范围之内时，式（20.13）误差偏大，宜采用式(20.12)进行计算。

用缀条连接的三肢格构式构件（图 21-15a）

$$\lambda_{0x}=\sqrt{\lambda_x^2+\frac{42A}{A_1(1.5-\cos^2\theta)}};\quad \lambda_{0y}=\sqrt{\lambda_y^2+\frac{42A}{A_1\cos^2\theta}} \qquad (21.14)$$

式中：

$A_1$—构件截面中各斜缀条毛截面面积之和；

$\theta$—构件截面内缀条所在平面与 y 轴的夹角。

用缀条连接的四肢格构式压杆（图 21-15b）

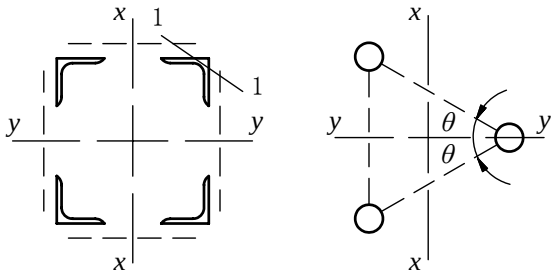
$$\lambda_{0x}=\sqrt{\lambda_x^2+40\frac{A}{A_{1x}}};\quad \lambda_{0y}=\sqrt{\lambda_y^2+40\frac{A}{A_{1y}}} \qquad (21.15)$$

式中：

$A$—整个构件的毛截面面积；

$\lambda_x$、 $\lambda_y$—按实腹杆构件所计算的整个杆件对 $x-x$ 轴和对 $y-y$ 轴的长细比；

$A_{1x}$、$A_{1y}$—被杆件横截面截到的分别垂直于 $x-x$ 轴和垂直于 $y-y$ 轴的斜缀条横截面面积之和。




（a） （b）

图 21-15 由三肢和四肢组成的格构式压杆

### 3）缀板式组合构件的换算长细比

图 21-16 a 表示缀板式格构式轴心受压构件的弯曲屈曲变形(包括弯曲和剪切变形)情况，内力和变形可按单跨多层刚架进行分析，并假定反弯点在每层分肢和每个缀板（横梁）的中点。

研究单位剪力$V=1$产生的剪切角变时，取出多层刚架相邻两组反弯点间的一层，在其上下反弯点处施加单位剪力$V=1$（每个分肢$V/2=1/2$），这时该层的变形情况如图 21-16 b 所示。内力如图 21-16 c 所示，其中$V_1$为每个缀板面内承受的剪力。

每层分肢水平位移$\Delta_1$包括缀板弯曲变形$\delta_1$和分肢弯曲变形$\delta_2$两部分的两倍（图 21-16 b）。

缀板与分肢相交节点的转角$\theta$可按缀板端部作用有端弯矩$\frac{Vl_1}{2}=\frac{l_1}{2}$的简支梁求得，由$\theta$可求出$\delta_1$：

$$\theta=\frac{(l_1/2)c}{6EI_b}=\frac{l_1c}{12EI_b},\delta_1=\frac{l_1}{2}\theta=\frac{l_1}{2}\cdot\frac{l_1c}{12EI_b}=\frac{l_1^2c}{24EI_b}$$

$\delta_2$可按悬臂构件求得：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\delta_2 = \frac{V}{2}\left(\frac{l_1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3EI_1} = \frac{l_1^3}{48EI_1}$$

$$\therefore \Delta_1 = 2(\delta_1 + \delta_2) = 2(\frac{l_1^2 c}{24EI_b} + \frac{l_1^3}{48EI_1}) = \frac{l_1^3}{24EI_1}(1 + 2\frac{I_1/l_1}{I_b/c}) = \frac{l_1^3}{24EI_1}(1 + \frac{2}{k})$$

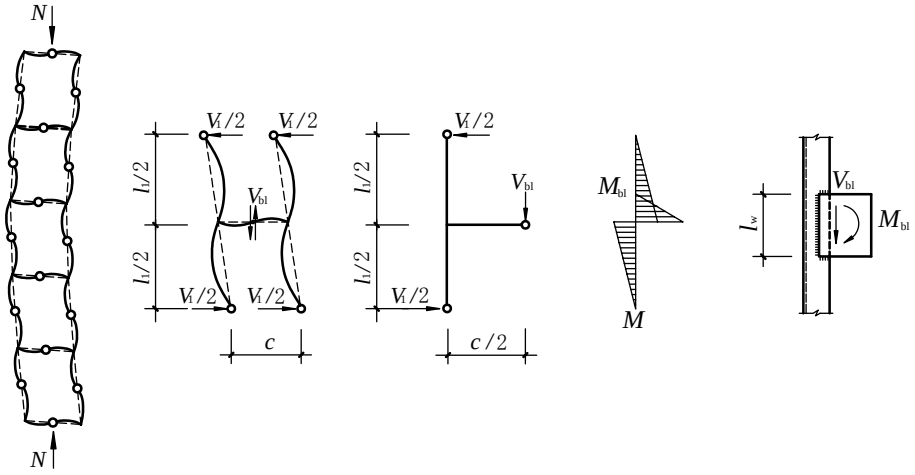



图 21-16 缀板式格构式轴心受压构件的受力和变形

则剪切角变为：

$$\gamma_1 = \frac{\Delta_1}{l_1} = \frac{l_1^2}{24EI_1}(1 + \frac{2}{k}) = \frac{l_1^2}{24E(A/2)i_1^2}(1 + \frac{2}{k}) = \frac{\lambda_1^2}{12EA}(1 + \frac{2}{k}) \qquad (21.16)$$

将式（21.16）代入式（21.10）,可求得换算长细比

$$\lambda_{0x} = \sqrt{\lambda_x^2 + \frac{\pi^2}{12}(1 + \frac{2}{k})\lambda_1^2} \qquad (21.17)$$

式中：

$l_1$—相邻两缀板间的中心距；

$c$—两分肢的轴线间距；

$A$—构件的毛截面面积；

$I_1$、$i_1$—每个分肢绕其平行于虚轴方向形心轴的惯性矩和回转半径；

$\lambda_1 = l_1/i_1$—相应的分肢长细比；

$I_b$—构件截面中各缀板（通常为前后两个）的截面惯性矩之和；

$k = (I_b/c)/(I_1/l_1)$—缀板与分肢线刚度比值。

通常情况下，$k$ 值较大。当 $k = 2 \sim 6 \sim 20$ 时，$\pi^2(1 + 2/k)/12 = 1.645 \sim 1.097 \sim 0.905$，即 $k \geq 6$ 时，接近于 1。所以 GB50017-2003 钢结构设计规范规定换算长细比统一按下式计算：

$$\lambda_{0x} = \sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_1^2} \qquad (21.18)$$

同时规定，缀板与分肢线刚度比 $k$ 不得小于 6（两分肢不相等时，$k$ 按较大分肢计算）；否则 $\lambda_{0x}$ 误差较大，宜按式（21.17）计算。

用缀板连结的四肢格构式压杆（图 21-15）

$$\lambda_{0x} = \sqrt{\lambda_x^2 + \lambda_1^2}\ ; \qquad \lambda_{oy} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} \qquad (21.19)$$

式中：

$\lambda_x$、 $\lambda_y$—按实腹杆构件所计算出的整个杆件对 $x-x$ 轴和对 $y-y$ 轴的长细比；

$\lambda_1$—单肢对最小刚度轴 1-1 的长细比，其计算长度取缀板间的净距离(若用铆接，取相临两缀板边缘铆钉中心的间距)；

在验算格构式压杆对虚轴的整体稳定性时，即用由上面式子算得的换算长细比从附表 4-9 中查



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

得纵向弯曲系数$\varphi_1$值进行稳定性验算。

## 21.4.2 格构式轴心受压构件的截面设计

当格构式轴心受压构件的压力设计值$N$、计算长度$l_{0x}$和$l_{0y}$、钢材设计强度$f$和截面类型都已知时，在截面选择中主要分两大步骤：首先按实轴稳定要求选择截面两分肢的尺寸，其次按虚轴与实轴等稳定性确定分肢间距。

### 1）按实轴（设为$y$轴）稳定条件选定截面尺寸

⑴ 假定绕实轴长细比$\lambda_y$，一般可先在60～100范围选取，当$N$较大而$l_{0y}$较小时取较小值，反之取较大值。根据$\lambda_y$及钢号和截面类型查得整体稳定系数$\varphi$值，按公式$N/(\varphi A)\le f$求得所需截面面积：

$$A=\frac{N}{\varphi f} \tag{21.20}$$

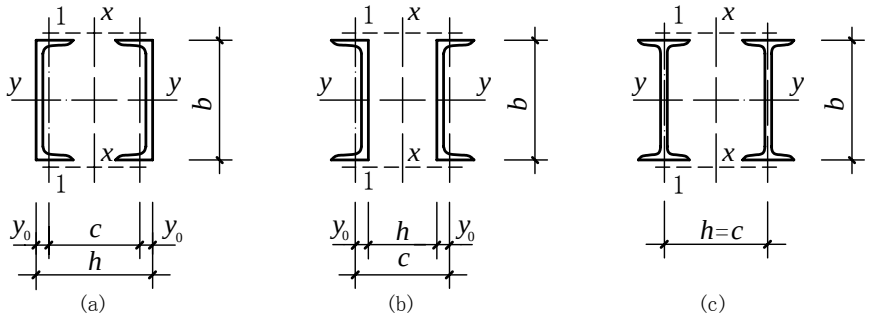



图21-17 格构式构件截面设计

⑵ 求所需绕实轴回转半径$i_y$，（如分肢为组合截面时，则还应由$i_x$按图21-3求所需截面宽度$b$）。

$$i_y=\frac{l_{0y}}{\lambda_y},(b=\frac{i_x}{\alpha_2}) \tag{21.21}$$

⑶ 根据所需$A$、$i_y$（或$A$、$b$）初选分肢型钢规格（或截面尺寸），并进行实轴整体稳定和刚度验算，必要时还应进行强度验算和板件宽厚比验算。如假定的$\lambda_y$恰当，则可从型钢表上找到一个几乎同时满足所需$A$和$i_y$的截面规格；如假定的$\lambda_y$偏大，则从型钢表上找到的满足$i_y$条件的型钢所提供的$A$必小于需要的$A$，满足$A$条件的型钢所提供的$i_y$必大于需要的$i_y$；适用的型钢号应在二者之间。如假定的$\lambda_y$偏小，则情况相反。按此规律可重新假定$\lambda_y$重新试选，直至满意为止。

### 2）按虚轴（设为$x$轴）与实轴等稳定原则确定两分肢间距$c$及截面高度$h$

根据换算长细比$\lambda_{0x}=\lambda_y$，则可得所需要的$\lambda_x$最大值：

缀条式格构式构件，$\lambda_x=\sqrt{\lambda_{0x}^2-\frac{27A}{A_{1x}}}=\sqrt{\lambda_y^2-\frac{27A}{A_{1x}}}$ （21.22）

缀板式格构式构件，$\lambda_x=\sqrt{\lambda_{0x}^2-\lambda_1^{\ 2}}=\sqrt{\lambda_y^2-\lambda_1^{\ 2}}$ （21.23）

式中$A_{1x}$为两个缀条平面内的斜缀条毛截面面积之和，可按初估缀条角钢尺寸确定；$\lambda_1$为缀板间分肢长细比，可按规范规定最大值（或稍小）取用，即$\lambda_1\le 25$(当$\lambda_y\le 50$)、$0.5\lambda_y$（当$\lambda_y=50$～$80$）、$40$(当$\lambda_y\ge 80$)。

如果按实轴所选截面有较多富裕时，可使虚轴$\lambda_{0x}>\lambda_y$。这时式（21.18）、（21.19）中的$\lambda_{0x}$按下述步骤计算而不取$\lambda_y$：所需$\varphi_x=\frac{N}{Af}$，由此按虚轴截面类别查得所需$\lambda_{0x}$。（虚轴与实轴属不同截面类别时也按此式计算）



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

⑴ 据 $\lambda_y$ 求所需 $i_x$：

$$i_x = \frac{l_{0x}}{\lambda_x} \tag{21.24}$$

⑵ 根据 $i_x$ 和 $i_1$ 求两分肢轴线间距 $c$ 和 $h$（图 21-17）

$$\because 2A_c i_x^2 = 2[I_1 + A_c(c/2)^2] = 2[A_c i_1^2 + A_c(c/2)^2]$$

$$\therefore c = 2\sqrt{i_x^2 - i_1^2} \tag{21.25}$$

$$h = c \pm 2y_0 \tag{21.26}$$

两分肢翼缘间的净空应大于 $100 \sim 150mm$，以便于油漆。$h$ 的实际尺寸应放大到 $10mm$ 的倍数

## 21.4.3 格构式轴心受压构件的缀材设计

### 1）格构式轴心受压构件的剪力

格构式压杆的剪力由缀材承担。理想的直轴心受压构件只承受压力 $N$ 而没有弯矩和剪力，但实际构件有初弯曲、初偏心等缺陷，构件从开始受力就有弯曲变形和剪力。当压杆绕虚轴整体失稳而弯曲时，临界荷载 $N_1$ 便在垂直于压杆弯曲中线方向上产生分力，该分力即为格构式压杆中的剪力 $V$。图 21-18a 表示两端为铰支的格构式压杆，杆长为 $l$，假定绕虚轴失稳时的临界状态的变形曲线为一正弦曲线，即

$$y = \upsilon_0 \sin\frac{\pi x}{l} \tag{21.27}$$

式中：$\upsilon_0$—构件中点处的最大挠度。

在沿杆轴任意一点（$x$，$y$）处的弯矩可写为 $M = Ny$，其剪力则为

$$V = \frac{dM}{dx} = N\frac{dy}{dx} = N\frac{\pi\upsilon_0}{l}\cos\frac{\pi x}{l} \tag{21.28}$$

只要 $\upsilon_0$ 确定后即可求得 $V$ 值，其最大值发生在压杆的两端，也即当 $x$=0 或 $x = l$ 时，为

$$V = \frac{N\pi\upsilon_0}{l} \tag{21.29}$$

跨度中点的挠度 $\upsilon_0$ 可由边缘纤维屈服准则导出。

为了设计方便，假定沿压杆全长各截面的剪力都等于杆端的最大剪力 $V$，如图 21-18c 所示。由 $V = N\pi\upsilon_0/l$ 式中可以看出，剪力 $V$ 与轴向压力 $N$ 有关，而杆件的截面面积也直接与 $N$ 有关，因此，在各国钢结构设计规范中有将剪力 $V$ 取为 $N$ 的函数或取为 $A$ 的函数两种表示方式。即

$$V = \beta A \text{（N）} \tag{21.30}$$

《公路桥规（1986）》规定，当构件材料为 16Mn 钢时，取 $\beta$=0.017[$\sigma$]，以[$\sigma$]=2000N/cm$^2$ 代入，则 $\beta$=340；当构件材料为 Q235 钢时，则取 $\beta$=0.015[$\sigma$]，以[$\sigma$]=14000N/cm$^2$ 代入，则 $\beta$=210。式中的 $A$ 为格构式构件截面面积，以 cm$^2$ 为单位。

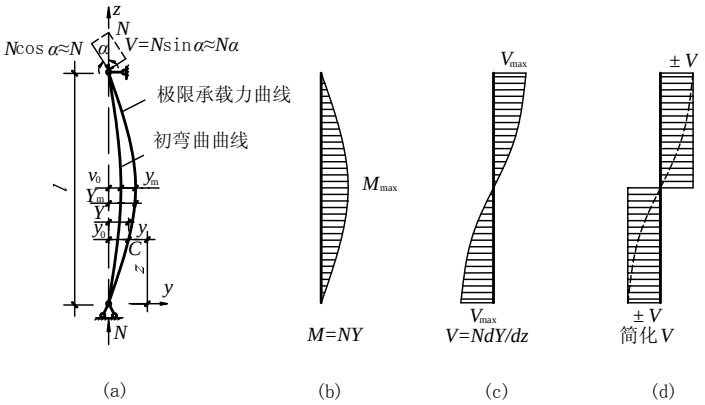



图 21-18 格构式压杆的剪力计算简图



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

上述计算公式只考虑了构件纯属压杆的因素，如格构式压杆承受反复应力，即构件不但受压而且受拉，此时截面的选择将由疲劳容许应力$[\sigma_n]$决定，则在剪力$V$的计算中应乘以$\frac{[\sigma_n]}{\varphi_{min}[\sigma]}$折减之。此处$[\sigma]$为材料的容许应力，$\varphi_{min}$为按构件最大长细比求得的轴心受压构件纵向弯曲系数。

## 2）缀条设计

缀条的布置一般采用单系缀条式（图 21-19a），也可采用交叉缀条（图 21-19b）。在缀条式格构式构件中，每个面的缀条和构件分肢组成平面桁架体系，内力分析按铰接桁架承受正或反方向剪力，故缀条为轴心受压构件。将缀条视为平行弦桁架的受压腹杆进行内力分析，一根缀条的内力为：

$$N_1=\frac{V_1}{n\cos\theta} \tag{21.31}$$

式中：

$V_1$—分配到一个缀材面上的剪力；

$\theta$—缀条与构件轴线的交角；

$n$—承受剪力$V_1$的斜缀条数。对单系缀条$n$=2；对交叉缀条$n$=4。

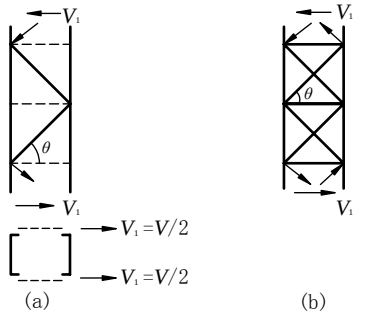



图 21-19 缀条受力计算

缀条可用厚度不小于 6mm 的扁钢做成，其宽度应不小于铆钉直径的 3 倍。在受力较大的构件上，缀条也可用不小于∠45×45×5 的角钢做成。缀条的布置可以采用由斜杆组成的简单三角形的单格式或双格式（图 21-19）。缀条与构件的连接，应尽量使中心线（或铆钉线）交汇于一点，以避免偏心。缀条与构件轴线之间的夹角，当为单缀条时宜为 60°，双缀条时不宜小于 45°。为了增加构件的抗扭刚度并能使各肢受力均匀，在用缀条联结的构件两端应设置端缀板。设计时可先拟定尺寸，然后以内力$D$验算缀条的受压稳定性和刚度，且缀条的长细比应不超过 180。

## 3）缀板设计

在缀板式组合构件中，缀板和构件两个分肢组成单跨多层刚架体系，承受总剪力$V$。当构件发生挠曲而失稳时，缀板与缀板之间的各个分肢都按 $S$ 形曲线弯曲。当缀板的间距和刚度都相同时，可近似地取$S$形曲线的反弯点在缀板与缀板之间各个分肢的中点上和每块缀板的中点上(图21-20a)。在反弯点处的弯矩等于零，只有因构件弯曲而产生的剪力。

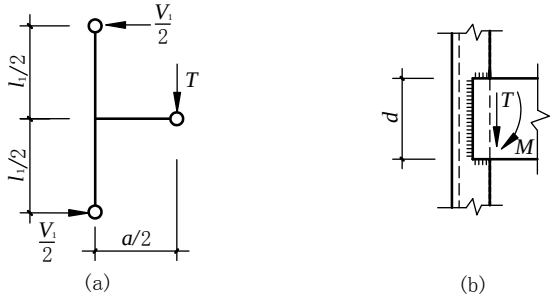



图 21-20 缀板计算简图

如图 21-20 所示隔离体，由作用力的平衡条件可得

每一块缀板上承受的剪力为



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$T=\frac{V_1 l_1}{a} \tag{21.32}$$

每一条缀板在连接处的弯矩为

$$M=T.\frac{a}{2}=\frac{V_1 l_1}{2} \tag{21.33}$$

式中：

$l_1$—缀板中心线间的距离；

$a$—肢件轴线间的距离。

缀板的内力一般不大，缀板的各项尺寸通常由构造要求先按表 21-1 所要求的范围选定，然后按下式验算其强度：

剪应力：

$$\tau=\frac{3}{2}\cdot\frac{T}{th_1}\le[\tau] \tag{21.34}$$

弯曲应力：

$$\sigma_w=\frac{M}{W}\le[\sigma_w] \tag{21.35}$$

式中：

$t$—缀板厚度；

$h_1$—缀板宽度；

$W$—缀板受弯截面的抗弯模量，当用铆钉连接时，应扣除钉孔的削弱，取用净截面抗弯模量$W_j$。

连接缀板与分肢之间的连接—铆接或焊接也按上述剪力和弯矩进行计算。

当缀板与分肢之间用铆钉连接时，按下列方法验算其铆接强度。

由图 21-21a 可知，由弯矩引起的缀板最外端铆钉上的内力为：

$$N_1=M\frac{e_1}{\sum e^2} \tag{21.36}$$

设缀板一边的铆钉数量为$n$，则由剪力引起的铆钉内力为：

$$T_1=\frac{T}{n} \tag{21.37}$$

铆钉所承受的合力为：

$$R=\sqrt{N_1^2+T_1^2}\le[N^m] \tag{21.38}$$

当缀板与分肢之间用侧面角焊缝连接时，按下列方法验算其焊缝强度。 图 21-21b 中，若焊缝的长度等于缀板的宽度$h_1$，焊缝的厚度为$h_f$，则侧面角焊缝在竖直方向所受的剪应力为

$$\tau_T=\frac{T}{0.7h_f h_1} \tag{21.39}$$

侧面角焊缝在水平方向所受的剪应力为：

$$\tau_M=\frac{6M}{0.7h_f h_1^2} \tag{21.40}$$

则焊缝的最大应力为：

$$\tau^h=\sqrt{\tau_T^2+\tau_M^2}\le[\tau^h] \tag{21.41}$$

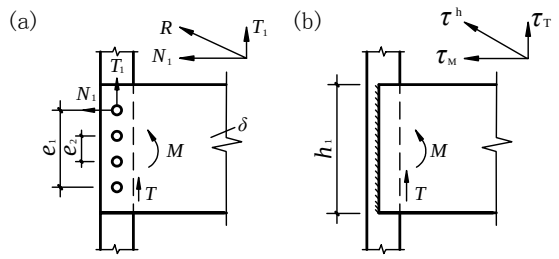



图 21-21 缀板连接计算

缀板是用钢板在沿构件的长度上分段设置，施工较缀条简单。一般情况下，当缀板满足刚度和连接



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

要求时，强度均较富裕。按内力计算所需的缀板尺寸一般是很小的，因此缀板的尺寸一般是由构造要求来确定。表 21-1 为《公路桥规（1986）》规定的缀板最小尺寸。

**缀板尺寸表** 表 21-1

| 名称 | | 受压及拉—压构件 | | 受拉构件 | | 仅受结构重力的辅助性构件 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 主要的 | 次要的 | 主要的 | 次要的 | |
| 缀板长度 | 端缀板 | 1.25s | 0.75s | s | 0.75s | 0.75s |
| | 中缀板 | 0.75s | | 0.75s | | |
| 缀板厚度 | | s/50 但应≥8mm | s/60 但应≥6mm | 8mm | 6mm | 6mm |
| 缀板一侧铆钉 | 最小数目 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | 最大间距(mm) | 120 | 120 | 120 | 120 | 120 |

注：①表中 s 为连接铆钉间或焊缝间的距离；②不受力构件其缀板每边最少铆钉数可减至 2 个；③端缀板应尽量设置在接近节点中心处。

## 21.4.4 格构式轴心受压构件的横隔

与实腹式构件相似，为了提高构件抗扭刚度、保证组合截面的几何形状不变、以及传递必要的内力，格构式构件在承受有较大水平力处和每个运送单元的两端应设置横隔；构件较长时还应设置中间横隔，横隔的间距不得超过构件截面较大宽度的 9 倍或 8m。格构式构件的横隔可用钢板或交叉角钢板做成。

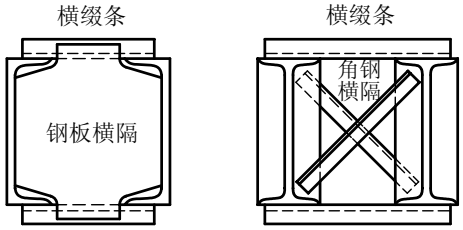



图 21-22 格构式构件的横隔

**例 21.3** 有一轴心受压格构式钢构件，轴心压力 $N$ =745kN，构件全长 $l$ =6m，两端铰接，中间无支撑，Q235 钢，容许最大长细比[$\lambda$]=100，试设计该压杆。

**解**：Q235 钢的容许应力：轴向应力[$\sigma$]=140MPa，弯曲应力[$\sigma_w$]=145MPa，剪应力[$\tau$]=85MPa

（1）选择截面

取压杆由两个翼缘向内的槽钢用缀板焊接而成，其构造如图 21-23 所示。

由图 21-3 查得 $r_x$ =0.38$h$，$r_y$ =0.446。

设压杆的长细比 $\lambda$ =60，由附表 4-9 可查得 $\varphi_1$ =0.824。则需要的截面回转半径为

$$r_x=\frac{l_0}{\lambda}=\frac{600}{60}=10\text{cm}$$

需要的槽钢高度：

$$h=\frac{r_x}{0.38}=\frac{10}{0.38}=26.3\,\text{cm}$$

需要的压杆全截面面积：

$$A_m=\frac{N}{\varphi_1[\sigma]}=\frac{745\times10^3}{0.824\times140}=6458\text{mm}^2=64.58\text{cm}^2$$

选用 25a 号槽钢，每一槽钢的截面几何特征为（对其本身形心轴）：

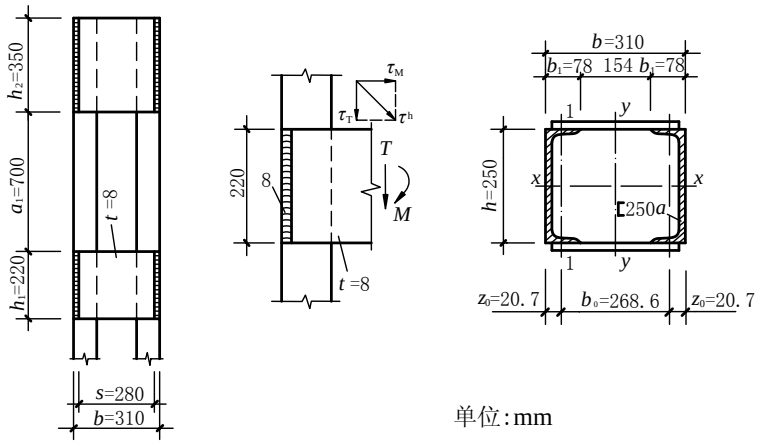
$A_1$ =34.91cm$^2$，$r_x$ =9.82cm，$r_1$ =2.24cm，$I_1$ =175.5cm$^4$，$b_1$ =7.8cm（翼缘宽度），$Z_0$ =2.07cm（轴 1-1 至槽钢背距离）

（2）对实轴 $x-x$ 的稳定性验算

$$\lambda_x=\frac{l_0}{r_x}=\frac{600}{9.82}=61.1$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/




单位:mm

图 21-23 组合压杆的构造

根据 $\lambda_x$ =61.1 查附表 4-9 得 $\varphi_1$ =0.82

$$\sigma=\frac{N}{\varphi_1 A_m}=\frac{745000}{0.82\times3491\times2}=130.13\text{MPa}<[\sigma]=140\text{MPa}$$

（3）对虚轴 $y-y$ 的稳定性验算

为了充分利用材料，应使其对 $x$ 轴和对 $y$ 轴的长细比接近相等，即 $\lambda=\lambda_x$

因 $\lambda=\sqrt{\lambda_y^2+\lambda_1^2}$

则 $\lambda_y=\sqrt{\lambda_x^2-\lambda_1^2}$

设 $\lambda_1$ =40

则 $\lambda_y=\sqrt{61.1^2-40^2}=46.2$

$$r_x=\frac{l_0}{\lambda_y}=\frac{600}{46.2}=13\text{cm}$$

$$b=\frac{r_y}{0.44}=\frac{13}{0.44}=29.5\text{cm}$$

为便于在构件内部进行养护油漆，两个槽钢翼缘间的净距不宜小于 15cm，则构件宽度为

$$b\geq15+2b_1=15+2\times7.8=30.6\text{cm}$$

取 $b=31\text{cm}$。

则 $$I_y=2(I_1+A_1e^2)=2[I_1+A_1(\frac{b}{2}-Z_0)^2]=2[175.5+34.91(\frac{31}{2}-2.07)^2]=12944\text{cm}^4$$

$$r_y=\sqrt{\frac{I_y}{A}}=\sqrt{\frac{12944}{2\times34.91}}=13.6\text{ cm}$$

$$\lambda_y=\frac{l_0}{r_y}=\frac{600}{13.6}=44.1$$

现构件的实际宽度 $b=31\text{cm}$，两个槽钢用缀板焊接，则缀板两侧焊缝间的距离 $S$ =28cm 取缀板间的净距 $a_1\leq2.5s$，即

$$a_1\leq2.5\times28=70\text{cm}$$

又因构件单肢长细比 $\lambda_1$ 不宜大于 40，则

$$\lambda_1=\frac{a_1}{r_1}\leqslant40$$

即 $a_1\leq40r_1$ =40×2.24=89.6cm

即 $a_1$ =7cm

则



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\lambda_1=\frac{a_1}{r_1}=\frac{70}{2.24}=31.3$$

$$\lambda=\sqrt{\lambda_y^2+\lambda_1^2}=\sqrt{(44.1)^2+(31.3)^2}=54.1$$

由附表 4-9 查得 $\varphi_1=\varphi_y=0.849$

$$\sigma=\frac{N}{\varphi_1 A_m}=\frac{745000}{0.849\times3491\times2}=125.7\,\text{MPa}<[\sigma]=140\text{MPa}$$

对 $x$ 轴和对 $y$ 轴的计算应力均小于其容许应力，故不再改变槽钢截面尺寸。

（4）缀板计算

作用在压杆上的横向剪力为：　$V=210A=210\times34.91\times2=14662.2\text{N}$

缀板所受剪力：　$T=\dfrac{Va_0}{2b_0}$

缀板所受弯矩：　$M=\dfrac{Va_0}{4}$

按表 21-1 规定：

端缀板长度：　$h_2\geq1.25s=1.25\times28=35\text{cm}$；

中缀板长度：　$h_1\geq0.75s=0.75\times28=21\text{cm}$；

缀板厚度：　$t\geq\dfrac{s}{50}=\dfrac{28}{50}=0.56\,\text{cm}$。

现选用：$h_2=35\text{cm}$，$h_1=22\text{cm}$，$t=0.8\text{cm}$，$a_1=70\text{cm}$。

在全长 6m 的组合压杆上设置 2 对端缀板，5 对中缀板，缀板间净距 $a_1=70\text{cm}$（图 21-23）。

中缀板的中心距离 $a_0=a_1+h_1=70+22=92\text{cm}$。

两个槽钢形心轴 1-1 间的距离为　$b_0=b-2Z_0=31-2\times2.07=26.86\text{cm}$

故

$$T=\frac{14662.2\times92}{2\times26.86}=25110\text{N}$$

$$M=\frac{14662.2\times92}{4}=3372310\text{N}\cdot\text{mm}$$

缀板的截面抗弯模量：　$W=\dfrac{1}{6}th_1^2=\dfrac{1}{6}\times8\times(220)^2=64500\text{mm}^3$

缀板弯曲应力：　$\sigma_w=\dfrac{3372310}{64500}=52.3\text{MPa}\leqslant[\sigma_w]=145\text{MPa}$

缀板剪应力：　$\tau=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{T}{th_1}=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{25110}{8\times220}=14.3\text{MPa}<[\tau]=85\text{MPa}$

（5）缀板焊缝计算

取焊缝长度与缀板长度相同，即中缀板为 220mm，端缀板为 350mm，焊缝厚度等于缀板厚度，即 $t_f=8\text{mm}$，如图 21-23 所示，手工焊接，计算时每条焊缝的两端各扣除 5mm。

由缀板剪力产生的焊缝应力：$\tau_T=\dfrac{T}{0.7h_f(h_1-10)}=\dfrac{25110}{0.7\times8(220-10)}=21.1\,\text{MPa}$

由缀板弯矩产生的焊缝应力：$\tau_M=\dfrac{6M}{0.7h_f(h_1-10)^2}=\dfrac{6\times3372310}{0.7\times8(220-10)^2}=81.9\,\text{MPa}$

焊缝的总应力为：$\tau^h=\sqrt{\tau_T^2+\tau_M^2}=\sqrt{(21.4)^2+(81.9)^2}=84.6\,\text{MPa}<[\tau^h]=85\,\text{MPa}$

## 21.5 拉弯构件和压弯构件

拉弯构件和压弯构件是指同时承受轴心拉力或压力 $N$ 以及弯矩 $M$ 的构件，也常称为偏心受拉构



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

件或偏心受压构件。拉弯和压弯构件的弯矩可以由于纵向荷载不通过构件截面形心的偏心所引起（图 21-24a），也可由横向荷载所引起（图 21-24b），或由构件端部转角约束（如固端、连续或框架梁等）产生的端部弯矩所引起（图 21-24c）。

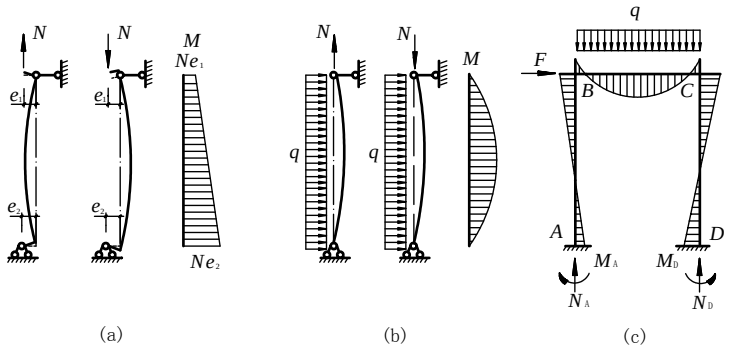



图 21-24 拉弯构件和压弯构件

在钢结构中压弯和拉弯构件的应用十分广泛，例如有节间荷载作用的桁架上下弦杆，受风荷载作用的墙架柱以及天窗架的侧立柱、单层工业厂房的柱、多层（或高层）建筑中的框架柱以及海洋平台的立柱等。它们不仅承受上部结构传下来的轴向压力，同时还受有弯矩和剪力。

拉弯构件和压弯构件通常采用双轴对称或单轴对称的截面形式，可分为实腹式或格构式。双轴对称截面（图 21-25a）常用于弯矩较小或正负弯矩绝对值大致相等以及构造上宜采用对称截面的构件或柱；单轴对称截面（图 21-25b）常用于正负弯矩相差较大的构件或柱。普通桁架中的拉弯或压弯杆件可采用图 21-26 的单轴对称或双轴对称截面，以较好适应节点连接的需要。拉弯和压弯构件的截面通常做成在弯矩作用方向具有较大的截面尺寸，使在该方向具有较大的截面抵抗矩、回转半径和抗弯刚度，以便更好的承受弯矩。在组合式构件中，通常使虚轴垂直于弯矩作用平面，以便根据承受弯矩的需要，更好、更灵活地调整和适当加大两分肢间的距离。

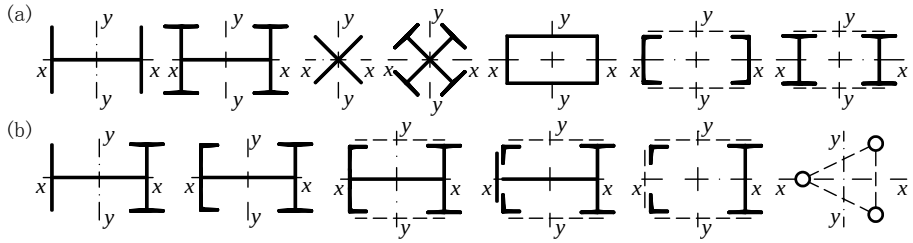



图 21-25 拉弯和压弯构件的截面形式

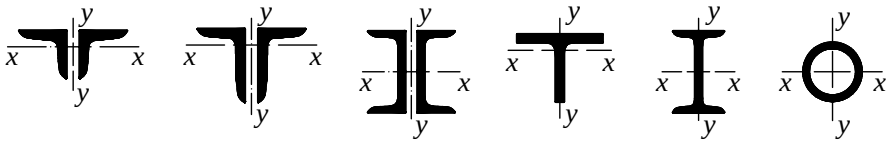



图 21-26 普通桁架拉弯和压弯杆件的截面形式

压弯构件的设计应考虑强度、刚度、整体稳定和局部稳定四个方面。强度计算一般可考虑截面塑性变形的发展，对直接承受动力荷载的构件和格构式构件等则通常按弹性受力计算。刚度和整体稳定计算通常应分别考虑对 $x$ 轴和 $y$ 轴两个方向，对承受单向弯矩作用的压弯构件即为在弯矩作用平面内和弯矩作用平面外两个方向。刚度计算一般是控制构件的最大长细比不超过规定的容许值，对框架梁等以承受弯矩为主的压弯构件在必要时需计算弯矩作用方向的挠度不超过容许值。局部稳定计算一般是保证构件各组成板件在受力过程中的局部稳定或控制各板件的宽厚比不超过规定的最



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

大限值。对格构式构件还应计算各分肢的稳定性是否满足要求。

拉弯构件的设计一般只需要考虑强度和刚度两个方面。但对以承受弯矩为主的拉弯构件，当截面一侧最外纤维出现较大的压应力时，则也应考虑和计算构件的整体稳定以及受压板件或分肢的局部稳定。拉弯构件承受轴向拉力和弯矩，当弯矩不大时，构件以轴向拉力为主，它的刚度要求同轴心受拉构件，即 $\lambda_{\max}=\left(\frac{l_0}{i}\right)_{\max}\leq[\lambda]$；当弯矩较大时，不仅应计算构件长细比是否满足要求，还要进行挠度验算，计算时可偏于安全地忽略轴向拉力对挠度的影响。在动力荷载作用下的拉弯构件常要验算疲劳强度。

## 21.5.1 拉弯和压弯构件的强度

对拉弯构件和截面有孔洞等削弱较多的或构件端部弯矩大于跨间弯矩的压弯构件，需要进行强度计算。

现以弯矩仅作用于一个主平面的双轴对称截面压弯构件为例，轴心力 $N$ 与弯矩 $M$ 按比例逐渐增加（保持偏心距 $e=\frac{M}{N}$ 不变）时截面正应力的分布情况和发展阶段如图 21-27 所示。拉弯和压弯构件情况相似，仅应力符号不同，现按压弯构件叙述。

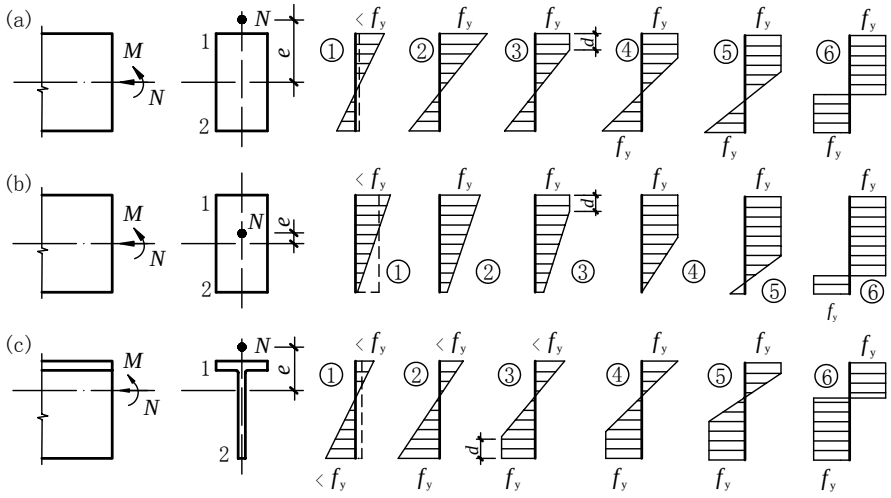



图 21-27 压弯构件截面的应力分布

压弯构件在弹性受力阶段时，截面正应力为 $N$ 引起的均匀压应力（图 21-27①虚线）和 $M$ 引起的三角形分布弯曲应力的叠加：在截面偏心一侧最外纤维 1 处为最大压应力，另一侧最外纤维 2 处为最小压应力（图 21-27 b①，当 $M$ 较小时）或最大拉应力（图 21-27a①，当 $M$ 较大时）。当 $N$ 、$M$ 逐渐增加时，一般情况是最大压应力首先达到屈服强度 $f_y$（图 21-27a、b 的②），这是弹性受力阶段的极限状态。

如 $N$ 、$M$ 继续增加，截面从最大受压纤维一侧开始发展塑性（图 21-27a、b 的③）；然后截面另一侧纤维达到受拉屈服强度 $f_y$（图 21-27a④）而在截面两侧同时发生塑性（图 21-27a 的⑤）。这个弹塑性受力阶段的极限状态是全截面达到塑性，即截面形成塑性饺（图 21-27a、b 的⑥）。

压弯构件中，截面偏心一侧最外纤维 1 的最大压应力常明显大于另一侧最外纤维 2 的最小压应力或最大拉应力。当偏心距 $e$（或弯矩 $M$ ）较大时，为了充分利用和节省钢材，常采用加大受压翼缘的不对称截面（图 21-27c）。这时，由于截面抗弯中和轴偏向偏心一侧，使纤维 1 压应力和纤维 2 拉应力较为接近（图 21-27c①）。当截面为较大不对称并偏心距较大时，有可能使纤维 2 的最大拉应力大于纤维 1 的最大压应力（图 21-27c ①）；因而当 $N$ 、$M$ 增大时纤维 2 首先达到受拉屈服强度 $f_y$（图 21-27c②）并发展受拉塑性（图 21-27c③）；然后纤维 1 也达到受压屈服强度 $f_y$ 、两侧同时发展塑性并全截面达到塑性铰极限状态（图 21-27c④～⑥）。

计算压弯构件的强度时，根据不同的情况，可取以下三种不同的强度计算准则：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

1）边缘纤维准则：采用这个准则时，在构件受力最大的截面上，截面边缘处的最大应力达到屈服时即认为压弯构件达到了强度计算准则。此时，压弯构件在弹性阶段工作。

2）全截面屈服准则：采用这个准则时，构件的最大受力截面的全部受拉和受压区的应力都达到屈服。此时，这一截面在拉力和弯矩共同作用下形成塑性铰。

3）部分发展塑性准则：采用这个准则时，构件的最大受力截面的部分受拉和受压区的应力达到屈服强度。至于截面中塑性区发展的深度将根据具体情况给予规定，此时，压弯构件在弹塑性阶段工作。

《公路桥规（1986）》规定以构件截面边缘纤维屈服时的弹性受力阶段极限状态作为强度计算的极限状态。偏心受力构件按下式验算强度：

$$\sigma=\frac{N}{A}\pm\frac{M}{W}\le[\sigma]\text{或}[\sigma_w] \tag{21.42}$$

或

$$\sigma=\frac{N}{A}\pm(\frac{M_x}{W_x}+\frac{M_y}{W_y})\frac{1}{C}\le[\sigma]\text{或}[\sigma_w] \tag{21.43}$$

式中：

$N$ —验算截面的计算轴向力；

$M$ —验算截面的计算弯矩；

$A$—验算截面的计算面积，受拉构件为净截面面积；受压构件为毛截面面积；

$W$、$W_x$、$W_y$ —验算截面处对主轴的计算截面抵抗矩，验算受拉翼缘为净截面抵抗矩，验算受压翼缘为毛截面抵抗矩，为了计算简化，均可按毛截面的形心轴进行计算；

$C$ —双向弯曲作用下容许应力增大系数：$C=1+0.3\frac{\sigma_{w1}}{\sigma_{w2}}\le1.15$

$\sigma_{w1}$、$\sigma_{w2}$—验算截面上由于作用在两相互垂直平面的弯矩所产生的较小和较大的应力；

$[\sigma]$或$[\sigma_w]$—当$\frac{N}{A}\ge\frac{M}{W}$时，容许应力取$[\sigma]$；当$\frac{N}{A}<\frac{M}{W}$时，容许应力取$[\sigma_w]$。

受拉并在一个主平面内受弯曲或与此相当的偏心受拉构件，其疲劳强度的验算公式：

$$\sigma=\frac{N}{A_j}+\frac{M}{W_j}\le[\sigma_n] \tag{21.3}$$

式中：

$[\sigma_n]$—结构构件的疲劳容许应力，应根据$\sigma=\frac{N}{A_j}+\frac{M}{W_j}$的变化范围决定斜体ρ值，再按《公路桥规（1986）》公式计算出$[\sigma_n]$值；

$A_j$—验算截面的净面积；

$W_j$—验算截面对主轴的净截面抵抗矩。

## 21.5.2 压弯构件的稳定

压弯杆件的稳定问题与轴心受压杆件不同之处在于：

（1）压弯杆件从受力开始，就在有弯矩作用的平面内发生挠曲，处于压弯平衡状态。随着外荷载的逐渐增大，杆件中的挠度也不断增大，最终使压弯杆件产生过大的弯曲变形而丧失承载力。

（2）两种失稳状态，即杆件可能在弯矩作用平面内失稳；亦可能在弯矩作用平面外失稳。当弯矩作用在刚度较小的弱轴平面内（$z-y$平面），如图 21-28a 所示，偏心力 $N$ 所产生的弯矩 $M=Ne_y$，使杆件绕弱轴($x-x$轴)发生弯曲失稳，则只需考虑弯矩作用平面内的稳定。当弯矩作用在刚度较大的强轴平面内（$z-x$平面），如图 21-28b 所示，偏心力 N 所产生的弯矩 $M=Ne_x$，使杆件绕强轴（$y-y$轴）挠曲，由于在弯矩作用下杆件截面上塑性变形的发展，杆件有可能在弯矩作用平面内发生弯曲失稳，同时也可能在垂直于弯矩作用的平面内绕弱轴发生弯扭失稳（类似梁的失稳状态）。在这种情况下，压弯杆件既要考虑弯矩作用平面内的稳定问题，又要考虑垂直于弯矩作用平面内的



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

稳定问题，但对于 H 形截面构件，后者是主要的。

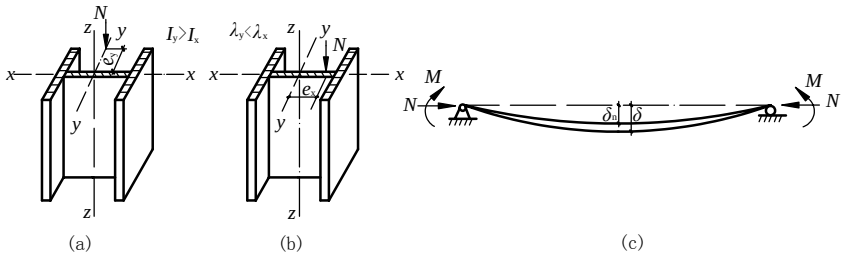



图 21-28 压弯杆件的弯矩作用及弯曲变形

（3）由于弯矩所产生的弯曲变形，会使杆端轴心压力沿杆长原弯矩方向，形成新的偏心弯矩，使杆中挠度增大，如图 21-28c 所示。此挠度的增大量称为附加挠度 $\delta$，附加挠度 $\delta$ 与杆端轴心压力 $N$ 的乘积称为附加弯矩 $\Delta M = N \cdot \delta$。于是，杆中所承受的最大弯矩应为原弯矩 $M$ 和附加弯矩 $\Delta M$ 之和。显然，由于附加弯矩会引起杆中挠度增大，对压弯杆件的整体稳定十分不利。则在压弯构件验算时，常用弯矩增大系数 $1/\mu$ 来计入这一因素的影响。$\mu$ 即为考虑弯矩因构件受压而增大的系数，即

$$\mu = \frac{M}{M + N \cdot \delta} \tag{21.44}$$

$1/\mu$ 即为弯矩增大系数，它表示压弯构件由于轴心压力作用使杆中挠度增大而引起弯曲应力增大的比率。

由材料力学得知，挠度 $f$ 可由下式近似求解：

$$f \approx \frac{M}{N_{ij} - N} \tag{21.45}$$

将式（21.45）代入式(21.44)，得

$$\mu = \frac{M}{M + N \cdot (\frac{M}{N_{ij} - N})} = \frac{MN_{ij} - MN}{MN_{ij}} = 1 - \frac{N}{N_{ij}} = 1 - \frac{N\lambda^2}{\pi^2 E A_m} \tag{21.46}$$

式中：

$N_{ij}$—轴心受压构件的欧拉临界力 $N_{ij} = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2} A_m$；

$\lambda$—弯矩作用平面内构件的长细比；

$N$—杆件所受的轴心压力；

$A_m$—杆件的毛截面面积；

$E$—钢材的弹性模量。

为了简化计算，《公路桥规（1986）》中对因构件受压而增大弯矩所引用的系数 $\mu$ 规定如下：

当 $\dfrac{N}{A_m} \le 0.15\varphi_1[\sigma]$ 时，取 $\mu$=1.0，说明轴心压力很小，对其所产生的附加弯矩的影响可忽略不计；当 $\dfrac{N}{A_m} > 0.15\varphi_1[\sigma]$ 时，取 $\mu = \left(1 - \dfrac{n_1 N\lambda^2}{\pi^2 E A_m}\right) m$，其值介于 0 与 1 之间。

式中：

$n_1$—受压构件容许应力安全系数，对荷载组合Ⅰ取 1.7；对荷载组合Ⅱ～Ⅳ时取 1.4；

$m$—当弯矩由荷载组合Ⅰ产生时取 1.0，由荷载组合Ⅱ～Ⅳ产生时取 1.4。

## 1）压弯构件的整体稳定

⑴ 压弯构件在弯矩作用平面内的稳定性验算

偏心受压构件可能在弯矩作用平面内整体失稳，其验算公式为：

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_1 A_m} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{M}{W_m} \le [\sigma] \tag{21.47}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中：

$N$ —计算轴向力；

$M$ —构件中部1/3跨径范围内的最大弯矩；

$A_m$ —构件毛截面面积；

$W_m$ —构件毛截面抗弯模量；

$\varphi_1$—轴心受压构件的纵向弯曲系数，根据钢种、截面形状及弯曲方向等按附表 4-9 采用；

$\mu$—考虑弯矩因构件受压而增大的系数；

验算公式包括两项，其中第一项表示轴向压力的作用，而第二项则表示弯矩的作用并考虑 $N$ 对弯矩值的增大影响。

⑵ 压弯构件在垂直于弯矩平面方向的稳定性验算

当偏心受压构件两个方向的刚度相差较大，且弯矩作用在刚度较大的平面内时，除了需要验算弯矩作用平面内的稳定性外，考虑到构件还有可能朝着垂直于弯矩作用平面的方向倾斜扭弯，因此还必须验算垂直于弯矩平面方向的稳定性。其验算公式为

$$\sigma = \frac{N}{\varphi_1 A_m} + \frac{1}{\varphi_2} \cdot \frac{M}{\mu W_m} \le [\sigma] \tag{21.48}$$

式中：

$\varphi_2$—构件只在一个主平面受弯时的纵向弯曲系数(若是压弯构件，可按 $N$ =0 的情况来确定 $\varphi_2$ )，在不作进一步分析时，可按下式计算构件的换算长细比 $\lambda_e$，并按 $\lambda_e$ 由附表 4-9 查得相应的 $\varphi_1$ 代替 $\varphi_2$；

$$\lambda_e = \alpha \frac{l_0}{h} \cdot \frac{r_x}{r_y} \tag{21.49}$$

$\alpha$ —系数，焊接构件取 1.8，铆接构件取 2.0；

$l_0$—构件对 $y-y$ 轴的计算长度；

$r_x$， $r_y$—构件截面对 $x-x$ 轴（强轴）和 $y-y$ 轴（弱轴）的回转半径（见图 21-29）；

$h$—构件沿 $y$ 轴方向的高度（图 21-29）。

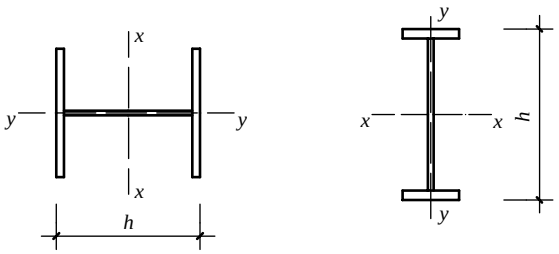



图 21-29 H 形和 I 形构件简图

对于下列情况，取 $\varphi_2 = 1$；

① 箱形截面构件；

② 任意截面构件，当所验算的失稳平面和弯矩作用平面一致时。

上述压弯构件在弯矩作用平面内的稳定性验算公式，和在垂直于弯矩作用平面方向的稳定性验算公式，可综合为一个式子，即

$$\frac{N}{A_m} + k\frac{M}{A_m} \le \varphi_1[\sigma] \tag{21.50}$$

式中 $k = \dfrac{\varphi_1}{\mu\varphi_2}$，在验算弯矩作用平面内的稳定性时，$\varphi_2 = 1$；而其中 $\varphi_1$ 则为验算平面的轴向受压纵向弯曲系数。

## 2）压弯构件的局部稳定

压弯构件中组成截面的板件与轴心受压构件和受弯构件的板件相似，在均匀压应力（如受压翼缘，均匀或近似均匀受压），或不均匀压应力和剪应力（如腹板）作用下，当应力达到一定大小时，可能偏离其平面位置，发生波状凸曲，即板件发生屈曲，也称构件局部失稳。压弯构件的局部稳定



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

性常采用限制板件宽(高)厚比的办法来加以保证。《公路桥规（1986)》中对于偏心受压构件的局部稳定问题没有具体规定，实际工作中通常采用轴心受压构件的宽厚比限值。

## 21.5.3 压弯构件的截面设计

压弯构件的截面设计应满足强度、刚度、整体稳定和板件局部稳定的要求。在满足局部稳定、使用要求和构造要求时，截面应尽量做成轮廓尺寸稍大而板件稍薄，使截面面积的分布尽量远离截面轴线。这样，相同的截面面积能得到较大的惯性矩和回转半径，充分发挥了钢材的有效性，从而节省材料。还应根据弯矩的大小，使截面高度适当大于截面宽度，以减小弯曲应力；并尽量使弯矩作用平面内和平面外的整体稳定性比较接近。压弯构件的构造要求与轴心受压构件相似。

压弯构件的截面选择步骤为：

1）确定构件承受的内力设计值，即弯矩设计值$M$ 、轴心受压设计值$N$ 和剪力设计值$V$ ；

2）选择截面型式；

3）确定钢材及强度设计值；

4）确定弯矩作用平面内和平面外的计算长度；

5）根据经验或已有资料初选截面尺寸；

6）对初选截面进行验算：强度验算、刚度验算、弯矩作用平面内整体稳定验算、弯矩作用平面外整体稳定验算、局部稳定验算。

如验算不满足要求，则对初选截面进行修改，重新验算直至满足要求为止。

**例 21.4** 有一焊接的 H 形截面压弯构件，其尺寸及荷载布置如图 21-30 所示。弯曲平面内的计算长度$l_{0y}=10\text{m}$，垂直于弯曲平面内的计算长度$l_{0x}=5\text{m}$。材料为 16Mn 钢，试验算该构件的强度和稳定性。

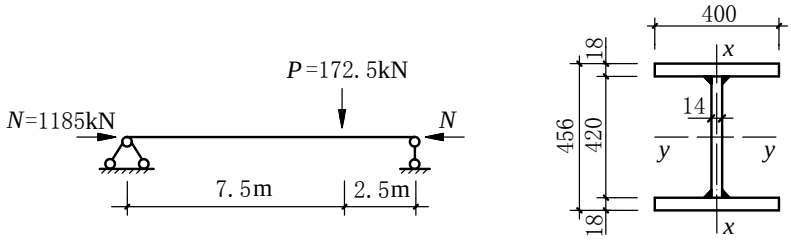



图 21-30 压弯构件计算

**解**：由附表 4-1 查得，16Mn 钢[$\sigma$]=200MPa，[$\sigma_w$]=210MPa。

1）强度验算

构件最大弯矩 $M=\frac{1}{10}\times172.5\times2.5\times7.5=323.4\text{kN}\cdot\text{m}$

轴心压力 $N=1185\text{kN}$

$A_m=2\times40\times1.8+42\times1.4=203\text{cm}^2$

$$I_y=\frac{1}{12}\times1.4\times42^3+2\times40\times1.8\left(\frac{42}{2}+\frac{1.8}{2}\right)^2=77707\text{cm}^4$$

$$W_y=\frac{77707\times2}{42+2\times1.8}=3408\text{cm}^3$$

$$\sigma=\frac{N}{A_m}+\frac{M}{W_y}=\frac{1185000}{20300}+\frac{323.4\times10^6}{3408000}=58.37+94.89=153.26\text{MPa}$$

因 $\frac{N}{A_m}=58.37\,\text{MPa}<\frac{M}{W_y}=94.89\text{MPa}$

有 $\sigma=153.26\text{MPa}<[\sigma_w]=210\text{MPa}$，满足要求。

2）弯矩作用平面内的稳定性验算



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

构件中部 1/3 跨径范围内的最大弯矩为

$$M=\frac{1}{10}\times\ 172.5\times2.5\times\frac{2}{3}\times10=287.5\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$r_y=\sqrt{\frac{I_y}{A_m}}=\sqrt{\frac{77707}{203}}=19.57\text{cm}$$

$$\lambda_y=\frac{1000}{19.57}=51.1$$

由附表 4-9 查得 $\varphi_1$=0.767，有

$$\frac{N}{\varphi_1 A_m}=\frac{1185000}{0.767\times20300}=76.1\text{MPa}>0.15[\sigma]=0.15\times200=30\text{MPa}$$

则

$$\mu=\left(1-\frac{n_1 N\lambda^2}{\pi^2 EA_m}\right)m=\left(1-\frac{1.7\times1185\times10^3\times(51.1)^2}{\pi^2\times2.1\times10^5\times20300}\right)\times1.0=0.873$$

$$\sigma=\frac{N}{\varphi_1 A_m}+\frac{M}{\mu W_y}=\frac{1185\times10^3}{0.767\times20300}+\frac{287.5\times10^6}{0.873\times3408000}$$

$$=76.11+96.63=172.74\text{MPa}<[\sigma]=200\text{MPa}$$，满足要求。

3）垂直于弯矩平面的稳定性验算

$$I_x=\frac{1}{12}\times2\times1.8\times40^3+\frac{1}{12}\times42\times1.4^3=19200\text{cm}^4$$

$$r_x=\sqrt{\frac{I_x}{A_m}}=\sqrt{\frac{19200}{203}}=9.73\text{ cm}$$

$$\lambda_x=\frac{l_{ox}}{r_x}\frac{500}{9.73}=51.4$$

由附表 4-9 查得 $\varphi_1$=0.765,有

$$\lambda=\alpha\cdot\frac{l_o}{h}\cdot\frac{r_y}{r_x}=1.8\times\frac{500}{45.6}\times\frac{19.57}{9.73}=39.7$$

根据 $\lambda$ 值由附表 4-9 查得 $\varphi_2$=0.843，有

$$\sigma=\frac{N}{\varphi_1 A_m}+\frac{1}{\varphi_2}\cdot\frac{M}{\mu W_y}=\frac{1185000}{0.767\times20300}+\frac{1}{0.843}\cdot\frac{287.5\times10^6}{0.873\times3408000}$$

$$=76.1+114.6=190.7\text{MPa}<[\sigma]=200\text{MPa}$$，满足要求。

4）局部稳定性验算

⑴ 腹板的局部稳定性

由附表 4-10 及图 21-30 知，腹板宽 $b_2$=42 cm，腹板厚 $t_2$=1.4 cm。

$$\frac{b_2}{t_2}=\frac{42}{1.4}=30$$

现 $\lambda_x$=51.4＞50　$0.5\lambda+5=30.7>\frac{b_2}{t_2}=30$，满足要求。

⑵ 翼缘板的局部稳定性

同样，由附表 4-10 及图 21-30 知，翼缘板厚 $T_3$=1.8cm，翼缘板宽度的一半 $b_3=\frac{40}{2}=20$cm。

$$\frac{b_3}{T_3}=\frac{20}{1.8}=11.1<12$$，满足要求。

**例 21.5** 有一焊接 H 形截面的拉弯构件，宽度 $b$=460mm（图 21-31）。构件与节点板采用高强螺栓连接（孔径 $d_0$=23mm）。已知构件两个方向的计算长度 $l_{0x}$=8.8m，$l_{0y}$=11.0m。钢材为 16Mn 钢，承受的变化轴力 $N_1$=+140kN，$N_2$=+850kN，相应的弯矩 $M_{y1}$=+6.9kN·m，$M_{y2}$=+84kN·m。试进行



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　http://shop63887450.taobao.com/

构件截面设计。

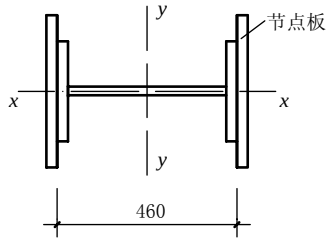



图 21-31 拉弯构件截面

**解：**

1）初步确定构件截面尺寸

先按承受变化的轴向力（暂不考虑变化弯矩的影响）作用的轴心受拉构件来初步拟定截面尺寸。

⑴ 确定疲劳容许应力$[\sigma_n]$

应力循环特征系数 $$\rho=\frac{N_{min}}{N_{max}}=\frac{+140}{+850}=0.165$$

由附表 4-4 及附表 4-3 得到

$$[\sigma_n]=\frac{165}{1-0.6\rho}=\frac{165}{1-0.6\times0.165}=183\,\text{MPa}<[\sigma]=200\,\text{MPa}$$

⑵ 拟定截面尺寸

所需净截面积为： $$A_j=\frac{N_{max}}{[\sigma_n]}=\frac{850\times10^3}{183}=4645\,\text{mm}^2$$

所需毛截面面积： $A_m=1.15\,A_j=5342\text{mm}^2$

由于以上计算中未考虑变化弯矩的作用以及要满足《公路桥规（1986）》对钢板最小厚度的规定，故选用截面为

腹板 ：1—436×10； 翼缘板：2—260×12

截面布置和尺寸见图 21-32。

实际的毛截面面积为： $A_m=2\times260\times12+436\times10=10600\text{mm}^2$

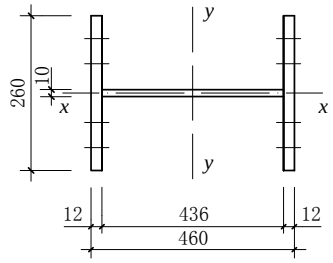



图 21-32 截面布置和尺寸

每块翼缘板上布置 4 排高强螺栓，故实际净截面面积为：

$$A_j=10600-(4\times23\times12)\times2=8392\text{mm}^2$$

2）验算

（1） 截面几何特性

毛截面惯性矩： $$I_x=2\times\frac{1}{12}\times12\times(260)^3=35.2\times10^6\,\text{mm}^4$$

$$r_x=\sqrt{\frac{35.2\times10^6}{10600}}=57.6\,\text{mm}$$

$$I_y=\frac{1}{12}\times10\times(436)^2+2\times260\times12\times(230-6)^2=382.2\times10^6\,\text{mm}^4$$

$$r_y=\sqrt{\frac{382.2\times10^6}{10600}}=189.9\,\text{mm}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

净截面惯性矩：$I_{yj}=I_y-2\times4\times(23\times12)\times(224)^2=382.2\times10^6-110.8\times10^6=271.4\times10^6\text{mm}^4$

（2） 强度验算

净截面的受拉边缘应力：

$$\sigma_1=\frac{N_1}{A_j}+\frac{M_1}{W_j}=\frac{850\times10^3}{8392}+\frac{84.0\times10^6\times230}{271.4\times10^6}=172.47\,\text{MPa}$$

$$\sigma_2=\frac{N_2}{A_j}+\frac{M_2}{W_j}=\frac{140\times10^3}{8392}+\frac{6.9\times10^6\times230}{271.4\times10^6}=22.53\,\text{MPa}$$

应力循环系数为：$\rho=\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}=\frac{22.53}{172.47}=0.131$

相应的疲劳容许应力为：$[\sigma_n]=\frac{165}{1-0.6\rho}=\frac{165}{1-0.6\times0.131}=179.08\,\text{MPa}$

$\sigma_{\max}=\sigma_1=172.47\text{MPa}<[\sigma_n]=179.08\text{MPa}$，截面满足强度要求。

（3）构件刚度验算

$$\lambda_{\max}=\lambda_x=\frac{l_{ox}}{r_x}=\frac{8.8\times10^3}{57.6}=152.8<[\lambda]=180$$，满足刚度要求。

# 21.6 钢桁架节点设计

## 21.6.1 节点设计的要求

钢桁架梁的节点，既是主桁杆件交汇的地方，也是纵、横联结系杆件及横梁连接于主桁架的位置。它将位于三个正交平面内的主桁、纵向联结系、横向联结系杆件连接在一起，这些杆件的内力都要通过节点并取得平衡。因此，节点是钢桁梁的重要组成部分之一，构造和计算都比较复杂，其设计应按以下的原则和步骤进行。

### 1）节点设计的原则

⑴ 在设计节点构造时，应尽可能使同一节点的各杆截面的形心轴交汇于一点，以避免由偏心影响而引起杆件的次应力。

⑵ 为了使杆件端头的连接螺栓受力均匀，应当使螺栓群的形心布置在杆件截面的形心轴上。由于孔前传力的原因，第一排螺栓孔使截面的削弱对杆件强度影响最大，一般可在第一排少布置几个螺栓。

⑶ 为了使节点构造刚度大，同时使节点板的用料减少，应将各杆件端头布置得尽量靠扰。

⑷ 杆件及节点板工地连接的螺栓，都应用机器样板钻制成孔，这些螺栓孔位置应尽量与工厂已有的机器样板的栓孔位置相符，以利加工和安装。

⑸ 节点外形应力求设计紧凑、简单，不宜有凹角，以免应力集中和加工不方便。设计时，为了使节点板外形比较方正，可以适当增加一些螺栓。

⑹ 杆件端部离最近一排螺栓孔中心的距离不宜小于 $1.5d$，以免杆件端部被拉裂。

⑺ 为了便于使同类型的杆件可以相互替换，除使这些杆件的长度相同外，还应使杆件端部的工地螺栓孔布置也一致。

⑻ 所有节点板、拼接板及杆件的连接螺栓均满足强度要求。

### 2）节点设计步骤

⑴ 按照结构的计算图式，画出交汇于节点的各杆件截面形心轴线，这些轴线应交汇于一点。

⑵ 先画出弦杆的外形轮廓线，其次画出直腹杆的外形轮廓线，然后再画出斜腹杆的外形轮廓线。

⑶ 布置两斜腹杆上的螺栓孔，定出斜腹杆的端线。

⑷ 根据斜腹杆螺栓孔的布置，画出节点板的外轮廓线。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

⑸ 布置直腹杆及下弦杆的连接螺栓及边缘轮廓线。

⑹ 通过计算、验算弦杆拼接板及其拼接用的螺栓数量。

## 21.6.2 节点构造

图 21-33 为一轻型桁架和重型桁架的节点构造图，根据用途的不同，在各种不同荷载作用下，可以采用不同型式的钢桁架。轻型桁架的特点是杆内力不大，每个节点处用一块节点板传力即可，其杆件截面属于单壁式，主要集中在一个竖直平面内（图 21-33 a）。而重型桁架每个节点要用两块节点板传力，其杆件的截面属于双壁式，主要集中在两个竖直平面内，分别与两块节点板相连接（图 21-33 b）。

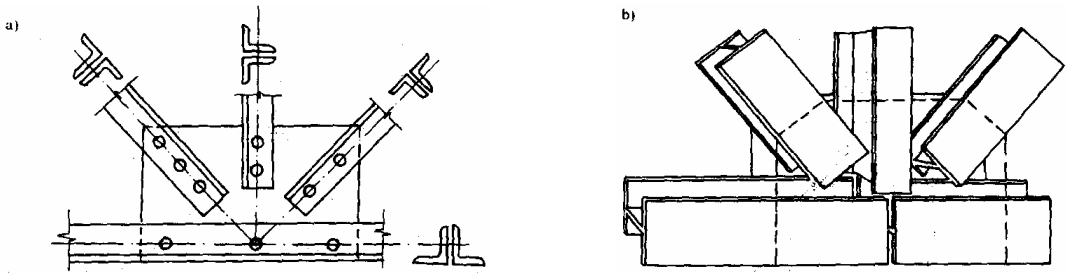



图 21-33 轻型桁架与重型桁架的节点

在钢桁架中，汇交于桁架节点的各杆件，可采用焊接、铆接或螺栓连接到节点板上。各杆件的内力通过焊缝（或栓钉）传递到节点板上相互平衡。节点设计应满足连接、构造合理和制作方便的要求。

钢桁架的设计，首先作出节点处各杆件的轴心交汇图，并根据轴线决定各杆件的边线位置。其次定出杆端的裁切形式及其位置。然后根据各杆件所传内力的大小，以计算出焊缝长度或栓钉数量并在图上进行布置。最后适当调整焊缝（或螺钉）的布置，决定节点板的形状和尺寸。

各杆件的轴线交汇于一点形成节点的中心，各轴线间的夹角由桁架的计算图式决定。为了避免杆件的偏心受力，杆件的轴线理论上应该通过杆件截面的形心。但在实际工作中为了制作方便，通常对焊接桁架杆件的截面形心至角钢背的距离取 5mm 的倍数。而在螺栓（铆钉）连接的桁架中，杆件是沿连接的栓钉线传力，故一般用各杆的栓钉线交汇；当角钢肢宽较大而有两根栓钉线时，则以靠近角钢背的一根栓钉线交汇。

节点的设计是先在图纸上绘制桁架的几何图形，然后画出各个杆件的轮廓线。再在图上确定各腹杆端部的裁切位置，为了便于拼装与施焊，以及避免焊缝过分集中，应使腹杆与弦杆或腹杆与腹杆边缘之间留有 15～20mm 的空隙（图 21-34）。为了制作方便，角钢端部最好垂直其轴线裁切，为了减小节点板的尺寸，使之传力合理，可在垂直于角钢轴线裁切后，再切去一个角。

节点的构造应尽量紧凑和传力合理。节点板的形状由节点图形和连结桁架腹杆的焊缝长度或栓钉数目来决定。节点板的外形必须避免凹角，以免增加加工的困难，减少应力集中现象。因此，节点板边缘宜以不小于 15°～20°角逐渐放宽，使受力比较均匀，且有足够的面积（图 21-35）。

节点板通常伸出弦杆角钢背外 10～15mm，以便于施焊；但有时为了在弦杆上布置其它构件，要求弦杆外缘平直，则让节点板缩入弦杆角钢背内 5～10mm。

钢桁架的节点板厚度通常根据经验确定而不进行计算，一般整榀全桁架的节点板都取相同厚度．以便于施工。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

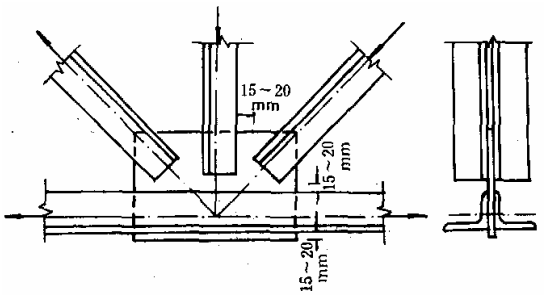



图 21-34 轻型桁架杆件的节点交汇

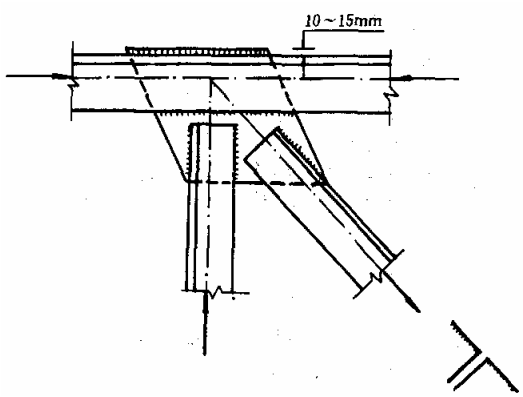



图 21-35 节点板的构造

图 21-36 为跨径为 64m 的单线铁路下承式栓焊桁架梁的几个节点构造图。

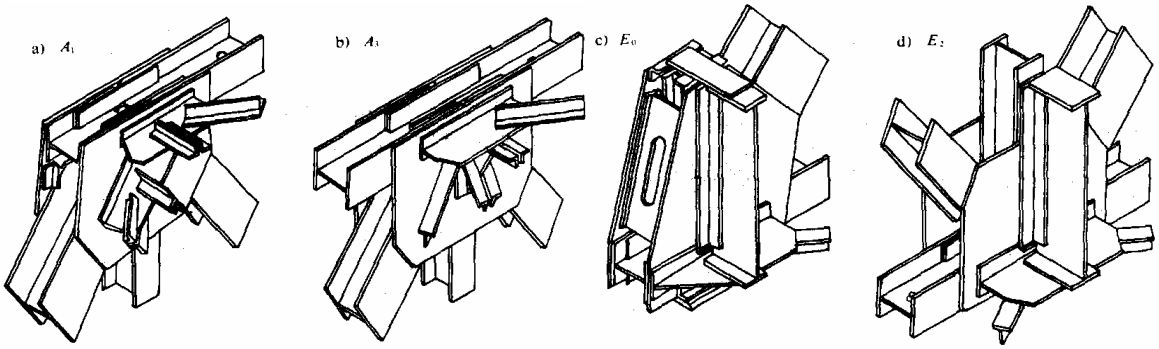



图 21-36 跨径为 64m 栓焊桁架梁节点构造透视图

a）上弦端节点； b）上弦跨中节点； c）下弦端节点； d）下弦跨中节点

## 21.6.3 杆件端部连接的计算

杆件端部连接螺栓（铆钉）的作用，是将杆件的内力传递给节点板或拼接板。根据杆件受力性质的不同，杆端连接螺栓（铆钉）有以下两种不同的计算原则。

### 1）按杆件的承载能力计算

按杆件的承载能力计算，又称等强度原则。杆件的承载力总是要大于其内力。对于承受活载的杆件，考虑到各种最不利的组合，为了保证杆件的承载能力能充分发挥，应使其连接部分与杆件有同等的承载能力。按照《公路桥规（1986）》规定，主桁架杆件、板梁的翼缘和腹板等均属于这一类杆件。

设[$N$]为单摩擦面螺栓的容许承载能力，$n$为所需单摩擦面的螺栓数，$A_j$、$A_m$分别为杆件的净截面面积和毛截面面积，[$\sigma$]、[$\sigma_n$]分别为杆件材料的容许应力和疲劳强度，$\varphi_1$为轴心压杆的容许应力折减系数，则根据等强度原则

受拉杆件 $n[N]\geq A_j[\sigma_n]$，即

$$n\geq\frac{A_j[\sigma_n]}{[N]} \tag{21.51}$$

受压杆件 $n[N]\geq A_m[\sigma_n]$，即

$$n\geq\frac{A_m\varphi_1[\sigma]}{[N]} \tag{21.52}$$

一个双摩擦面的螺栓按两个单摩擦面的螺栓计算。如为铆钉连接，则上式中的[$N$]代表单剪铆钉的容许承载力，且计算铆钉的承载力时要考虑疲劳强度。

### 2）按杆件的内力计算

不承受活载的杆件以及受活载影响的次要杆件，如联结系杆件，纵、横梁的梁端连接以及由安



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

装内力控制的杆件，连接螺栓按杆件内力计算，即最大内力法。对于这些杆件若按等强度计算连接螺栓（铆钉）的数量，则螺栓（铆钉）数目偏多，很不经济。

设 $N$ 为杆件的计算内力，则按杆件内力计算连接螺栓（铆钉）时，其螺栓（铆钉）的个数按下式决定，对于受拉、受压杆件或梁端连接

$$n[N] \geq N \qquad \text{即 } n \geq \frac{N}{[N]} \tag{21.53}$$

## 21.6.4 节点板强度的验算

主桁架节点是位于几根杆件交汇的地方，腹杆、弦杆的内力是通过节点板来平衡的。因此，节点板的应力状态比较复杂，既有拉应力，也有压应力，还有剪应力，其应力分布也极不均匀。要精确地进行节点板的计算是很困难的，目前采用的节点板设计方法是首先按照构造确定节点板的厚度，然后根据钉孔布置确定节点板的外形及其尺寸，最后采用近似方法进行节点板的强度验算。

现以图 21-37 桁架下弦节点 $E_2$ 为例，介绍节点板强度的验算方法。

### 1）验算在内力作用下节点中心处节点板竖向截面上的法向应力

图 21-37 所示节点中心处节点板的截面法向力 $N$，可根据平衡条件得

$$N = S_{E_1E_4} - S_{E_2A_3}\cos\theta = S_{A_1A_3} \tag{21.54}$$

由图中可以看出，承受 $N$ 力的截面只包括节点板和拼装板的截面。$A_j$ 为 $a-a$ 截面扣除钉孔后的净截面面积。

节点板上缘法向应力：

$$\sigma_s = \frac{N}{A_j} - \frac{Ney_2}{I_j} \leq [\sigma] \tag{21.55}$$

节点板下缘法向应力：

$$\sigma_x = \frac{N}{A_j} + \frac{Ney_1}{I_j} \leq [\sigma] \tag{21.56}$$

式中：$A_j$—节点板和拼接板的净截面面积；

$I_j$—节点板和拼接板的净截面惯矩。

### 2）验算在主力作用下腹杆与弦杆之间的节点板水平截面的剪应力

图 21-37 中 $d-d$ 截面，因相邻两腹杆的水平力是通过节点板传递到弦杆上去的，作用于节点板 $d-d$ 截面上的水平剪力为

$$T = (S_{A_1E_2} + S_{E_2A_3})\cos\theta \tag{21.57}$$

则 $d-d$ 截面上的剪应力为

$$\tau = \frac{T}{A_j} \tag{21.58}$$

式中：$A_j$—为两块节点板在 $d-d$ 处的水平净截面面积。

### 3）验算斜腹杆与节点板连接处节点板的撕裂应力

如图 21-37 所示的斜腹杆受力，节点有可能沿 1-2-3-4 截面撕裂，也有可能沿 5-2-3-6 或 1-2-3-7-8 截面撕裂破坏。由于节点板的受力复杂，要求节点板的抗撕裂的强度应比杆件强度至少大 10%。

按照《公路桥规（1986）》规定，验算节点板上可能被连接杆件撕裂的危险截面上的强度时，其容许应力规定为：

⑴ 撕裂截面垂直于被连接杆件的轴线方向时，采用钢材的容许轴向应力$[\sigma]$；

⑵ 撕裂截面与被连接杆件轴线成小于 90° 的角度时，采用 $0.75[\sigma]$；

⑶ 节点板除验算撕裂强度外，尚应验算水平和竖直截面上的剪应力和法向应力，其容许轴向应力分别为 $0.75[\sigma]$及$[\sigma]$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

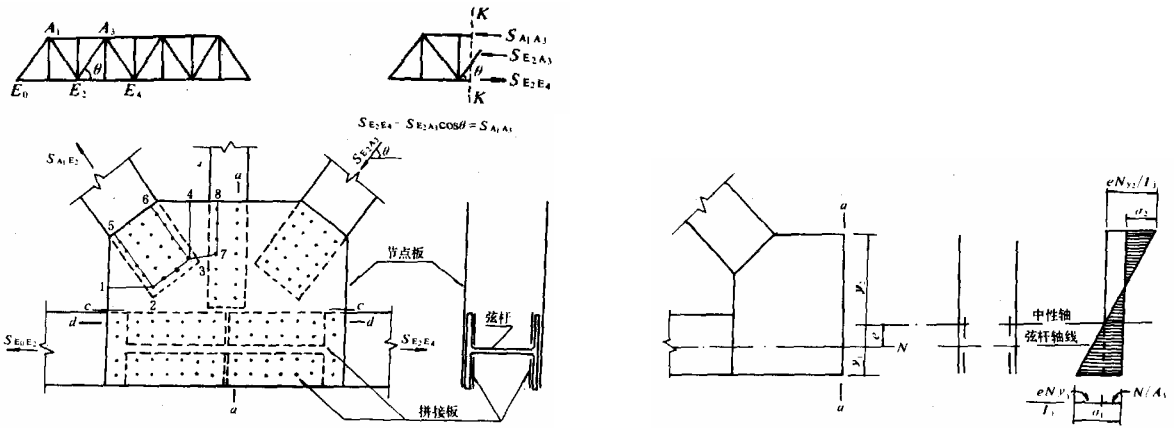



图 21-37 桁架节点板强度验算

现以图 21-37 中的 1-2-3-4 截面为例，其验算公式为

$$\sigma = \frac{1.1N}{0.75(A_{j1-2} + A_{j3-4}) + A_{j2-3}} \le [\sigma] \tag{21.59}$$

其它截面的撕裂验算与此相同。

桁架杆件的轴向力可按节点为铰接的假定进行计算，但当主桁杆件截面高度与节点中心距离之比在连续桁架梁中大于 1 / 15，简支桁架梁中大于 1 / 10 时，应计算由于节点刚性引起的次应力。但对高强螺栓与铆钉的计算，可不考虑此项影响。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 22 章 钢板梁的设计

## 22.1 概 述

承受横向荷载的构件称为受弯构件，其形式有实腹式和格构式两大类。实腹式受弯构件通常称为梁，在土木工程中得到广泛应用，例如钢梁常用作钢板梁桥的主梁、钢桁架桥中的纵梁和横梁以及工厂的行车梁等。

钢梁按截面型式可分为型钢梁和钢板梁。型钢梁的截面有热轧工字钢（图22-1 a）、热轧 H 型钢（图22-1 b）和槽钢（图22-1 c）三种。由于轧制条件的限制，热轧型钢腹板的厚度较大、尺寸受到限制。虽然采用型钢梁能减少制造费用，但当荷载较大或跨径较大时，往往不能满足强度、总体稳定性和刚度的要求，因此，型钢梁只适用于跨径不大、荷载较小的桥梁。

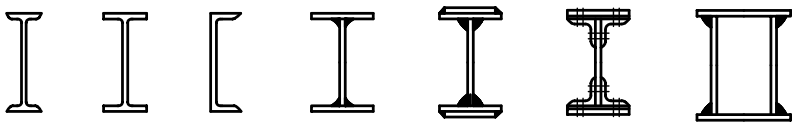



图 22-1　梁的截面类型

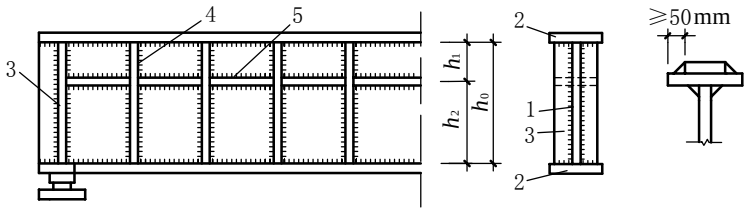



图 22-2 焊接钢板梁

1—腹板；2—翼缘板；3—支承加劲肋；4—中间竖向加劲角钢；5—水平加劲肋

钢板梁由钢板、角钢等通过焊接或铆接而组成，一般采用由三块钢板焊接而成的工字形截面（图22-1 d），当翼缘要求很厚时，可采用两层翼缘板的截面（图22-1 e）。受动力荷载的梁如果钢材质量不能满足焊接结构的要求时，可采用高强螺栓或铆钉连接而成的工字形截面（图22-1 f）。荷载很大而且高度受到限制或梁的抗扭刚度要求较高时，可采用箱形截面（图22-1 g）。从用钢量来说，跨径不超过 40m 时，钢板梁比较经济，当超出此范围后，以采用钢桁架为宜。

焊接钢板梁的构造如图 22-2 所示，翼缘一般采用一层钢板，只有当一层钢板不能满足截面要求时，才采用焊接板束。在梁的支点处须设置支承加劲肋，以承受支点反力。为了防止腹板在弯曲应力、剪应力和竖向压应力作用下丧失稳定，沿梁的长度方向上每隔一定距离可设一对中间竖向加劲肋。对较高的板梁，还应在腹板处设置水平加劲肋。

在一般情况下，焊接钢板梁比铆接钢板梁更为经济合理、省工省料。对跨径较大的桥梁，可采用全焊接板梁，也可采用栓焊梁或铆焊梁，即在工厂分段焊成，然后在工地用焊接、高强螺栓或铆钉进行拼接。对承受动力荷载的焊接钢板梁，应注意焊接工艺的可靠性。

## 22.2 钢板梁的强度和刚度

为了确保安全适用、经济合理，钢板梁的设计必须同时包括承载能力极限状态和正常使用状态。承载力极限状态在钢板梁的设计中包括强度、整体稳定和局部稳定三个方面：设计时要求在荷载设



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

计值作用下，梁的弯曲正应力、剪应力、局部压应力和折算应力均不超过规范规定的相应强度设计值。梁整体不会发生侧向弯扭屈曲。钢梁的板件不会出现波状的局部屈曲。正常使用的极限状态在钢板梁的设计中主要考虑梁的刚度：设计时要求梁有足够的抗弯刚度，即在荷载标准值作用下，梁的最大挠度不大于规范规定的容许挠度。

### 22.2.1 钢板梁的强度

梁的强度分抗弯强度、抗剪强度、局部承压强度、在复杂应力作用下的强度。

#### 1）梁的正应力

梁的抗弯强度按下列规定计算。

只在一个平面内受弯曲：

$$\sigma_w = \frac{M_{max}}{W} \le [\sigma_w] \tag{22.1}$$

式中：

$M_{max}$ —验算截面的最大弯矩；

$\sigma_w$、$[\sigma_w]$—验算截面上弯矩所产生的最大弯曲应力、容许应力。

在二个平面内同时承受弯曲：

$$\sigma_w = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \le C[\sigma_w] \tag{22.2}$$

式中：

$W$ 、$W_x$、$W_y$ —验算截面处对主轴的计算截面抵抗矩；验算受拉翼缘为净截面抵抗矩；验算受压翼缘为毛截面抵抗矩；

$C$ —双向弯曲作用下容许应力增大系数

$$C = 1 + 0.3\frac{\sigma_{w1}}{\sigma_{w2}} \le 1.15$$

$\sigma_{w1}$、$\sigma_{w2}$—验算截面上由于作用在两相互垂直平面的弯矩所产生的较小和较大应力

为了既保证安全又节省钢材，梁截面上的最大弯曲应力$\sigma_w$应接近其容许弯曲应力$[\sigma_w]$，而且以不超过容许应力±5%为宜，否则应重新选定截面尺寸并进行验算。

#### 2）梁的剪应力

一般情况下，梁既承受弯矩又同时承受剪力作用。工字形截面梁腹板上的剪应力分布如图 22-3 所示，剪应力的计算公式为：

$$\tau_{max} = \frac{VS_m}{I_m t_w} \le C'[\tau] \tag{22.3}$$

式中：

$\tau_{max}$ —验算截面的最大剪应力；

$V$ —截面的剪力；

$S_m$—中性轴以上的毛截面对中性轴的面积矩；

$I_m$—毛截面惯性矩；

$t_w$—腹板厚度；

$[\tau]$—钢材容许剪应力；

$C'$—考虑截面上剪应力分布不均匀而引用的容许剪应力提高系数，按下列公式确定：

当$\frac{\tau_{max}}{\tau_0} \le 1.25$时，$C' = 1.00$；

当$\frac{\tau_{max}}{\tau_0} \ge 1.5$时，$C' = 1.25$；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

当$1.25<\frac{\tau_{max}}{\tau_0}<1.5$时，$C'$按线性插值取用。

其中：$\tau_0$—假定剪力$V$由腹板截面承担的平均剪应力，即$\tau_0=\frac{V}{h_w t_w}$。

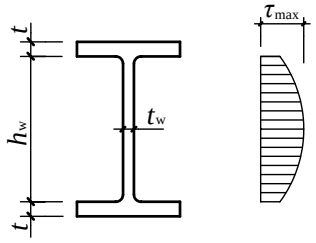



图 22-3 腹板剪应力

### 3）梁的换算应力

梁在正应力和剪应力共同作用下，其换算应力为：

$$\sigma_h=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}\le 1.1[\sigma]或1.1[\sigma_w] \qquad (22.4)$$

式中：

$\sigma$—验算截面处按净截面计算的法向应力；

$\tau$—验算截面处的剪应力；

$\sigma_w$、$[\sigma_w]$—同时承受轴向力和弯曲作用时的容许法向应力，当$\frac{N}{A}\ge\frac{M}{W}$时，采用$[\sigma]$；当$\frac{N}{A}<\frac{M}{W}$时，采用$[\sigma_w]$。

## 22.2.2 钢板梁的刚度

梁的刚度用荷载标准值作用下的挠度大小来衡量。为了保证正常使用，钢板梁必须具有足够的刚度，根据《公路桥规（1986）》要求，由汽车荷载（不计冲击力）所引起的最大竖向挠度$f$与计算跨径$l$之比，不得超过容许值$[f/l]$。梁的挠度可按材料力学和结构力学的方法计算。对于承受多个集中荷载的梁，其挠度的精确计算较为复杂，但与最大弯矩相同的均布荷载作用下的挠度接近，等高度简支梁一般采用下列近似公式验算梁的挠度：

对等截面简支梁

$$\frac{f}{l}=\frac{5}{384}\frac{q_k l^3}{EI_x}=\frac{5}{48}\cdot\frac{q_k l^2\cdot l}{8EI_x}\approx\frac{M_k l}{10EI_x}\le\left[\frac{f}{l}\right] \qquad (22.5)$$

对变截面简支梁

$$\frac{f}{l}=\frac{M_k l}{10EI_x}\left(1+\frac{3}{25}\frac{I_x-I_{x1}}{I_x}\right)\le\left[\frac{f}{l}\right] \qquad (22.6)$$

式中：

$q_k$—均布荷载标准值；

$M_k$—荷载标准值产生的最大弯矩；

$I_x$—跨中毛截面惯性矩；

$I_{x1}$—支座附近毛截面惯性矩。

# 22.3 钢板梁的整体稳定

## 22.3.1 钢板梁整体稳定的概念

为了提高抗弯刚度，节省钢材，钢梁截面一般设计得窄而高，受荷弯矩作用平面内刚度大，弯



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

矩作用平面外刚度小，如果梁的侧向支撑较弱，梁的弯曲会随荷载大小的不同而呈现两种不同的平衡状态。如图 22-4 a 所示的工字形截面简支梁。设荷载 $P$ 作用在梁的最大刚度平面内，除两端支座处有防止侧向位移和抗扭的构造措施外，跨中无任何侧向支承点。按照弹性稳定理论，当荷载低于某一数值时，梁保持稳定的平衡状态。虽然受到外界干扰力使梁发生微小的侧向弯曲和扭转变形，但是当这种干扰力消除之后，梁仍能恢复其原来的位置和形状。然而，随着荷载的增大，恢复的能力愈来愈小，当荷载增加到某一数值时，梁不能再继续保持其原来的稳定平衡状态。在这种情况之下，即使受到非常小的干扰力，也会使梁发生显著的侧向弯曲和扭转如图 22-4 b，22-4 c 所示，而且当这种干扰力消失之后，它也不能再恢复原来的位置和形状。通常将这种弯扭屈曲现象称为梁的整体失稳，这种使梁发生整体失稳的荷载或弯矩称为临界荷载或临界弯矩。

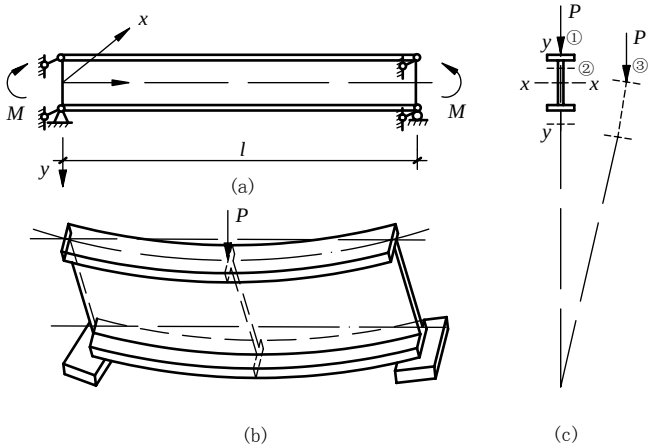



图 22-4　简支梁丧失整体稳定的现象

1— 弯曲前；2—丧失整体稳定前挠曲位置；3—丧失整体稳定后“弯—扭”时的挠曲位置

根据结构弹性稳定理论，双轴对称工字形截面简支梁的临界弯矩 $M_{cr}$ 可用一个通式表示：

$$M_{cr}=\frac{k\sqrt{EI_y GI_t}}{l} \tag{22.7}$$

其临界应力为：

$$\sigma_{cr}=\frac{M_{cr}}{W_x}=\frac{k\sqrt{EI_y GI_t}}{lW_x} \tag{22.8}$$

式中：

$I_y$ —梁对 $y$ 轴（弱轴）的毛截面惯性矩；

$I_t$ —梁毛截面扭转惯性矩；

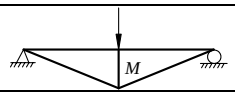
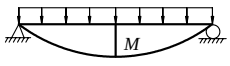
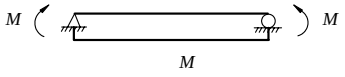
$l$ —梁受压翼缘的自由长度（受压翼缘侧向支承点之间的距离）；

$W_x$ —梁对 $x$ 轴的毛截面模量；

$E,G$ —钢材的弹性模量及剪切模量；

$k$ —梁的侧扭屈曲系数，与荷载类型、梁端支承方式以及横向荷载作用位置有关，如表 22-1 所示。

**双轴对称工字型截面简支梁的侧扭屈曲系数 $k$ 值**　　表 22-1

| 荷载情况 | $k$ 值 | | 说明 |
|---|---|---|---|
| | 荷载作用于形心 | 荷载作用于上下翼缘 | |
|  | $1.35\pi\sqrt{1+10.2\psi}$ | $1.35\pi(\sqrt{1+12.9\psi}\mp1.74\sqrt{\psi})$ | 表中的“∓”号；“－”号用于荷载作用在上翼缘；“+”号用于荷载作用在下翼缘。 |
|  | $1.13\pi\sqrt{1+10}$ | $1.13\pi(\sqrt{1+11.9\psi}\mp1.44\sqrt{\psi})$ | |
|  | $\pi\sqrt{1+\pi^2\psi}$ | | |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

由此可见，梁的横向抗弯刚度$EI_y$和抗扭刚度$GI_t$愈大、荷载作用点的位置愈低、梁的跨径愈小以及当沿梁方向受压翼缘设置侧向支撑而减小受压翼缘的自由长度时，则梁的临界荷载或临界弯矩就愈大，梁的整体稳定性就愈有保证。

## 22.3.2 钢板梁整体稳定的保证

为了提高梁的临界荷载或临界弯矩，延缓整体失稳的发生，最有效的办法就是在梁的跨中增设受压翼缘的侧向支承点，以缩短其自由长度，或者增加受压翼缘的宽度以提高其侧向抗弯刚度。《公路桥规（1986）》规定，为保证钢板梁的整体稳定，工字形截面简支梁受压翼缘的自由长度（即侧向固定点的间距）$l_0$与宽度$b$之比，对 Q235 钢不应超过 18，对 16Mn 钢不应超过 15。在板梁端部支承处应采取构造措施（如设置横向联结系），以防止梁端截面的弯-扭失稳破坏，但当有钢筋混凝土板或整体金属板固接在板梁的受压翼缘上时不受此限制，否则应进行整体稳定性验算。

## 22.3.3 钢板梁整体稳定的计算方法

按照《公路桥规（1986）》规定，钢板梁的整体稳定性方法计算按下式进行：

$$\sigma=\frac{M}{W_m}\le\phi_2[\sigma] \tag{22.9}$$

式中：

$M$ —构件中部 1/3 长度范围内最大计算弯矩；

$W_m$ —板梁的毛截面抵抗矩；

$\phi_2$ —构件只在一个主平面受弯时的纵向弯曲系数（若是压弯杆，可按 $N$ =0 的情况来确定$\varphi_2$），在不作进一步分析时，可按式$\lambda e=\alpha\cdot\frac{l_0}{h}\cdot\frac{r_x}{r_y}$计算构件的换算长细比，并按由附表 4-9 查得相应$\phi_1$的以替代$\phi_2$；

$\alpha$ —系数，焊接钢板梁取 1.8，铆接钢板梁取 2.0；

$l_0$—构件对垂直于受弯平面的 $y$ - $y$ 轴的自由长度（图 22-4）；

$r_x$ 、 $r_y$—构件截面对 $x$ - $x$ 、 $y$ - $y$ 轴的回转半径（图 22-4）；

$h$—钢板梁的高度。

对于下列情况，取$\varphi_2=1$。

（1） 箱形截面构件；

（2） 任意截面构件，当所验算的失稳平面和弯矩作用平面一致时。

**例 22.1** 计算跨径$l=16$ m 的简支钢板梁桥，主梁的截面尺寸如图 22-5 所示，上(下)平纵联两相邻节点间距为 2.0m。焊接工字形简支钢板梁采用 Q235 钢，其主梁计算内力值列于表 22-2，试进行主梁强度和整体稳定性验算。

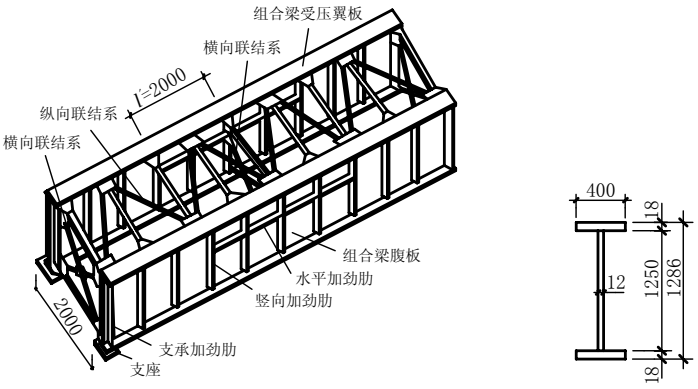



图 22-5 主梁截面



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

主梁计算内力值　　表 22-2

| 截面 | 内力 | 组合Ⅰ（恒+人+汽） | 组合Ⅲ （恒+拖） | 控制值 |
|---|---|---|---|---|
| 跨中 | $M_{l/2}(\text{kN.m})$ | 1249.66 | 1657.92 | 1657.92 |
| 跨中 | $V_{l/2}(\text{kN})$ | 63.14 | 88.62 | 88.62 |
| 支点 | $V_0(\text{kN})$ | 295.627 | 369.48 | 369.48 |

**解**：图 22-5 所示的钢板梁为等截面简支梁，其截面几何特性计算如下：

截面中和轴距受压翼缘边缘距离：$y_t=\frac{h}{2}=\frac{1286}{2}=643\,\text{mm}$

对截面中和轴的毛截面惯性矩：

$$I_m=2\left[\frac{1}{12}\times400\times18^3+400\times18\times634^2\right]+\frac{1}{12}\times12\times1250^3=7.74\times10^9\,\text{mm}^4$$

截面中和轴以上部分面积对中性轴的面积矩为：

$$S_m=400\times18\times684+625\times12\times\frac{625}{2}=7.27\times10^6\,\text{mm}^3$$

截面受拉翼缘与腹板交界处以下部分对中和轴的面积矩为：

$$S=400\times18\times684=4.92\times10^6\,\text{mm}^3$$

（1）主梁截面弯曲正应力验算

取简支钢板梁的跨中截面为验算截面，计算弯矩 $M_{l/2}=1657.92\,\text{kN}\cdot\text{m}$，则有

$$\sigma=\frac{M_{l/2}}{I_m}y_t=\frac{1657.92\times10^6}{7.74\times10^9}\times643=137.73<1.25[\sigma_w]=181.25\,\text{MPa}$$

根据《公路桥规（1986）》规定，当对永久性结构按荷载组合III进行强度验算时，钢材和连接容许应力应乘以提高系数 $k=1.25$。

（2）主梁截面剪应力验算

取简支钢板梁的支点截面为验算截面，这时计算剪力 $V_0=369.46\,\text{kN}$，腹板宽度 $t_w=12\,\text{mm}$，则

$$\tau_{max}=\frac{V_0S_m}{I_mt_w}=\frac{369.46\times10^3\times7.27\times10^6}{7.74\times10^9\times12}=28.92\,\text{MPa}$$

因 $\tau_0=\frac{V_0}{h_0t_w}=\frac{369.46\times10^3}{1250\times12}=24.63$，$\frac{\tau_{max}}{\tau_0}=1.17<1.25$，故可取 $C=1.0$，则容许应力为 $C\cdot k\cdot[\tau]=1.0\times1.25\times85=106.25\,\text{MPa}>\tau_{max}=28.92\,\text{MPa}$，故满足要求。

（3）主梁截面换算应力验算

对于简支梁可取 $1/4$ 跨处截面为验算截面，且取该截面最大剪力 $V'$ 和相应的弯矩 $M'$ 来计算，，同时取表 22-2 中的计算值按下列两式计算 $V'$ 与 $M'$ 值：

$$M'=M_{l/2}\left(1-\frac{4x^2}{l^2}\right)=M_{l/2}\left[1-4\left(\frac{l/4}{l}\right)^2\right]=1657.92\left(1-\frac{1}{4}\right)=1243.44\,\text{kN}\cdot\text{m}$$

$$V'=\frac{1}{2}(V_0+V_{l/2})=\frac{1}{2}(369.48+88.62)=229.05\,\text{kN}$$

在截面受拉翼缘与腹板交界处的应力计算为：

$$\sigma=\frac{M'}{I_m}y=\frac{1243.44\times10^6}{7.74\times10^9}\times\frac{1250}{2}=100.41\,\text{MPa}$$

$$\tau=\frac{V'S}{I_mb}=\frac{229.05\times10^3\times4.92\times10^6}{7.74\times10^9\times12}=12.13\,\text{MPa}$$

换算应力计算为：　$\sigma_h=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}=\sqrt{(100.41)^2+3(12.13)^2}=102.58\,\text{MPa}$

腹板与翼缘采用 $K$ 形剖口半自动焊缝，由上式计算结果可见，换算应力 $\sigma_h$ 亦远小于容许应力



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$1.1\times1.25[\sigma_w]$，故满足要求。

（4）主梁整体稳定性验算

计算主梁截面绕 $y$ 轴的惯性矩和回转半径如下

$$I_y=2\times\frac{1}{12}\times18\times400^3+\frac{1}{12}\times1250\times12^3=0.192\times10^9\,\text{mm}^4$$

主梁受压翼缘两相邻节点的距离，等于上平纵联两相邻节点间距 $l'=2.0\,\text{m}$，而主梁截面高度 $h=1286\,\text{mm}$，则换算长细比

$$\lambda_e=\frac{al_0}{h}\frac{r_x}{r_y}=a\frac{l'}{h}\sqrt{\frac{I_x}{I_y}}=1.8\times\frac{2000}{1286}\times\sqrt{\frac{7.74\times10^9}{0.192\times10^9}}=17.77$$

查附表 4-9 得到 $\varphi_2=0.9$，则有：

$$\sigma=\frac{M}{W_m}=\frac{1657.92\times10^6}{7.74\times10^9}\times643=137.0\,\text{MPa}<\varphi_2 k[\sigma]=157.5\,\text{MPa}$$

计算式中所取 $M=1657.92\,\text{kN}\cdot\text{m}$，是沿主梁长度方向上在跨中 $\frac{1}{3}l$ 区段中最大弯矩。

主梁受压翼缘宽度 $b=400\,\text{mm}$，侧向固定点间距即为上平纵联相邻节点间距 $l'=2.0\,\text{m}$。钢梁材料为 Q235 钢，则有：

$$\frac{l'}{b}=\frac{2000}{400}=5<18$$

由以上计算结果可知，主梁的整体稳定性满足要求。

## 22.4 钢板梁的局部稳定和腹板加劲肋的设计

为了达到增加截面惯性矩和节省钢材的目的，组合梁的翼缘和腹板都是由平面尺寸很大的薄板所组成。如果不适当地把腹板加高减薄，把翼缘板加宽减薄，则当加载到一定程度时，梁的腹板及受压翼缘有可能偏离其平面位置，出现波形鼓曲，这种现象称为梁的局部失稳。

热轧型钢由于轧制条件，其板件宽厚比较小，都能满足局部稳定要求，不需要计算。对冷弯薄壁型钢梁的受压或受弯板件，宽厚比不超过规定的限制时，认为板件全部有效;当超过此限制时，只考虑一部分宽度有效，应按现行冷弯薄壁型钢结构技术规范计算。这里主要叙述钢板梁翼缘和腹板的局部稳定。

### 22.4.1 受压翼缘的局部稳定

为了充分发挥材料强度，翼缘的合理设计是采用一定厚度的钢板，让其临界应力 $\sigma_{cr}$ 不低于钢材的屈服点 $f_y$，从而使翼缘不丧失稳定。一般采用限制宽厚比的办法来保证梁受压翼缘板的局部稳定。

钢板梁的受压翼缘可视为三边简支，另一边自由的窄长矩形薄板，在均匀压应力作用下，其弹性屈曲应力为：

$$\sigma_0=k\cdot\frac{\pi^2E}{12(1-\mu)^2}(\frac{t}{b})^2 \qquad (22.10)$$

式中：

$t$ —翼缘厚度；

$b$ —翼缘悬臂宽度；

$E$ —钢材的弹性模量，为 $2.1\times10^5\,\text{MPa}$；

$\mu$ —泊桑比，取用 0.3；

$k$ —屈曲系数，取用 0.425。

在失稳时，其翘曲情况如图 22-6 所示，成一个半波或几个半波形。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

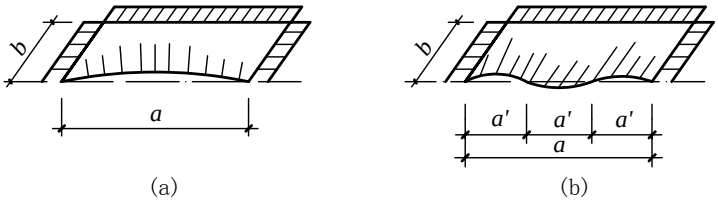



图 22-6 钢板梁翼缘板的翘曲情况

为了保证受压冀缘的局部稳定性，《公路桥规（1986）》规定，焊接钢板梁的受压翼缘，无镶边者伸出翼缘板宽度不宜大于 40cm，并不宜大于其厚度的 12 倍。如横梁（或木桥面板）直接铺在焊接钢板梁受压翼缘上，则伸出翼缘板宽度不宜大于其厚度的 10 倍。

## • 22.4.2 腹板的局部稳定

简支钢板梁腹板中的应力分布状况，可按材料力学方法来分析。对于沿腹板顶上作用的竖向压力，则一般假定其在腹板上缘处最大而按直线变化逐渐减小到腹板下缘处为零。腹板局部稳定性的临界应力取决于板的高厚比，为确保腹板局部稳定性，可以增大腹板厚度或设置腹板加劲肋以减小板件边长。图 22-7 分别表示仅有竖向加劲肋和既有竖向加劲肋又有水平加劲肋时的腹板受力状况。

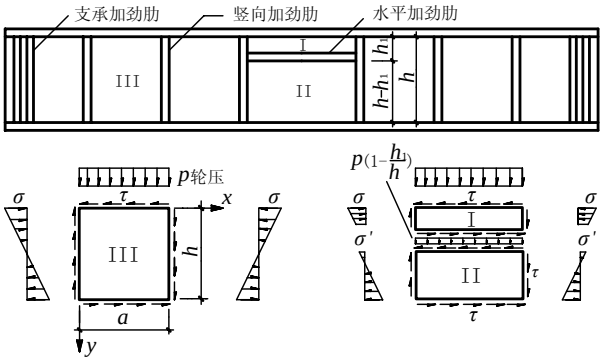



图 22-7 加劲肋的布置及腹板的应力分布

钢板梁的腹板局部失稳可以是由弯曲应力、剪应力以及局部荷载作用点下的局部压应力所引起的。在梁的弯矩最大区域，腹板由于弯曲应力而局部失稳时，常在梁的受压区沿纵向形成一个或几个半波（图 22-8）。在剪应力作用下，由于主压应力的作用，腹板在斜向出现波状起伏而失稳（图 22-9）。而在局部压应力作用下失稳时，腹板在压应力较大区域出现一个扁平的半波（图 22-10）。

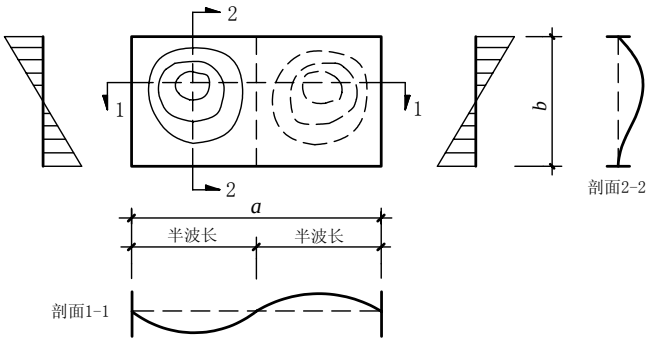



图 22-8 弯曲应力作用下腹板翘曲情况



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

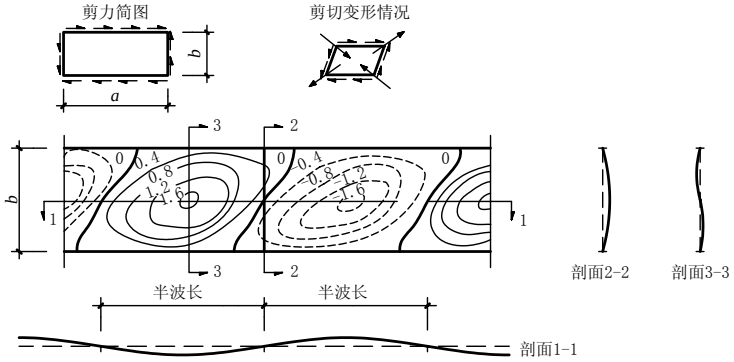



图 22-9 剪应力作用下腹板翘曲情况

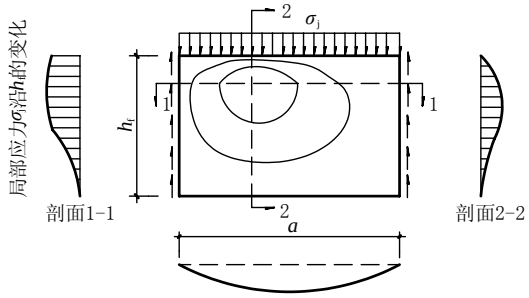



图 22-10 局布压应力作用下腹板翘曲情况

## 22.4.3 腹板加劲肋的设置

为了保证钢板梁腹板的局部稳定，一种作法是使腹板的高厚比不超过临界值，另一种作法是设计具有足够刚度的加劲肋。腹板加劲肋应按下列规定设置：

（1）当 $h_0/t_w \le 70$（Q235 钢）和 $h_0/t_w \le 60$（16Mn 钢）时，可不设竖向加劲肋及水平加劲肋。

（2）当 $70 < h_0/t_w \le 160$（Q235 钢）和 $60 < h_0/t_w \le 140$（16Mn 钢）时，仅设置竖向加劲肋，其间距 $a$ 应满足下式要求，且不得大于 2m（见图 22-11）。

$$a \le \frac{950 t_w}{\sqrt{\tau}} \qquad (22.11)$$

式中：

$a$ —竖向加劲肋的间距（cm）；

$t_w$ —腹板的厚度（cm）；

$\tau$ —验算钢板梁处的腹板平均剪应力（MPa）。

（3）当 $160 < h_0/t_w \le 280$（Q235 钢）和 $140 < h_0/t_w \le 240$（16Mn 钢）时，除设置竖向加劲肋外，尚需设置水平加劲肋。水平加劲肋宜布置在距受压翼缘 $(1/4 \sim 1/5)h_0$ 处。$h_0$ 为腹板计算高度，对焊接钢梁为腹板的全高，对铆接钢梁为上、下翼缘角钢内排铆钉线的间距。

（4）当仅设置竖向加劲肋加强腹板时，其每侧加劲肋的伸出肢肢宽 $b_s \ge 40\text{mm} + 1/30$ 腹板计算高度，肢厚不宜小于肢宽的 1/15。

（5）当既设置竖向加劲肋又设置水平加劲肋时，竖向加劲肋除满足第四项规定外，其截面对钢板梁中线的惯性矩不应小于（图 22-11 中 Z—Z 轴）

$$I_c = 3 h_0 t_w^3 \qquad (22.12)$$

水平加劲肋对钢梁中线的惯性矩不应小于



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$I_c = \frac{a^2}{h_0} t_w^{\ 3} (2.5 - 0.45a/h_0) \qquad (22.13)$$

也不宜小于$1.5h_0 t_w^{\ 3}$。

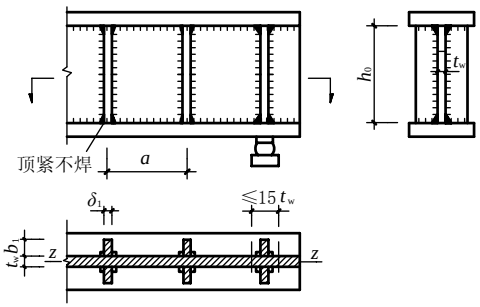



图 22-11 钢板梁的竖向加劲肋和水平加劲肋

（6）当必须设置单侧加劲肋时，则以与加劲肋相贴的腹板边缘为轴线的惯性矩不应小于成对的加劲肋对腹板中心截面的惯性矩。

设计焊接钢板梁的加劲肋时，并应符合《公路桥规（1986）》的下列规定：

（1）与腹板对接焊缝平行的加劲肋，应距对接焊缝不小于$10t_w$（$t_w$为腹板厚度），以避免焊缝过于接近，造成焊接热影响区和应力集中区的重叠，而导致结构产生脆性破坏；

（2）与腹板对接焊缝相交加劲肋，加劲肋及其焊缝应连续跨过腹板焊缝；

（3）当水平加劲肋与竖加劲肋相交时，可以让水平加劲肋及其焊缝连续通过，而将竖加劲肋截断，同时切出斜角，焊于水平加劲肋上。也可以让竖向加劲肋及其焊缝连续通过，而将水平加劲肋截断并切出斜角，用 K 形焊缝连接于竖向加劲肋上，使水平加劲肋所承受的法向应力能够顺畅地通过竖向加劲肋。

（4）竖向加劲肋与梁的翼缘板焊接时，应将加劲肋切出不大于 5 倍腹板厚度的斜角。

（5）连接钢板梁的翼缘与腹板之间的焊缝或铆钉，应能抵抗由于弯矩和直接作用于翼缘的垂直荷载共同作用所产生的剪力。

## 22.4.4 支承加劲肋的设置

支承加劲肋指承受集中荷载或者支座反力的横向加劲肋，并且应在腹板两侧成对设置。钢板梁支承处和集中荷载作用处，局部压力较大，如无加劲肋，腹板容易出现屈曲现象，因此需要设置加劲肋（对铆接梁尚应有填板）和腹板共同来传力。竖向加劲肋应有足够的刚度，伸出肢必须磨光与翼缘顶紧，也可以与受压翼缘焊接，但要注意不要使受压翼缘出现局部变形及不平整，以免降低其承载力。对于受拉翼缘，由于侧焊缝方向正好和拉应力正交，在使用过程中由于应力集中可能出现裂缝。

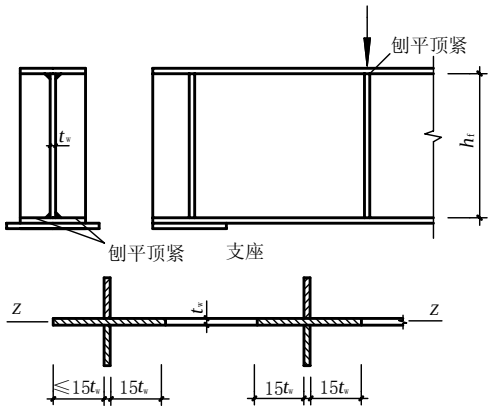



图 22-12 支承加劲肋的构造



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

支承加劲肋应作为压杆验算稳定，由于腹板也密贴着下翼缘，因此把腹板的一部分作为压杆与加劲肋共同参与受力。腹板的有效宽度因钢材品种不同而有所变化，设计时为了简化计算，统一规定为 30 倍板厚（图 22-12），一般腹板面积占支承加劲压杆总面积的 70%以下。

支承加劲肋除按压杆进行稳定验算外，还要验算它与翼缘板接触处的支承压应力。计算的支承面积为加劲肋与下翼缘顶紧的部分（焊接梁）或加劲角钢与下翼缘紧贴部分（铆接梁）。

### 1）稳定计算

在支座反力或集中荷载作用下，支承加劲肋连同其附近腹板可能在腹板平面外（图 22-12 中 $Z-Z$ 轴）失稳。为保证其稳定性，应视作轴心受压构件按下式计算：

$$\sigma=\frac{N}{\varphi A}\leq[\sigma] \tag{22.14}$$

式中：

$N$ —支承加劲肋所承受的支座反力或集中荷载；

$A$—加劲肋和加劲肋每侧的部分腹板（$\leq 15t_w$）的面积（即图 22-12 中用阴影线表示的面积）；

$\varphi$—轴心受压构件纵向弯曲系数，由 $\lambda=l_0/i_z$ 查附表 4-9，其中计算长度 $l_0$ 可取腹板的计算高度 $h_t$，$i_z$ 为绕 $Z-Z$ 轴的回转半径；

$[\sigma]$—钢的轴向受压容许应力，由附表 4-1 查得。

### 2）端面承压应力计算

当支承加劲肋端部刨平顶紧于梁翼缘时，其端面承压应力按下式计算：

$$\sigma_{ce}=\frac{N}{A_{ce}}\leq[\sigma_{ce}] \tag{22.15}$$

式中：

$A_{ce}$—端面承压面积，即支承加劲肋与翼缘接触处的净面积；

$[\sigma_{ce}]$—钢材的端部磨光顶紧容许承压应力，由附表 4-1 查得。

如果端部为焊接时，还应计算其焊接应力。支承加劲肋与腹板的连接焊缝，应按承受全部支座反力或集中荷载计算，计算时可假定应力沿焊缝全长均匀分布。

当上述支承加劲肋的稳定验算或局部承压强度验算不能满足要求时，则应增大加劲肋的厚度和宽度，但宽度不能超过翼缘板的宽度。

**例 22.2** 已知条件与例 22.1 相同，支点最大反力 $N=369.48\,\text{kN}$。试进行主梁局部稳定验算与加劲肋设计。

**解**：本算例对主梁受压翼缘局部稳定进行验算，对腹板加劲肋和支承加劲肋进行设计。

⑴ 受压翼缘的局部稳定验算

由图 22-5 可知，主梁受压翼缘伸出肢宽度为 $h/2=200\,\text{mm}<400\,\text{mm}$，而 $t_f=18\,\text{mm}$,

则主梁受压翼缘的伸出肢宽厚比为

$$\frac{h/2}{t_f}=\frac{200}{18}=11.11<12$$

故主梁受压翼缘局部稳定性满足要求。

⑵ 腹板加劲肋的设置

钢板梁全高 $h_0=1250\,\text{mm}$，腹板宽度 $t_w=12\,\text{mm}$,则

$$\frac{h_0}{t_w}=\frac{1250}{12}=104.17$$

钢板梁钢材为 Q235 钢，$\frac{h_0}{t_w}$ 在区间[70，160]之中，按照《公路桥规（1986）》要求，可仅设置竖向加劲肋，其间距应满足式（22.10）要求。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

由于腹板所受剪力沿主梁跨长变化，简支梁端区段剪力较大，跨中区段剪力较小，故在梁端区段竖向加劲肋布置间距较小，而在跨中区段布置间距较大。本算例在主梁与主梁连接构造上考虑竖向加劲肋与上、下平纵联，横向联系之间关系，先按等间距（$a=2\,\mathrm{m}$）布置竖向加劲肋，然后根据计算结果进行调整。如图 22-13 所示，将半跨主梁划分成 $a=2\,\mathrm{m}$ 的 4 个板段，按表 22-1 中的剪力计算值 $Q_0$ 和 $Q_{1/2}$ 进行线性插值，求得各板段中点处的剪力 $Q_i$，同时取腹板全高 $h_0=1250\,\mathrm{mm}=125\,\mathrm{cm}$，腹板宽度 $t_w=12\,\mathrm{mm}=1.2\,\mathrm{cm}$，按式（22.10）进行间距 $a_i$ 的计算，计算结果如表 22-3 所示。

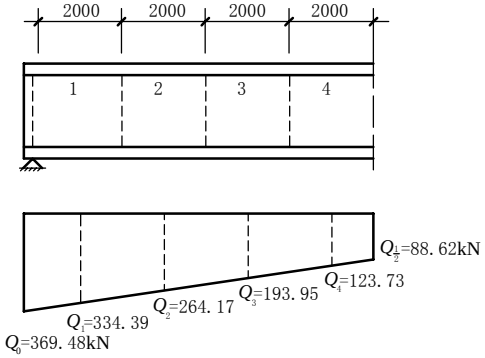



图 22-13 主梁剪力分析

表 22-3

| 板段编号 | | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $V_i(\mathrm{kN})$ | | 334.39 | 264.17 | 193.95 | 123.73 |
| $\tau_i(\mathrm{MPa})$ | | 22.22 | 17.61 | 12.93 | 8.25 |
| 加劲肋间距 $a_i(cm)$ | 计算值 | 241 | 272 | 317 | 397 |
| | 实际布置 | 200 | 200 | 200 | 200 |

按表 22-3 计算结果，取竖向加劲肋间距 $a=2\,\mathrm{m}$ 进行布置是满足要求的。

⑶ 腹板加劲肋设计如图 22-14。竖向加劲肋宽度为 84mm，厚度为 12mm。竖向加劲肋与主梁受压翼缘及腹板采用半自动焊接，而且与主梁受拉翼缘连接。竖向加劲肋切出斜角边长为 $60\mathrm{mm}=5t_w=5\times12=60\mathrm{mm}$，满足《公路桥规（1986）》的要求。

竖向加劲肋伸出肢肢宽实际为 $84\mathrm{mm}>40+\dfrac{1}{30}h_0=40+\dfrac{1}{30}\times1250=81.66\mathrm{mm}$

竖向加劲肋实际肢厚 $12\mathrm{mm}>\dfrac{1}{15}\times84=5.6\mathrm{mm}$

故竖向加劲肋设计尺寸满足《公路桥规（1986）》的要求。

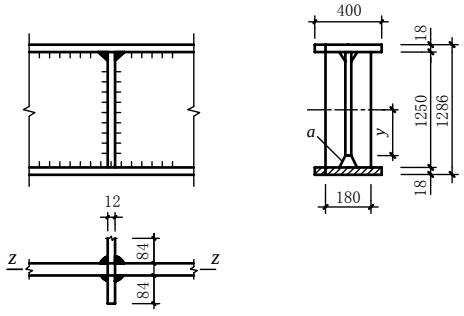



图 22-14 腹板加劲肋的设计

竖向加劲肋与主梁腹板焊接时，在如图 22-14 中所示的 $a$ 点，主梁腹板承受法向拉应力 $\sigma$ 和剪



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

应力$\tau$的共同作用，同时，当主梁在变化荷载作用下，由于该处应力集中现象明显，故应验算该处腹板的疲劳强度即

$$\sigma_z=\frac{\sigma}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2+\tau^2}\le[\sigma_n]$$

式中：

$\sigma_z$—主拉应力；

$\sigma$—加劲肋焊缝端部处腹板的弯曲应力，$\sigma=\dfrac{M}{I_m}y_a$；

$\tau$—加劲肋焊缝端部处腹板的剪应力，$\tau=\dfrac{VS_a}{I_m t_w}$；

$y_a$、$S_a$—分别为验算部位$a$点至中和轴$x$的距离（图 22-14）和$a$点以下部分梁截面对$x$轴的面积矩。

疲劳容许应力$[\sigma_n]$近似采用应力循环特征系数$\rho=M_{min}/M_{max}$来确定，对于主梁来讲，$M_{min}$取主梁及作用于其上的恒载产生的弯矩，而$M_{max}$取主梁的恒载及活载产生的弯矩。

本算例取主梁1/4跨径处为计算截面，按上式计算结果满足要求。

⑷ 支承加劲肋的设计

支承加劲肋初步设计尺寸为肢宽等于 140mm，肢厚度等于 12mm。支承加劲肋的下端磨光并与主梁下翼缘顶紧焊接（图 22-15）。

(a)按轴心压杆验算支承加劲肋在垂直于腹板平面内的稳定性

由图 22-15 所示阴影部分，求得几何特性为

$$A_m=2\times180\times12+2\times140\times12=7680\text{mm}^2$$

$$I_z=\frac{1}{12}\times12\times(2\times140+12)^3=24.90\times10^6\text{ mm}^4$$

$$r_z=\sqrt{\frac{I_z}{A_m}}=\sqrt{\frac{24.90\times10^6}{7680}}=56.94\text{ mm}$$

压杆自由长度取腹板全高$h_0$，即$l_{0z}=1250$mm，则

计算长细比：

$$\lambda=\frac{1250}{56.94}=21.95$$

由附表 4-9 查得$\varphi_1=0.9$，则由下式得：

$$\sigma=\frac{N}{\varphi_1 A_m}=\frac{369.48\times10^3}{0.9\times7680}=53.45\text{MPa}<[\sigma]=140\text{MPa}$$

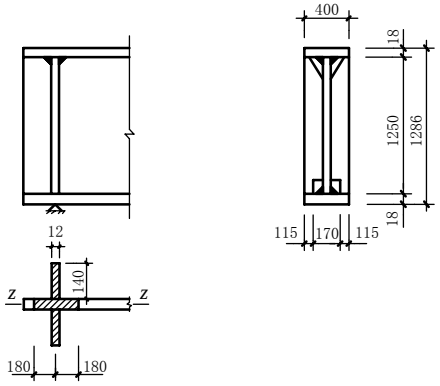



图 22-15 支承加劲肋的设计

（b）支承加劲肋端部局部承压强度验算

由图 22-15 可见，支承加劲肋与下缘板刨光顶紧面积为：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$A_{ce}=2\times115\times12=2760\text{mm}^2$$

则局部承压强度计算为：

$$\sigma_{ce}=\frac{R}{A_{ce}}=\frac{V_0}{A_{ce}}=\frac{369.48\times10^3}{2760}=113.87\text{MPa}<[\sigma_{ce}]=210\text{MPa}$$

式中：

$V_0$—支点控制剪力（反力），如表 22-2 所示；

$[\sigma_{ce}]$—端部容许承压应力（刨光顶紧），见附表 4-1。

由于 $\lambda=21.59<60$，由附表 4-10 中第 3 项查得 $[b/t_w]=0.15\lambda+5=8.29$ 及 14，这里支承加劲伸出肢 $b/t_w=140/12=11.66$，按附表 4-10 中“注”进行计算后，满足要求。

## 22.5 钢板梁截面沿跨长的变化

简支钢板梁的荷载弯矩在跨中截面最大，越向两端越小，到支点截面处为零。因此，为了节省钢材，减轻梁的自重，可将梁的截面随弯矩的变化而加以改变。对于跨径较小的钢板梁，变更截面的经济效果并不显著，相反地会增加制造的工作量，因此，除构造上需要者外，一般不宜改变截面。

### 22.5.1 钢板梁截面改变的方式及位置确定

对于只有一层翼缘板的焊接钢板梁，其截面的改变是用减小翼缘板的厚度或宽度的方法来实现的。在工程实践中，采用改变翼缘板厚度者较多，而使其宽度保持不变，这样对梁的总体稳定性有利。不论改变翼缘板的厚度还是宽度，为了避免由于截面的突然改变而产生局部应力集中，使变截面处过早地发生破坏，应使板由较大厚度（或宽度）平顺地过渡到较小厚度（或宽度）。《公路桥规（1986）》规定应将板的一侧或两侧做成不陡于 1：4（受压）～1：8（受拉）的斜边（图 22-16）。同时要注意不等厚或不等宽两钢板间的对接焊缝的力线偏心影响，对焊缝表面应进行机械加工，以避免因焊缝不平整而出现疲劳脆裂。对接焊缝连接的两块钢板厚度不超过 4mm 的受压构件，其较厚的板可不做斜角而直接用焊缝变厚来调整。

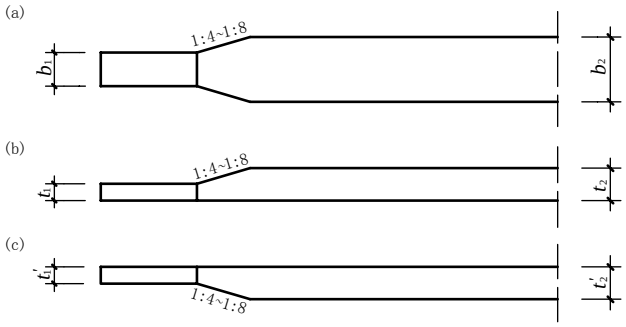



图 22-16 钢板梁翼缘板的宽度和厚度变化

当焊接板梁的翼缘板采用两层或三层的焊接板束时，宜在适当位置截断外层钢板的办法来改变翼缘板的面积。理论截断点的位置可用绘制梁的弯矩包络图和截面抵抗矩图的图解法来确定（图 22-17 a）。为了保证从理论截断点起，向跨中方向，外层翼缘板就能起作用，《公路桥规（1986）》规定，外层板束的实际截断点应伸出理论截断点以外，其延伸部分的焊缝长度，按该板截面强度的 50% 计算得到，并将板端沿板宽方向做成不大于 1：2 的斜坡（图 22-17 b）。图中的 $a-a$ 和 $b-b$ 断面为翼缘板的理论截断点。

截面改变的位置确定，除应满足所需抵抗弯矩外，还要使翼缘板的用钢量最省。若选定的变截面点离跨中太近，因该处的弯矩值与跨中弯矩值相差不多，其截面与跨中相比改变不大，则所省钢材有限。若选定的变截面点离支点太近，虽然该处的弯矩值比跨中弯矩小很多，截面可减少很多，



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

但减少截面部分的长度有限，经济效果也不显著。根据经济分析，在焊接钢板梁中，如翼缘截面尺寸只改变一次时，其变截面点在离支点约1/6跨径处，所用钢材最省，大约可节省钢材 10%～12%左右；翼缘截面尺寸改变两次时则分别在1/4跨径和1/8跨径处为宜，节省钢材约为 13%～17%，但制造比较麻烦。为了便于制造，在实际工程中通常只对称地改变一次翼缘截面尺寸。

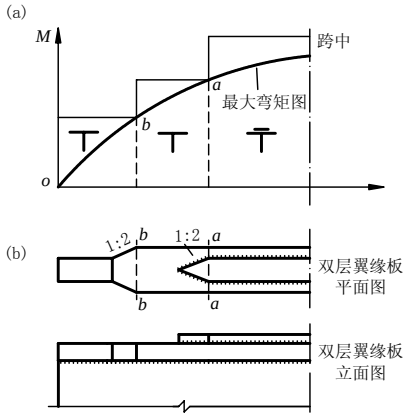



图 22-17 钢板梁多层翼缘板的变化

钢板梁截面改变后，其理论截断点处的翼缘板尺寸也可由下列步骤计算确定：

（1）计算理论截断点处的计算弯矩 $M_x$；

（2）计算理论截断点处所需要的截面抵抗矩 $W_x$：

$$W_x = \frac{M_x}{[\sigma_w]} \tag{22.16}$$

（3）计算理论截断点处所需要的翼缘板截面积 $A_x$：

由 $I_x = \frac{1}{12}t_w h_w^3 + A_x\left(\frac{h_f}{2}\right)^2$ 可得

$$A_x = 2\frac{W_x}{h_w} - \frac{1}{3}t_w h_w$$

$$\therefore \qquad b_x = \frac{A_x}{t_f} \quad 或 t_x = \frac{A_x}{b_f} \tag{22.17}$$

式中：

$h_w$、$t_w$—分别为腹板原来的高度和厚度；

$b_f$、$t_f$—分别为翼缘板原来的宽度和厚度；

$b_x$、$t_x$—分别为理论截断点处所需的翼缘板宽度和厚度；

$h_f$—为翼缘板 1/2 厚度处至截面形心轴的距离。

## 22.5.2 换算应力的验算

在变截面简支钢板梁中，为了能充分利用钢材，使跨中截面的边缘正应力接近于容许应力，在截面改变点处，由于截面变小，其边缘正应力也会增加而接近其容许应力。同时，钢板梁截面改变点在支点与跨中之间，此处的剪应力也比较大。对于工字形钢板梁，在腹板与翼缘板相接处，其正应力和剪应力都比较大。因此，对截面改变处的腹板应当验算在正应力 $\sigma_w$ 和剪应力 $\tau$ 的共同作用下的强度。

根据能量强度理论，对腹板承受较大的正应力与较大的剪应力的共同作用之处，应该按公式（22.4）验算该点的换算应力 $\sigma_h$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 22.5.3 焊接钢板梁翼缘和腹板的连接焊缝

钢板梁的翼缘与腹板之间通过连续的焊缝连结成整体。当钢板梁在荷载作用下发生弯曲时，翼缘与腹板之间有相互错动的趋势，连接这两部分钢板的焊缝也因此而受到水平方向的剪力作用（图22-18）。在上承式钢板梁中，由于梁翼缘板上受均布荷载和集中力（如汽车的车轮压力）的作用，上翼缘与腹板的连结焊缝还要受到竖向剪力的作用。计算通常先求出焊缝所承受的总剪力，再根据剪力计算所需要的翼缘焊缝的高度。其具体计算方法如下：

⑴ 计算焊缝单位长度上的水平剪力$T_1$

焊缝处的水平剪应力为：

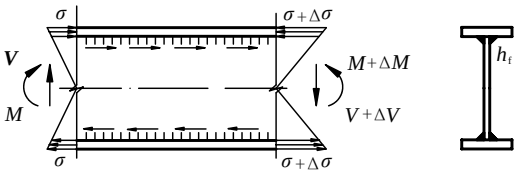



图 22-18 钢板梁弯曲时焊缝所受的水平剪力

$$\tau=\frac{VS_n}{2I_m h_f} \tag{22.18}$$

式中：

$V$ —梁截面上所受的最大剪力，一般取梁端的剪力计算；

$S_n$ —上翼缘（或下翼缘）截面对板梁全截面中性轴的面积矩；

$I_m$ —钢板梁全截面对中性轴的惯性矩；

$h_f$ —焊缝厚度。

钢板梁单位长度（cm）的焊缝所承受的水平剪应力（假定沿长度分布均匀）的总和为

$$T_1=2\tau\cdot h_f\cdot 1=\frac{VS_n}{I_m} \tag{22.19}$$

⑵ 计算焊缝单位长度上的竖向剪力$V_1$

当钢板梁的翼缘上作用着很大的集中荷载时，考虑到腹板上缘不直接顶紧翼缘板，因此焊缝还要承受这个竖向压力。

当集中荷载直接作用在梁的翼缘板上时，可把翼缘板视作弹性地基梁来分析，集中荷载的分布长度$Z$可按下式计算：

$$Z=c_3\sqrt{\frac{I_n}{t_w}} \tag{22.20}$$

式中：

$c$ —系数，铆接钢板梁为3.75，焊接钢板梁为3.25；

$I_n$ —钢板梁翼缘对其本身中性轴的毛截面惯性矩；

$t_w$ —腹板厚度。

由上式算出的分布长度$Z$值，对铆接钢板梁不应小于60cm，对焊接钢板梁不应小于40cm，同时两者均不得大于计算车辆的轮轴间距。

当行车道板直接搁置于梁翼缘上（如木桥面板或不与钢梁起联合作用的钢筋混凝土板等）时，集中荷载不直接作用于翼缘板上，其荷载的分布长度$b$除$Z$外，应再加上荷载由行车道板至梁翼缘按45°分布的长度$\lambda$（图22-19）。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

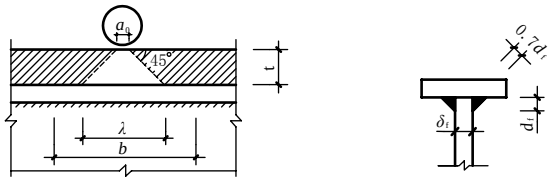



图 22-19 集中荷载的分布长度

$$b = Z + \lambda = Z + a_0 + 2t \tag{22.21}$$

式中：

$a_0$—车轮与桥面的着地长度，顺桥向时取为 20cm；

$t$—行车道板的厚度。

求得集中荷载在钢板梁翼缘上的分布长度$b$后，侧面角焊缝单位长度上的竖向压力为

$$V_1 = \frac{P}{b} \tag{22.22}$$

当集中荷载直接作用在板梁的翼缘上时，式中的$b = Z$，集中荷载通过行车道板分布到翼缘上时，$b = Z + \lambda$。

⑶ 计算单位长度上焊缝承受的总剪力$V_1$

因$T_1$和$V_1$分别作用在两个互相垂直的平面内，故按向量迭加计算总剪力。

$$V_1 = \sqrt{T_1^2 + V_1^2} \tag{22.23}$$

⑷ 计算$V_1$所需要的焊缝厚度$h_f$

如果腹板的边缘不开坡口，两侧焊缝的计算厚度与一般贴角焊缝相同可取为 0.7$h_f$（图 22-19），则

$$2 \times 0.7 h_f \times 1[\tau^h] = V_1$$

$$h_f = \frac{V_1}{1.4[\tau^h]} \tag{22.24}$$

如果腹板的边缘加工成$K$形坡口，则焊缝的计算厚度等于腹板厚度$t_w$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第五篇 钢－混凝土组合构件

两种不同性质的材料组合成整体共同工作的构件称为组合构件。

钢－混凝土组合构件是采用钢材和混凝土（包括钢筋混凝土）组合，并通过可靠措施使之形成整体受力的构件。它充分利用了钢材的抗拉性能和混凝土的抗压性能，具有承载能力高、刚度大、延性良好的结构性能，而且还具有良好的技术经济效益。因此钢－混凝土组合构件在土木工程中，特别是桥梁工程中得到充分发展。

在工程中，钢－混凝土组合构件多用于受弯、轴心受压和偏心受压等受力场合。从截面布置上分为两类：一类是钢材外露，例如钢－混凝土组合梁、钢管混凝土柱；另一类是钢材埋置在混凝土内，例如以轧制或焊接的工字形钢埋置在混凝土中形成的劲性混凝土梁、压杆等。

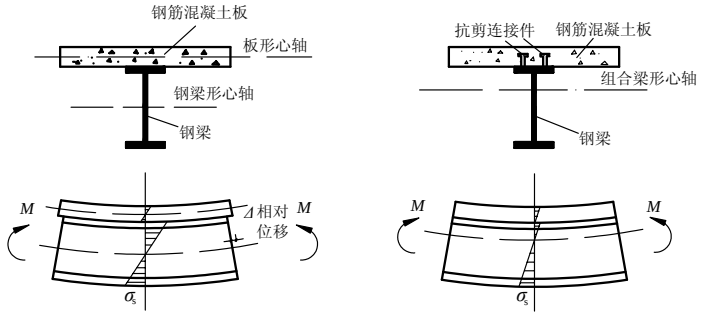
本篇主要介绍钢－混凝土组合梁和钢管混凝土受压构件的受力特性及计算原理。

# 第 23 章 钢—混凝土组合梁

## 23.1 概述

钢板梁桥一般由桥面系、钢板梁和支座组成上部承重结构。桥面系一般又采用钢板或钢筋混凝土板，布置在主梁之上，它一方面与横向联结系一起将各钢板梁联系起来共同工作，同时又直接承受车辆荷载作用。

一般是将钢板梁和钢筋混凝土桥面板人为地分开考虑，由钢板梁来反复承受全部恒载和车辆活载，而认为钢筋混凝土桥面板对主梁的承载能力没有贡献。实际上，当钢板梁上浇筑的钢筋混凝土板尚未结硬之前，是不具有强度，它不能提高梁的承载力，反而因其自重而使钢板梁的下翼缘的拉应力增大。但在钢筋混凝土板的混凝土达到设计强度之后，若采取一定的构造措施，它与钢板梁形成一个钢－砼组合截面受力，这时，二期恒载（例如，桥面铺装、栏杆扶手、人行道等）及车辆荷载等的作用，均由这个组合截面来承受，而不是由钢板梁单独承受，从而大大地改善了主梁的工作性能（图 23-1）。




（a） （b）

图 23-1 组合梁的工作性能

钢梁与钢筋混凝土板以抗剪连接件连接起来形成整体而共同工作的受弯构件称为钢－混凝土组合梁，也称之为联合梁。抗剪连接件是钢筋混凝土板与钢梁共同作用的基础，它沿钢筋混凝土与钢梁的分界面上设置。钢—混凝土组合梁常用的截面型式如图 23-2 所示。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

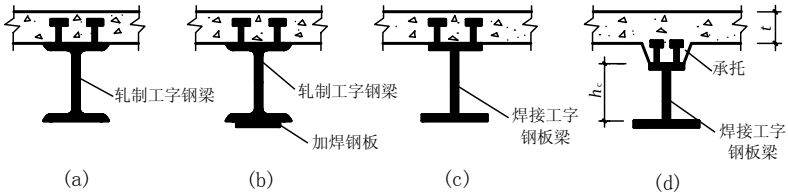



图 23-2 组合梁的截面型式

对于承受较小荷载的组合梁，钢梁一般采用轧制的工字钢（图23-2 a)；荷载稍大时，可在轧制工字钢下翼缘上加焊一块钢板（图23-2 b)；承受较大荷载的组合梁，可采用焊接工字形钢板梁（图23-2 c、d)。对于焊接工字形钢板梁截面，研究表明，在满足布置抗剪连接件的要求下，应采用上（翼缘）窄下（翼缘）宽的形式。如图23-2 a、b、c所示，组合梁截面采用钢筋混凝土板直接放置在钢梁上，称为无承托组合梁，而把图23-2 d所示组合梁称为有承托组合梁。根据混凝土承托的高度，又分为浅承托和深承托组合梁截面，当混凝土承托的高度 $h'_c$ 小于或等于 $1.5t$ （$t$ 为混凝土板的厚度），其宽度 $b_1 \geq 1.5h'_c$ 时，称为浅承托组合梁。一般情况下，混凝土承托两侧斜坡不宜大于 45 度。

对于简支的组合梁，考虑刚度的要求，截面高度 $h$ 对跨度 $l$ 的高跨比 $h$ / $l$ 应不大于 l / 15～1 / 16。组合梁的抗弯能力较钢梁有显著提高，但在某些情况下，相对的组合梁中的钢梁的抗剪能力反而显得不足。为了避免这种不协调情况，在截面设计时，组合梁截面高度 $h$ 不宜超过钢梁截面高度 $h_s$ 的 2.5 倍。

组合梁中的钢筋混凝土板，其混凝土标号不宜低于 20 号（现场浇筑）或 30 号（预制)；板中的钢筋可采用热轧Ⅰ级、Ⅱ级或 5 号钢钢筋。组合梁中的钢梁一般采用 Q235 钢和 16Mn 钢。

与钢板梁相比，钢—混凝土组合梁具有以下优点：

1）充分发挥了钢材和混凝土材料的材料特性。当应用于简支梁时，钢－混凝土组合梁截面上混凝土主要受压而钢梁主要受拉。

2）节省钢材。由于钢筋混凝土板参与钢板梁共同工作，提高了梁的承载能力，减小了钢板梁上翼缘的截面，节省了钢材。实践表明，组合梁比钢板梁节省钢材可达到 20％～40％。

3）增大了梁的刚度。由于钢筋混凝土板有效地参与工作，组合梁的计算截面比钢板梁大，增加了梁的刚度，从而减小了主梁的挠度。研究表明，梁挠度可减少 20％左右。

4）组合梁的受压翼缘为较宽大的钢筋混凝土板，增强了梁的侧向刚度，防止了在使用荷载作用下扭曲失稳倾向。

5）可以利用钢梁作为混凝土楼板的模板支撑，以节约费用。对于较高的大跨度结构，如栈桥等，这一优点将更为突出。

6）组合梁桥在活载作用下比全钢梁桥的噪音小，在城市中采用组合梁桥更为合适。

基于上述优点，钢－混凝土组合梁最先在公路桥梁上使用。几乎所有发达国家，如美国、德国、日本、加拿大及前苏联都制定了有关组合梁的桥梁设计规范或规程。1971 年，在国际土木工程师协会联合委员会主持下，成立了由 CEB 欧洲国际混凝土协会、ESCC 欧洲钢结构协会、FIP 国际预应力联合会、以及 IABSE 国际桥梁与结构工程协会共同组成的组合结构委员会，并于 1981 年颁布了“组合结构”规范，为组合结构的发展及应用作出了总结并指出了新的发展方向。

在我国，钢－混凝土组合梁的应用也较早，例如在 50 年代修建的武汉长江大桥的上层公路桥上就采用了组合梁，上海的南浦大桥和杨浦大桥上都成功使用了钢—混凝土组合梁。我国交通部在 1974 年、1986 年颁布的公路桥涵钢结构及木结构设计规范中，制订了组合梁（联合梁）的专门条款，用于指导工程设计。

## 23.2 钢－混凝土组合梁的截面设计

钢－混凝土组合梁的计算方法，可分为按弹性理论的计算方法以及考虑截面塑性变形发展的塑性计算方法。《公路桥规（1986)》对钢－混凝土组合梁，采用的是弹性理论计算方法，即容许应力



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

法。其强度表达式为：

$$\sigma \le [\sigma] \qquad (23.1)$$

式中：

$\sigma$—梁截面或连接中的计算应力，如正应力、剪应力等；

$[\sigma]$—材料的容许应力值。

## 23.2.1 受压混凝土板的计算宽度

对于钢筋混凝土板很宽的组合梁，受弯时沿板宽度方向的压应力分布是不均匀的，在截面腹板中心处的混凝土压应力最大，离开中心处较远点的混凝土压应力逐步减小。为了简化计算，一般用受压混凝土板的计算宽度$b'_i$来代替实际板宽度，在计算宽度$b'_i$内，认为混凝土的压应力是均匀分布的。

《公路桥规（1986）》规定，组合梁中钢筋混凝土桥面板的计算宽度$b'_i$（图 23-3），采用下列三种宽度中的最小者：

（1）梁的计算跨径的 1 / 3；

（2）相邻两梁轴线间的距离$s$；

（3）承托的宽度$b_1$（如无承托时，则为钢梁上翼缘的宽度）加 12 倍的板厚度$t$，即$b_1+12t$。

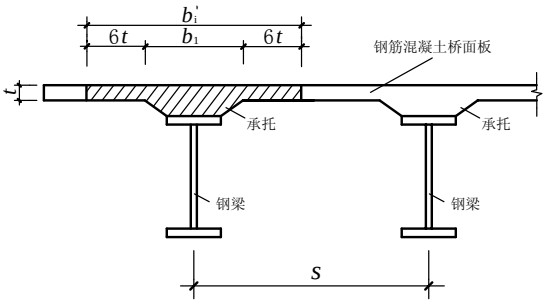



图 23-3 组合梁受压混凝土板的计算宽度

图 23-3 中所示承托，是在混凝土翼缘与钢梁上翼缘之间的混凝土局部过渡部分。承托的设置可以增加截面总高度，从而节省钢材，也可以改善钢筋混凝土板的横向受弯性能。

## 23.2.2 换算截面

当钢－混凝土组合梁按弹性理论法计算时，采用了以下假定：

（1）钢材与混凝土均为理想的弹性体；

（2）钢筋混凝土板与钢梁之间有可靠的连接相互作用，相对滑移很小，可以忽略不计，弯曲变形后截面仍保持平面；

（3）钢筋混凝土板按实际面积（计算宽度内）计算，不扣除其中受拉开裂部分；

（4）不考虑钢筋混凝土板中钢筋的作用；

（5）按照弹性理论计算原则，组合梁的应力及刚度计算，一般要应用材料力学公式，而材料力学是针对匀质连续弹性体的，因此，对于由钢与混凝土两种材料组成的组合梁截面，应该把它换算成同一种材料的截面，即换算截面。

假设在混凝土板某高度处有一个钢板条（其弹性模量$E_s$与钢梁相同），由基本假定（1）、（2），可得到在混凝土板某高度处有：

$$\sigma'_h = \varepsilon'_h E_h$$

$$\varepsilon'_h = \varepsilon'_s$$

式中：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$\sigma'_h$—混凝土的压应力；

$\varepsilon'_h$、$\varepsilon'_s$—同一高度截面上混凝土与钢板条的应变；

$E_h$—混凝土的弹性模量。

由上述二式又可得到

$$\sigma'_h = \varepsilon'_s E_h$$

又因 $\varepsilon'_s = \dfrac{\sigma'_s}{E_s}$，$\sigma'_s$ 为钢板条的应力，则

$$\sigma'_h = \frac{\sigma'_s}{E_s} E_h = \frac{1}{n_E}\sigma'_s \qquad (23.2)$$

式中：

$n_E$—钢材与混凝土弹性模量比，$n_E = E_s / E_h$。

式（23.2）表明，在假设钢板条处的混凝土应力 $\sigma'_h$ 为钢板条应力 $\sigma'_s$ 的 $1/n_E$ 倍。

要把混凝土板的面积 $A_h$，换算成与钢材等价的换算面积 $A_{hs}$，由合力作用点位置及大小不变的换算原则可以推导出：

$$A_{hs} = \frac{1}{n_E} A_h \qquad (23.3)$$

式（23.3）的物理意义是：根据应变相等且总内力不变的条件，将混凝土的面积 $A_h$ 除以 $n_E$ 后，可将混凝土板面积 $A_h$ 换算成与之等价的钢材截面面积 $A_{hs}$。

为了保持混凝土面积形心高度换算前后不变，换算时，混凝土板厚度 $t$ 保持不变而仅将混凝土板宽度换算。在图 23-4 中，$b'_i$ 为组合梁混凝土桥面板的计算宽度，而 $b'_{iE}$ 为板的换算宽度，$b'_{iE} = b'_i / n_E$。

根据上述换算截面原理，可将钢－混凝土组合梁截面换算为等价的钢梁截面，从而按照换算钢截面进行换算截面几何特性的计算。

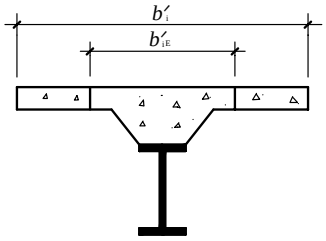



图 23-4 组合梁换算截面

## 23.2.3 不同施工方法的组合梁计算

组合梁的计算与它的施工方法有密切的关系，施工方法不同，则组合梁的计算方法亦不相同。

### 1）浇筑或安装钢筋混凝土板时，钢梁下无临时支撑

这种情况是利用钢梁作为脚手架进行钢筋混凝土桥面板施工，则组合梁可分为两个受力阶段计算：第一受力阶段的荷载为钢梁、联结系、浇制的混凝土和模板等重量，由钢梁承受，即计算应力时采用钢梁的截面几何特性；第二受力阶段的荷载为桥面铺装、栏杆、人行道等重量（二期恒载），以及车辆活载等，由组合梁承受，即计算应力时采用组合梁的换算截面几何特性；对于模板重量无实测资料时，《公路桥规（1986）》建议可按每平方米桥面附加 1kN 计算。

### 2）浇筑或安装钢筋混凝土板时，钢梁下设置支架

采用第一种施工方法施工的组合梁，钢筋混凝土桥面板仅参与第二阶段受力。为了更有效地利用桥面板，最好使其也参与第一阶段受力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

使钢筋混凝土板参与承受全部恒载作用的施工方法，是在满堂支架上施工组合梁。当桥面板混凝土强度达到设计强度的 75％以上后，拆卸支架，这时，组合梁以整体截面承受自重、二期恒载，以及投入使用后作用在梁上的活荷载。但是，满堂支架需要数量很大的脚手架，安装工作量较大，且不适用于在通航河流上使用。为了克服满堂支架的上述缺点，在工程中一般采用在桥跨设置临时支撑的方法，可达到与满堂支架相同效果。

如图 23-5 所示的组合梁，在钢梁跨中 A 处设置一个临时支撑，当浇筑混凝土桥面板后，钢梁按二跨连续梁工作（图23-5 a)。混凝土强度达到要求后，拆除临时支撑，组合梁就受到一个大小与支撑反力$V$ 相等，方向相反的力作用，产生的正弯矩$M_{\mathrm{A}}=\frac{1}{4}VL$，这时一期恒载就由组合梁整体截面来承受。

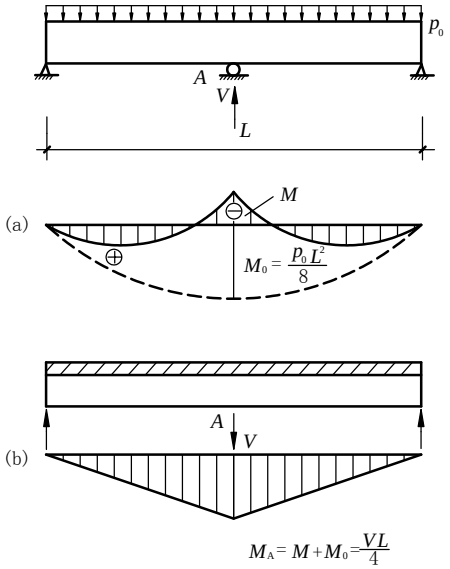



图 23-5 设置临时支撑的组合梁

因此，当组合梁采用设置支架方法施工时，在设计中，可以采用换算截面来计算由全部恒载和活载作用在组合梁截面上产生的应力。

## 23.2.4 温差应力、混凝土收缩及徐变对组合梁的影响

### 1）温差应力的影响

钢与混凝土的温度线胀系数相差不大，它们的温度变形基本是协调的。组合梁的温度应力主要来自钢梁和混凝土温度的差异：钢的导热系数很大，当环境温度有突然变化时，钢材的温度很快就接近环境温度。混凝土的导热系数只有钢材的 1 / 50 左右，对环境温度的反应慢，这样就在组合梁的钢和混凝土板之间产生了温度差异。在露天条件下，气温突变可能在 15℃左右，这时，组合梁的钢梁和混凝土板的温差大约为 10℃，因此，对于组合梁桥必须考虑由于温差引起的温度应力。

钢梁和混凝土板温差分布沿组合梁的截面高度是变化的，为简化计算，假定温差分布在组合梁截面高度是均布的。

假设组合梁的截面如图 23-6 a所示。钢筋混凝土板截面积为$A_{\mathrm{c}}$，绕自身形心轴的惯性矩为$I_{\mathrm{c}}$，板上下边缘距自身形心轴距离为$y_1$和$y_2$，截面抵抗矩分别为$W_1=I_{\mathrm{c}}/y_1$和$W_2=I_{\mathrm{c}}/y_2$，混凝土的弹性模量为$E_{\mathrm{c}}$；钢梁的截面积为$A_{\mathrm{s}}$，绕自身形心轴的惯性矩为$I_{\mathrm{s}}$，梁上下边缘距自身形心轴距离为$y_3$和$y_4$，截面抵抗矩分别为$W_3=I_{\mathrm{s}}/y_3$和$W_4=I_{\mathrm{s}}/y_4$，钢材的弹性模量为$E_{\mathrm{s}}$。

假设钢和混凝土的温度线胀系数相等且均为$\alpha_{\mathrm{t}}$，钢梁温度高于混凝土温度，两者之差为$\Delta t$，组合梁的温差应力计算方法推导如下：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

当温差为 $\Delta t$ 时，如果钢梁和混凝土板之间无连接件存在，则两者温度伸长量之差为 $\Delta L=\alpha_t\cdot\Delta t\cdot L$，相应的温差滑移应变为 $\varepsilon_{\Delta t}=\Delta L/L=\alpha_t\Delta t$（图23-6 b)。

如果钢梁与混凝土板之间有足够的连接件，则组合梁变形后仍保持平截面，这时，在混凝土板与钢梁之间将产生水平力 $T$（图23-6 c)。当 $\Delta L$ 为正值时，$T$ 对混凝土板为偏心拉力，对钢梁为偏心压力。

取力 $T$ 为正号，相应可得到：

混凝土板下边缘的拉应变：$\varepsilon_2=\dfrac{T}{E_c}\left(\dfrac{1}{A_c}+\dfrac{y_2}{W_2}\right)$；

钢梁上边缘的压应变：$\varepsilon_3=\dfrac{-T}{E_s}\left(\dfrac{1}{A_s}+\dfrac{y_3}{W_3}\right)$。

根据 $\varepsilon_2-\varepsilon_3=\varepsilon_{\Delta t}=\alpha_t\Delta L$ 的变形协调条件，得

$$T=\frac{\alpha_t\Delta_t}{\left(\dfrac{1}{E_cA_c}+\dfrac{1}{E_sA_s}\right)+\left(\dfrac{y_2}{E_cW_2}+\dfrac{y_3}{E_sW_3}\right)} \tag{23.4}$$

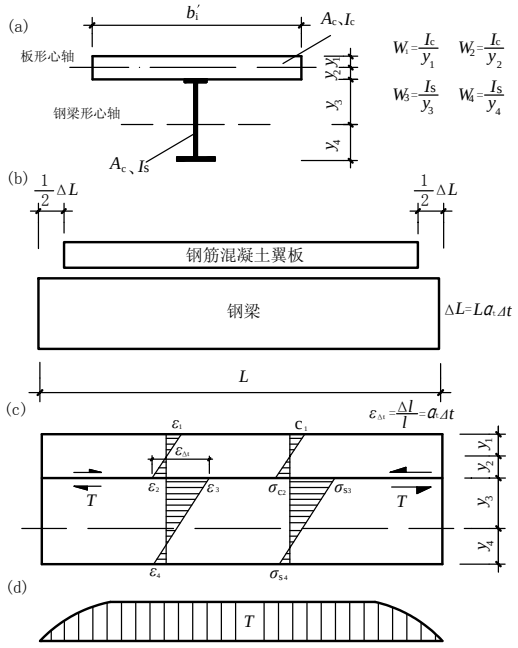



图 23-6 组合梁的温差应力

则组合梁的温差应力计算为（以受拉为正）：

$$\left.\begin{aligned}
&\text{混凝土板上边缘}\quad \sigma_{c1}=T\left(\frac{1}{A_c}-\frac{y_2}{W_1}\right)\\
&\text{混凝土板下边缘}\quad \sigma_{c2}=T\left(\frac{1}{A_c}+\frac{y_2}{W_2}\right)\\
&\text{钢梁的上边缘}\quad \sigma_{s3}=-T\left(\frac{1}{A_s}+\frac{y_3}{W_3}\right)\\
&\text{钢梁的下边缘}\quad \sigma_{s4}=-T\left(\frac{1}{A_s}-\frac{y_3}{W_4}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{23.5}$$

其应力分布图如图 23-6 c 所示。因为温差滑移应变 $\varepsilon_{\Delta t}$ 沿梁长方向是常量，所以在梁跨中间大部分区段内 $T$ 也接近于常量，但在梁的端部区段，边界条件要求 $T=0$，因而在梁端区段内，$T$ 呈显



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

著的曲线变化段，在该区段内，对应于$T$的变化率$\mathrm{d}T/\mathrm{d}x$，在混凝土板与钢梁之间将产生水平剪力，并由该区段的抗剪连接件承受。对于温差$\Delta t$的取值，《公路桥规（1986）》建议一般采用 10℃～15℃，在有可能发生更显著的温差情况下则应另作考虑。

### 2）混凝土收缩的影响

混凝土收缩应变$\varepsilon_{sh}$在组合梁内产生的应力，其机理与$\Delta t$为正值时的温差应力相同（相当于混凝土板温度低于钢梁温度的情况）。混凝土的收缩应变$\varepsilon_{sh}$相当于$\alpha_t\Delta t$，因为$\varepsilon_{sh}=0.00015$～$0.00020$，$\alpha_t=1.0\times10^{-5}$，对比之后可以发现，收缩应变就相当于$\Delta t=15$℃～20℃的温差滑移应变，所以，在分析收缩应力时，仍可采用式（23.4），但以$\varepsilon_{sh}$取代$\alpha_t\Delta t$项。

混凝土收缩是个长期作用，因此，必须考虑混凝土徐变的影响，一般是以考虑徐变影响的有效弹性模量$E'_c$来取代式（23.4）中的混凝土弹性模量$E_c$，最后得到

$$T=\frac{\varepsilon_{sh}}{\left(\dfrac{1}{E'_cA_c}+\dfrac{1}{E_sA_s}\right)+\left(\dfrac{y_2}{E'_cW_2}+\dfrac{y_3}{E_sW_3}\right)} \tag{23.6}$$

混凝土收缩应力计算式与式（23.5）相同。

《公路桥规（1986）》计算混凝土收缩力采用式（23.6），但按相当于收缩应变的温度降低值$\Delta t$来取代式（23.6）中的$\varepsilon_{sh}$，规定：对整体浇筑的混凝土桥面板，可按相当于温度降低 15℃～20℃考虑；对分段浇筑的钢筋混凝土板，可按相当于温度降低 10℃～15℃考虑；预制的钢筋混凝土桥面板不考虑混凝土收缩影响。

### 3）混凝土徐变的影响

在长期作用且不变的应力作用下，混凝土会产生徐变，在线性徐变变形范围内有：

$$\varepsilon_{th}=\frac{\sigma_h}{E_c}(1+\varphi) \tag{23.7}$$

式中：

$\varepsilon_{th}$—混凝土的总变形（包括弹性和塑性变形）；

$\sigma_h$—混凝土应力；

$E_c$—混凝土弹性模量；

$\varphi$—徐变系数。

由式（23.7）可得

$$\frac{\sigma_h}{\varepsilon_{th}}=E'_c=\frac{E_c}{1+\varphi}=kE_c \tag{23.8}$$

将式中的$E'_c$称为有效弹性模量，由于混凝土徐变变形，其效果相当于混凝土弹性模量降低，故$E'_c=kE_c$就考虑了徐变的影响。《公路桥规（1986）》规定，在无可靠技术资料作依据的情况下，当组合梁考虑徐变可采用有效弹性模量$E'_c=kE_c$：计算结构自重对徐变影响时，取$k=0.4$；计算混凝土收缩对徐变影响时，取$k=0.5$。

## 23.2.5 组合梁的截面验算

组合梁的截面验算包括应力验算、变形验算和稳定性验算，验算应结合组合梁的施工方法进行。对于钢梁的整体稳定和局部稳定的验算，方法与第 22 章介绍的内容相同。

### 1）组合梁的正应力验算

组合梁的正应力验算，采用的是容许应力法，计算表达式与材料力学介绍的公式相同。现以浇筑钢筋混凝土板时，钢梁无临时支撑的组合梁为例，介绍正应力验算方法。

（1）当混凝土未凝固前，梁截面的弯曲正应力计算公式为：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

钢梁上翼缘边缘　　$\sigma_{ss}=\dfrac{M_1}{W_{ss}}$　　（23.9）

钢梁下翼缘边缘　　$\sigma_{sx}=\dfrac{M_1}{W_{sx}}$　　（23.10）

式中：

$M_1$—一期恒载（钢梁及钢筋混凝土板自重）产生的弯矩；

$W_{ss}$、$W_{sx}$—钢梁截面对其上翼缘边缘和下翼缘边缘的截面抵抗矩。

（2）当混凝土达到设计强度的 75％以上后，组合梁承受二期恒载和活载作用，这时

混凝土上边缘压应力　　$\sigma_{cs}=\dfrac{M_2+M_p}{n_E W_{os}}$　　（23.11）

钢梁上翼缘边缘　　$\sigma_{ss}=\dfrac{M_2+M_p}{I_o}y_{so}$　　（23.12）

钢梁下翼缘边缘　　$\sigma_{sx}=\dfrac{M_2+M_p}{W_{ox}}$　　（23.13）

式中：

$M_2$—二期恒载产生的弯矩；

$M_p$—活载产生的弯矩；

$I_o$—组合梁的换算截面惯性矩；

$y_{so}$—钢梁上翼缘边缘距组合梁换算截面中和轴的距离；

$W_{os}$、$W_{ox}$—分别为组合梁的混凝土板上边缘和钢梁下边缘对换算截面中和轴的截面抵抗矩；

$n_E$—钢材与混凝土弹性模量比。

（3）正应力验算

钢筋混凝土板上边缘的混凝土压应力

$$\sigma_{cs}=\frac{M_2+M_p}{n_E W_{os}}\le[\sigma_h]\qquad(23.14)$$

钢梁下边缘的拉应力

$$\sigma_{sx}=\frac{M_1}{M_{sx}}+\frac{M_2+M_p}{W_{ox}}\le[\sigma_w]\qquad(23.15)$$

《公路桥规（1986）》规定，组合梁的钢筋混凝土桥面板的混凝土容许压应力$[\sigma_h]$为 $0.63R_a^b$，$R_a^b$为混凝土轴心标准抗压强度，可由附表 1-1 查得，钢材的容许应力可由附表 4-1 查得。

## 2）组合梁的剪应力验算

组合梁的剪应力验算，根据施工的方法不同，按照材料力学公式进行，公式形式为

对钢梁　　$\tau_s=\dfrac{QS}{It}\le[\tau]$　　（23.16）

式中：

$Q$—计算剪力；

$I$—截面惯性矩；对于二阶段受力的组合梁，应按不同阶段取用钢梁的惯性矩$I_s$和组合梁换算截面的惯性矩$I_o$；

$S$—剪应力验算点以上面积对截面中和轴的面积矩，应根据不同受力阶段取用；

$t$—钢梁腹板厚度。

钢梁的容许剪应力$[\tau]$可查附表 4-1 查得。

对于二阶段受力的组合梁剪应力验算步骤，参见上述正应力的验算方法。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 23.3 抗剪连接件设计

抗剪连接件的可靠连接作用是混凝土板与钢梁是否能组合成一个整体，共同工作的关键。抗剪连接件的主要作用是承受钢筋混凝土桥面板与钢梁接触面之间的纵向剪力，抵抗二者之间的相对滑移，同时还可防止钢筋混凝土板与钢梁之间出现分离。

## 23.3.1 抗剪连接件的形式

抗剪连接件的种类很多：机械结合的连接件、使用环氧树脂类粘结剂、采用高强螺栓的摩擦抗剪件等。目前最常用的是机械结合的抗剪连接件，又分为刚性连接件和柔性连接件两大类，主要有以下三种：

### 1）钢筋连接件

将弯筋焊接在钢梁上翼缘并伸入钢筋混凝土板中（图23-7 a)。钢筋的直径一般为 12～20mm。

### 2）型钢连接件

将型钢焊接在钢梁上翼缘上，以阻止钢筋混凝土板沿钢梁滑动。用作连接件的型钢常用短角钢或槽钢、方钢等。槽钢常用的规格有［80、［100 及［120；对于角钢，为了增强其竖向肢的刚度，往往在这一肢上用加劲板加强（图23-7 c)。方钢的规格为 25mm×25mm 及 50mm×38mm 两种，为了防止混凝土板与钢梁分离，方钢必须加焊直径为 12mm 左右的箍筋（图23-7 d)。

### 3）栓钉

栓钉（图23-7e）是世界各国广为采用的一种机械连接件。栓钉的栓杆直径为 12～25mm，常用的为 16～19mm；选用栓钉直径不宜超过被焊钢梁翼缘厚度的 2.5 倍，栓钉长与栓杆直径之比应不小于 4。为防止混凝土板与钢梁分离，栓钉上部做成大头，大头直径不得小于栓杆直径的 1.5 倍。栓钉连接件是由专用焊接设备—栓钉焊接机将栓钉（钉杆端部带有焊剂）焊在钢梁上翼缘上，施工效率很高。

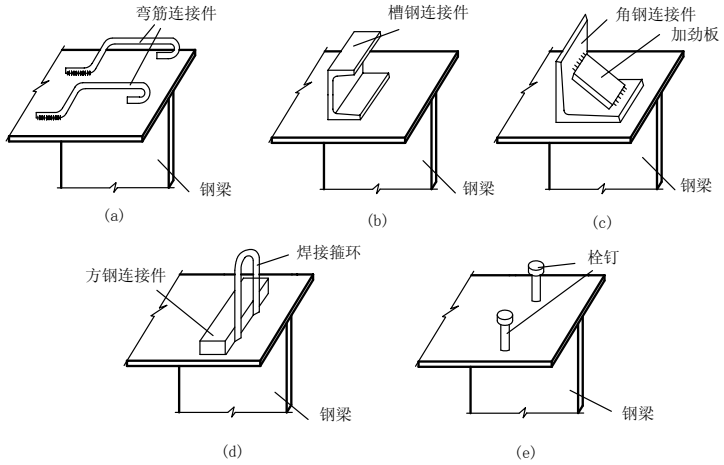



图 23-7 常用的机械抗剪连接件形式

## 23.3.2 抗剪连接件的破坏机理

### 1）栓钉连接件

栓钉在混凝土内的工作原理接近于弹性地基梁，它的破坏形式属于栓钉附近混凝土破坏，因而除了栓钉本身规格之外，主要与混凝土强度等级及弹性模量有关。就栓钉规格而言，主要包括栓钉



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

杆身直径和栓钉长度。试验结果表明，当栓钉长度与直径之比大于 4 时，承载力的增加逐渐趋于收敛，当栓钉长度较小时，不仅承载力低，而且破坏形式变为栓钉拔出破坏。

### 2）槽钢连接件

槽钢连接件在混凝土中的工作原理也接近于弹性地基梁，混凝土与槽钢之间的相互作用是通过它们之间的局部承压来平衡的。由于槽钢腹板较柔，混凝土的局部承压仅限于槽钢的根部附近，即下翼缘及一小部分腹板区域。

### 3）弯筋连接件

对于弯筋连接件，目前在作用机理上各国规范的解释有所不同。ECSS 欧洲钢结构协会不考虑混凝土板与钢梁之间的摩擦力，主要根据钢筋受剪且受拉的复杂内力条件确定其抗剪承载力；而 ACI 美国混凝土协会则假定钢筋单轴受拉，同时考虑混凝土板与钢梁之间的摩擦力；我国学者的研究表明，钢筋既是拉剪复合受力，而且混凝土板与钢梁之间的摩擦力也不容忽视。在设计规范中，我国则主要借鉴了德国和前苏联的做法，采取了相对简单的表达式。

## 23.3.3 抗剪连接件的设计计算

组合梁的抗剪连接件设计，也可以分为弹性设计法与塑性设计法。《公路桥规（1986）》采用的是弹性设计法。钢梁与钢筋混凝土板之间的纵向水平剪力，由抗剪连接件承受，单位长度上的纵向水平剪力$T$按下式计算：

$$T=\frac{QS}{I_{\mathrm{o}}} \tag{23.17}$$

式中：

$Q$—作用于组合梁截面上的剪力；

$S$—钢筋混凝土板对组合截面形心轴的面积矩；

$I_{\mathrm{o}}$—组合梁换算截面惯性矩。

组合梁所受到的剪力$T$沿梁跨度方向的分布并不是均匀变化的（图 23-8），为了简化计算，《公路桥规（1986）》规定连接件在钢梁翼缘上的数量按梁跨度范围内的平均剪力计算并宜按等间距布置。

根据《公路桥规（1986）》的原则，若单个连接件的容许（抗剪）承载力为$[N]$，其布置间距为$a_{\mathrm{n}}$，数量为$n$个，则当$T\le\frac{n[N]}{a_{\mathrm{n}}}$时，才能满足设计要求，故所需的连接件数量$n$为

$$n\ge\frac{Ta_{\mathrm{n}}}{[N]} \tag{23.18}$$

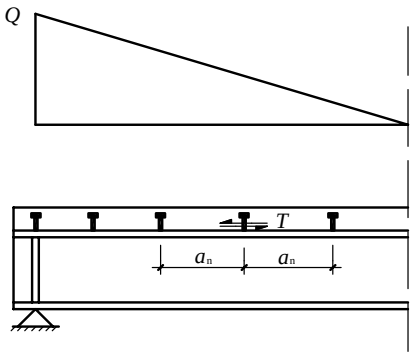



图 23-8 连接件的纵向受剪

应该看到，上述计算方法在剪力$T$变化较大时显得略为粗糙，因而在设计中，可将梁按剪力大小划分成数个区段（一般为 2～3 个区段），每个区段的连接件间距相等且均按该区段的最大剪力决定。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

单个连接件的容许（抗剪）承载力[ $N$ ]，应根据试验资料得到，《公路桥规（1986）》对此没有规定。我国《钢结构设计规范》（GBJ17-88）采用极限状态设计法，根据国内外试验资料，提出了几种常用连接件的抗剪设计承载力[ $N_v$ ]，可供桥梁设计时参考，其中材料的强度设计值定义详见该规范。

（1）对于弯筋连接件

$$[N_V]=A_g f_y \tag{23.19}$$

式中：

$A_g$ —弯筋截面面积；

$f_y$ —弯筋的抗拉强度设计值。

（2）槽钢连接件

$$[N_V]=0.26(t_f+0.5t_w)l\sqrt{E_c f_c} \tag{23.20}$$

式中：

$t_f$ —槽钢翼缘平均厚度；

$t_w$ —槽钢腹板厚度；

$l$ —槽钢长度；

$E_c$ 、 $f_c$ —分别为混凝土弹性模量和混凝土轴心抗压强度设计值。

（3）栓钉连接件

对于钉长与钉杆直径之比为 4 的栓钉连接件

$$[N_v]=0.43A_s\sqrt{E_c f_c}\le 0.7A_s f \tag{23.21}$$

式中：

$E_c$ 、 $f_c$ —分别为混凝土弹性模量和混凝土轴心抗压设计强度；

$A_s$ —栓钉杆身截面面积；

$f$ —栓钉的抗拉设计强度。

在组合梁的抗剪连接设计中，如果要考虑混凝土徐变的影响，设计计算应该分别考虑恒载和活载产生的剪力。

对于计算区段的恒载产生的剪力为 $T_g$ ，考虑混凝土徐变影响的组合梁换算截面惯性矩为 $I_{oc}$（在换算截面计算中采用 $n_{Ec}=E_s/kE_h$ ）；混凝土翼缘换算面积，对考虑混凝土徐变影响的组合梁换算截面形心轴的面积矩为 $S_{oc}$ ；对于活载产生的剪力为 $T_p$ ，组合梁换算截面（换算截面计算中采用 $n_E=E_s/E_h$ ）几何特性为 $I_o$ 和 $S_o$ 。

若该区段抗剪连接件均匀布置，间距为 $a_n$ ，单个连接件容许承载力为[ $N$ ]，截面上一排有 $n_1$ 个连接件，则

$$a_n\left(\frac{T_g S_{oc}}{I_{oc}}+\frac{T_p S_o}{I_o}\right)\le n_1[N]$$

连接件布置所需的间距 $a_n$ 应为

$$a_n\le\frac{n_1[N]}{\dfrac{T_g S_{oc}}{I_{oc}}+\dfrac{T_p S_o}{I_o}} \tag{23.22}$$

同时应满足对连接件间距的构造要求。

## 23.3.4 对抗剪连接件的构造要求

### 1）一般要求

⑴ 连接件抗掀起端头的底面位置（如栓钉大头底面、槽钢上翼缘内侧），应高于混凝土板内底部钢筋以上 30mm；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

⑵ 连接件的外侧边与钢梁翼缘边之间的距离应不小于 20mm；

⑶ 连接件的外侧边到混凝土翼缘边之间的距离应不小于 100mm；

⑷ 连接件顶面的混凝土保护层厚度不得小于 20mm。

### 2）弯筋连接件

宜在组合梁截面上成对设置弯筋连接件，其钢筋弯折与钢梁纵向的夹角为 30°或 45°，并在末端做成锚钩。斜钢筋应采用双面侧焊缝与钢梁上翼缘相连，焊缝长度不得小于钢筋直径的 4 倍（对Ⅰ级钢筋）或 5 倍（对Ⅱ级钢筋）。

弯筋连接件的间距 $a_n$，不得小于 0.7 倍桥面板的厚度，也不得大于 2 倍桥面板的厚度。

### 3）槽钢连接件

槽钢连接件与钢梁上翼缘的连接焊缝，应按《公路桥规（1986）》的规定设计。槽钢连接件之间的净距，不得超过桥面板厚度的 8 倍，也不得小于连接件计算高度的 3.5 倍。

### 4）栓钉连接件

栓钉沿梁跨度方向的间距 $a_n$ 应不小于栓钉杆身直径的 6 倍。栓钉垂直于跨度方向的间距应不小于栓钉杆身直径的 4 倍。

## 23.4 设计计算示例

**例 23.1** 有一钢-混凝土组合梁截面，混凝土翼缘计算宽度 $b'_i=1300\text{mm}$，翼缘厚 $t=80\text{mm}$，承托厚 $t_1=120\text{mm}$，采用 20 号混凝土，I20b 工字钢梁，其截面面积 $A_s=3.95\times103\text{mm}^2$，惯性矩 $I_s=25\times10^6\text{mm}^4$，钢材为 Q235 钢，截面如图 23-9 所示。试求：（1）换算截面惯性矩 $I_o$；（2）在 $M=100\text{kN}\cdot\text{m}$ 作用下，钢梁底边处的拉应力 $\sigma_{sx}$ 及混凝土翼缘顶边处的压应力 $\sigma_{cs}$；（3）Q235 钢的抗弯容许应力 $[\sigma_w]=145\text{MPa}$ 及 20 号混凝土的容许压应力 $[\sigma_h]=0.63R_a^b=0.64\times14=8.82\text{MPa}$，确定梁的弹性抗弯承载力 $M$。

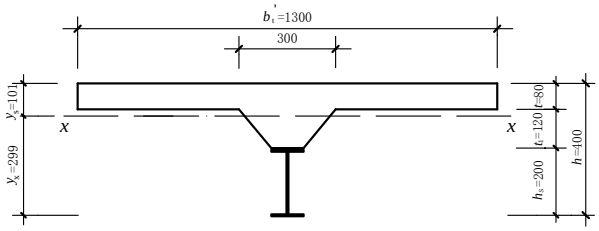



图 23-9 组合梁截面(尺寸单位：mm)

**解**：（1）求截面几何特性

钢与 20 号混凝土的弹性模量比：$n_E=\dfrac{E_s}{E_h}=\dfrac{2.1\times10^5}{2.6\times10^4}=8.1$；

混凝土翼缘换算宽度：$b'_{iE}=\dfrac{b'_i}{t}=\dfrac{1300}{8.1}=160.5\,\text{mm}$；

梁的总高度 $h=h_s+t+t_1=200+80+120=400\,\text{mm}$；

混凝土翼缘截面形心至梁底边的距离

$$h-t/2=400-80/2=360\,\text{mm}$$；

钢梁截面形心至梁底边的距离 $h_s/2=100\,\text{mm}$；

组合梁中性轴至梁底的距离（略去承托部分）

$$y_x=\frac{160.5\times80\times360+3.95\times100}{160.5\times80+3.95\times10^3}=299\,\text{mm}$$；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

混凝土翼缘截面形心至中性轴的距离

$$h-y_x-t/2=400-299-80/2=61\text{mm}$$；

钢梁截面形心至中性轴的距离：$y_x-h_s/2=299-100=199\text{mm}$。

换算截面惯性矩：

$$I_o=\frac{1}{12}\times160.5\times80^3+160.5\times80\times61^2+25\times10^6+3.95\times10^3\times199^2=236.05\times10^6\text{ mm}^4$$

（2）求$\sigma_s$和$\sigma_c$

混凝土翼缘外边至中性轴的距离：$y_s=h-y_x=400-299=101\text{mm}$；

钢梁底边至中性轴的距离 $y_x=299\text{mm}$。

钢梁下缘：$$\sigma_{sx}=\frac{My_x}{I_o}=\frac{100\times10^6\times299}{236.05\times10^6}=126.7\text{ MPa(拉)}$$。

钢筋混凝土上缘：$$\sigma_{cs}=\frac{My_s}{n_E I_o}=\frac{100\times10^6\times101}{8.1\times236.05\times10^6}=5.3\text{MPa}$$（压）。

上述计算结果均小于《公路桥规（1986）》规定的容许应力值。换算截面的尺寸及应力值示于图23-10。

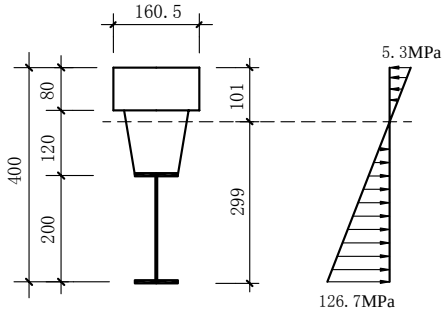



图 23-10 换算截面

（3）求$M$

对于 Q235 钢，容许应力$[\sigma_w]=145\text{MPa}$，得到

$$M_s=\frac{[\sigma_w]I_o}{y_x}=\frac{145\times236.05\times10^6}{299}=114.5\times10^6\text{ N}\cdot\text{mm}=114.5\text{ kN}\cdot\text{m}$$

对于 20 号混凝土，容许应力$[\sigma_h]=0.63R_a^b=8.82\text{MPa}$，则

$$M_h=\frac{n[\sigma_h]I_o}{y_s}=\frac{8.1\times8.82\times236.05\times10^6}{101}=167.0\times10^6\text{ N}\cdot\text{mm}=167.0\text{ kN}\cdot\text{m}$$

由于$M_h=167.0\text{kN}\cdot\text{m}>M_s=114.5\text{kN}\cdot\text{m}$，故由钢梁的强度控制设计，即该梁的弹性容许承载力$M=M_s=114.5\text{kN}\cdot\text{m}$。

**例 23.2** 已知一钢-混凝土组合梁的截面如图 23-11 所示。混凝土为 20 号，钢梁采用 Q235 钢。钢梁高于混凝土的温度差$\Delta t=15℃$，温度线胀系数$\alpha_t=1.0\times10^{-5}$。求梁的温度应力。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

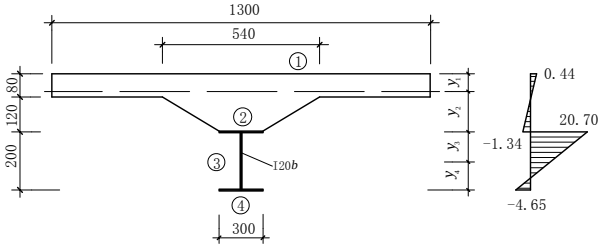



图 23-11 组合梁截面及温差应力

**解**：20 号混凝土的弹性模量 $E_h = 2.6\times10^4\text{MPa}$

混凝土板承托的平均宽度：$\frac{1}{2}(540+300)=420\,\text{mm}$

混凝土板的截面积：$A_h = 1300\times80+420\times120=154400\,\text{mm}^2$

混凝土板截面形心轴至翼缘外边的距离

$$y_1=\frac{1300\times80\times40+420\times120\times140}{154400}=72.6\,\text{mm}$$

混凝土板承托底边至混凝土板形心轴的距离：$y_2=120+80-72.6=127.4\,\text{mm}$

混凝土板截面绕其形心轴的惯性矩：

$$I_h=\frac{1}{12}\times1300\times80^3+1300\times80\times(72.06-400)^2$$

$$+\frac{1}{12}\times420\times120^3+420\times120\times(127.4-60)^2=455.4\times10^6\,\text{mm}^4$$

①点的截面抵抗矩：$\overline{W_1}=\frac{I_h}{y_1}=\frac{455.4\times10^6}{72.6}=6.27\times10^6\,\text{mm}^3$

②点的截面抵抗矩：$\overline{W_2}=\frac{I_h}{y_2}=\frac{455.4\times10^6}{127.4}=3.57\times10^6\,\text{mm}^3$

Q235 钢的弹性模量：$E_s=2.1\times10^5\text{MPa}$

I20b 钢梁的截面面积：$A_s=3.95\times10^3\text{mm}^2$

I20b 钢梁的截面惯性矩：$I_s=25\times10^6\text{mm}^4$

钢梁形心轴到其上下翼缘的距离：$y_3=y_4=200/2=100\text{mm}$

③点的截面抵抗矩：$\overline{W_3}=\frac{I_s}{y_3}=\frac{25\times10^6}{100}=0.25\times10^6\,\text{mm}^3$

④点的截面抵抗矩：$\overline{W_4}=\frac{I_s}{y_4}=\frac{25\times10^6}{100}=0.25\times10^6\,\text{mm}^3$

温度力：

$$T=\frac{\alpha t\cdot\Delta t}{\left(\frac{1}{E_hA_h}+\frac{1}{E_sA_s}\right)+\left(\frac{y_2}{E_h\overline{W_2}}+\frac{y_3}{E_s\overline{W_3}}\right)}$$

$$=\frac{1.0\times10^{-5}\times15}{[(0.249+1.206)+(1.373+1.905)]\times10^{-9}}=31.692\,\text{kN}$$

则温度应力：

$$\sigma_{h1}=T\left(-\frac{1}{A_h}+\frac{y_2}{\overline{W}_1}\right)=31692\times\left(-\frac{1}{154.4\times10^3}+\frac{127.4}{6.27\times10^6}\right)=0.44\,\text{MPa}\text{（压应力）}$$

$$\sigma_{h2}=T\left(-\frac{1}{A_h}-\frac{y_2}{\overline{W}_2}\right)=-31692\times\left(\frac{1}{154.4\times10^3}+\frac{127.4}{3.57\times10^6}\right)=-1.34\,\text{MPa}\text{（拉应力）}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\sigma_{s3}=T\left(\frac{1}{A_s}+\frac{y_3}{W_3}\right)=31692\times\left(\frac{1}{3.95\times10^3}+\frac{100}{0.25\times10^6}\right)=20.7\ \text{MPa(压应力)}$$

$$\sigma_{s4}=T\left(\frac{1}{A_s}-\frac{y_3}{W_4}\right)=31692\times\left(\frac{1}{3.95\times10^3}-\frac{100}{0.25\times10^6}\right)=-4.65\,\text{MPa（拉应力）}$$

各点的应力值如图 23-11 所示。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

# 第 24 章 钢管混凝土结构

## 24.1 概 述

### 24.1.1 钢管混凝土结构的发展概况

钢管混凝土结构是在劲性钢筋混凝土结构、螺旋配筋混凝土结构以及钢管结构的基础上演变和发展起来的。1879 年英国 Severn 铁路桥在建造中采用了钢管混凝土桥墩，但当时在空钢管内灌注混凝土主要是为了防止钢管内部锈蚀。1901 年，Sewell.J.S.第一个发表文章介绍了方形钢管混凝土柱的应用情况，认为钢管内填充混凝土不仅能防锈，而且还能提高其刚度和承载力。1907 年美国的 Lally 公司首次提出了圆钢管混凝土柱的安全承载能力计算公式，此后这种被称为 LaIIy Column 的圆形钢管混凝土柱在一些单层和多层房屋建筑中得以应用。

钢管混凝土优越的力学性能，一开始就受到欧美各国土木工程界的重视，竞相开发利用。20 世纪 20 年代前后，在美国的波士顿、纽约和芝加哥等地，曾将其用于单层和多层建筑的承重柱。1930 年在法国巴黎郊区的 Ibis 用钢管混凝土建造了一座 9m 跨度的上承式拱桥， 1937 年在前苏联列宁格勒用集束的小直径钢管混凝土作为拱肋，建造了横跨涅瓦河的 101m 跨径的下承式拱桥，1939 年又在西伯利亚依谢季河建成了跨径 140m 的上承式钢管混凝土铁路拱桥。与钢拱桥相比，钢管混凝土拱桥节约钢材 52%，降低造价 20%,但其施工方法是采用将钢管拱肋分段预制并浇灌混凝土，在满堂支架上拼装成桥，因而钢管混凝土在施工方面的优越性未能得到发挥。在这期间，前苏联一批学者对钢管混凝土结构进行了深入的研究，A.A.Gvozdev 教授深刻地阐明了钢管套箍混凝土的工作机理，并成功地用极限平衡法推导出钢管混凝土轴压短柱极限承载能力的理论计算公式，为现代钢管混凝土结构的设计计算理论奠定了坚实的基础。20 世纪 60 年代，英国 Neogi P. K.等人对管内混凝土三向受力时强度的提高及钢管混凝土承载力的计算方法作了研究。美国在 20 世纪 60～70 年代对钢管混凝土组合柱的研究获得了大量的成果，同一时期，在西欧、北美、日本、前苏联等工业发达国家，钢管混凝土结构在厂房建筑、多层和高层建筑、立交桥以及特种工程结构中得到较多的应用，收到了良好的效果。

在设计规范方面，美国的《ACI 318-65》列入了轴心受压钢管混凝土柱的计算公式，《ACI 318-71》则把钢管混凝土结构作为组合构件而单独分列，包括轴心受压和受弯构件的计算方法。日本建筑学会在 1967 年年会上制订了“ 钢管混凝土构件设计规范 ”，并在 1980 年作了修订。欧共体 12 国制订的《EURO CODE》是欧共体国家共同采用的土建与施工标准，它由八个部分组成，其中《EURO CODE》No.4 是组合结构部分，包含有钢管混凝土结构的内容，该规范于 I985 年颁布。此外，欧洲《BS 5400》（1979）和德国《DIN 18806》等规范也列有钢-混凝土组合柱的设计内容。

钢管混凝土结构技术在我国的开发利用已有 40 多年历史。1959 年原中国科学院土木建筑研究所最先开展了钢管混凝土基本性能的实验研究。1966 年成功的将钢管混凝土柱用于北京地铁中的“ 北京站 ”和“ 前门站 ”站台柱。1987 年华北电管局微波塔采用了钢-混凝土柱。20 世纪 80～90 年代，钢管混凝土结构在多、高层建筑和桥梁等方面得到应用，发展迅猛。

交通部钢管混凝土设计规范尚在制定中，因此本章的钢管混凝土设计方法主要参考中国工程建设标准化协会于 1990 年颁布的《钢管混凝土结构设计和施工规程（CECS 28：90）》。

### 24.1.2 钢管混凝土的基本性能与分类

#### 1）基本性能

钢管混凝土结构中应用最广的是内填型圆钢管混凝土。钢材在弹性工作阶段时，它的泊松比 $\mu_s$ 变动很小，在 0.25～0.30 之间，而混凝土的泊松比 $\mu_c$ 随着纵向力的增长从低应力的 0.167 左右逐渐增至 0.5，接近破坏时，将超出 0.5。因此内填型圆钢管混凝土随着轴向力 $N$ 的增大，混凝土的泊松



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

比 $\mu_c$ 迅速超过钢管的泊松比 $\mu_s$，使得混凝土的径向变形受到钢管的约束而处于三向受力状态（如图 24-1），其承载力提高。同时，钢管的套箍作用大大提高了混凝土的塑性性能，使得混凝土，特别是高强混凝土脆性的弱点得到改善。另一方面，混凝土内填于钢管之内，增强了钢管的管壁稳定性，刚度也远大于钢结构，使其整体稳定性也有了极大的提高。因此，钢管混凝土材料应用于以受压为主的构件中，较钢结构和混凝土结构有着极大的优越性。

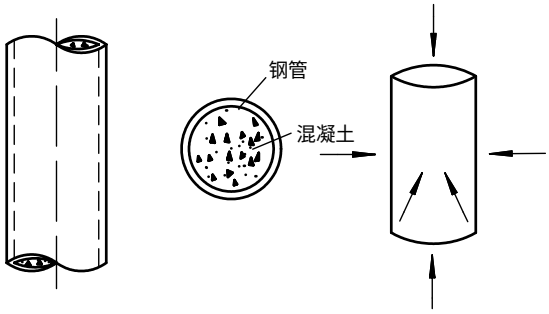



图 24-1 钢管混凝土

在施工方面，钢管具有较大的强度和刚度，可以作为施工的劲性骨架。钢管本身又可作为耐侧压的模板，这样，施工时可节省模板和支架。钢管制作工厂化，比起钢筋混凝土结构中的钢筋加工制作效率高。

钢管混凝土结构耐腐蚀性能比钢筋混凝土弱，与钢结构一样需要采用有效的防护措施，但与钢结构相比较，其内壁填充了混凝土，因此只需外壁采取防护措施。

钢管混凝土结构的耐火性能通过定性分析认为，由于内填了混凝土，在高温情况下，与空钢管相比它的软化温度将极大的得到提高，而在急骤降温时又不会象钢筋混凝土结构那样爆裂，因此，其防火性能比钢结构和钢筋混凝土结构优越。

钢管混凝土结构还具有较好的耐冲击能力和动力性能。圆形钢管混凝土柱在抵抗方向不确定的地震力作用时，由于其各个方向的强度相同，显示出其有效性。

大量的工程实践表明，与钢结构相比较，钢管混凝土在保持自重相近和承载力相同的条件下，可节省钢材 50%左右，并可减少大量的焊接工作，提高结构的耐火性、动力性及稳定性。与普通钢筋混凝土结构相比较，虽然结构用钢量一般会增加，但施工用钢量可相应减少。在承载力条件相同时，钢管混凝土结构比钢筋混凝土结构的混凝土用量和构件自重可减少约 50%，构件的截面面积可减少约一半。在高层建筑的应用中，就目前的经济条件下，钢管混凝土结构的造价与普通钢筋混凝土结构相近，但解决了“ 胖柱 ”的问题，从而增加了建筑的有效面积，加快了施工进度，有较好的综合效益。在大跨度拱桥中，钢管混凝土解决了材料高强度和施工无支架的两大难题，因而其跨越能力比钢筋混凝土大得多，使古老的拱桥技术重新焕发了生机。

## 2）钢管混疑土结构的主要类型

钢管混凝土结构属于钢-混凝土组合结构中的一种，根据钢管与混凝土的组合关系，可分为内填型和内填外包型（如图 24-2）。

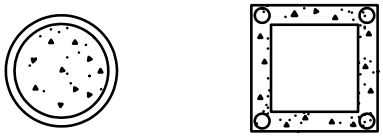
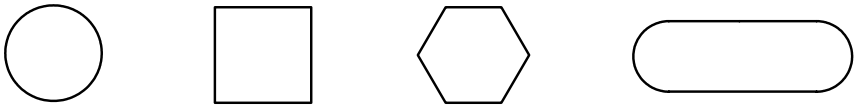


图 24-2 内填型和内填外包型

（a）内填型　　（b）内填外包型

内填型钢管管壁外露，结构含钢率较高，主要用于以受压为主的结构，如建筑物的柱子和拱桥的拱肋。这种结构主要利用钢管混凝土的材料性能，如抗压强度高、抗冲击能力强等。钢管在混凝土施工过程中又可作为支架和模板，给施工带来方便。





公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

图 24-3 内填型钢管混凝土的截面形状

（a）圆管　　（b）方管　　（c）多边形　　（d）圆端形

内填型钢管混凝土根据钢管的形状可分为圆管、方管、多边形管和圆端形管等（如图 24-3）。圆形钢管混凝土由于平面形状为轴对称，压力作用下钢管环向应力均匀，施加于内填混凝土的紧箍力也均匀，因而受力性能最好，且钢管加工容易，因而应用最为广泛。

方形管在紧箍力作用下，管壁因受弯而变形，紧箍力集中在四个角点上，分布不均匀，比起圆形管来说，其效果较差，且钢管的角点存在应力集中（如图 24-4）。然而这种截面如果作为建筑物的柱子，与梁的连接构造简单，因而逐步得到了应用，国内外有一些学者对方形钢管混凝土的性能进行了研究。



图 24-4 方形钢管混凝土

多边形管如八边形，则介于圆形和方形之间，由于交角的角度变小，其紧箍力的分布较方管均匀，接近于圆形，而几何形状上与圆形相比更易于与梁连接。但这种结构钢管加工较复杂，应用并不多。圆端形主要用在对两个方向的受弯能力要求不同的受压弯构件中，对这种结构的紧箍力分布情况目前还缺乏研究。

内填型钢管混凝土还可分为配筋和不配筋两种，一般采用的是不配筋的钢管混凝土。配筋钢管混凝土还可分为配纵筋和配钢管束两种（如图 24-5）。在钢管混凝土中配纵筋（和螺旋筋）的主要目的是为了满足构造或连接方面的要求，一般用于房屋建筑中。配钢管束是为了进一步提高其承载能力。

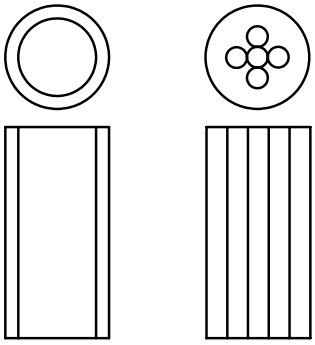


图 24-5 配筋钢管混凝土

（a）配纵筋式　　（b）配钢管束

内填外包型钢管混凝土主要用在大跨度拱桥之中，它主要解决大跨度拱桥施工的“ 自架设问题 ”。首先架设自重轻、强度、刚度均较大的钢管骨架，然后在空钢管内灌注混凝土形成钢管混凝土，再在钢管混凝土骨架外挂模板浇筑外包混凝土，形成钢管混凝土结构。在这种结构中，钢管和随后形成的钢管混凝土主要是作为施工的劲性骨架来考虑的，成桥后，它也可以参与受力，但其参与作用的程度通常是由施工设计控制的。

近年来，我国还出现了一种集束型的钢管混凝土，即将数根钢管混凝土间隔一段用钢板环箍捆绑在一起，用于肋拱之中。此外，还提出了在内外净距相等的钢板夹层中灌以混凝土的钢-混凝土-钢（sandwich）壳体结构（图 24-6），以应用于贮罐、核反应堆护罩和军事防护结构中，这种结构目前还处于研究之中。

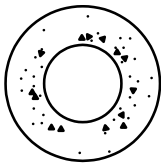


图 24-6 钢-混凝土-钢壳体结构

以上介绍的均为实心的内填型钢管混凝土。内填型钢管混凝土当刚度要求大于强度要求时，还可做成空心的。空心钢管混凝土根据内填混凝土的相对厚度又可分为重型空心钢管混凝土和轻型空



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

心钢管混凝土两种（如图 24-7）。设$\psi$为核心混凝土内外半径之比（又称为空心率），则当$\psi \le 0.5$时，称为重型空心钢管混凝土，其受力性能随着$\psi$的减小而趋于实心钢管混凝土，即混凝土受到钢管的套箍作用。当$\psi > 0.5$时，称为轻型空心钢管混凝土，其受力性能随着$\psi$的增大而趋于钢结构，即内填混凝土受到钢管的套箍作用不大，内填混凝土主要起着加强钢管壁稳定性，加强整体刚度以及防锈作用，混凝土在强度方面所起的作用较小。

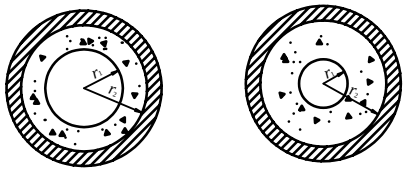


图 24-7 空心钢管混凝土

（a）轻型（$\frac{r_1}{r_2} > 0.5$） （b）重型（$\frac{r_1}{r_2} \le 0.5$）

钢管混凝土结构主要用于受压构件之中，其稳定性问题突出，构件的长细比对稳定影响很大。当需通过加大管径来满足刚度要求，而经济条件又不允许时，可考虑采用多肢结构。在压弯构件中，做成多肢结构，可使压弯构件转化成单肢受压或受拉的桁架式杆件结构。常见的多肢结构如图 24-8 所示，有双肢、三肢和四肢，多根钢管混凝土构件通过缀板或缀条联成一体共同受力。由于内填型钢管混凝土钢管外露，所以横向联系容易，其构造和受力与多肢式钢结构柱相似。

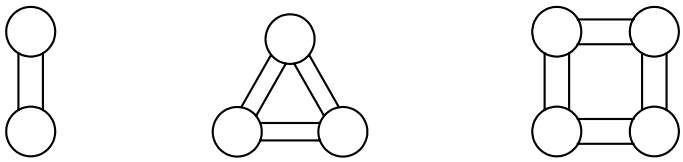


图 24-8 多肢钢管混凝土结构

（a）双肢式 （b）三肢式 （c）四肢式

钢管混凝土受拉时，混凝土退出工作，只有钢管受力，因而材料利用率低，所以当构件承受的偏心压力或弯矩较大时，可采用钢管混凝土-型钢组合结构（图 24-9）。将钢管混凝土置于偏心力作用一侧以受压为主，而型钢置于另一侧受拉。在受弯结构中，则可采用体外预应力索，以充分发挥高强钢丝的抗拉性能和钢管混凝土的抗压性能（图 24-10）。

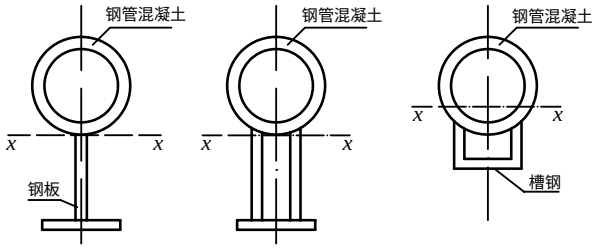



图 24-9 钢管混凝土-型钢组合结构



图 24-10 预应力钢管混凝土梁



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 24.1.3 钢管混凝土的材料

### 1）钢管

钢管混凝土构件的钢管可采用直缝焊接管、螺旋缝焊接管和无缝焊接管。焊接必须采用对接焊缝，并达到与母材等强的要求。一般当管径较大时采用卷制管，管径较小时采用无缝管。直缝焊管和螺旋焊管常用 Q235 钢、16Mn 钢、15MnV 钢。钢材的弹性模量和强度设计值，按表 24-1 采用。

**钢材的弹性模量和强度设计值** 表 24-1

| 钢 号 | 组 别 | 钢材厚度 $t$(mm) | 抗拉、抗压强度设计值 $f$(MPa) | 弹性模量 $E$(MPa) |
|---|---|---|---|---|
| Q235 钢 | 一 | <20 | 215 | $2.06\times10^5$ |
| | 二 | 21～40 | 200 | |
| | 三 | 41～50 | 190 | |
| 16Mn 钢 | 一 | <16 | 315 | $2.06\times10^5$ |
| | 二 | 17～25 | 300 | |
| | 三 | 26～36 | 290 | |
| 15MnV 钢 | 一 | <16 | 250 | $2.06\times10^5$ |
| | 二 | 17～25 | 335 | |
| | 三 | 26～36 | 320 | |

此外，有些钢管混凝土拱桥还采用 16Mnq 钢或 15MnVq 钢，与 16Mn 钢、15MnV 钢不同之处，在于钢水出炉到钢水罐中时加入适量的铝（Al）以细化钢材的晶粒，这对提高钢材的韧性和改善加工工艺性能等，有较好的效果。

卷制管的钢材应符合《碳素结构钢》、《低合金高强度结构钢》和《桥梁用结构钢》的要求。无缝钢管必须符合《结构用无缝钢管》的要求。当钢管直径较大或壁厚超过常用规格时，也可以用钢板冷卷或热压后焊接成的相应的空钢管。焊缝的强度设计值按《钢结构设计规范》（GB50017-2003）取用。

### 2）混凝土

钢管混凝土构件的混凝土标号不宜低于 C30，以充分发挥钢管混凝土组合材料的受力性能。但近年来的研究表明，采用高强混凝土（指 C60 以上）的钢管混凝土构件，其基本力学性能同普通混凝土的钢管混凝土基本相近，这与一般钢筋混凝土构件中使用高强混凝土会带来脆性增大的不利因素不同。可见钢管混凝土结构为高强混凝土的应用提供了有效的途径，加上钢管对混凝土的套箍作用使混凝土承载能力提高的因素，使得钢管混凝土可以向更高强度的方向发展。

钢管混凝土管内的混凝土为了确保振捣密实和方便施工，要求有一定的和易性，但为了尽可能减少管内混凝土的游离水分，降低混凝土收缩给钢管套箍作用带来的不利影响，又要限制管内混凝土的水灰比。一般塑性混凝土的水灰比不宜大于 0.4，流动性混凝土的水灰比不宜大于 0.45。为解决这一矛盾，可以通过掺入各种引气量小的减水剂来解决。为补偿混凝土收缩的不利影响，还可以在混凝土中掺入膨胀剂。

### 3）钢管混凝土构件的基本规定

钢管混凝土构件中的钢管管径 $D$ 指外径，$t$ 为管壁厚。管径一般限制最小直径不小于 100mm，以保证混凝土灌注的可操作性和钢管与混凝土两种材料的共同作用。壁厚应不小于 4mm，以保证焊接的最小厚度。

为充分发挥钢管混凝土的受力特性和保证钢管管壁的局部稳定性，还要限制壁厚和管径之比宜限制在 $20\leq \frac{D}{t}\leq 85\times(\frac{235}{f_y})^{\frac{1}{2}}$ 之间。钢材屈服强度 $f_y$ 的取值：对 3 号钢，取 $f_y=235\text{MPa}$；对 16Mn 钢，取 $f_y=345\text{MPa}$；对 15MnV 钢，取 $f_y=390\text{MPa}$。对于一般的承重柱，可取 $\frac{D}{t}=70$ 左右，对于桁架结构，可取 $\frac{D}{t}=25$ 左右。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

为防止混凝土强度等级高时钢管的套箍能力不足而引起脆性破坏，钢管混凝土的套箍指标$\theta$应不宜小于 0.3；为防止混凝土强度等级过低而使构件在使用荷载下产生塑性变形，套箍指标$\theta$应不宜大于 3.0，大量的试验结果表明套箍指标在$0.3 \le \theta \le 3.0$范围内的试件，在使用荷载作用下处于弹性工作阶段，且在最终破坏前都具有良好的延性。

钢管混凝土构件长细比不宜超过表 24-2 的要求。

**构件的容许长细比** 表 24-2

| 项次 | 构件名称 | | 容许长细比 | |
|---|---|---|---|---|
| | | | $\frac{l}{d}$ | $\lambda$ |
| 1 | 框架 | 单肢柱 | 20 | — |
| | | 格构柱 | — | 80 |
| 2 | 桁架 | | 30 | — |
| 3 | 其他 | | 35 | 140 |

## 24.2 钢管混凝土轴心受压构件的工作性能

典型的钢材和混凝土材料单轴受压的应力应变曲线$\sigma \sim \varepsilon$见图 24-11。

钢管混凝土柱轴心受压的荷载变形$N \sim \varepsilon$曲线随含钢率$\rho = \frac{4t}{D}$不同而分为三种情况：(1) 含钢率很低时（$\rho < 4\%$或$\frac{D}{t} > 100$），钢管对核心混凝土产生的侧压力很小，即紧箍力作用可略去不计，钢管和混凝土基本上都属于单向受压，曲线$N \sim \varepsilon$由上升段和下降端组成，如图 24-12 中曲线 1 所示。(2) 含钢率较低（$\rho$为 5%～6%或$\frac{D}{t}$为 67～80），曲线由三段组成，如图 24-12 中曲线 2 所示。(3) 含钢率较高（$\rho > 6\%$～7%或$\frac{D}{t}$为 57～67），曲线也由三段组成，如图 24-12 中曲线 3 所示。曲线 2 和曲线 3 不同之处主要在于最后一个阶段（强化阶段）曲线的曲率不同。实际工程中，常用含钢率为 5%～8%（$\frac{D}{t}$为 25～80），受力情况都属于第二、三种类型，且主要是第三种类型。

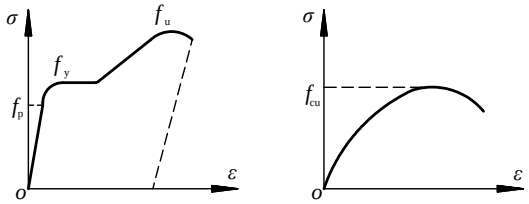



图 24-11 钢材和混凝土单轴受压的$\sigma \sim \varepsilon$曲线

(a) 钢材　　(b) 混凝土

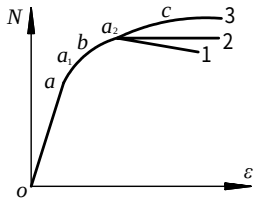



图 24-12 钢管混凝土轴心受压构件的三种曲线

将图 24-12 中曲线 3 分成三段：*oa* 段为弹性工作阶段，*ab* 段为弹塑性工作阶段，*bc* 段为强化阶段。以下对这三个阶段钢管混凝土的受力机理进行分析。

**（1）弹性工作阶段**（图 24-12 中的*oa* 段）— $N \sim \varepsilon$ 接近直线，在弹性工作阶段，钢材的泊松比在 0.25～0.30 之间，而混凝土的泊松比随着应力从 0.167 增加至 0.5。钢管混凝土柱受荷初期，核心混凝土的泊松比小于钢管的泊松比，即钢管的横向变形率小于核心混凝土，钢管壁和混凝土之间产生拉应力，有时也称负紧箍力。此时钢管和混凝土均以承受单向压应力为主。随着荷载的加大，混凝土的泊松比在不断增加，而钢材的泊松比变化较小，在此阶段后期，当混凝土的压应力达到其单向受压破坏荷载的 0.3～0.4 倍时，混凝土的横向变形率超过钢管，此时钢管和核心混凝土之间的作用力开始由拉应力转为压应力，钢管中产生环向拉应力，而核心混凝土受到环向和径向的压应力作用，加上纵向压应力，则处于三向受压状态。但此时横向应力较小，钢管和混凝土均可以认为在



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

单向应力作用下工作，反映在 $N \sim \varepsilon$ 曲线上，钢管混凝土的 $N \sim \varepsilon$ 曲线接近钢管和核心混凝土两种材料简单的代数和，呈直线关系，其斜率较大。

**（2）弹塑性工作阶段**（图 24-12 中的 *ab* 段）—钢管进人弹塑性工作阶段，钢管承受的纵向压应力和环向拉应力都随外荷载增大而增大。在计算时，应按双向异号应力状态考虑。核心混凝土由于其泊松比不断增大，所以其所受到的侧压力也不断增大，处于三向受压状态。这时，由于钢管的弹性模量逐渐变小，而核心混凝土的模量变化不大，所以钢管和混凝土之间的轴力分配比例不断变化，混凝土承受的荷载比例越来越大。这样，荷载与变形的关系渐渐偏离直线而形成过渡曲线。

**（3）强化阶段**（图 24-12 中的 *bc* 段）—由于钢管已进人塑流状态，所以随着外荷载增加在环向应力不断增加的同时，其纵向应力不断减小。此时核心混凝土虽已达到轴心抗压标准强度，但由于其泊松比不断增大（钢管的泊松比进人塑性状态后为 0.5，此时混凝土的泊松比则大于 0.5），所以紧箍力较前面阶段有所增强，使核心混凝土的承载力大大提高，不仅承担了外荷载增量产生的压应力，还承担了钢管卸载产生的压应力。此时，横向变形急剧增大，对于含钢率较低的构件，核心混凝土由于套箍作用提高的强度部分，基本上与钢管的纵向承载力的减小相当，所以这时的荷载～应变曲线成水平段或斜率很小的上升段。对含钢率较高的构件，则类似于钢结构有明显的强化作用。对轴心受压的钢管混凝土短柱，荷载应变曲线几乎不下降。

对钢管混凝土构件典型的加载方式可分为三种（图 24-13）：

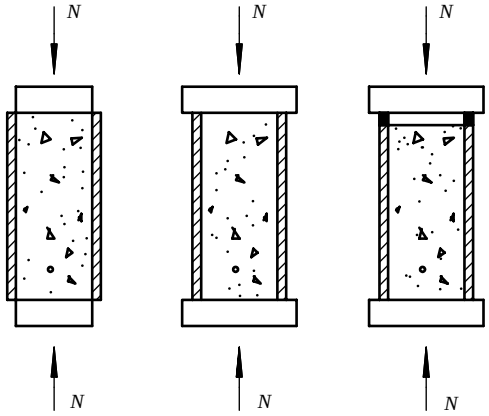



图 24-13 钢管混凝土的不同加载方式

（a）A 式　　（b）B 式　　（c）C 式

（1）A 式加载：荷载直接施加于核心混凝土，钢管不直接承受纵向荷载。

（2）B 式加载：试件端面平齐，荷载直接施加于钢管和核心混凝土。

（3）C 式加载：试件的钢管预先单独承受荷载，直至钢管被压缩（应变限制在弹性范围之内）到与核心混凝土齐平后，核心混凝土才与钢管共同承载。

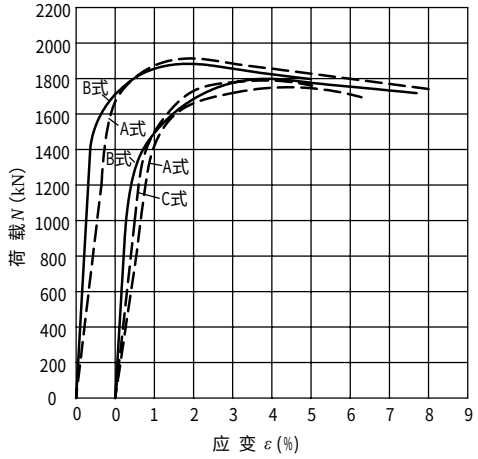



图 24-14 加载方式对 $N \sim \varepsilon_c$ 曲线的影响



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

三种加载方式作用下的荷载～应变曲线如图 24-14 所示。从图中可以看出，不同加载方式对构件的受力性能和承载力影响较小。若从细部考察，在加载初期，钢管和核心混凝土的应力发展是不同的。对 A 式加载，在混凝土出现微裂缝前，钢管不承受应力。随着混凝土微裂缝的发展，横向变形增大，钢管承受环向应力，混凝土受套箍作用，且由于钢管壁和混凝土之间的摩擦力使钢管也承受纵向力。对 B 式加载方式，在加载初期由钢管和混凝土共同承受，此时因钢管的泊松比大于混凝土的泊松比，所以钢管和混凝土之间并无套箍作用，钢管类似于钢筋混凝土结构中的钢筋起作用。对 C 式加载，加载初期由钢管单独承受，钢管向外膨胀同时压缩，当压缩至与核心混凝土高度齐平时，钢管和核心混凝土共同承载，此时也无套箍作用。随着荷载加大，三种加载形式，当混凝土泊松比大于钢管的泊松比而产生套箍作用之后，其受力机理基本相似。

## 24.3 钢管混凝土单肢柱承载力计算

几十年来国内外许多学者对于钢管混凝土轴心受压构件短柱的承载能力进行了大量的试验研究。由于钢管混凝土全过程受力性能的复杂性，比较简捷的方法是只重视其达到极限状态时的受力性能。原苏联格沃兹捷夫 A.A.Gvozdev 教授于 1935 年推荐了两项式的计算公式如下：

$$N_u = f_c A_c + k f_s A_s \tag{24.1}$$

式中：

$f_c$、$f_s$ —混凝土与钢材的设计强度；

$k$ —强度提高系数，格沃兹捷夫教授建议取 $k = 2$。

公式第二项形式上是钢管所承受的纵向力。由于用系数来考虑强度的提高，其实质上既包含了钢管本身承担的纵向力又包含了钢管的套箍力使混凝土承压能力的提高部分。

中国建筑科学院蔡绍怀根据极限平衡的原理，推导得出考虑紧箍力的计算公式，并引入了套箍系数 $\xi$，其中 $\xi = \dfrac{A_s f_s}{A_c f_c}$。其后在《钢管混凝土结构设计和施工规程（CECS 28：90）》中采用了蔡绍怀的建议公式。

1971 年沙布罗夫斯基认为极限荷载法的缺陷在于未考虑钢材强化，以及构件变形很大的影响。因此一些学者将上述承载能力计算的两项式改为三项式，即普通混凝土抗力一项，钢管抗力一项以及紧箍力而使混凝土强度提高一项，从公式的形式上看更为合理。

近 20 多年来国内外众多学者转而研究钢管进入塑性阶段的承载能力，分别建议了一系列短柱承载能力计算公式。美国的弗朗、前苏联中央工业建筑研究所以及我国苏州混凝土与水泥制品研究院等，都提出了各自的建议公式。

这里着重介绍用极限分析方法来计算钢管混凝土构件的承载能力，此方法经过国内外学者大量试验结果验证吻合较好，并且具有广泛的适用范围，可用于实际工程。

基本假定：

（1）把钢管和混凝土视为由钢管和混凝土两种构件组成的结构体系；

（2）钢管的极限条件服从 Von Mises 屈服准则、混凝土的抗侧压强度为侧压指标 $\dfrac{p}{f_c}$ 的函数；

（3）在极限状态时，对于径厚比 $\dfrac{D}{t} \geq 20$ 的薄壁钢管，其径向应力远小于环向应力与纵向应力，可以忽略不计。钢管的应力状态简化为纵向受压，环向受拉的双向异号应力状态，且沿壁厚应力均匀分布。

### 24.3.1 轴心受压构件的强度计算

#### 1）钢管混凝土轴心受压短柱的承载力

$$N_0 = f_c A_c (1 + \sqrt{\theta} + \theta) \tag{24.2}$$



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

式中：

$N_0$—轴心受压构件承载力；

$\theta$—钢管混凝土杆件的套箍指标，$\theta=\dfrac{f_s A_s}{f_c A_c}$；

$f_s$—钢管材料的抗拉、抗压强度设计值；

$A_s$—钢管截面面积；

$f_c$—混凝土抗压强度设计值；

$A_c$—核心混凝土截面面积。

2）钢管混凝土轴心受拉短柱的承载力

钢管混凝土构件受拉时，混凝土不参加工作，仅钢管受力，这同普通钢筋混凝土构件受拉时仅考虑钢筋受力是一样的。

$$N \le A_s f_s \tag{24.3}$$

当然，如同钢筋混凝土构件一样，钢管混凝土构件不适合用于受拉构件，设计中应尽量避免。例如，在钢管混凝土桁式断面中，斜腹杆常布置成受拉杆，一般采用钢管杆件，而不用钢管混凝土杆件。对于弯矩较大的压弯构件，可以采用钢管混凝土与型钢的组合（如图 24-9）。

## 24.3.2 轴心受压构件的稳定计算

稳定验算是受压构件设计的关键内容。钢管混凝土材料抗压强度高，主要用于受压为主的结构之中，应注意稳定问题。

轴心受压稳定验算公式可用下式表示：

$$N \le \varphi_1 N_0 \tag{24.4}$$

式中：

$N$—荷载效应；

$N_0$—短柱轴心受压承载力；

$\varphi_1$—稳定系数；

钢管混凝土柱的长细比除了与单一材料柱一样影响轴压的平衡分枝弯曲平衡外，对弹塑性工作阶段失稳的钢管混凝土柱，它还极大地影响了在短柱中使承载力有很大提高的紧箍力。所以，从短柱范围开始，钢管混凝土的承载能力就受到长细比变化的显著影响，这一点明显不同于单一材料柱。因此，稳定系数$\varphi_1$不仅与长细比$\lambda_p$有关，还与钢号、混凝土强度、含钢率等有关，所以称$\varphi_1$为稳定系数而不是长细比系数。稳定系数是根据试验数据回归而得的计算公式：

$$\left.\begin{array}{ll} \varphi_1 = 1 - 0.115\sqrt{\dfrac{l_0}{D}-4} & \dfrac{l_0}{D} > 4 \\ \varphi_1 = 1 & \dfrac{l_0}{D} \le 4 \end{array}\right\} \tag{24.5}$$

式中：

$l_0$—构件的等效长度；

$D$—钢管内径

受压构件的等效计算长度$l_0$按下式计算：

$$l_0 = \mu k l \tag{24.6}$$

式中：

$l$—受压构件的实际长度；

$\mu$—考虑受压构件端部约束条件的计算长度系数；

$k$—考虑柱身弯矩梯度影响的等效长度系数。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\left.\begin{array}{ll} \text{轴心受压柱和杆件：} & k=1 \\ \text{无侧移框架柱：} & k=0.5+0.3\beta+0.2\beta^2 \end{array}\right\} \tag{24.7}$$

式中：

$\beta=\dfrac{M_1}{M_2}$，柱两端弯矩设计值之较小值与较大值之比（$|M_1|\le|M_2|$），单向压弯构件取正值，双向压弯构件取负值。

有侧移框架柱：

$$\left.\begin{array}{ll} \text{当}\dfrac{e_0}{r_c}\ge 0.8\text{时} & k=0.5 \\ \text{当}\dfrac{e_0}{r_c}<0.8\text{时} & k=1-0.625\dfrac{e_0}{r_c} \end{array}\right\} \tag{24.8}$$

式中：

$e_0$ —柱较大弯矩端的轴向压力对构件截面重心的偏心距；

$r_c$ —钢管的内半径。

## 24.3.3 偏心受压构件承载力的计算

钢管混凝土在力学性能上表现为抗压强度高、塑性变形好，特别适合于轴心受压构件。而受拉时，则同钢筋混凝土一样，混凝土基本退出工作；受弯时，单肢圆形截面由于抗弯效率低，所以在应用中应尽量避免。然而，在实际工程中，理想的轴心受压构件极少，一般为受压为主，同时还要承担一定数量弯矩的压弯构件。

钢管混凝土压弯构件，一开始受力就存在着挠曲，截面上的应力分布不均匀。当构件很短时（$\dfrac{l_0}{D}=20$），轴向力在弯曲挠度上所产生的附加弯矩也很小，因此构件的破坏属于强度破坏；按构件所受的 $N$ 和 $M$ 的比值情况，分以受压为主、受弯为主和压弯共同作用的破坏，截面全部发展塑性，如果出现受拉区，则认为受拉区混凝土退出工作。

工程应用中的构件长细比 $\lambda$ 均较上述的强度破坏时的长细比值大。因此，轴向力在弯曲挠度上所产生的附加弯矩不容忽视，构件的破坏属于第二类稳定破坏，即不出现平衡分枝，而是极值点破坏，所对应的稳定承载力又称为压溃荷载。

极值点破坏的荷载挠度曲线由上升段和下降段组成，分界点就是极值点。图 24-15 为钢管混凝土偏心受压构件的轴力（或截面平均应力 $\sigma_0$）与杆件中最大挠度 $y_m$ 的关系曲线。曲线上 $oa$ 段为弹性工作阶段。过了 $a$ 点，截面受压区不断发展塑性，钢管和受压区混凝土之间产生了非均匀的紧箍力，构件处于弹塑性工作阶段。由构件的不同长细比和荷载相对偏心率的不同，危险截面上应力的分布有三种情况，相应于图 24-15 中三条荷载挠度曲线，即全截面受压图（24.15 曲线 1）、受压侧单侧发展塑性变形（图 24-15 曲线 2）和拉压侧都发展塑性变形（图 24-15 曲线 3）。

钢管混凝土偏心受压构件失稳时，由于危险截面上的压应力分布不均匀，因而钢管和核心混凝土之间的紧箍力分布也不均匀，这就使得它的分析复杂化。另外，这种构件发生稳定破坏时，危险截面上的应力分布既有塑性区，又有弹性区，这也使得分析更为复杂。

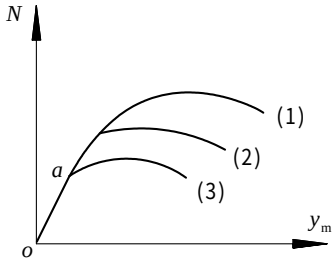



图 24-15 偏心受压构件的 $N\sim y_m$ 曲线

偏心受压钢管混凝土构件承载力验算公式：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$N \le \varphi_e \varphi_1 N_0 \tag{24.9}$$

式中：

$N$ —荷载效应；

$N_0$ —轴心受压强度设计值；

$\varphi_e$ —考虑偏心影响的承载力折减系数，按下式计算：

$$\left.\begin{aligned} &\frac{e_0}{r_c} \le 1.55\text{时}, && \varphi_e = \frac{1}{1+1.85\frac{e_0}{r_c}} \\ &\frac{e_0}{r_c} > 1.55\text{时}, && \varphi_e = \frac{0.4}{\frac{e_0}{r_c}} \end{aligned}\right\} \tag{24.10}$$

$r_c$ —钢管的内半径；

$e_0$ —偏心距，$e_0 = \frac{M_2}{N}$，$M_2$ 为柱两端弯矩设计值之较大者，$N$ 为轴向力。

## 24.4 钢管混凝土格构柱承载力计算

单根钢管混凝土适用于轴心受压或是以承受轴向压力为主的构件，这样能充分发挥混凝土在三向受压下强度大大提高的优越性。对于承受弯矩较大的构件，例如受弯构件、大偏心受压构件等，一方面由于混凝土抗拉强度低，另一方面由于截面中受拉区的存在，紧箍力作用将大为削弱。此外在截面面积相等的情况下，圆形截面的惯性矩小于矩形截面、工字形截面等。因此当荷载的偏心率或柱的长细比较大时常采用由两肢或三肢钢管混凝土组成的格构柱。在钢管混凝土拱桥中，也常设计成由多肢组成的桁架主拱肋。

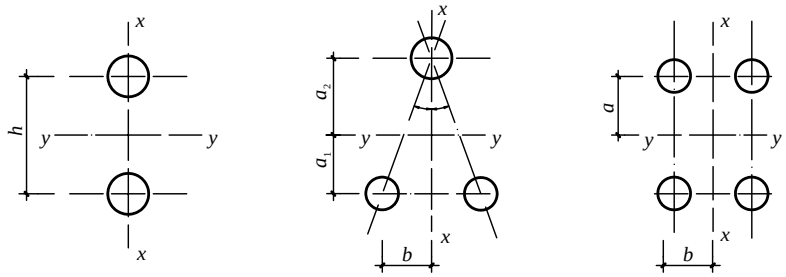



图 24-16 格构柱形式

（a）二肢柱　　（b）三肢柱　　（c）四肢柱

常用格构柱有二肢柱、三肢柱和四肢柱，如图 24-16 所示。图 24-16a 的 $x$ 轴为实轴；图 24-16a 的 $y$ 轴，图 24-16b 的 $x$ 轴和图 24-16c 的 $y$ 轴为虚轴。格构柱的缀件可以是缀板也可以是缀条。格构柱的计算主要包括强度计算与整体稳定性验算、分肢的稳定性以及缀件的计算。

### 24.4.1 格构柱的整体承载力计算：

钢管混凝土格构柱的整体承载力计算公式：

$$N^* = \varphi_1^* \varphi_e^* \sum_{i=1}^{n} N_{0i} \tag{24.11}$$

式中：

$N_{0i}$ —格构柱各单肢柱的轴心受压短柱承载力设计值，按式（24.1）采用；

$\varphi_1^*$ —考虑长细比影响的整体承载力折减系数，按式（24.13）采用；

$\varphi_e^*$ —考虑偏心率影响的整体承载力折减系数，按式（24.18）采用。

在式（24.11）中，应满足：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

$$\varphi_1^* \varphi_e^* \le \varphi_0^* \tag{24.12}$$

式中：

$\varphi_0^*$—按轴心受压柱考虑的 $\varphi_1^*$ 值。

1）格构柱考虑长细比影响的整体承载力折**减系数** $\varphi_1^*$

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1^* &= 1 - 0.0575\sqrt{\lambda^* - 16} \qquad (\lambda^* > 16) \\ \varphi_1^* &= 1 \qquad (\lambda^* \le 16) \end{aligned}\right\} \tag{24.13}$$

式中：

$\lambda^*$—格构柱的换算长细比，按表 24-3 采用。

**格构柱的换算长细比** 表 24-3

| 项目 | 截面型式 | 腹杆类型 | 计算公式 | 符号意义 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 双肢柱 | 平腹杆<br>斜腹杆 | $\lambda_{oy} = \sqrt{\lambda_y^2 + 17\lambda_1^2}$ ；<br>$\lambda_{oy} = \sqrt{\lambda_y^2 + 67.5\frac{A_s}{A_{sc}}}$ | $\lambda_y$ 和 $\lambda_x$ 是整个构件对 $y-y$ 轴和 $x-x$ 轴的长细比；$\lambda_1$ 是单肢一个节间的长细比；$A_s$ 是一根柱肢的钢管面积； $A_w$ 是一根腹杆的钢管面积 |
| 2 | 三肢柱 | 斜腹杆 | $\lambda_{oy} = \sqrt{\lambda_y^2 + 200\frac{A_s}{A_{sc}}}$ | |
| 3 | 四肢柱 | 斜腹杆 | $\lambda_{oy} = \sqrt{\lambda_y^2 + 135\frac{A_s}{A_{sc}}}$ ； $\lambda_{ox} = \sqrt{\lambda_x^2 + 135\frac{A_s}{A_{sc}}}$ | |

构件长细比：

$$\lambda_y = \frac{l_{oy}}{\sqrt{\frac{I_y}{\sum A_{sc}}}} \text{ ； } \lambda_x = \frac{l_{ox}}{\sqrt{\frac{I_x}{\sum A_{sc}}}} \tag{24.14}$$

单肢长细比：

$$\lambda_1 = \frac{l_1}{\sqrt{\frac{I_{sc}}{A_{sc}}}} \tag{24.15}$$

$$I_y = \sum_1^m (I_{sc} + a^2 A_{sc}) \tag{24.16}$$

$$I_x = \sum_1^m (I_{sc} + b^2 A_{sc}) \tag{24.17}$$

式中：

$A_{sc}$—单根柱肢的截面积， $A_{sc} = \pi r^2$ ；

$I_{sc}$—单根柱肢的截面惯性矩， $I_{sc} = \pi r^4 / 4$ ；

$a$ 、 $b$—柱肢中心到虚轴 $y-y$ 和 $x-x$ 的距离；

$l_1$—柱肢节间距离；

$m$—柱肢数。

2）格构柱考虑偏心率影响的整体承载力折减系数 $\varphi_e^*$

当截面为双肢和四肢对称截面时：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{\mathrm{e}}^{*}&=\frac{1}{1+\dfrac{2e_0}{h}} &&\left(\frac{e_0}{h}\le\varepsilon_{\mathrm{b}}\right)\\ \varphi_{\mathrm{e}}^{*}&=\frac{\theta_{\mathrm{t}}}{(1+\sqrt{\theta_{\mathrm{t}}}+\theta_{\mathrm{t}})(\dfrac{2e_0}{h}-1)} &&\left(\frac{e_0}{h}>\varepsilon_{\mathrm{b}}\right)\end{aligned}\right\}\qquad(24.18a)$$

当截面为三肢柱和不对称多肢截面时：

$$\left.\begin{aligned}\varphi_{\mathrm{e}}^{*}&=\frac{1}{1+\dfrac{2e_0}{a_{\mathrm{t}}}} &&\left(\frac{e_0}{h}\le\varepsilon_{\mathrm{b}}\right)\\ \varphi_{\mathrm{e}}^{*}&=\frac{\theta_{\mathrm{t}}}{(1+\sqrt{\theta_{\mathrm{t}}}+\theta_{\mathrm{t}})(\dfrac{2e_0}{a_{\mathrm{t}}}-1)} &&\left(\frac{e_0}{h}\le\varepsilon_{\mathrm{b}}\right)\end{aligned}\right\}\qquad(24.18b)$$

式中：

$e_0$—柱较大弯矩端的轴向压力对格构柱压强重心轴的偏心矩，$e_0=\dfrac{M_2}{N}$，其中 $M_2$ 为柱两端弯矩中之较大者；

$h$—在弯矩作用平面内的柱肢重心之间的距离；

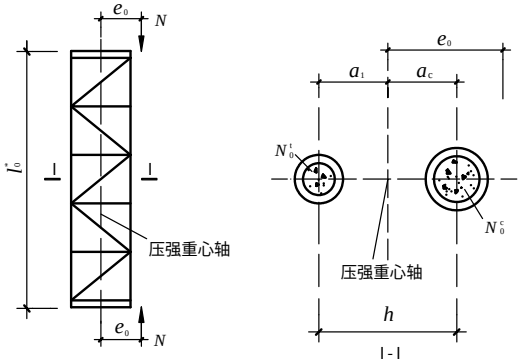



图 24-17 格构柱计算简图

$a_{\mathrm{t}}$，$a_{\mathrm{c}}$—弯矩单独作用下的受拉区柱肢的重心、受压区柱肢的重心至格构柱压强重心轴的距离（如图 24-17）；$a_{\mathrm{t}}=h\dfrac{N_0^{\mathrm{c}}}{N_0^{*}}$，$a_{\mathrm{c}}=h\dfrac{N_0^{\mathrm{t}}}{N_0^{*}}$，其中 $N_0^{\mathrm{c}}$ 为受压短柱轴心受压承载力设计值的总和，$N_0^{\mathrm{t}}$ 为受拉区各柱肢短柱轴心受压承载力设计值的总和，$N_0^{*}=N_0^{\mathrm{c}}+N_0^{\mathrm{t}}$；

$\theta_{\mathrm{t}}$—受拉区柱肢的套箍指标；

$\varepsilon_{\mathrm{b}}$—格构柱的界限偏心率

$$\left.\begin{aligned}&\text{对于对称截面的双肢柱和四肢柱：}\quad \varepsilon_{\mathrm{b}}=0.5+\frac{\theta_{\mathrm{t}}}{1+\sqrt{\theta_{\mathrm{t}}}}\\ &\text{对于三肢柱和不对称截面的多肢柱：}\varepsilon_{\mathrm{b}}=\frac{2N_0^{\mathrm{t}}}{N_0^{*}}\left(0.5+\frac{\theta_{\mathrm{t}}}{1+\sqrt{\theta_{\mathrm{t}}}}\right)\end{aligned}\right\}\qquad(24.19)$$

## 24.4.2 格构柱的整体稳定性验算

格构柱的横截面采用各肢换算截面面积之和：



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

$$A_0 = \sum_1^n A_{si} + \frac{E_c}{E}\sum_1^n A_{ci} \tag{24.20}$$

式中：

$A_0$—格构柱横截面面积；

$A_{si}$、$A_{ci}$—第 $i$ 分肢的钢管横截面面积和核心混凝土的横截面面积；

$n$—肢数。

格构柱的换算长细比见表 24-3。整体稳定验算公式形式同单肢柱：

$$N \le \varphi_1^* \varphi_e^* \sum_{i=1}^n N_{0i} \tag{24.21}$$

## 24.4.3 格构柱的单肢验算

格构柱应分别验算单肢的承载力，其计算长度取缀板或缀条的间距，以各肢的轴力按轴心受压构件进行验算；若有受拉肢出现则还须按空钢管进行受拉肢验算。受压肢的承载力按单肢柱的承载力计算，单肢长度在桁架平面内取格构柱节间长度 $l$，在垂直于桁架平面方向内取侧向支撑点的间距 $a$（如图 24-18）。受拉肢的承载力应按钢结构拉杆计算，不考虑混凝土的抗拉强度。

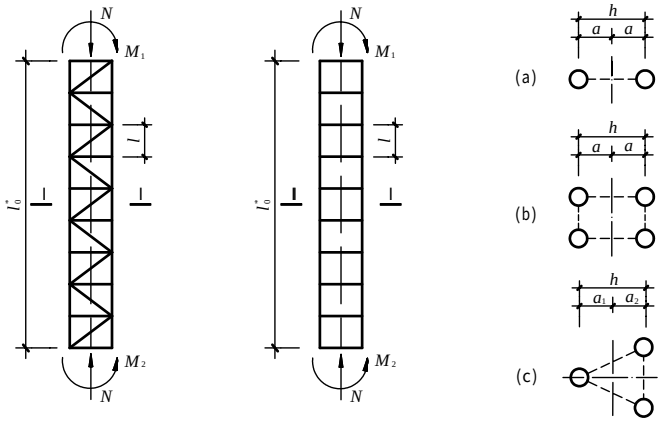



图 24-18 格构柱单肢计算长度

## 24.4.4 缀件计算

格构柱的缀件应能承受下列剪力值中之较大者，剪力 $V$ 值可认为沿格构柱全长不变。

①实际作用于格构上的横向剪力设计值

②$V = \dfrac{N^*}{85}$ (24.22)

式中：

$N^*$—格构柱轴心受压短柱承载力设计值，按式（24.1）确定。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 钢筋混凝土受弯构件正截面强度计算用表

附表 1-5

| ξ | $A_0$ | γ | ξ | $A_0$ | γ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.01 | 0.010 | 0.995 | 0.34 | 0.282 | 0.830 |
| 0.02 | 0.020 | 0.990 | 0.35 | 0.289 | 0.825 |
| 0.03 | 0.030 | 0.985 | 0.36 | 0.295 | 0.820 |
| 0.04 | 0.039 | 0.980 | 0.37 | 0.301 | 0.815 |
| 0.05 | 0.048 | 0.975 | 0.38 | 0.309 | 0.810 |
| 0.06 | 0.058 | 0.970 | 0.39 | 0.314 | 0.805 |
| 0.07 | 0.067 | 0.965 | 0.40 | 0.320 | 0.800 |
| 0.08 | 0.077 | 0.960 | 0.41 | 0.326 | 0.795 |
| 0.09 | 0.085 | 0.955 | 0.42 | 0.332 | 0.790 |
| 0.10 | 0.095 | 0.950 | 0.43 | 0.337 | 0.785 |
| 0.11 | 0.104 | 0.945 | 0.44 | 0.343 | 0.780 |
| 0.12 | 0.113 | 0.940 | 0.45 | 0.349 | 0.775 |
| 0.13 | 0.121 | 0.935 | 0.46 | 0.354 | 0.770 |
| 0.14 | 0.130 | 0.930 | 0.47 | 0.359 | 0.765 |
| 0.15 | 0.139 | 0.925 | 0.48 | 0.365 | 0.760 |
| 0.16 | 0.147 | 0.920 | 0.49 | 0.370 | 0.755 |
| 0.17 | 0.155 | 0.915 | 0.50 | 0.375 | 0.750 |
| 0.18 | 0.164 | 0.910 | 0.51 | 0.380 | 0.745 |
| 0.19 | 0.172 | 0.905 | 0.52 | 0.385 | 0.740 |
| 0.20 | 0.180 | 0.900 | 0.53 | 0.390 | 0.735 |
| 0.21 | 0.188 | 0.895 | 0.54 | 0.394 | 0.730 |
| 0.22 | 0.196 | 0.890 | 0.55 | 0.399 | 0.725 |
| 0.23 | 0.203 | 0.885 | 0.56 | 0.403 | 0.720 |
| 0.24 | 0.211 | 0.880 | 0.57 | 0.408 | 0.715 |
| 0.25 | 0.219 | 0.875 | 0.58 | 0.412 | 0.710 |
| 0.26 | 0.226 | 0.870 | 0.59 | 0.416 | 0.705 |
| 0.27 | 0.234 | 0.865 | 0.60 | 0.420 | 0.700 |
| 0.28 | 0.241 | 0.860 | 0.61 | 0.424 | 0.695 |
| 0.29 | 0.248 | 0.855 | 0.62 | 0.428 | 0.690 |
| 0.30 | 0.255 | 0.850 | 0.63 | 0.432 | 0.685 |
| 0.31 | 0.262 | 0.845 | 0.64 | 0.435 | 0.680 |
| 0.32 | 0.269 | 0.840 | 0.65 | 0.439 | 0.675 |
| 0.33 | 0.275 | 0.835 | | | |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 普通钢筋和预应力直线形钢筋最小混凝土保护层厚度（mm）　　附表 1-8

| 序号 | 构件类别 | | 环境条件 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | I | II | III、IV |
| 1 | 基础、桩基承台（受力钢筋） | ⑴基坑底面有垫层或侧面有模板 | 40 | 50 | 60 |
| | | ⑵基坑底面无垫层或侧面无模板 | 60 | 75 | 85 |
| 2 | 墩台身、挡土结构、涵洞、梁、板、拱圈、拱上建筑（受力钢筋） | | 30 | 40 | 45 |
| 3 | 人行道构件、栏杆（受力钢筋） | | 20 | 25 | 30 |
| 4 | 箍筋 | | 20 | 25 | 30 |
| 5 | 缘石、中央分隔带、护栏等行车道构件 | | 30 | 40 | 45 |
| 6 | 收缩、温度、分布、防裂等表层钢筋 | | 15 | 20 | 25 |

注：①对于环氧树脂涂层钢筋，可按环境类别 I 取用；

②后张法预应力混凝土锚具，其最小混凝土保护层厚度，I、II 及 III（IV）环境类别，分别为 40、45 及 50mm；

③先张法预应力钢筋端部应加保护，不得外露；

④I 类环境是指非寒冷或寒冷地区的大气环境，与无侵蚀性的水或土接触的环境条件；

II 类环境是指严寒地区的大气环境，与无侵蚀性的水或土接触的环境；使用除冰盐环境；滨海环境条件；

III 类环境是指海水环境；

IV 类环境是受人为或自然侵蚀性物质影响的环境。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 钢筋混凝土构件中纵向受力钢筋的最小配筋率（%）　　附表 1-9

| 受力类型 | | 最小配筋百分率 |
|---|---|---|
| 受压构件 | 全部纵向钢筋 | 0.5 |
| | 一侧纵向钢筋 | 0.2 |
| 受弯构件、偏心受拉构件及轴心受拉构件的一侧受拉钢筋 | | 0.2 和 $45f_{td}/f_{sd}$ 中较大值 |
| 受扭构件 | | $0.08f_{cd}/f_{sv}$(纯扭时)， $0.08（2\beta_t-1）f_{cd}/f_{sv}$(剪扭时) |

注：①受压构件全部纵向钢筋最小配筋百分率，当混凝土强度等级为 C50 及以上时不应小于 0.6；

②当大偏心受拉构件的受压区配置按计算需要的受压钢筋时，其最小配筋百分率不应小于 0.2；

③轴心受压构件、偏心受压构件全部纵向钢筋的配筋率和一侧纵向钢筋（包括大偏心受拉构件的受压钢筋）的配筋百分率应按构件的毛截面面积计算；轴心受拉构件及小偏心受拉构件一侧受拉钢筋的配筋百分率应按构件毛截面面积计算；受弯构件、大偏心受拉构件的一侧受拉钢筋的配筋百分率为 $100A_s/bh_0$，其中 $A_s$ 为受拉钢筋截面积，b 为腹板宽度（箱形截面为各腹板宽度之和），$h_0$ 为有效高度；

④当钢筋沿构件截面周边布置时，“ 一侧的受压钢筋 ” 或 “ 一侧的受拉钢筋 ” 是指受力方向两个对边中的一边布置的纵向钢筋；

⑤对受扭构件，其纵向受力钢筋的最小配筋率为 $A_{st,min}/bh$, $A_{st,min}$ 为纯扭构件全部纵向钢筋最小截面积，h 为矩形截面基本单元长边长度，b 为短边长度，$f_{sv}$ 为箍筋抗拉强度设计值。

## 钢筋混凝土轴心受压构件的稳定系数 $\varphi$　　附表 1-10

| $l_0/b$ | ≤8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $l_0/d$ | ≤7 | 8.5 | 10.5 | 12 | 14 | 15.5 | 17 | 19 | 21 | 22.5 | 24 |
| $l_0/r$ | ≤28 | 35 | 42 | 48 | 55 | 62 | 69 | 76 | 83 | 90 | 97 |
| $\varphi$ | 1.0 | 0.98 | 0.95 | 0.92 | 0.87 | 0.81 | 0.75 | 0.70 | 0.65 | 0.60 | 0.56 |
| $l_0/b$ | 30 | 32 | 34 | 36 | 38 | 40 | 42 | 44 | 46 | 48 | 50 |
| $l_0/d$ | 26 | 28 | 29.5 | 31 | 33 | 34.5 | 36.5 | 38 | 40 | 41.5 | 43 |
| $l_0/r$ | 104 | 111 | 118 | 125 | 132 | 139 | 146 | 153 | 160 | 167 | 174 |
| $\varphi$ | 0.52 | 0.48 | 0.44 | 0.40 | 0.36 | 0.32 | 0.29 | 0.26 | 0.23 | 0.21 | 0.19 |

注：①表中 $l_0$ 为构件计算长度，b 为矩形截面短边尺寸，d 为圆形截面直径，r 为截面最小回转半径。

②构件计算长度 $l_0$ 的确定，两端固定为 0.5 $l$；一端固定，一端为不移动的铰为 0.7 $l$；两端均匀不移动的铰为 $l$；一端固定，一端自由为 2



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 圆形截面钢筋混凝土偏压构件正截面抗压承载力计算系数　　附表 1-11

| ξ | A | B | C | D | ξ | A | B | C | D | ξ | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.20 | 0.3244 | 0.2628 | -1.5296 | 1.4216 | 0.64 | 1.6188 | 0.6661 | 0.7373 | 1.6763 | 1.08 | 2.8200 | 0.2609 | 2.4924 | 0.5356 |
| 0.21 | 0.3481 | 0.2787 | -1.4676 | 1.4623 | 0.65 | 1.6508 | 0.6651 | 0.8080 | 1.6343 | 1.09 | 2.8341 | 0.2511 | 2.5129 | 0.5204 |
| 0.22 | 0.3723 | 0.2945 | -1.4074 | 1.5004 | 0.66 | 1.6827 | 0.6635 | 0.8766 | 1.5933 | 1.10 | 2.8480 | 0.2415 | 2.5330 | 0.5055 |
| 0.23 | 0.3969 | 0.3103 | -1.3486 | 1.5361 | 0.67 | 1.7147 | 0.6615 | 0.9430 | 1.5534 | 1.11 | 2.8615 | 0.2319 | 2.5525 | 0.4908 |
| 0.24 | 0.4219 | 0.3259 | -1.2911 | 1.5697 | 0.68 | 1.7466 | 0.6589 | 1.0071 | 1.5146 | 1.12 | 2.8747 | 0.2225 | 2.5716 | 0.4765 |
| 0.25 | 0.4473 | 0.3413 | -1.2348 | 1.6012 | 0.69 | 1.7784 | 0.6559 | 1.0692 | 1.4769 | 1.13 | 2.8876 | 0.2132 | 2.5902 | 0.4624 |
| 0.26 | 0.4731 | 0.3566 | -1.1796 | 1.6307 | 0.70 | 1.8102 | 0.6523 | 1.1294 | 1.4402 | 1.14 | 2.9001 | 0.2040 | 2.6084 | 0.4486 |
| 0.27 | 0.4992 | 0.3717 | -1.1254 | 1.6584 | 0.71 | 1.8420 | 0.6483 | 1.1876 | 1.4045 | 1.15 | 2.9123 | 0.1949 | 2.6261 | 0.4351 |
| 0.28 | 0.5258 | 0.3865 | -1.0720 | 1.6843 | 0.72 | 1.8736 | 0.6437 | 1.2440 | 1.3697 | 1.16 | 2.9242 | 0.1860 | 2.6434 | 0.4219 |
| 0.29 | 0.5526 | 0.4011 | -1.0194 | 1.7086 | 0.73 | 1.9052 | 0.6386 | 1.2987 | 1.3358 | 1.17 | 2.9357 | 0.1772 | 2.6603 | 0.4089 |
| 0.30 | 0.5798 | 0.4155 | -0.9675 | 1.7313 | 0.74 | 1.9367 | 0.6331 | 1.3517 | 1.3028 | 1.18 | 2.9469 | 0.1685 | 2.6767 | 0.3961 |
| 0.31 | 0.6073 | 0.4295 | -0.9163 | 1.7524 | 0.75 | 1.9681 | 0.6271 | 1.4030 | 1.2706 | 1.19 | 2.9578 | 0.1600 | 2.6928 | 0.3836 |
| 0.32 | 0.6351 | 0.4433 | -0.8656 | 1.7721 | 0.76 | 1.9994 | 0.6206 | 1.4529 | 1.2392 | 1.20 | 2.9684 | 0.1517 | 2.7085 | 0.3714 |
| 0.33 | 0.6631 | 0.4568 | -0.8154 | 1.7903 | 0.77 | 2.0306 | 0.6136 | 1.5013 | 1.2086 | 1.21 | 2.9787 | 0.1435 | 2.7238 | 0.3594 |
| 0.34 | 0.6915 | 0.4699 | -0.7657 | 1.8071 | 0.78 | 2.0617 | 0.6061 | 1.5482 | 1.1787 | 1.22 | 2.9886 | 0.1355 | 2.7387 | 0.3476 |
| 0.35 | 0.7201 | 0.4828 | -0.7165 | 1.8225 | 0.79 | 2.0926 | 0.5982 | 1.5938 | 1.1496 | 1.23 | 2.9982 | 0.1277 | 2.7532 | 0.3361 |
| 0.36 | 0.7489 | 0.4952 | -0.6676 | 1.8366 | 0.80 | 2.1234 | 0.5898 | 1.6381 | 1.1212 | 1.24 | 3.0075 | 0.1201 | 2.7675 | 0.3248 |
| 0.37 | 0.7780 | 0.5073 | -0.6190 | 1.8494 | 0.81 | 2.1540 | 0.5810 | 1.6811 | 1.0934 | 1.25 | 3.0165 | 0.1126 | 2.7813 | 0.3137 |
| 0.38 | 0.8074 | 0.5191 | -0.5707 | 1.8609 | 0.82 | 2.1845 | 0.5717 | 1.7228 | 1.0663 | 1.26 | 3.0252 | 0.1053 | 2.7948 | 0.3028 |
| 0.39 | 0.8369 | 0.5304 | -0.5227 | 1.8711 | 0.83 | 2.2148 | 0.5620 | 1.7635 | 1.0398 | 1.27 | 3.0336 | 0.0982 | 2.8080 | 0.2922 |
| 0.40 | 0.8667 | 0.5414 | -0.4749 | 1.8801 | 0.84 | 2.2450 | 0.5519 | 1.8029 | 1.0139 | 1.28 | 3.0417 | 0.0914 | 2.8209 | 0.2818 |
| 0.41 | 0.8966 | 0.5519 | -0.4273 | 1.8878 | 0.85 | 2.2749 | 0.5414 | 1.8413 | 0.9886 | 1.29 | 3.0495 | 0.0847 | 2.8335 | 0.2715 |
| 0.42 | 0.9268 | 0.5620 | -0.3798 | 1.8943 | 0.86 | 2.3047 | 0.5304 | 1.8786 | 0.9639 | 1.30 | 3.0569 | 0.0782 | 2.8457 | 0.2615 |
| 0.43 | 0.9571 | 0.5717 | -0.3323 | 1.8996 | 0.87 | 2.3342 | 0.5191 | 1.9149 | 0.9397 | 1.31 | 3.0641 | 0.0719 | 2.8576 | 0.2517 |
| 0.44 | 0.9876 | 0.5810 | -0.2850 | 1.9036 | 0.88 | 2.3636 | 0.5073 | 1.9503 | 0.9161 | 1.32 | 3.0709 | 0.0659 | 2.8693 | 0.2421 |
| 0.45 | 1.0182 | 0.5898 | -0.2377 | 1.9065 | 0.89 | 2.3927 | 0.4952 | 1.9846 | 0.8930 | 1.33 | 3.0775 | 0.0600 | 2.8806 | 0.2327 |
| 0.46 | 1.0490 | 0.5982 | -0.1903 | 1.9081 | 0.90 | 2.4215 | 0.4828 | 2.0181 | 0.8704 | 1.34 | 3.0837 | 0.0544 | 2.8917 | 0.2235 |
| 0.47 | 1.0799 | 0.6061 | -0.1429 | 1.9084 | 0.91 | 2.4501 | 0.4699 | 2.0507 | 0.8483 | 1.35 | 3.0897 | 0.0490 | 2.9024 | 0.2145 |
| 0.48 | 1.1110 | 0.6136 | -0.0954 | 1.9075 | 0.92 | 2.4785 | 0.4568 | 2.0824 | 0.8266 | 1.36 | 3.0954 | 0.0439 | 2.9129 | 0.2057 |
| 0.49 | 1.1422 | 0.6206 | -0.0478 | 1.9053 | 0.93 | 2.5065 | 0.4433 | 2.1132 | 0.8055 | 1.37 | 3.1007 | 0.0389 | 2.9232 | 0.1970 |
| 0.50 | 1.1735 | 0.6271 | 0.0000 | 1.9018 | 0.94 | 2.5343 | 0.4295 | 2.1433 | 0.7847 | 1.38 | 3.1058 | 0.0343 | 2.9331 | 0.1886 |
| 0.51 | 1.2049 | 0.6331 | 0.0480 | 1.8971 | 0.95 | 2.5618 | 0.4155 | 2.1726 | 0.7645 | 1.39 | 3.1106 | 0.0298 | 2.9428 | 0.1803 |
| 0.52 | 1.2364 | 0.6386 | 0.0963 | 1.8909 | 0.96 | 2.5890 | 0.4011 | 2.2012 | 0.7446 | 1.40 | 3.1150 | 0.0256 | 2.9523 | 0.1722 |
| 0.53 | 1.2680 | 0.6437 | 0.1450 | 1.8834 | 0.97 | 2.6158 | 0.3865 | 2.2290 | 0.7251 | 1.41 | 3.1192 | 0.0217 | 2.9615 | 0.1643 |
| 0.54 | 1.2996 | 0.6483 | 0.1941 | 1.8744 | 0.98 | 2.6424 | 0.3717 | 2.2561 | 0.7061 | 1.42 | 3.1231 | 0.0180 | 2.9704 | 0.1566 |
| 0.55 | 1.3314 | 0.6523 | 0.2436 | 1.8639 | 0.99 | 2.6685 | 0.3566 | 2.2825 | 0.6874 | 1.43 | 3.1266 | 0.0146 | 2.9791 | 0.1491 |
| 0.56 | 1.3632 | 0.6559 | 0.2937 | 1.8519 | 1.00 | 2.6943 | 0.3413 | 2.3082 | 0.6692 | 1.44 | 3.1299 | 0.0115 | 2.9876 | 0.1417 |
| 0.57 | 1.3950 | 0.6589 | 0.3444 | 1.8381 | 1.01 | 2.7112 | 0.3311 | 2.3333 | 0.6513 | 1.45 | 3.1328 | 0.0086 | 2.9958 | 0.1345 |
| 0.58 | 1.4269 | 0.6615 | 0.3960 | 1.8226 | 1.02 | 2.7277 | 0.3209 | 2.3578 | 0.6337 | 1.46 | 3.1354 | 0.0061 | 3.0038 | 0.1275 |
| 0.59 | 1.4589 | 0.6635 | 0.4485 | 1.8052 | 1.03 | 2.7440 | 0.3108 | 2.3817 | 0.6165 | 1.47 | 3.1376 | 0.0039 | 3.0115 | 0.1206 |
| 0.60 | 1.4908 | 0.6651 | 0.5021 | 1.7856 | 1.04 | 2.7598 | 0.3006 | 2.4049 | 0.5997 | 1.48 | 3.1395 | 0.0021 | 3.0191 | 0.1140 |
| 0.61 | 1.5228 | 0.6661 | 0.5571 | 1.7636 | 1.05 | 2.7754 | 0.2906 | 2.4276 | 0.5832 | 1.49 | 3.1408 | 0.0007 | 3.0264 | 0.1075 |
| 0.62 | 1.5548 | 0.6666 | 0.6139 | 1.7387 | 1.06 | 2.7906 | 0.2806 | 2.4497 | 0.5670 | 1.50 | 3.1416 | 0.0000 | 3.0334 | 0.1011 |
| 0.63 | 1.5868 | 0.6666 | 0.6734 | 1.7103 | 1.07 | 2.8054 | 0.2707 | 2.4713 | 0.5512 | 1.51 | 3.1416 | 0.0000 | 3.0403 | 0.0950 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 预应力钢筋抗拉强度标准值（MPa）　　附表 2-1-1

| 钢筋种类 | | 符号 | 直径 d(mm) | 抗拉强度标准值 $f_{pk}$ |
|---|---|---|---|---|
| 钢绞线 | 1*2（二股） | $\phi^s$ | 8.0、10.0 | 1470、1570、1720、1860 |
| | | | 12.0 | 1470、1570、1720 |
| | 1*3（三股） | | 8.6、10.8 | 1470、1570、1720、1860 |
| | | | 12.9 | 1470、1570、1720 |
| | 1*7（七股） | | 9.5、11.1、12.7 | 1860 |
| | | | 15.2 | 1720、1860 |
| 消除应力钢丝 | 光圆钢丝 | $\phi^p$ | 4、5 | 1470、1570、1670、1770 |
| | | | 6 | 1570、1670 |
| | 螺旋肋钢丝 | $\phi^H$ | 7、8、9 | 1470、1570 |
| | 刻痕钢丝 | $\phi^I$ | 5、7 | 1470、1570 |
| 精轧螺纹钢丝 | | JL | 40 | 540 |
| | | | 18、25、32 | 540、785、930 |

注：表中 d 系指国家标准和企业标准中的钢绞线、钢丝和精轧螺纹钢筋的公称直径。

## 预应力钢筋抗拉、抗压强度设计值（MPa）　　附表 2-1-2

| 钢筋种类 | 抗拉强度设计值 $f_{pk}$ | 抗拉强度设计值 $f_{pd}$ | 抗压强度设计值 $f'_{pd}$ |
|---|---|---|---|
| 钢绞线<br>1*2　(二股)<br>1*3　(三股)<br>1*7　(七股) | 1470 | 1000 | 390 |
| | 1570 | 1070 | |
| | 1720 | 1170 | |
| | 1860 | 1260 | |
| 消除应力钢丝<br>螺旋肋钢丝 | 1470 | 1000 | 410 |
| | 1570 | 1070 | |
| | 1670 | 1140 | |
| | 1770 | 1200 | |
| 刻痕钢丝 | 1470 | 1000 | 410 |
| | 1570 | 1070 | |
| 精轧螺纹钢丝 | 540 | 450 | 400 |
| | 785 | 650 | |
| | 930 | 770 | |

## 预应力钢筋的弹性模量（$*10^5$MPa）　　附表 2-2

| 预应力钢筋种类 | $E_p$ |
|---|---|
| 精轧螺纹钢筋 | 2.0 |
| 消除应力钢丝、螺旋肋钢丝、刻痕钢丝 | 2.05 |
| 钢绞线 | 1.95 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

## 钢绞线公称直径、截面面积及理论重量　　附表 2-3

| 钢绞线结构 | 公称直径（mm） | 公称截面积（$mm^2$） | 每 1000m 的钢绞线理论重量（Kg） |
|---|---|---|---|
| 1*2 | 8 | 25.3 | 199 |
| | 10 | 39.5 | 310 |
| | 12 | 56.9 | 447 |
| 1*3 | 8.6 | 37.4 | 199 |
| | 10.8 | 59.3 | 465 |
| | 12.9 | 85.4 | 671 |
| 1*7 标准型 | 9.5 | 54.8 | 432 |
| | 11.1 | 74.2 | 580 |
| | 12.7 | 98.7 | 774 |
| | 15.2 | 139 | 1101 |
| 1*7 模拔型 | 12.7 | 112 | 890 |
| | 15.2 | 165 | 1295 |

## 钢丝公称直径、公称截面积及理论重量　　附表 2-4

| 钢筋种类及公称直径(mm) | | 公称横截面积($mm^2$) | 理论重量参考值(Kg/m) |
|---|---|---|---|
| 钢丝 | 4.0 | 12.57 | 0.099 |
| | 5.0 | 19.63 | 0.154 |
| | 6.0 | 28.27 | 0.222 |
| | 7.0 | 38.48 | 0.302 |
| | 8.0 | 50.26 | 0.394 |
| | 9.0 | 63.62 | 0.499 |
| 精轧螺纹钢筋 | 18.0 | 254.5 | 2.1 |
| | 25.0 | 490.9 | 4.1 |
| | 32.0 | 804.2 | 6.6 |
| | 40.0 | 1247.0 | 10.3 |

## 系数 $k$ 和 μ 值　　附表 2-5

| 管道成型方式 | $k$ | μ | |
|---|---|---|---|
| | | 钢绞线、钢丝束 | 精轧螺纹钢筋 |
| 预埋金属波纹管 | 0.0015 | 0.20～0.25 | 0.50 |
| 预埋塑料波纹管 | 0.0015 | 0.14～0.17 | — |
| 预埋铁皮管 | 0.0030 | 0.35 | 0.40 |
| 预埋钢管 | 0.0010 | 0.25 | — |
| 抽心成型 | 0.0015 | 0.55 | 0.60 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

**锚具变形、钢筋回缩和接缝压缩值（mm）** 附表 2-6

| 锚具、接缝类型 | | △*l* |
|---|---|---|
| 钢丝束的钢制锥形锚具 | | 6 |
| 夹片式锚具 | 有顶压时 | 4 |
| | 无顶压时 | 6 |
| 带螺帽锚具的螺帽缝隙 | | 1 |
| 镦头锚具 | | 1 |
| 每块后加垫板的缝隙 | | 1 |
| 水泥砂浆接缝 | | 1 |
| 环氧树脂砂浆接缝 | | 1 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 预应力钢筋的预应力传递长度 $l_{tr}$ 与锚固长度 $l_a$(mm)　　附表 2-7

| 项次 | 钢筋种类 | 混凝土强度等级 | 传递长度 $l_{tr}$ | 锚固长度 $l_a$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 钢绞线<br>1×2、1×3<br>$\sigma_{pe}$=1000Mpa<br>$f_{pd}$=1170 Mpa | C30 | 75d | — |
| | | C35 | 68d | — |
| | | C40 | 63d | 115d |
| | | C45 | 60d | 110d |
| | | C50 | 57d | 105d |
| | | C55 | 55d | 100d |
| | | C60 | 55d | 95d |
| | | ≥C65 | 55d | 90d |
| | 钢绞线<br>1×7<br>$\sigma_{pe}$=1000Mpa<br>$f_{pd}$=1260Mpa | C30 | 80d | — |
| | | C35 | 73d | — |
| | | C40 | 67d | 130d |
| | | C45 | 64d | 125d |
| | | C50 | 60d | 120d |
| | | C55 | 58d | 115d |
| | | C60 | 58d | 110d |
| | | ≥C65 | 58d | 105d |
| 2 | 螺旋肋钢丝<br>$\sigma_{pe}$=1000Mpa<br>$f_{pd}$=1200Mpa | C30 | 70d | — |
| | | C35 | 64d | — |
| | | C40 | 58d | 95d |
| | | C45 | 56d | 90d |
| | | C50 | 53d | 85d |
| | | C55 | 51d | 83d |
| | | C60 | 51d | 80d |
| | | ≥C65 | 51d | 80d |
| 3 | 刻痕钢丝<br>$\sigma_{pe}$=1000Mpa<br>$f_{pd}$=1070Mpa | C30 | 89d | — |
| | | C35 | 81d | — |
| | | C40 | 75d | 125d |
| | | C45 | 71d | 115d |
| | | C50 | 68d | 110d |
| | | C55 | 65d | 105d |
| | | C60 | 65d | 103d |
| | | ≥C65 | 65d | 100d |

注：①预应力钢筋的预应力传递长度 $l_{tr}$ 按有效预应力值 $\sigma_{pe}$ 查表；锚固长度 $l_a$ 按抗拉强度设计值 $f_{pd}$ 查表；

②预应力传递长度应根据预应力钢筋放松时混凝土立方体抗压强度 $f'_{cu}$ 确定，当 $f'_{cu}$ 在表列混凝土强度等级之间时，预应力传递长度按直线内插取用；

③当采用骤然放松预应力钢筋的施工工艺时，锚固长度的起点及预应力传度长度的起点应从离构件末端 $0.25l_{tr}$ 处开始，$l_{tr}$ 为预应力钢筋的预应力传递长度；

④当预应力钢筋的抗拉强度设计值 $f_{pd}$ 或有效预应力值 $\sigma_{pe}$ 与表值不同时，其锚固长度或预应力传递长度应根据表值按比例增减。

⑤$d$ 为预应力钢筋的公称直径，各种预应力钢筋公称直径 d（mm）参见附表 2-3，附表 2-4。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

# 附 表

## 混凝土强度标准值和设计值（Mpa）

附表 1-1

| 强度种类 | | 符号 | 混凝土强度等级 | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | C20 | C25 | C30 | C35 | C40 | C45 | C50 | C55 | C60 | C65 | C70 | C75 | C80 |
| 强度标准值 | 轴心抗压 | $f_{ck}$ | 13.4 | 16.7 | 20.1 | 23.4 | 26.8 | 29.6 | 32.4 | 35.5 | 38.5 | 41.5 | 44.5 | 47.4 | 50.2 |
| | 轴心抗拉 | $f_{tk}$ | 1.54 | 1.78 | 2.01 | 2.20 | 2.40 | 2.51 | 2.65 | 2.74 | 2.85 | 2.93 | 3.0 | 3.05 | 3.10 |
| 强度设计值 | 轴心抗压 | $f_{cd}$ | 9.2 | 11.5 | 13.8 | 16.1 | 18.4 | 20.5 | 22.4 | 24.4 | 26.5 | 28.5 | 30.5 | 32.4 | 34.6 |
| | 轴心抗拉 | $f_{td}$ | 1.06 | 1.23 | 1.39 | 1.52 | 1.65 | 1.74 | 1.83 | 1.89 | 1.96 | 2.02 | 2.07 | 2.10 | 2.14 |

注：计算现浇钢筋混凝土轴心受压和偏心受压构件时，如截面的长边或直径小于 300mm，表中混凝土强度设计值应乘以系数 0.8；当构件质量（混凝土成型、截面和轴线尺寸等）确有保证时，可不受此限。

## 混凝土的弹性模量（$\times 10^4$Mpa）

附表 1-2

| 混凝土强度等级 | C20 | C25 | C30 | C35 | C40 | C45 | C50 | C55 | C60 | C65 | C70 | C75 | C80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $E_c$ | 2.55 | 2.80 | 3.00 | 3.15 | 3.25 | 3.35 | 3.45 | 3.55 | 3.60 | 3.65 | 3.70 | 3.75 | 3.80 |

注：①混凝土剪变模量 $G_c$ 按表中数值的 0.4 倍采用。

②对高强混凝土，当采用引气剂及较高砂率的泵送混凝土且无实测数据时，表中 C50～C80 的 $E_c$ 值应乘折减系数 0.95。

## 普通钢筋强度标准值和设计值（Mpa）

附表 1-3

| 钢筋种类 | 直径 d (mm) | 符号 | 抗拉强度标准值 $f_{sk}$ | 抗拉强度设计值 $f_{sd}$ | 抗压强度设计值 $f'_{sd}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| R235 | 8～20 | Φ | 235 | 195 | 195 |
| HRB335 | 6～50 | Φ | 335 | 280 | 280 |
| HRB400 | 6～50 | Φ | 400 | 330 | 330 |
| KL400 | 8～40 | $\Phi^R$ | 400 | 330 | 330 |

注：①表中 d 系指国家标准中的钢筋公称直径。

②钢筋混凝土轴心受拉和小偏心受拉构件的钢筋抗拉强度设计值大于 330 Mpa 时，仍应取用 330Mpa。

③构件中有不同种类钢筋时，每种钢筋应采用各自的强度设计值。

## 普通钢筋的弹性模量（$\times 10^5$Mpa）

附表 1-4

| 钢筋种类 | 弹性模量 $E_s$ |
|---|---|
| R235 | 2.1 |
| HRB335、HRB400、KL400 | 2.0 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 普通钢筋截面面积、重量表

附表 1-6

| 公称直径（mm） | 在下列钢筋根数时的截面面积（$mm^2$） | | | | | | | | | 重量 Kg/m | 带肋钢筋 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | | 计算直径（mm） | 外径（mm） |
| 6 | 28.3 | 57 | 85 | 113 | 141 | 170 | 198 | 226 | 254 | 0.222 | 6 | 7.0 |
| 8 | 50.3 | 101 | 151 | 201 | 251 | 302 | 352 | 402 | 452 | 0.395 | 8 | 9.3 |
| 10 | 78.5 | 157 | 236 | 314 | 393 | 471 | 550 | 628 | 707 | 0.617 | 10 | 11.6 |
| 12 | 113.1 | 226 | 339 | 452 | 566 | 679 | 792 | 905 | 1018 | 0.888 | 12 | 13.9 |
| 14 | 153.9 | 308 | 462 | 616 | 770 | 924 | 1078 | 1232 | 1385 | 1.21 | 14 | 16.2 |
| 16 | 201.1 | 402 | 603 | 804 | 1005 | 1206 | 1407 | 1608 | 1810 | 1.58 | 16 | 18.4 |
| 18 | 254.5 | 509 | 763 | 1018 | 1272 | 1527 | 1781 | 2036 | 2290 | 2.00 | 18 | 20.5 |
| 20 | 314.2 | 628 | 942 | 1256 | 1570 | 1884 | 2200 | 2513 | 2827 | 2.47 | 20 | 22.7 |
| 22 | 380.1 | 760 | 1140 | 1520 | 1900 | 2281 | 2661 | 3041 | 3421 | 2.98 | 22 | 25.1 |
| 25 | 490.9 | 982 | 1473 | 1964 | 2454 | 2945 | 3436 | 3927 | 4418 | 3.85 | 25 | 28.4 |
| 28 | 615.8 | 1232 | 1847 | 2463 | 3079 | 3695 | 4310 | 4926 | 5542 | 4.83 | 28 | 31.6 |
| 32 | 804.2 | 1608 | 2413 | 3217 | 4021 | 4826 | 5630 | 6434 | 7238 | 6.31 | 32 | 35.8 |

## 在钢筋间距一定时板每米宽度内钢筋截面积（$mm^2$）

附表 1-7

| 钢筋间距（mm） | 钢筋直径（mm） | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 |
| 70 | 404 | 718 | 1122 | 1616 | 2199 | 2873 | 3636 | 4487 | 5430 | 6463 |
| 75 | 377 | 670 | 1047 | 1508 | 2052 | 2681 | 3393 | 4188 | 5081 | 6032 |
| 80 | 353 | 628 | 982 | 1414 | 1924 | 2514 | 3181 | 3926 | 4751 | 5655 |
| 85 | 333 | 591 | 924 | 1331 | 1811 | 2366 | 2994 | 3695 | 4472 | 5322 |
| 90 | 314 | 559 | 873 | 1257 | 1711 | 2234 | 2828 | 3490 | 4223 | 5027 |
| 95 | 298 | 529 | 827 | 1190 | 1620 | 2117 | 2679 | 3306 | 4001 | 4762 |
| 100 | 283 | 503 | 785 | 1131 | 1539 | 2011 | 2545 | 3141 | 3801 | 4524 |
| 105 | 269 | 479 | 748 | 1077 | 1466 | 1915 | 2424 | 2991 | 3620 | 4309 |
| 110 | 257 | 457 | 714 | 1028 | 1399 | 1828 | 2314 | 2855 | 3455 | 4113 |
| 115 | 246 | 437 | 683 | 984 | 1339 | 1749 | 2213 | 2731 | 3305 | 3934 |
| 120 | 236 | 419 | 654 | 942 | 1283 | 1676 | 2121 | 2617 | 3167 | 3770 |
| 125 | 226 | 402 | 628 | 905 | 1232 | 1609 | 2036 | 2513 | 3041 | 3619 |
| 130 | 217 | 387 | 604 | 870 | 1184 | 1547 | 1958 | 2416 | 2924 | 3480 |
| 135 | 209 | 372 | 582 | 838 | 1140 | 1490 | 1885 | 2327 | 2816 | 3351 |
| 140 | 202 | 359 | 561 | 808 | 1100 | 1436 | 1818 | 2244 | 2715 | 3231 |
| 145 | 195 | 347 | 542 | 780 | 1062 | 1387 | 1755 | 2166 | 2621 | 3120 |
| 150 | 189 | 335 | 524 | 754 | 1026 | 1341 | 1697 | 2084 | 2534 | 3016 |
| 155 | 182 | 324 | 507 | 730 | 993 | 1297 | 1642 | 2027 | 2452 | 2919 |
| 160 | 177 | 314 | 491 | 707 | 962 | 1257 | 1590 | 1964 | 2376 | 2828 |
| 165 | 171 | 305 | 476 | 685 | 933 | 1219 | 1542 | 1904 | 2304 | 2741 |
| 170 | 166 | 296 | 462 | 665 | 905 | 1183 | 1497 | 1848 | 2236 | 2661 |
| 175 | 162 | 287 | 449 | 646 | 876 | 1149 | 1454 | 1795 | 2172 | 2585 |
| 180 | 157 | 279 | 436 | 628 | 855 | 1117 | 1414 | 1746 | 2112 | 2513 |
| 185 | 153 | 272 | 425 | 611 | 832 | 1087 | 1376 | 1694 | 2035 | 2445 |
| 190 | 149 | 265 | 413 | 595 | 810 | 1058 | 1339 | 1654 | 2001 | 2381 |
| 195 | 145 | 258 | 403 | 580 | 789 | 1031 | 1305 | 1611 | 1949 | 2320 |
| 200 | 141 | 251 | 393 | 565 | 769 | 1005 | 1272 | 1572 | 1901 | 2262 |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

## 砖石及混凝土预制块砌体抗压极限强度（MPa）

附表 3-1

| 砌体种类 | 砖石或混凝土预制块标号 | 砂浆标号 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 12.5 | 10 | 7.5 | 5 | 2.5 |
| 片石砌体：厚度不小于 15cm 的石料，砌筑时敲去其尖锐凸出部分，放置平稳，用小石块填塞空隙 | 100 | 7.2 | 6.6 | 5.8 | 4.9 | 3.7 |
| | 80 | 6.4 | 5.8 | 5.1 | 4.3 | 3.3 |
| | 60 | 5.0 | 4.9 | 4.4 | 3.7 | 2.7 |
| | 50 | 5.5 | 4.5 | 3.9 | 3.3 | 2.5 |
| | 40 | 4.4 | 4.0 | 3.5 | 2.9 | 2.2 |
| | 30 | 3.8 | 3.4 | 3.0 | 2.5 | 1.8 |
| | 25 | 3.4 | 3.1 | 2.7 | 2.2 | 1.6 |
| 块石砌体：厚度 20～30cm 的石料，形状大致方正，宽度约为厚度的 1～1.5 倍，长度约为厚度的 1.5～3 倍，每层石料高度大致一律，并错缝砌筑。 | 100 | 14.8 | 13.3 | 12.6 | 11.5 | 10.1 |
| | 80 | 12.3 | 11.3 | 10.5 | 9.5 | 8.3 |
| | 60 | 9.8 | 9.0 | 8.3 | 7.3 | 6.5 |
| | 50 | 8.5 | 7.8 | 7.0 | 6.3 | 5.5 |
| | 40 | 7.3 | 6.5 | 6.0 | 5.3 | 4.5 |
| | 30 | 5.8 | 5.3 | 4.8 | 4.3 | 3.5 |
| | 25 | 5.0 | 4.5 | 4.0 | 3.7 | 3.0 |
| 粗料石砌体：厚度 20～30cm 的石料，宽度约为厚度的 1～1.5 倍，长度约为厚度的 2.5～4 倍，表面凹陷深度不大于 2cm 外形方正的六面体，错缝筑砌，缝宽不大于 2cm。 | 100 | 17.3 | 16.5 | 15.8 | 15.0 | 13.8 |
| | 80 | 14.5 | 13.8 | 13.3 | 12.3 | 11.3 |
| | 60 | 11.5 | 11.0 | 10.3 | 9.8 | 8.8 |
| | 50 | 10.0 | 9.5 | 9.0 | 8.3 | 7.5 |
| | 40 | 8.3 | 8.0 | 7.5 | 7.0 | 6.3 |
| | 30 | 6.8 | 6.3 | 6.0 | 5.5 | 4.8 |
| | 25 | 5.8 | 5.6 | 5.3 | 4.8 | 4.3 |
| 混凝土预制块砌体：同粗料石砌体，但砌体表面平整，砌缝宽度不大于 1cm。 | 39 | 9.5 | 9.0 | 8.5 | 7.8 | 7.0 |
| | 25 | 8.5 | 8.0 | 7.5 | 7.0 | 6.0 |
| | 20 | 7.3 | 6.8 | 6.3 | 5.8 | 5.0 |
| | 15 | 5.8 | 5.5 | 5.0 | 4.7 | 4.0 |
| | 10 | 4.5 | 4.0 | 3.8 | 3.3 | 2.8 |
| 标准砖体：砌缝宽度不大于 1cm。 | 20 | 5.3 | 5.0 | 4.5 | 4.0 | 3.5 |
| | 15 | 4.5 | 4.3 | 3.8 | 3.5 | 3.0 |
| | 10 | 3.8 | 3.5 | 3.0 | 2.8 | 2.3 |
| | 7．5 | 3.3 | 3.0 | 2.8 | 2.5 | 2.0 |

注：①砌体龄期为 28 d；

②块石、粗料石或混凝土预制块厚度为 30～40cm 者，抗压极限强度乘以 1.25；大于 40cm 者乘以 1.45；拱波砌体抗压极限强度不提高；干砌片、块石砌体的极限强度为 2.5 号砂浆砌体的 0.5 倍；

③对于具有两个大致的平行面的片石（大面片石）砌筑的砌体，其抗压极限强度按片石砌体的 1.5 倍采用。

## 砖石及混凝土预制块砌体抗压极限强度（MPa）

附表 3-2

| 强度类别 | 截　面 | 砌体种类 | 砂浆标号 | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 12.5 | 10 | 7.5 | 5 | 2.5 |
| 直接抗剪 $R_J^j$ | 通　缝 | 各种砌体 | 0.36 | 0.33 | 0.27 | 0.24 | 0.15 |
| | 齿　缝 | 片石砌体 | 0.72 | 0.66 | 0.54 | 0.48 | 0.30 |
| | | 规则块材砌体 | 见 注 ③ | | | | |
| 抗压 $R_a^j$ | 齿　缝 | 片石砌体 | 0.33 | 0.33 | 0.27 | 0.24 | 0.18 |
| | | 规则块材砌体 | 0.48 | 0.45 | 0.39 | 0.36 | 0.27 |
| 弯曲抗拉 $R_{Wl}^j$ | 通　缝 | 各种砌体 | 0.54 | 0.48 | 0.42 | 0.33 | 0.24 |
| | 齿　缝 | 片石砌体 | 0.63 | 0.60 | 0.54 | 0.45 | 0.36 |
| | | 规则块材砌体 | 0.90 | 0.84 | 0.75 | 0.66 | 0.51 |

注：①砌体龄期为 28 d；

②规则块材砌体包括：块石砌体、粗料石砌体，混凝土预制块砌体、砖砌体；

③规则块材砌体在齿缝方向受剪时，系通过块材和灰缝剪破，此时，不计灰缝抗剪作用，由块材抗剪强度承受，计算时不计入灰缝面积。块材直接抗剪极限强度按附表 3-3 采用。

公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

规则块材直接抗剪极限强度（MPa） 附表 3-3

| 块材标识 | ≥20 | 15 | 10 | 7.5 |
|---|---|---|---|---|
| 直接抗剪 $R_J^j$ | 2.64 | 2.16 | 1.68 | 1.44 |

小石子混凝土砌片、块石砌体极限强度（MPa） 附表 3-4

| 强度类别 | 砌体种类 | 石料标号 | 小石子混凝土标号 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 20 | 15 | 10 | 5 |
| 抗压 $R_a^j$ | 片 | 100 | 14.4 | 12.3 | 10.2 | 7.5 |
| | | 80 | 12.9 | 11.1 | 9.3 | 6.6 |
| | 石 | 60 | 8.1 | 7.5 | 6.3 | 4.2 |
| | | 50 | 7.2 | 6.3 | 5.4 | 3.9 |
| | 砌 | 40 | 6.3 | 5.7 | 4.8 | 3.6 |
| | | 30 | 5.4 | 4.8 | 4.2 | 3.3 |
| | 体 | 25 | 5.1 | 4.5 | 3.9 | 3.0 |
| 抗压 $R_a^j$ | 块 | 100 | 20.5 | 18.5 | 15.3 | 11.0 |
| | | 80 | 16.8 | 14.8 | 12.3 | 9.0 |
| | 石 | 60 | 12.3 | 10.8 | 9.0 | 6.5 |
| | | 50 | 10.5 | 9.3 | 7.8 | 5.8 |
| | 砌 | 40 | 9.3 | 8.5 | 7.3 | 5.0 |
| | | 30 | 7.8 | 7.3 | 6.3 | 4.8 |
| | 体 | 25 | 7.3 | 6.5 | 5.8 | 4.5 |
| 直接抗剪 $R_J^j$ | 片、块石砌体通缝 | | 0.42 | 0.36 | 0.30 | 0.21 |
| | 片石砌体齿缝 | | 0.72 | 0.60 | 0.48 | 0.42 |
| 弯曲抗拉（齿缝） $R_{Wl}^j$ | | | 0.72 | 0.72 | 0.72 | 0.48 |

注：①砌体龄期为 28 d；
②小石子粒径不宜大于 2 cm；
③低标号小石子混凝土在配制时应加适量塑化剂或石灰，以增加和易性和保水性；
④通缝弯曲抗拉极限强度按附表 3-2 内相应砂浆标号采用。对于标号大于 10 号的小石子混凝土，按 12.5 号砂浆标号采用。
规则块石砌体齿缝直接抗剪极限强度见附表 3-3。

片石混凝土砌体极限强度（MPa） 附表 3-5

| 强度类别 | 混凝土标号 | | |
|---|---|---|---|
| | 10 | 15 | 20 |
| 抗压 $R_a^j$ | 7.2 | 8.4 | 9.6 |
| 直接抗剪 $R_J^j$ | 0.60 | 0.66 | 0.72 |
| 弯曲抗拉 $R_{Wl}^j$ | 0.54 | 0.60 | 0.66 |

注：①片石混凝土砌体是在混凝土中分层铺入片石，片石含量为砌体体积的 50%～60%，石块净距为 4～6cm；
②如用震捣器震捣时，极限强度可乘以 1.15；
③片石标号不得低于 30 号。

混凝土、砖石及混凝土预制块砌体的弹性模量（MPa）　　附表 3-6

| 混凝土 | 混凝土标号 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 混凝土受压弹性模量 | $1.85\times10^4$ | $2.30\times10^4$ | $2.60\times10^4$ | $2.85\times10^4$ | $3.00\times10^4$ |
| 砖石及混凝土预制块砌体 | 砂浆标号 | ≥5 | 2.5 | | 1 | |
| | 砖石及混凝土预制块砌体受压弹性模量 | 800 $R_a^j$ | 700 $R_a^j$ | | 600 $R_a^j$ | |
| 小石子混凝土 | 小石子混凝土砌片、块石砌体受压弹性模量 | 500 $R_a^j$ | | | | |

砌体中心受压构件纵向弯曲系数 $\varphi$　　附表 3-7

| $\frac{l_0}{h}$ 或 $\frac{l_0}{h_W}$ | $\frac{l_0}{r}$ 或 $\frac{l_0}{r_W}$ | 混凝土构件 | 砌体砂浆标号 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | ≥5 | 2.5 | 1 |
| ≤3 | ≤10 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| 4 | 14 | 0.99 | 0.99 | 0.99 | 0.98 |
| 6 | 21 | 0.96 | 0.96 | 0.96 | 0.93 |
| 8 | 28 | 0.93 | 0.93 | 0.91 | 0.86 |
| 10 | 35 | 0.88 | 0.88 | 0.85 | 0.78 |
| 12 | 42 | 0.82 | 0.82 | 0.79 | 0.70 |
| 14 | 49 | 0.76 | 0.76 | 0.72 | 0.62 |
| 16 | 56 | 0.71 | 0.71 | 0.66 | 0.55 |
| 18 | 63 | 0.65 | 0.65 | 0.60 | 0.48 |
| 20 | 70 | 0.60 | 0.60 | 0.54 | 0.42 |
| 22 | 76 | 0.54 | 0.54 | 0.49 | 0.37 |
| 24 | 83 | 0.50 | 0.50 | 0.44 | 0.33 |
| 26 | 90 | 0.46 | 0.46 | 0.40 | 0.30 |
| 28 | 97 | 0.42 | 0.42 | 0.36 | 0.20 |
| 30 | 104 | 0.38 | 0.38 | 0.33 | 0.24 |

注：$l_i$ 轴心受压构件矩形截面短边边长；
$r^i$ 轴心受压构件任意形状截面较小的回转半径。

**钢材的容许应力（MPa）** 附表 4-1

| 应力种类 | 钢号 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Q235 | 16Mn | ZG25II | ZG35II | ZG45II | 45 号钢 | 35 号锻钢 |
| 轴向应力[$\sigma$] | 140 | 200 | 130 | 150 | 170 | 210 | — |
| 弯曲应力[$\sigma_w$] | 145 | 210 | 135 | 155 | 180 | 220 | 220 |
| 剪应力[$\tau$] | 85 | 120 | 80 | 90 | 100 | 125 | 110 |
| 端部承压应力(磨光顶紧) | 210 | 300 | — | — | — | — | — |
| 紧密接触的承压应力 (接触圆弧中心角为 2×45°) | 70 | 100 | 65 | 75 | 85 | 105 | 105 |
| 自由接触的承压应力 | 5.5 | 8.0 | 5.0 | 6.0 | 7.0 | 8.5 | 8.5 |
| 节点销子的孔壁承压应力 | 210 | 300 | 195 | 225 | 255 | — | 180 |
| 节点销子的弯曲应力 | 240 | 340 | — | — | — | 360 | — |

注：①表列 16Mn 钢的容许应力与屈服点 340MPa 对应,如果按 GB1591-79 的规定，由于厚度影响，屈服点有变动时，各类容许应力可按屈服点的比例予以调整；

②验算紧密接触和自由接触的承压应力时，其面积取枢轴或辊轴的直径及其长度的乘积。其容许承压应力取两接触钢材中强度较低者；

③节点销子的孔壁容许承应力系指被连接件钢材的孔壁承压应力；节点销子的容许弯应力仅适用于被连接构件之间只有极小缝隙的情况。

**粗制螺栓、铆钉容许应力（MPa）** 附表 4-2

| 类别 | 应力种类 | | |
|---|---|---|---|
| | 剪应力 | 承压应力 | 拉应力 |
| 粗制螺栓 | 80 | 170 | 110 |
| 工厂铆钉 | 110 | 280 | 90 |
| 工地铆钉 | 100 | 250 | 80 |

注：平头铆钉的容许应力应减低 20%。

**各种钢构件或连接的疲劳容许应力[$\sigma_n$]** 附表 4-3

| 容许应力类别 | 疲劳容许应力 | | 连接类别 (序号见附表 4-4) |
|---|---|---|---|
| | 最大应力（绝对值）为拉应力 | 最大应力（绝对值）为压应力 | |
| A | $\frac{245}{1-0.6\rho}$ 但≤[$\sigma$] | $\frac{245}{0.6-\rho}$ 但≤[$\sigma$] | 1 |
| B | $\frac{190}{1-0.6\rho}$ 但≤[$\sigma$] | $\frac{190}{0.6-\rho}$ 但≤[$\sigma$] | 3.1，5.1，5.2，5.3，6.1，6.2 |
| C | $\frac{165}{1-0.6\rho}$ 但≤[$\sigma$] | $\frac{165}{0.6-\rho}$ 但≤[$\sigma$] | 3.2 |
| D | $\frac{145}{1-0.6\rho}$ 但≤[$\sigma$] | $\frac{145}{0.6-\rho}$ 但≤[$\sigma$] | 2.4，7.1，8.2.1，9，10.1，11.1 |
| E | $\frac{110}{1-0.6\rho}$ 但≤[$\sigma$] | $\frac{110}{0.6-\rho}$ 但≤[$\sigma$] | 7.2，8.1.1，8.2.2，10.2，11.2 |
| F | $\frac{70}{1-0.6\rho}$ 但≤[$\sigma$] | $\frac{70}{0.6-\rho}$ 但≤[$\sigma$] | 8.1.2，12 |

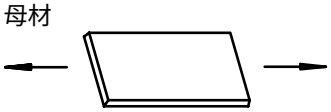
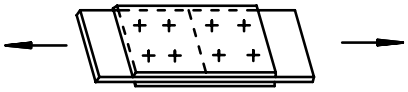
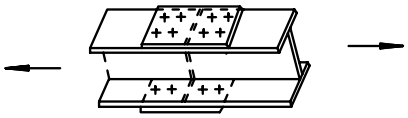
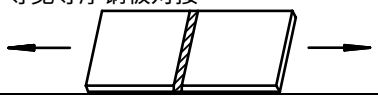
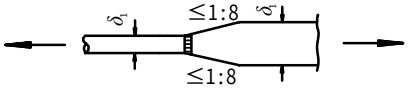
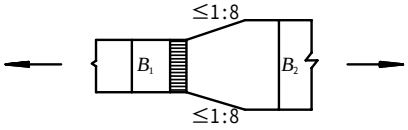
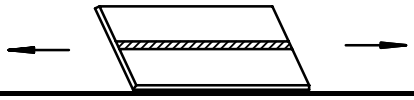
注：①$[\sigma]$—钢材的基本容许应力，见附表 4-1；

② $\rho=\frac{|\sigma|_{min}}{|\sigma|_{max}}$ （同号应力为正，反号应力为负）。



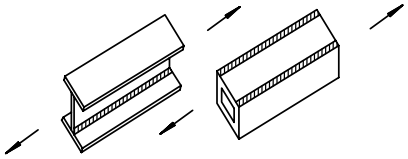
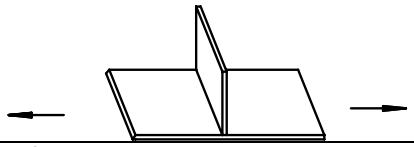
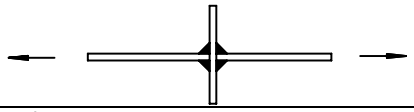
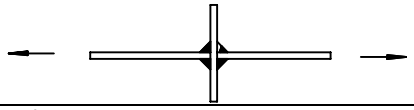
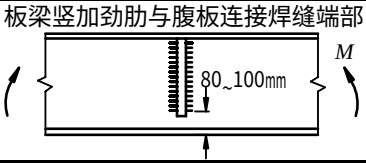
公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

**钢构件**（或连接形式）**容许应力类别表**　　附表 4-4

| 类别 | 构件或连接形式及简图 | 加工、质量及其它要求 | 容许应力类别 | 验算部位 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 母材  | 原轧制表面，侧边刨边，不得在母材上引弧 | A | 非连接部位的母材 |
| 2 | 带孔母材  | 机械钻孔 | D | 弦杆泄水孔 |
| 3 | 高强度螺栓连接 | | | |
| 3.1 |  | | B | ① 全断面拼接的构件；<br>② 主桁构件中，不起拼接作用（杆件不断开）的高强螺栓连接处 |
| 3.2 |  | | C | ① 非全断拼接的构件（H、□型杆件），仅在翼板拼接；<br>② 纵梁鱼形板连接处；<br>③ 板梁（或纵梁）下翼缘和联结系的连结处 |
| 4 | 铆钉连接　　简图同 3.2 | | D | 同 3 |
| 5 | 横向对接焊缝 | 采用埋弧自动焊焊接。<br>焊缝加强处须受力方向磨平，焊趾处不留横向痕迹。<br>焊缝须经无损探伤检验，焊缝质量应符合要求。<br>横向对接焊缝应一次连续施焊完毕，同一位置连续补焊不得超过二次 | B | 桁架构件及板梁中板材横向对接焊缝 |
| 5.1 | 等宽等厚钢板对接  | | | |
| 5.2 | 等宽不等厚钢板对接   | | | |
| 5.3 | 等厚不等宽钢板对接   | | | |
| 6 | 纵向焊缝接头 | 采用埋弧自动焊焊接。<br>焊缝需经无损探伤检查， | B | ① H、□、T 型构件，板梁翼缘及纵向加劲肋等处的纵向角焊缝。<br>② 板梁中腹板及盖板的 |
| 6.1 | 纵向对接焊缝  | | | |

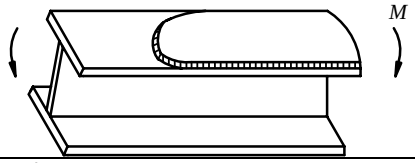
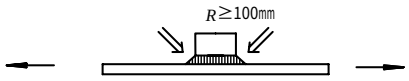
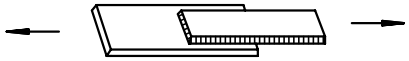


公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6.2 | 纵向角接焊缝<br> | 检查范围从杆端至工地孔外1m，如发现超熔限缺陷，需检查焊缝全长。焊缝质量应符合要求。焊缝应一次连续施焊完毕，如遇特殊情况而中途停焊时，焊前焊后需进行处理使之过渡匀顺。同一位置连续补焊不得超过三次。 | | 纵向对接焊缝 |
| | 7 | 横向角接焊接头<br> | | | ① 箱型杆件隔板处的横向连接角焊缝。<br>② 板梁腹板与竖向加劲肋的横向连接角焊缝 |
| | 7.1 | a 类 | 采用成型好的手工焊、$CO_2$气体保护焊或半自动焊施焊；焊趾处不允许有咬肉。如不满足以上条件，可用砂轮顺受力方向打磨。 | D | |
| | 7.2 | b 类 | 焊趾处有轻微咬肉，深度应小于 0.5mm | E | |
| | 8 | 十字形角接焊接头 | | | 纵横肋横向连接角焊缝 |
| | 8.1 | 不熔透角接焊<br> | | | |
| | 8.1.1 | a 类 | 同 7.1 | E | |
| | 8.1.2 | b 类 | 同 7.2 | F | |
| | 8.2 | 熔透角接焊<br> | | | |
| | 8.2.1 | a 类 | 同 7.1 | D | |
| | 8.2.2 | b 类 | 同 7.2 | E | |
| | 9 | 板梁竖加劲肋与腹板连接焊缝端部<br> | | D | 板梁竖加劲肋与腹板连接焊缝端部（为检算顺桥轴方向的主拉应力） |



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 板梁焊接盖板端焊缝<br> | | | 板梁盖板焊缝端部或端焊缝焊趾处 |
| 10.1 | a 类 | 盖板端部焊缝（包括端焊缝焊趾）应无咬肉，并用砂轮顺受力方向打磨，焊趾不留横向痕迹 | D | |
| 10.2 | b 类 | 端部焊缝不加工 | E | |
| 11 |  | | | 板梁中腹板与水平结点板连接焊缝的端部 |
| 11.1 | a 类 | 焊缝两端顺受力方向打磨，使之匀顺过渡 | D | |
| 11.2 | b 类 | 焊缝端部不加工 | E | |
| 12 |  | | F | 板梁中联结系杆件与结点板的搭接焊缝端部 |

**普通螺栓的标准直径及其截面积** 附表 4-5

| 螺栓外径(mm) | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 27 | 30 | 36 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 螺栓内径(mm) | 8.051 | 9.727 | 11.40 | 13.40 | 14.75 | 16.75 | 18.75 | 20.10 | 23.10 | 25.45 | 30.80 |
| 螺栓毛截面(mm) | 0.187 | 1.130 | 1.540 | 2.010 | 2.543 | 3.140 | 3.799 | 4.521 | 5.722 | 7.065 | 10.17 |
| 螺栓净截面(mm) | 0.509 | 0.744 | 1.020 | 1.408 | 1.708 | 2.182 | 2.740 | 3.165 | 4.180 | 5.060 | 7.440 |

**螺栓和铆钉的容许距离** 附表 4-6

| 名称 | 位置和方向 | | 杆力种类 | 容许距离 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | 最大的 | 最小的 |
| 中心间距 | 沿对角线方向 | | 拉力或压力 | — | $3.5d_0$ |
| | 靠边行列 | 在板上或角钢上 | | $7d_0$ 或 $16t$ 中的较小者 | $3d_0$ |
| | 中间行列 | 垂直内力方向 | | $24t$ | |
| | | 顺内力方向 | 拉力 | $24t$ | |
| | | | 压力 | $16t$ | |
| 中心至杆件边缘距离 | 机切或焰割 | 顺内力方向或沿对角线方向 | 拉力或压力 | $8t$ 或 120mm 中的较小者 | $2d_0$ |
| | 滚压边或刨边 | | | | |
| | 机切或焰割 | 垂直内力方向 | | | $1.5d_0$ |
| | 滚压边或刨边 | | | | $1.3d_0$ |

注：①表中符号 $d_0$ 为螺栓或铆钉的孔径，$t$ 为栓（或铆）合部分外层较薄钢板或型钢厚度；



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907) http://shop63887450.taobao.com/

②表中所列“靠边行列”系指沿板边一行的螺栓或铆钉线；对于角钢，距角钢背最近一行的螺栓或铆钉线也作为“靠边行列”；

③有角钢镶边的翼肢上交叉排列的螺栓或铆钉，其靠边行列最大中心间距可取 $14d_0$ 或 $32t$ 中较小者；

④由两个角钢或两个槽钢中间夹以垫板（或垫圈）并用螺栓或铆钉连接组成的构件，顺内力方向的螺栓（或铆钉）之间的最大中距，对于受压或受压-拉构件规定为 $40r$，但不应大于 160 mm；对于受拉构件规定为 $80r$，但不应大于 240 mm。其中 $r$ 为一个角钢或槽钢绕平行于垫板或垫圈所在平面轴线的回转半径。

**钢杆件容许最大长细比** 附表 4-7

| | 杆　件 | 长细比 |
|---|---|---|
| 主桁杆件 | 受压弦杆受压或受压—拉腹杆 | 100 |
| | 仅受拉力的弦杆 | 130 |
| | 仅受拉力的腹杆 | 180 |
| 联结系杆件 | 纵向联结系、支点处横向联结系和制动联结系的受压或受压—拉杆件 | 130 |
| | 中间横向联结系的受压或受压—拉杆件 | 150 |
| | 各种联结系的受拉杆件 | 200 |

**杆件的计算长度** 附表 4-8

| 杆件 | | | 弯曲平面 | | 附注 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 平面内 | 平面外 | |
| 主桁 | 弦杆 | | $l_0$ | $l_0$ | $l_0$ —主桁各杆件的几何长度（即杆端节点中距），如杆件全长被横向结构分割时，则为其较长的一段长度。<br>$l_1$ —从相交点至杆端节点中较长的一段长度。<br>$l_2$ —纵向（横向）联结系杆件轴线与节点板连在主桁杆件的固着线交点之间的距离 |
| | 端斜杆、端立杆、连续梁中间支点处立柱或斜杆做为桥门架时 | | $0.9l_0$ | $l_0$ | |
| | 桁架的腹杆 | 无相交和无交叉 | $0.8l_0$ | $l_0$ | |
| | | 与杆件相交或相交叉（不包括与拉杆相交叉） | $l_1$ | $l_0$ | |
| | | 与拉杆相交叉 | $l_1$ | $0.7l_0$ | |
| 纵向及横向联结系 | 无交叉 | | $l_2$ | $l_2$ | |
| | 与拉杆相交叉 | | $l_1$ | $0.7l_2$ | |
| | 与杆件相交或相交叉（不包括与拉杆相交叉） | | $l_1$ | $l_2$ | |

**轴心受压钢构件的纵向弯曲系数** 附表 4-9

| 焊接 H 形（验算翼板平面内整体稳定性）及焊接 T 形构件 | | | 焊接 H 形（验算腹板平面内整体稳定性）、焊接箱形及铆接构件 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda$ | $\varphi_1$ | | $\lambda$ | $\varphi_1$ | |
| | $A_3$ | 16Mn | | $A_3$ | 16Mn |
| 0～30 | 0.900 | 0.897 | 0～30 | 0.900 | 0.900 |
| 40 | 0.877 | 0.841 | 40 | 0.900 | 0.877 |
| 50 | 0.828 | 0.775 | 50 | 0.867 | 0.826 |
| 60 | 0.722 | 0.705 | 60 | 0.824 | 0.766 |
| 70 | 0.713 | 0.630 | 70 | 0.773 | 0.695 |
| 80 | 0.651 | 0.547 | 80 | 0.715 | 0.616 |
| 90 | 0.583 | 0.483 | 90 | 0.651 | 0.529 |
| 100 | 0.521 | 0.426 | 100 | 0.581 | 0.450 |
| 110 | 0.469 | 0.376 | 110 | 0.510 | 0.391 |
| 120 | 0.422 | 0.330 | 120 | 0.446 | 0.333 |
| 130 | 0.380 | 0.288 | 130 | 0.396 | 0.291 |
| 140 | 0.341 | 0.248 | 140 | 0.347 | 0.258 |
| 150 | 0.305 | 0.222 | 150 | 0.308 | 0.227 |

注：$\lambda$ —构件长细比。



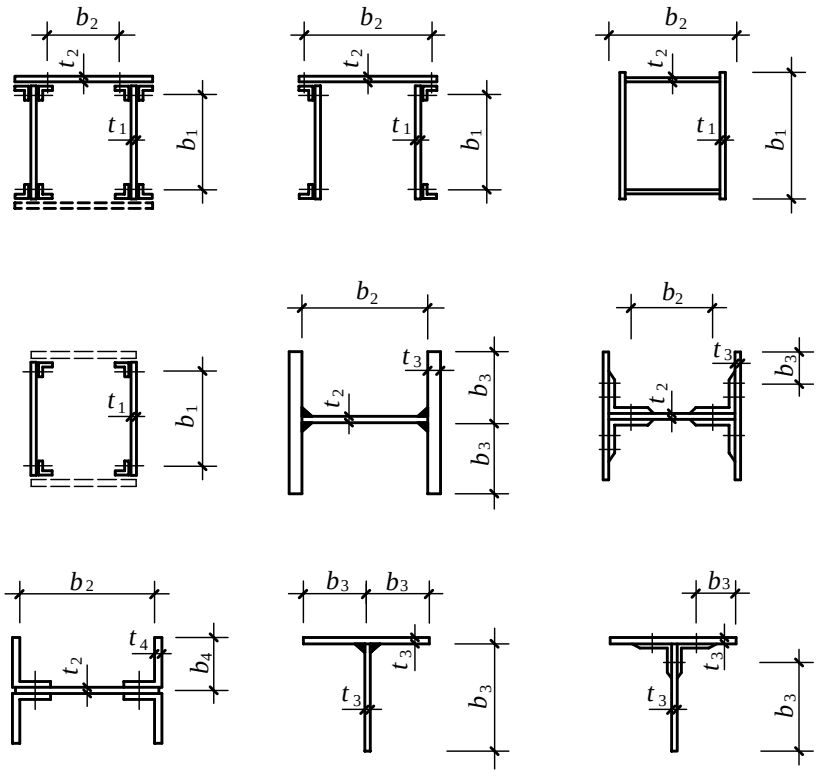
公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/

**钢压杆单板（或板束）的宽度 $b$ 与厚度 $t$ 之比**　　附表 4-10

| 序号 | 杆件类型及板束位置 | | 杆件长细比 | $b/t$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $A_3$ | 16Mn |
| 1 | 箱形杆 | 桁梁平面内 | ≤60 | ≤35 | ≤30 |
| | | | >60 | 0.6$\lambda$，但不大于 50 | 0.5$\lambda$，但不大于 45 |
| 2 | 箱形杆<br>H 形杆 | 垂直于桁梁平面 | ≤50 | ≤35 | ≤30 |
| | | | >50 | 0.6$\lambda$+5，但不大于 50 | 0.5$\lambda$+$\lambda$，但不大于 45 |
| 3 | H 形或 T 形（伸出肢无镶边） | 铆接杆 | | ≤12 | ≤10 |
| | | 焊接杆 | ≤60 | ≤14<br>0.15$\lambda$+5 | ≤12<br>0.2$\lambda$ |
| | | | >60 | 主要杆件不大于 18<br>次要杆件不大于 20 | |
| 4 | 铆接杆角钢伸出肢 | 受轴向力的主要杆件 | | ≤12 | |
| | | 支撑及次要杆件 | | ≤16 | |

注：①$b$、$t$ 见附图。

②当压杆平均应力 $\sigma$ 小于容许应力 $\phi_1[\sigma]$ 时，表中 $b/t$ 值除铆接杆无镶边的伸出肢及角钢的伸出肢外，可按规定放宽。其规定为：根据该杆件计算压应力与基本容许应力之比 $\phi$ 在附表 4-9 中查出相应的 $\lambda$ 值，再根据此 $\lambda$ 值按本表算出该杆件容许的 $b/t$ 值。但在序号 1、2 两项中的构件不大于 50；在序号 3 项中，主要杆件不大于 20，次要杆件不大于 22。




附图　单板（或板束）位置简图

注：图中 $b_1$、$t_1$；$b_2$、$t_2$；$b_3$、$t_3$；$b_4$、$t_4$ 分别表示附表 4.10 中序号 1、2、3、4 项中的 $b$ 及 $t$。



公路桥梁百宝箱(QQ:417389907)　　http://shop63887450.taobao.com/